武汉大学教学实验报告

电子信息学院 电子信息工程 专业 2019 年 9 月 6 日

实验名称 周期信号的合成与分解 指导教师 黄根春

姓名 李昊 年级 2017级 学号 2017301200060 成绩

|  |
| --- |
| 1 实验目的   1. 在理论学习的基础上，通过实验深刻领会周期信号傅里叶级数分解的 物理意义； 2. 理解实际应用中通常采用有限项级数来逼近无限项级数，此时方均误差随项数的增加而减小； 3. 观察并初步了解 Gibbs 现象； 4. 深入理解周期信号的频谱特点，比较不同周期信号频谱的差异。   2 实验原理  2.1 周期信号的傅里叶级数分解  满足 Dirichlet 条件的周期信号可以分解成三角函数形式的傅里叶级数，表达式为：  **（1.1）**  式中为正整数；角频率由周期决定： 。该式表明：任何满足Dirichlet 条件的周期信号都可以分解成直流分量及许多正弦、余弦分量。这些正弦、余弦分量的频率必定是基频的整数倍。通常把频率为 的分量称为基波，频率为的分量称为n次谐波。周期信号的频谱只会出现在 等离散的频率点上，这种频谱称为离散谱，是周期信号频谱的主要特点。波形变化越剧烈，所包含的高频分量的比重就越大；变化越平缓，所包含的低频分量的比重就越大。  2.2 有限项傅里叶级数逼近周期信号  一般来说，将周期信号分解得到的三角函数形式的傅里叶级数的项数是无限的。也就是说，通常只有无穷项的傅里叶级数才能与原函数精确相等。但在实际应用中，显然无法取至无穷多项，而只能采用有限项级数来逼近无穷项级数。所取项数越多，有限项级数就越逼近原函数，原函数与有限项级数间的方均误差就越小，而且低次谐波分量的系数不会因为所取项数的增加而变化。  当选取的傅里叶有限级数的项数越多，所合成的波形的峰起就越靠近的不连续点。当所取得项数N很大时，该峰起值趋于一个常数，约等于总跳变值的 9%，这种现象称为 Gibbs 现象。  3 实验内容   1. 输入实验内容1中提供的奇对称方波信号合成的MATLAB程序，生成M文件，编译并运行，观察合成结果。 2. 输入实验内容2中提供的有限项级数逼近方波信号的MATLAB程序，生成M文件，编译并运行，观察Gibbs现象。 3. 自行编制完整的MATLAB程序，使用有限项傅里叶级数完成偶对称三角信号的合成，给出程序和显示结果。 4. 自行编制完整的MATLAB程序，完成奇对称方波信号和偶对称三角信号的频谱分析。在实验报告中给出程序和显示结果，讨论周期信号的频谱特点和两信号频谱的差异。   4 实验操作过程  4.1 奇对称方波信号的合成  图**4.1** 奇对称的周期方波信号  图示方波既是一个奇对称信号，又是一个奇谐信号。根据函数的对称性与傅里叶系数的关系可知，它可以用无穷个奇次谐波分量的傅里叶级数来表示:  **（4.1）**  根据实验要求，取奇对称周期方波的周期，幅度，分别取前1、2、5和50项有限级数来逼近该函数，观察不同情况下合成的结果。  4.2 观察Gibbs现象  仍使用式（4.1），分别取前10、20、30和40项有限级数来逼近奇对称方波，观察Gibbs现象。  4.3 周期对称三角信号的合成    图**4.2** 偶对称的周期三角波信号  与奇对称方波类似，图示三角波可以用无穷个奇次谐波分量的傅里叶级数来表示:  **（4.2）**  取基频频率，幅度，分别取前1、2、5和50项有限级数来逼近该函数，观察不同情况下合成的结果。  4.4 周期信号的频谱  在MATLAB中，对信号进行频谱分析的其中一种方法是采用fft()函数，该函数处理一个有限长时间序列，产生其DFT序列。fft()产生的变换序列是一个复数数列，且原点在序列的两端，需要对其进行后续处理。实验操作中，先对数列取幅度，然后取出频谱的左半边，得到单边幅度-频率谱。为了使序列的值和实际离散频率对应，还需要根据抽样频率设置频谱的横坐标。  （具体程序代码见附录）  5 实验数据与结果  5.1 奇对称方波信号的合成  图**5.1** 前1、2、5、50项级数合成的方波效果  5.2 观察Gibbs现象  图**5.2** 前10、20、30、40项级数合成的方波效果  观察图5.2，随着级数次数的增加，波形越来越趋近于方波，但在跳变点的上冲幅度并没有明显的变化，这表明了Gibbs现象的存在。  5.3周期对称三角信号的合成  图**5.3** 前1、2、5、50项级数合成的三角波效果  5.4 周期信号的频谱  图**5.4** 方波、三角波的时域、频域图像  观察图5.4，发现虽然方波和三角波的时域图像差异很大，但其频域图像很相似，这是因为两者都是由奇次谐波叠加而成的，都只在一定的频率（基波50Hz、三次谐波150Hz、五次谐波250Hz等）表现出较大的振幅。排除信号处理过程中的误差，从频谱图中可以得到周期信号的频谱是离散的。  方波和三角波频谱的区别在于三角波的频谱随着频率的升高，幅度的衰减较方波更快，这点可以由（4.1）、（4.2）式的对比中得出：（4.1）式每一项的系数是，而（4.2）式中每一项的系数是，说明（4.2）式每一项的系数都较（4.1）式小，并且随着谐波次数k的增加下降更快。  6 实验效果分析与总结  本次实验围绕着有限项傅里叶级数逼近周期信号进行。MATLAB强大的数值运算以及绘图能力，让我们可以观察傅里叶级数的叠加不断逼近所求周期信号的过程。  在实验过程中我还注意到一个问题，由于MATLAB程序中生成的信号都是有限长的离散时间序列，在处理离散时间序列的时候就需要时刻留意其采样率和序列长度，尤其在第4个实验中，为了让函数的时域图像和频域图像都比较理想，需要将采样率取到适中的值（实验中我取了10kHz）。采样率是数字信号处理中很重要的一个概念，在后续的实验和学习中我会更加注意。 |
| 教师评语 |
| 指导教师 年 月 日 |

附录

A.1 周期对称三角信号的合成源代码

%% 实验一 第3题 偶对称周期三角信号的合成

% 程序作者：李昊 2017301200060

% 日期：2019/9/6

% 使用的傅里叶级数变换公式：y6 = cos(t) + cos(t\*3)/(3\*3) + cos(t\*5)/(5\*5) + ...

t=-0.02:0.0001:0.02;

A=12/pi;

y=0;

for i=1:1

y=y+A\*(cos((2\*i-1)\*100\*pi\*t)/(2\*i-1)^2);

end

subplot(221);

plot(t,y);

axis([-0.02,0.02,-5,5]);

xlabel('time');

ylabel('前 1 项有限级数');

y=0;

for i=1:5

y=y+A\*(cos((2\*i-1)\*100\*pi\*t)/(2\*i-1)^2);

end

subplot(222);

plot(t,y);

axis([-0.02,0.02,-5,5]);

xlabel('time');

ylabel('前 5 项有限级数');

y=0;

for i=1:10

y=y+A\*(cos((2\*i-1)\*100\*pi\*t)/(2\*i-1)^2);

end

subplot(223)

plot(t,y);

axis([-0.02,0.02,-5,5]);

xlabel('time');

ylabel('前 10 项有限级数');

y=0;

for i=1:50

y=y+A\*(cos((2\*i-1)\*100\*pi\*t)/(2\*i-1)^2);

end

subplot(224);

plot(t,y);

axis([-0.02,0.02,-5,5]);

xlabel('time');

ylabel('前 50 项有限级数');

A.2 周期信号的频谱分析源代码

%% 实验一 第4题 奇对称方波信号和偶对称三角信号的频谱分析

% 程序作者：李昊 2017301200060

% 日期：2019/9/6

fo = 50; % 三角波和方波的频率(Hz)

Fs = 10000; % 采样频率(Hz)

Ts = 1 / Fs; % 采样周期(s)

L = 8192; % 信号长度（“点数”）

t = (0: L-1) \* Ts; % 采样点序列

% 生成方波、三角波

y7 = 0; A = 4/pi; %取前20项级数，合成频率为fo的方波y7

for i=1:20

y7 = y7+A\*(sin((2\*i-1)\*100\*pi\*t)/(2\*i-1));

end

y8 = 0; A = 3/pi; %取前20项级数，合成频率为fo的三角波y8

for i=1:20

y8 = y8+A\*(cos((2\*i-1)\*100\*pi\*t)/(2\*i-1)^2);

end

%绘制时域图

figure(1);

LRange = 500; % 取部分时域图像展示

subplot(221);

plot(t(1:LRange), y7(1:LRange));

xlabel('t(s)');

ylabel('y(t)');

title('50Hz奇对称方波时域图像（0-0.05s）');

grid;

subplot(222);

plot(t(1:LRange), y8(1:LRange));

xlabel('t(s)');

ylabel('y(t)');

title('50Hz偶对称三角波时域图像（0-0.05s）');

grid;

% 使用fft()进行傅里叶变换并归一化，提取单边频谱

N = 2^nextpow2(L); % 将L放大到最近的2的整数幂N，以加速fft()的计算

Y7 = fft(y7, N); % 序列末尾补0至长度N，进行傅里叶变换

Y8 = fft(y8, N);

Y7Pd = abs(Y7 / N); % 归一化并取绝对值，得到双边频谱

Y7Ps = 2 \* Y7Pd(1: (N/2 + 1)); % 取左半边，得到单边频谱

Y8Pd = abs(Y8 / N);

Y8Ps = 2 \* Y8Pd(1: (N/2 + 1));

% 绘制频谱图

freq = Fs \* (0: (N/2)) / N; % 生成频谱图的横坐标

subplot(223);

freqRange = 375; % 取部分频谱展示

plot(freq(1:freqRange), Y7Ps(1:freqRange));

xlabel('f(Hz)');

ylabel('|P1(t)|');

title('方波单边频谱图（0-500Hz）');

grid;

subplot(224);

plot(freq(1:freqRange), Y8Ps(1:freqRange));

xlabel('f(Hz)');

ylabel('|P1(t)|');

title('三角波单边频谱图（0-500Hz）');

grid;