公众号：空卡空卡空空卡

□ 离散型随机变量：

(1)0-1 分布

$$p_k = p\{x=k\} = p^k q^{1-k}(k=0,1)$$

$$EX = p$$

$$DX = pq$$

(2)二项分布 $B(n,p)$

$$p_k = p\{x=k\} = C_n^k p^k q^{n-k}(k=0,1,\cdots n)$$

$$EX = np$$

$$DX = npq$$

(3)泊本介分布 $p(\lambda)$

$$p_k = p\{x=k\} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}(k=0,1,2,\cdots n)$$

$$EX = \lambda$$

$$DX = \lambda$$

□ 连续型随机变量

(1)均匀分布 $U(a,b)$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} & x\in(a,b)\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

$$EX=\int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot f(x)dx=\int_a^b x\cdot\frac{1}{b-a}dx=\frac{b+a}{2}$$

$$DX=\int_a^b x^2\frac{1}{b-a}dx-(\frac{b+a}{2})^2=\frac{b^2+ab+a^2}{3}-\frac{b^2+2ab+a^2}{4}=(\frac{b-a}{12})^2$$

(2)指数分布

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

$$EX=\frac{1}{\lambda}$$

$$DX=\frac{1}{\lambda^2}$$

(3)正态分布

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$E(x)=\mu$$

$$D(x)=\sigma^2$$

(4) χ^2 分布 $x_1\cdots x_n \sim N(0,1)$

$$\chi^2 = x_1^2+\cdots+x_n^2$$

$$EX = n$$

$$DX = 2n$$

□ 正态分布【特殊】

若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 一维

$$\Rightarrow Z=\frac{(X-\mu)}{\sigma}\sim N(0,1)$$

$$F(x)=p\{x\le\chi\}$$

$$=p\left\{\frac{x-\mu}{\sigma}\le\frac{\chi-\mu}{\sigma}\right\}$$

$$=\Phi(\frac{\chi-\mu}{\sigma})$$

□ 二维正态分布

$$(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2;\ \sigma_1^2,\ \sigma_2^2;\rho)$$

① X 、Y 独立 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$ $Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$

$$\Leftrightarrow \rho=0$$

$$\Leftrightarrow (X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2;\sigma_1^2,\sigma_2^2;0)$$

② $aX+bY$ 仍服从正态分布

□ 若 $\rho_{XY}=0$ X 与 Y 不相关（**只有在正态条件下，才能推独立**）

$$\Leftrightarrow Cov(X,Y)=0$$

$$\Leftrightarrow EXY=EXEY$$

$$\Leftrightarrow D(X\pm Y)=DX+DY$$

□ 常用公式：

$$E(X\pm Y)=EX\pm EY \qquad [X、Y\text{独立}]$$

$$EXY=EXEY$$

$$DX=EX^2-(EX)^2$$

$$D(X\pm Y)=DX+DY\pm 2Cov(X,Y)$$

$$D(X+C)=DX$$

$$Cov(X,Y)=EXY-EXEY$$

$$Cov(X,C)=0$$

$$Cov(aX,bY)=abCov(X,Y)$$

$$Cov(X\pm Y,Z)=Cov(X,Z)-Cov(Y,Z)$$

$$\rho_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}}$$

数理论统计基本统计量

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2$

当 $x_1,x_2,\cdots x_n$ 独立同分布，$EX=\mu$，$DX=\sigma^2$

$$则\begin{cases}EX_i=\mu \quad ,DX_i=\sigma^2\\ E\overline{X}=\mu \quad ,D\overline{X}=\frac{1}{n}\sigma^2\\ ES^2=\sigma^2\end{cases}$$

$$\begin{cases}\chi^2分布：平方和\\ t分布:\frac{正态}{平方和}\\ f分布:\frac{平方和}{平方和}\end{cases}$$

正态总体抽样分布

$x_1\cdots x_n$ 为 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本

则

$$\begin{cases}\overline{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n}) \quad \frac{(\overline{X}-\mu)\sqrt{n}}{\sigma}\sim N(0,1)\\ \overline{X}与S^2相互独立☆\\ \chi^2(n)与\chi^2(n-1):\begin{cases}\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n)\\ \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2=S^2\\ \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)\end{cases}\\ T分布:\frac{\frac{(\overline{x}-\mu)\sqrt{n}}{\sigma}}{\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\Big/(n-1)}}=\frac{\frac{(\overline{x}-\mu)\sqrt{n}}{\sigma}}{\frac{S}{\sigma}}=\frac{(\overline{x}-\mu)\sqrt{n}}{S}\sim t(n-1)\end{cases}$$

方法论总结：

①$Z=g(X,Y)$ 的分布函数 $F_z(\delta)$ 或 $f_z(\delta)$

1） X 和 Y 都是随机变量（离散型）

先求出 $Z=g(X,Y)$ 全部可能取值

再求 $P\{Z=X+Y=k\}=P\{X+Y=k\}$

2） X 和 Y 都是连续型随机变量

$$两个方法：\begin{cases}分布函数法：F_z(\delta)=p\{z\le\delta\}\\ 卷积公式法：\end{cases}$$

3） X 离散，Y 连续 $\Rightarrow$ 全集分解

$F_z(\delta)=p\{z\le\delta\}=$ ____________