Introducción a OpenGL

Ana Gil Luezas
Departamento de Sistemas Informáticos y Computación
Facultad de Informática
Universidad Complutense de Madrid

- OpenGL (Open Graphics Library) es una API portable que permite la comunicación entre el programador de aplicaciones y el hardware gráfico de la máquina (GPU: Graphics Processing Unit).
- No es exactamente una API (Application Programming Interface), es una especificación gestionada actualmente por Khronos Group, que implementan los fabricantes de GPUs.
- OpenGL es una máquina de estados. Tenemos una colección de variables de estado a las que vamos cambiando su valor (el estado se conoce como OpenGL context), y se renderiza sobre el estado actual.

- No dispone de comandos de alto nivel para cargar imágenes o describir escenas 3D. Tampoco dispone de comandos para gestionar ventanas ni para interactuar con el usuario.
- Para la gestión de ventanas y E/S utilizamos la librería GLUT (OpenGL Utility ToolKit): básica y portable.
- Para las operaciones matemáticas utilizamos la librería GLM (OpenGL Mathematics): especializada para la programación gráfica.
- Utilizamos el entorno de desarrollo VS 2019 C++14 con FreeGLUT y GLM (plantilla: proyectosIGx64_VS2019_FG.zip).
- Otras utilidades: GL Image, GL Load, …

- Todos los comandos OpenGL comienzan con **gl**, y cada una de las palabras que componen el comando comienzan por letra mayúscula (*CamelCase*).

  glClearColor(....)

  glEnable(...)

- Las constantes (y variables de estado) se escriben en mayúsculas, y comienzan por GL. Cada una de las palabras que componen el identificador está separada de la anterior por _ (SNAKE_CASE).

  GL_DEPTH_TEST

  GL_COLOR_BUFFER_BIT

- Existen comandos en OpenGL que admiten distinto número y tipos de argumentos. Estos comandos terminan con el sufijo que indica el tipo de los mismos.

  glColor**4ub**(GLubyte red, …)   // 4 (RGBA) unsigned byte

  glColor**3d**(GLdouble red, …)   // 3 (RGB) double

  glColor**4fv**(GLfloat *)   // 4 (RGBA) float*

  4fv: indica que el parámetro es un puntero a un array de 4 float

  glLoadMatrix**f**(const GLfloat * m)

  glLoadMatrix**d**(const GLdouble * m)

  Matrix**f/d:** indica que los parámetros son punteros a un array de 4x4 float/double

Tipos básicos de OpenGL

- OpenGL trabaja internamente con tipos básicos específicos que son compatibles con los de C/C++.

Sufijo	Tipo OpenGL
b	GLbyte (entero de 8 bits)
ub	GLubyte (entero sin signo de 8 bits)
s	GLshort (entero con signo de 16 bits)
us	GLushort (entero sin signo de 16 bits)
i	GLint, Glsizei (entero de 32 bits)
ui	GLuint, GLenum (entero sin signo de 32 bits)
f	GLfloat, GLclampf (punto flotante de 32 bits)
d	GLdouble, Glclampd (punto flotante de 64 bits)

GLboolean (GL_TRUE / GL_FALSE)

- GLM ofrece tipos, clases y funciones compatibles con OpenGL, GLSL y C++.

  Define el espacio de nombres **glm** y tipos para vectores y matrices

  glm::vec2, glm::vec3, glm::vec4

  glm::dvec2, glm::ivec3, glm::uvec4, glm::bvec3

  glm::mat4, glm::dmat4, glm::mat3, glm::dmat3

- Para las coordenadas de los vértices de las primitivas gráficas usaremos vectores de glm::dvec3 (componentes: v.x, v.y, v.z)
- Para las componentes de los colores RGBA usaremos glm::dvec4 (componentes c.r, c.g, c.b, c[0], c[1], c[2])
- Para las matrices glm::dmat4 m: m[i] columna i-ésima (dvec4)
- Operaciones: *, +, ….

- El color de fondo de la ventana en la que deseamos dibujar podemos modificarlo utilizando el comando:

  glClearColor(GLfloat r, GLfloat g, GLfloat b, GLfloat alpha)

  Valores de los argumentos en [0,1].

  Por ejemplo color de fondo negro:

  glClearColor(0.0, 0.0, 0.0, 0.0); // valores por defecto

- Función display() de la ventana con doble buffer: Front y Back:

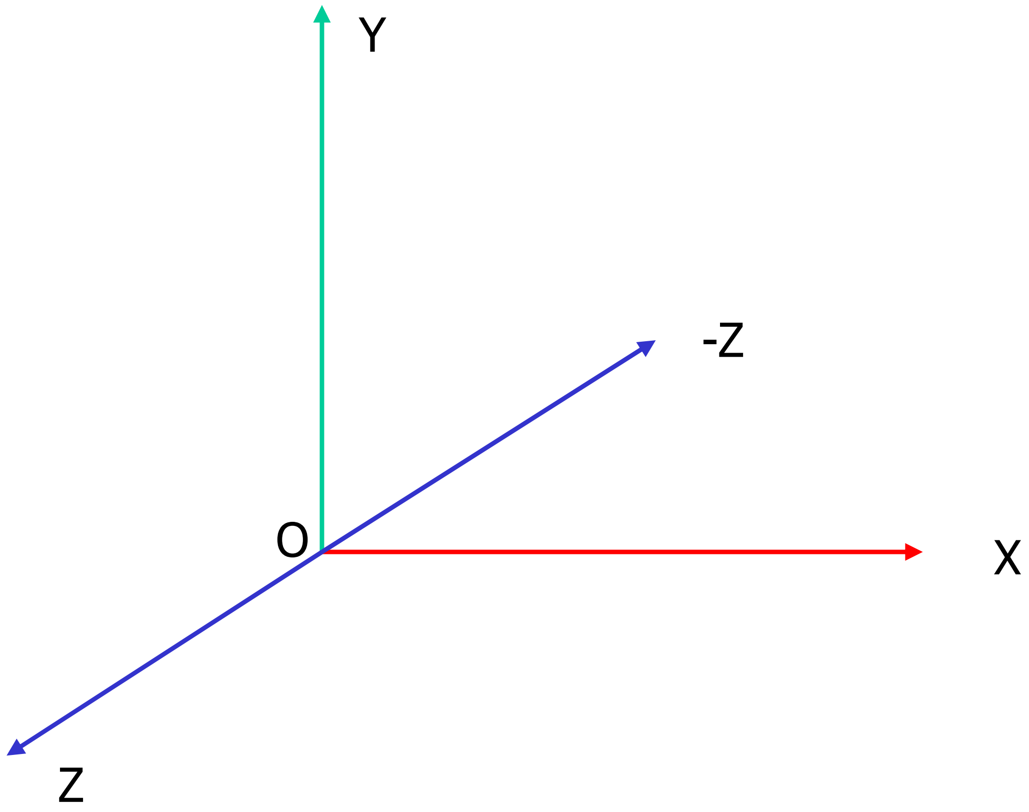
  glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT);

  // El BackColorBuffer queda del color establecido con glClearColor()

  scene.render(); // se dibujan los objetos en el BackColorBuffer

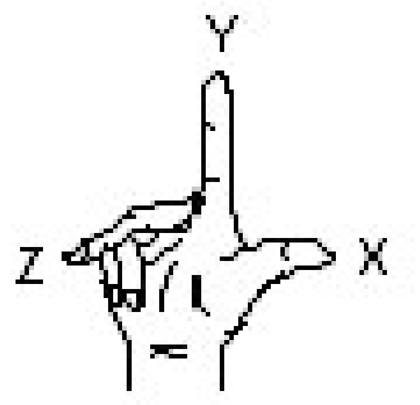
  glutSwapBuffers(); // se intercambian los buffers (Back/Front)

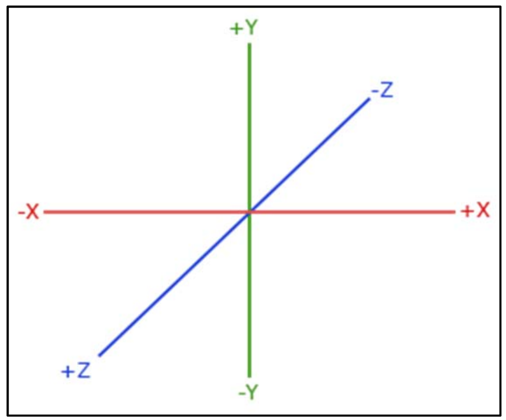
Sistema cartesiano: origen (O)
y tres ejes ortogonales: X, Y, Z



Right-handed system:

Right = X positivo
Up = Y positivo
Backwards = Z positivo
Forwards = Z negativo





- Por ejemplo, para definir las coordenadas de 4 vértices:

```
GLuint numVertices = 4;
std::vector<glm::dvec3> vertices .reserve(numVertices);
vertices.emplace_back(10.0, 0.0, 0.0);
vertices.emplace_back(0.0, 10.0, 0);
vertices.emplace_back(0.0, 0.0, 10.0);
vertices.emplace_back(0.0, 0.0, 0.0);
```

- Para dibujar puntos (mesh::render) utilizamos la primitiva GL_POINTS:

```
glEnableClientState(GL_VERTEX_ARRAY);
glVertexPointer(3, GL_DOUBLE, 0, vertices.data()); // dvec3
// nº y tipo de las componentes, paso entre valores, puntero al 1º elemento
glDrawArrays(GL_POINTS, 0, numVertices);
glDisableClientState(GL_VERTEX_ARRAY);
```

- ¿Color y grosor?: Los que estén establecidos en el momento de glDrawArrays(…). OpenGL es una máquina de estados.
- Para dibujar todos los puntos con un grosor y color determinado: glPointSize(GLfloat), glColor*(…)

```
glPointSize(3);
glColor3d(0.5, 1, 0.25);  // -> alpha =1 = opaco
mesh->render();
glPointSize(1);             // valores por defecto
glColor4d(1, 1, 1, 1);   // valores por defecto
```

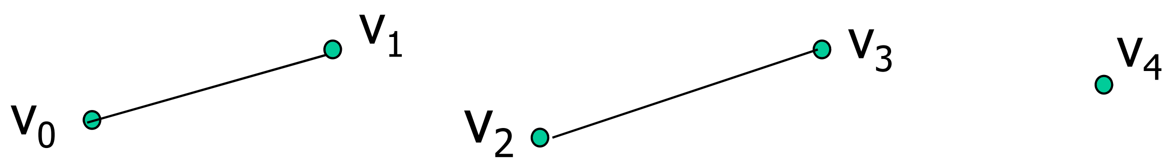
- Si utilizamos la constante GL_LINES:

  Para vertices = { $\mathbf{v_0}$, $\mathbf{v_1}$, $\mathbf{v_2}$, $\mathbf{v_3}$, ..., $\mathbf{v_{n-1}}$, $\mathbf{v_n}$ }

  ```
  glDrawArrays(GL_LINES, 0, numVertices);
  ```

  Dibuja las líneas $\mathbf{v_0 v_1}$, $\mathbf{v_2 v_3}$, ..., $\mathbf{v_{n-1} v_n}$.

  Si el número de vértices es impar, el último vértice se ignora.

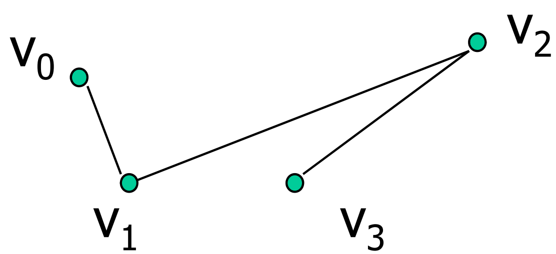


- Atributos de línea: glLineWidth(GLfloat), glColor*(…)

Para vertices = { $\mathbf{v_0}$, $\mathbf{v_1}$, $\mathbf{v_2}$, $\mathbf{v_3}$, ..., $\mathbf{v_{n-1}}$, $\mathbf{v_n}$ }

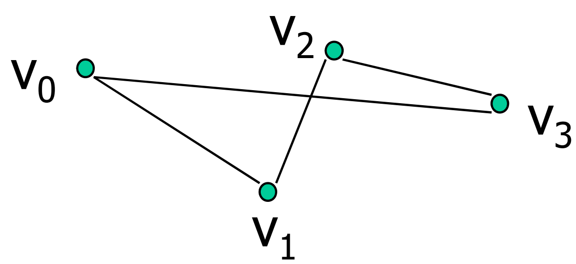
- Si utilizamos la constante GL_LINE_STRIP, las líneas se conectan, i.e., se dibujan las líneas $\mathbf{v_0v_1}$, $\mathbf{v_1v_2}$, $\mathbf{v_2v_3}$,..., $\mathbf{v_{n-1}v_n}$.

  Si el número de vértices es 1, no hace nada.



- Con la constante GL_LINE_LOOP la poli-línea se cierra.

  Es decir, se dibujan las líneas $\mathbf{v_0v_1}$, $\mathbf{v_1v_2}$,..., $\mathbf{v_{n-1}v_n}$, $\mathbf{v_nv_0}$.



- Si queremos que cada vértice tenga su propio color, tenemos que asociarlo en la malla.

  La dimensión del vector tiene que ser la misma que la de los vértices, y hay que activarlo de forma análoga al vector de vértices.

```
glEnableClientState(GL_COLOR_ARRAY);
glColorPointer(4, GL_DOUBLE, 0, colores.data()); // dvec4
// nº y tipo de las componentes, paso entre valores, puntero al 1º elemento
glEnableClientState(GL_VERTEX_ARRAY);
glVertexPointer(3, GL_DOUBLE, 0, vertices.data()); // dvec3
glDrawArrays(GL_POINTS, 0, numVertices);
glDisableClientState(GL_COLOR_ARRAY);
glDisableClientState(GL_VERTEX_ARRAY);
```

- La malla EjesRGB.

```
generaEjesRGB(GLdouble l);

int numVertices;
std::vector<glm::dvec3>
        vertices;
std::vector<glm::dvec4>
        colores;
```

Los vectores tienen que tener el mismo número de datos

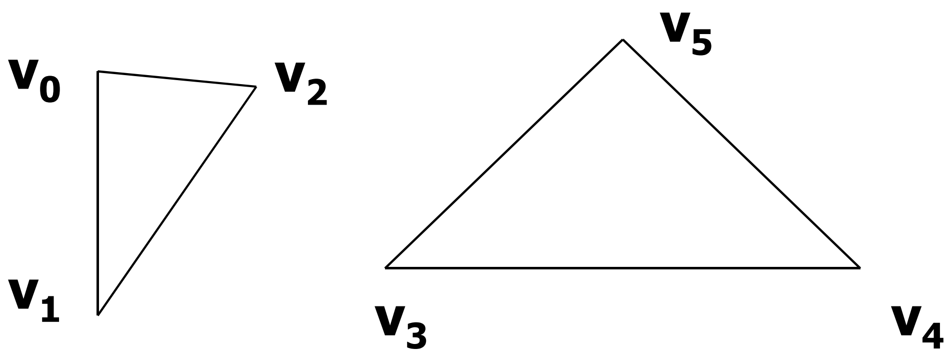
```
{
  numVertices = 6;
  vertices.reserve(numVertices);
    vertices.emplace_back(0, 0, 0);
    vertices.emplace_back(l, 0, 0);
    vertices.emplace_back(0, 0, 0);
    vertices.emplace_back(0, l, 0);
    vertices.emplace_back(0, 0, 0);
    vertices.emplace_back(0, 0, l);
  colors.reserve(numVertices);
    colores.emplace_back(1, 0, 0);
    colores.emplace_back(1, 0, 0);
    colores.emplace_back(0, 1, 0);
    colores.emplace_back(0, 1, 0);
    colores.emplace_back(0, 0, 1);
    colores.emplace_back(0, 0, 1);
}
```

- GL_TRIANGLES: vertices= { $\mathbf{v_0}$, $\mathbf{v_1}$, $\mathbf{v_2}$, $\mathbf{v_3}$, $\mathbf{v_4}$, $\mathbf{v_5}$ }

  glDrawArrays(GL_TRIANGLES, 0, numVertices);

  Dibuja triángulos independientes:

  $\mathbf{v_0\ v_1\ v_2,\quad v_3\ v_4\ v_5}$



- Los vértices de un triángulo $\mathbf{v_0v_1v_2}$ deben estar ordenados en sentido antihorario (Counter-Clock Wise). Determina la cara exterior.

  glPolygonMode(GLenum **face**, GLenum **mode**);

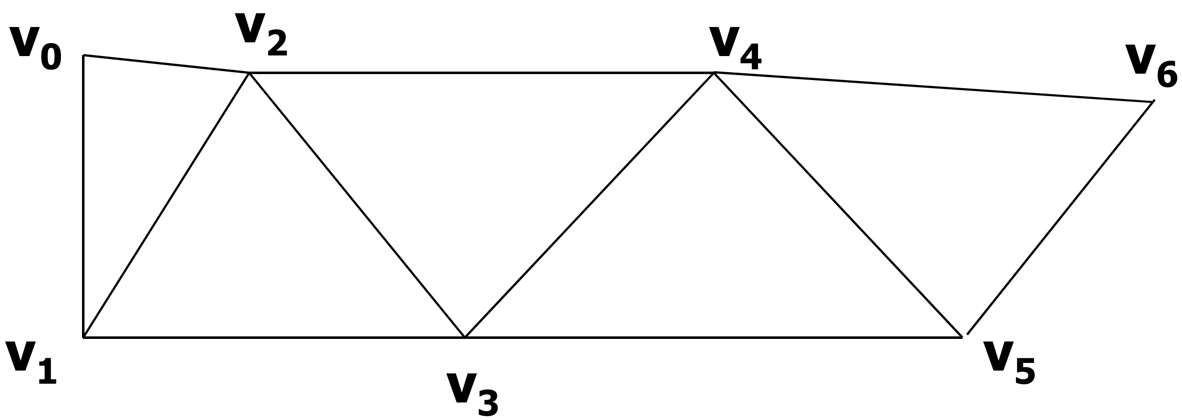
  Especifica el modo en el cuál se rasterizará el polígono.

  face puede ser: GL_FRONT_AND_BACK, GL_FRONT o GL_BACK

  mode puede ser: GL_FILL, GL_LINE o GL_POINT

- GL_TRIANGLE_STRIP: vertices = { v_0 , v_1 , v_2 , v_3 , v_4 , v_5 , v_6 }

  Dibuja los triángulos: $v_0v_1v_2$, $v_1v_2v_3$, $v_2v_3v_4$, $v_3v_4v_5$, $v_4v_5v_6$ uniformizando el sentido CCW con el del primer triángulo. Por tanto, dibuja los triángulos: $v_0v_1v_2$, $v_2v_1v_3$, $v_2v_3v_4$, $v_4v_3v_5$, $v_4v_5v_6$

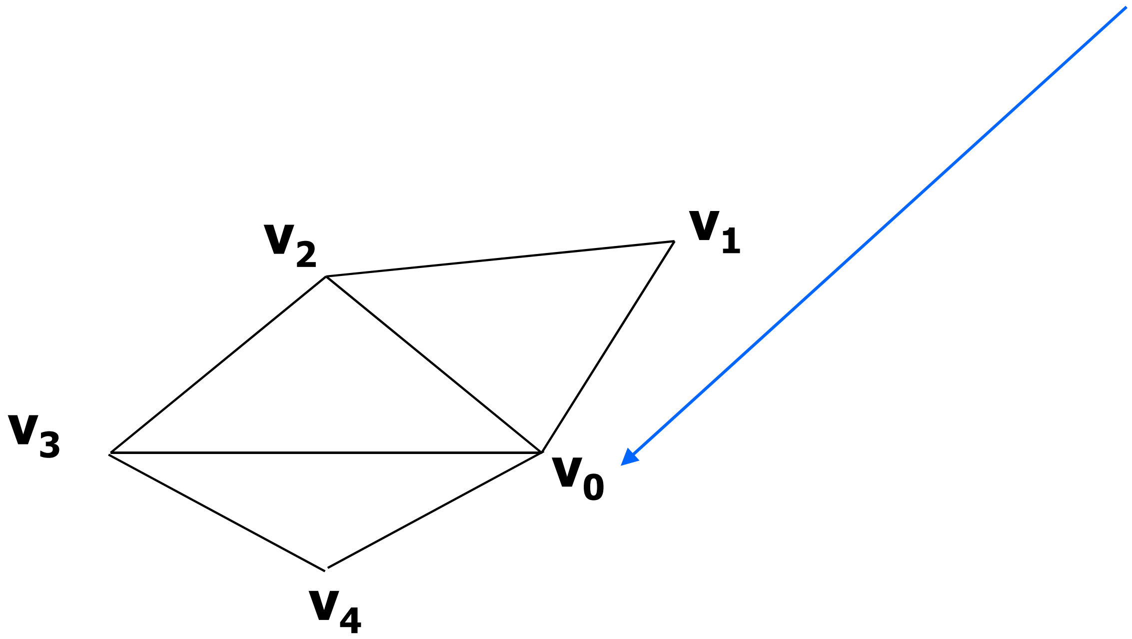


  El número de vértices tiene que ser al menos 3

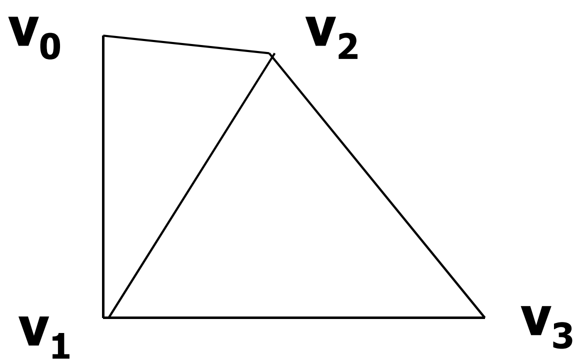
- GL_TRIANGLE_FAN: vertices = { $\mathbf{v_0}$, $\mathbf{v_1}$, $\mathbf{v_2}$, $\mathbf{v_3}$, $\mathbf{v_4}$ }

  Dibuja los triángulos $\mathbf{v_0v_1v_2}$, $\mathbf{v_0v_2v_3}$, $\mathbf{v_0v_3v_4}$

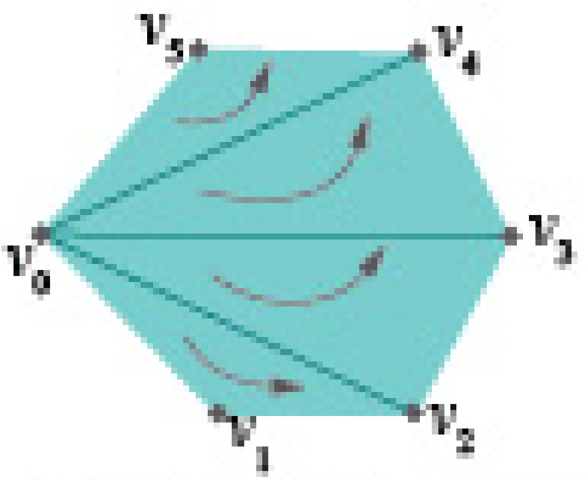
  Todos los triángulos comparten un vértice común: $\mathbf{v_0}$



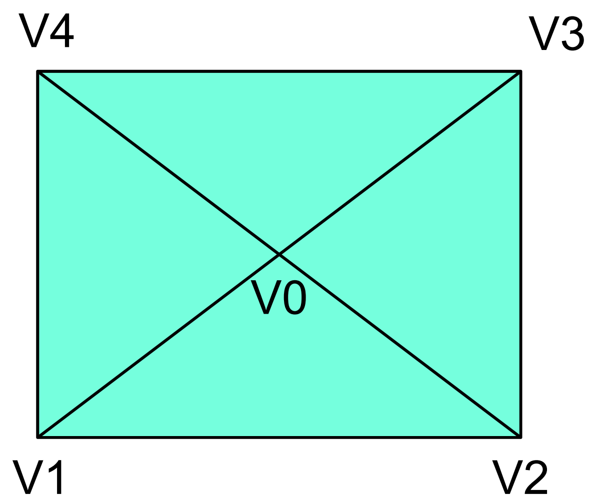
- Para cuadriláteros utilizamos GL_TRIANGLE_STRIP. Para los cuatro vértices del cuadrilátero $\mathbf{v_0 v_1 v_2 v_3}$, dados en el orden $\mathbf{v_0 v_1 v_2 v_3}$, dibuja el cuadrilátero con 2 triángulos: $\mathbf{v_0 v_1 v_3}$ y $\mathbf{v_2 v_1 v_3}$



- Para polígonos utilizamos GL_TRIANGLE_FAN con los vértices del polígono $\mathbf{v_0 v_1 v_2 v_3} \ldots \mathbf{v_n}$ en orden contrario a las agujas del reloj



GL_TRIANGLE_FAN



V0, V1, V2, V3, V4, V1

- Para colocar la cámara podemos establecer, en coordenadas cartesianas, un punto para su posición (eye), el punto al que mira (look) y la inclinación (upward):

```
glm::dvec3 eye, look, up;  // dos puntos y un vector
glm::dmat4 viewMat = glm::lookAt(eye, look, up);
```

  Define la matriz de vista (inversa de la matriz de modelado de la cámara).

- Para colocar la cámara en el eje Z, vertical, mirando al centro del sistema (proyección frontal):

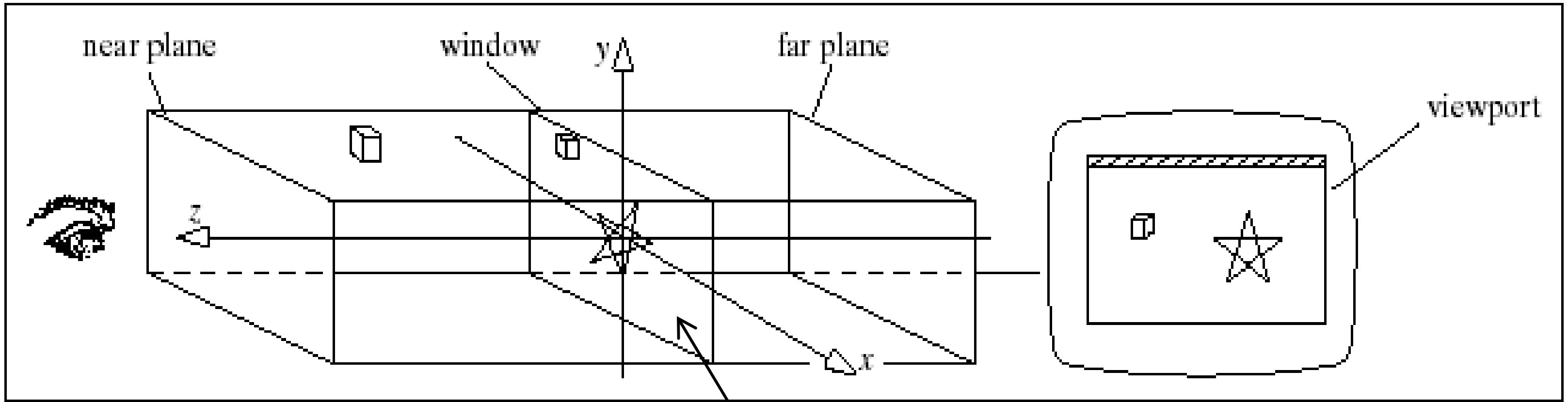
```
lookAt(dvec3(0,0,500), dvec3(0,0,0), dvec3(0,1,0));
```

- Para colocar la cámara vertical, mirando al centro del sistema, en las coordenadas 100 de los tres ejes (proyección isométrica):

```
lookAt(dvec3(100,100,100), dvec3(0,0,0), dvec3(0,1,0));
```

Volumen y ventana de vista

- El volumen de vista se establece con respecto a la cámara.



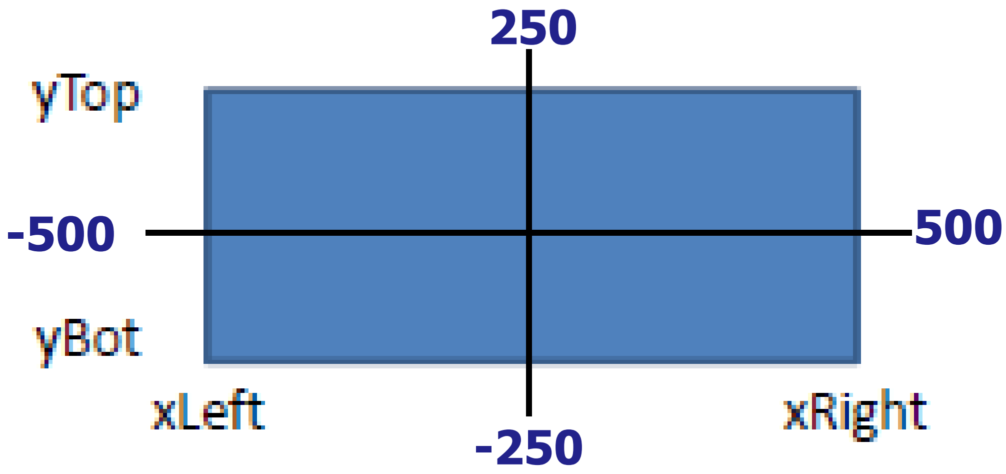
Proyección ortogonal

view window (plane)
plano de proyección

- En el puerto de vista se mostrarán los objetos que quedan dentro del volumen de vista una vez proyectados sobre el plano de vista.

- La ventana de vista (view window) es un rectángulo perpendicular a la dirección de vista de la cámara, que corresponde al rectángulo del plano de proyección de la escena que se muestra en el puerto de vista.
- Para fijar la ventana de vista se usan cuatro valores (GLdouble):

  xLeft = -500, xRight = 500, yBot = -250, yTop = 250



- Podemos colocar primitivas fuera del volumen de vista de la escena, aunque no se verán por completo (se eliminan o recortan).

- Para fijar la ventana de vista, establecemos la matriz de proyección del volumen de vista:

```
glMatrixMode(GL_PROJECTION);
glm::dmat4 projMat=glm::ortho(xLeft, xRight,
                              yBot, yTop,
                              zNear, zFar);
glLoadMatrixd(value_ptr(projMat));
```

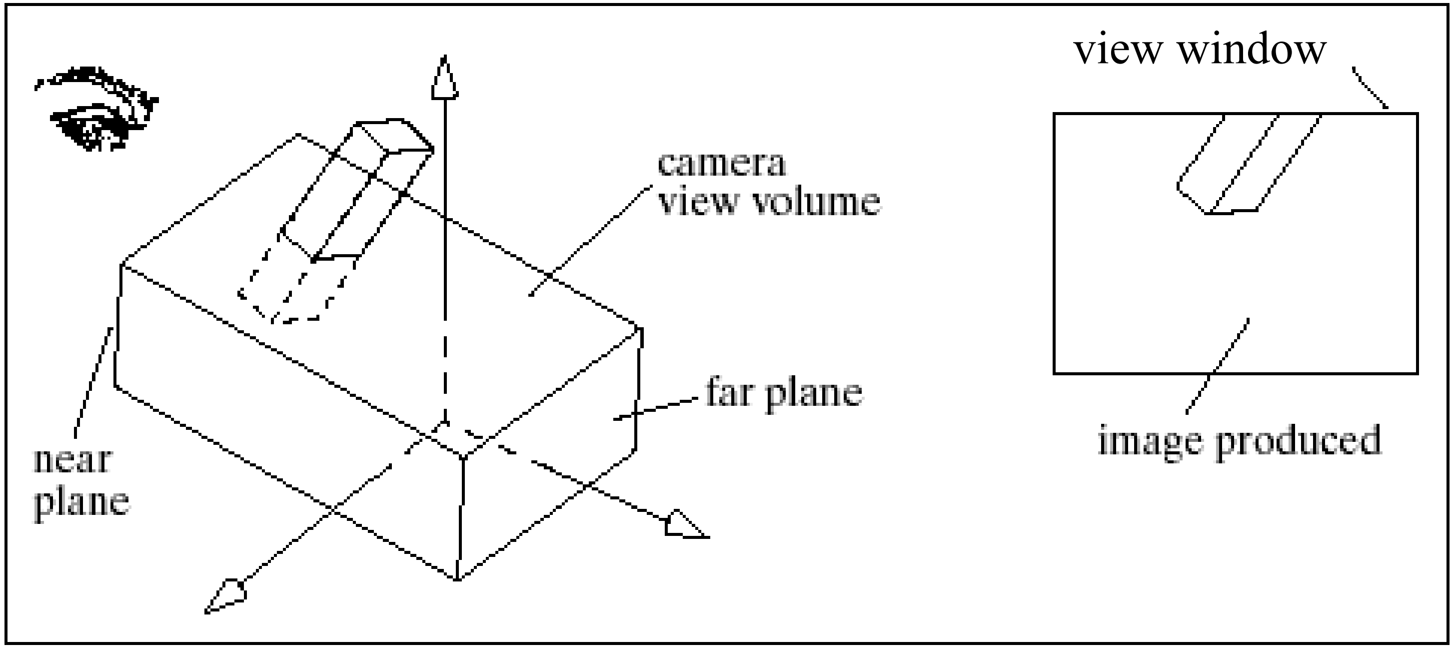
Con respecto a la cámara

- Para fijar la ventana de vista centrada en la posición de la cámara: xLeft = -xRight y yBot = -yTop

- zNear y zFar delimitan la profundidad del volume de vista, ambos valores son distancias a la cámara.

ortho(xLeft, xRight, yBot, yTop, zNear, zFar);

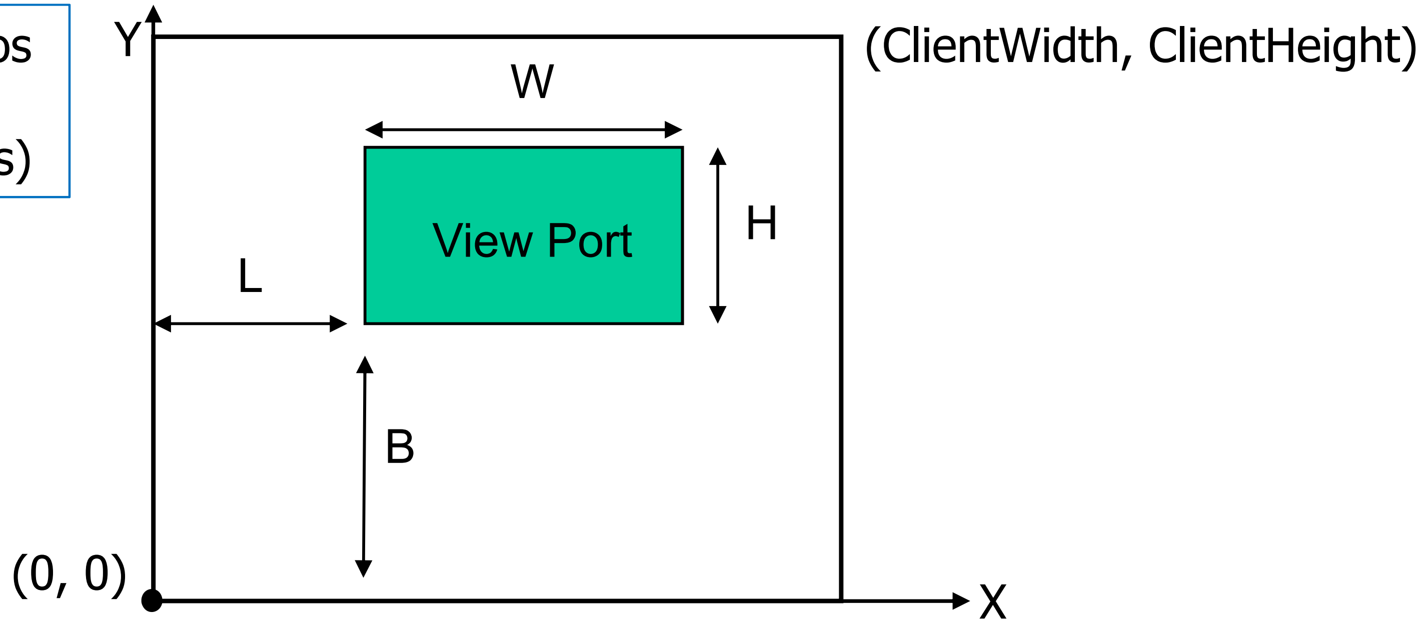
Con respecto a la cámara



- El puerto de vista es un rectángulo del área cliente de la ventana alineado con los ejes de la ventana. Para fijar el puerto de vista:

  glViewport(left, bottom, width, height);

Los parámetros son de tipo entero (píxeles)



- Puerto de vista ocupando toda el área cliente de la ventana:

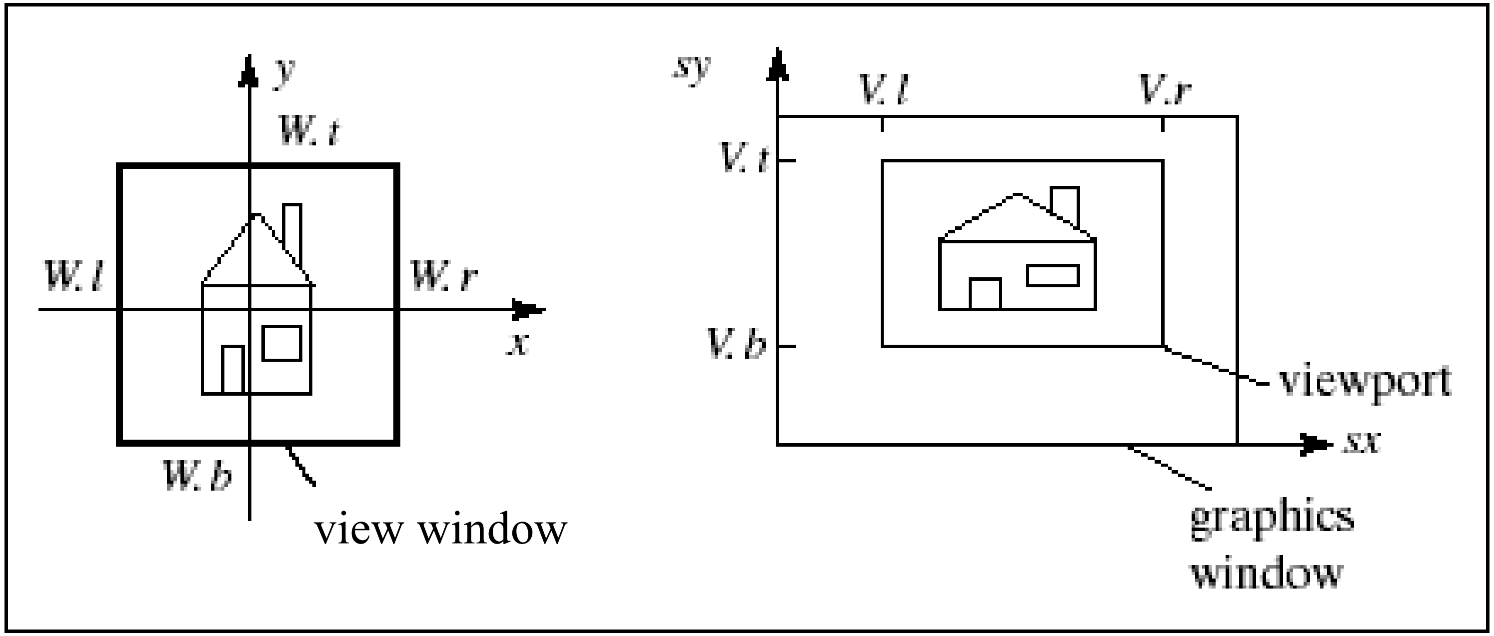
  glViewport(0, 0, ClientWidth, ClientHeight);

  Los parámetros son de tipo entero (en píxeles)

Relación entre la ventana de vista y el puerto de vista

- La relación entre el puerto de vista (view port) y la ventana de vista (view window) establece una escala y una traslación.

  Esta escala determina las unidades abstractas del plano de proyección.



Relación entre la ventana de vista y el puerto de vista

```
glm::ortho(xLeft, xRight, yBot, yTop, zNear, zFar);
glViewport(left, bottom, width, height);
```

- En una relación **1:1**, deben coincidir los anchos y los altos:

  xRight – xLeft = width

  yTop – yBot = height

  Para el caso de ventana centrada en la posición de la cámara:

  xLeft = -xRight   xRight = width/2.0

  yBot = -yTop   yTop = height/2.0

Relación entre la ventana de vista y el puerto de vista

- En una relación de **n:1** (**n** en Vp equivale a **1** en Vw) uniforme:

  xRight – xLeft = width / n

  yTop – yBot = height / n

  n>1 -> ampliación -> la ventana de vista es menor

  n<1 -> reducción -> la ventana de vista es mayor

  Para el caso de ventana centrada en la posición de la cámara:

  xLeft = -xRight   xRight = width/(2.0 * n)

  yBot = -yTop   yTop = height/(2.0 * n)

Matriz del marco cartesiano

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} X & Y & Z & O \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

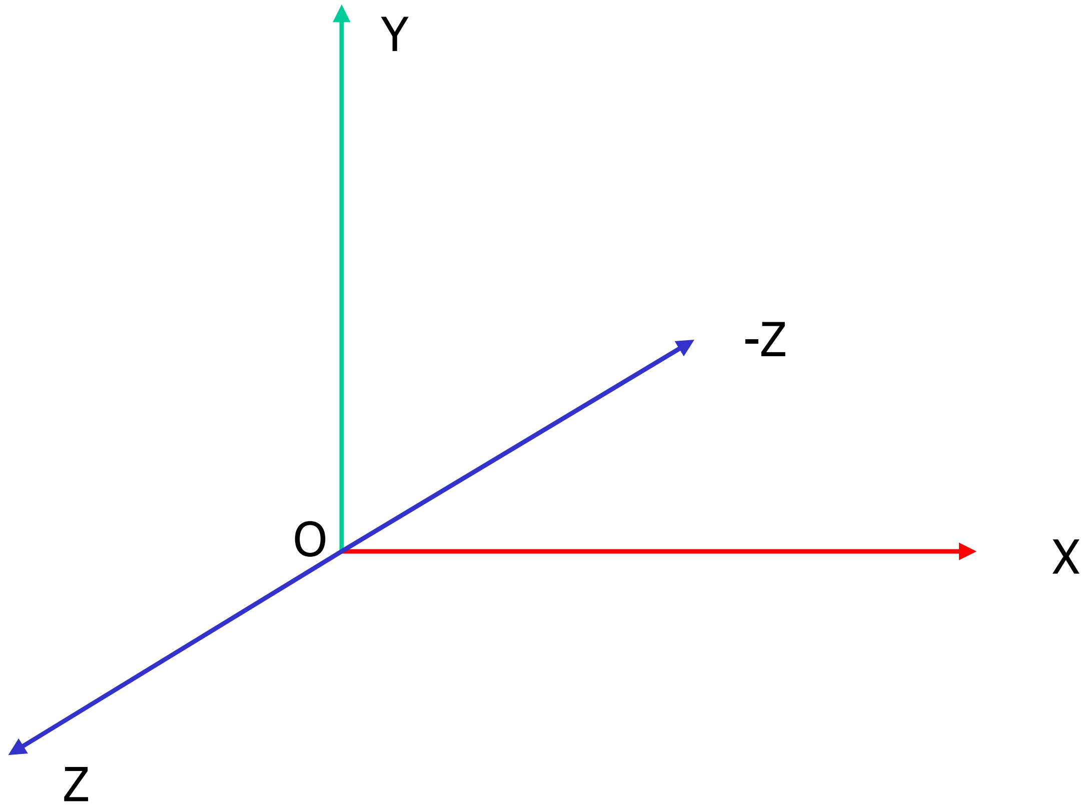
Matriz identidad

Matrices 4x4 que se aplican a puntos y vectores en coordenadas homogéneas:

(x, y, z, w)

w = 1 -> punto

w = 0 -> vector



En openGL las matrices son 4x4 column-major

- Traslaciones, rotaciones y escalas

  Se expresan mediante matrices 4x4 que representan un marco de coordenadas.

$$\begin{pmatrix} Ax & Bx & Cx & Ox \\ Ay & By & Cy & Oy \\ Az & Bz & Cz & Oz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- La escala puede deformar el objeto. Las traslaciones cambian la posición del objeto y las rotaciones la orientación, sin deformar el objeto (transformaciones rígidas).
- Las transformaciones se pueden componer multiplicando las matrices. El producto de matrices es asociativo pero no conmutativo:

  (M1 * M2) * V = M1 * (M2 * V)   M1 * M2 != M2 * M1

- Dada una matriz de transformación afín (marco de coordenadas), un punto P=(p1, p2, p3, 1) o un vector V=(v1, v2, v3, 0), en coordenadas homogéneas.
  Las coordenadas transformadas de P y V se obtienen:

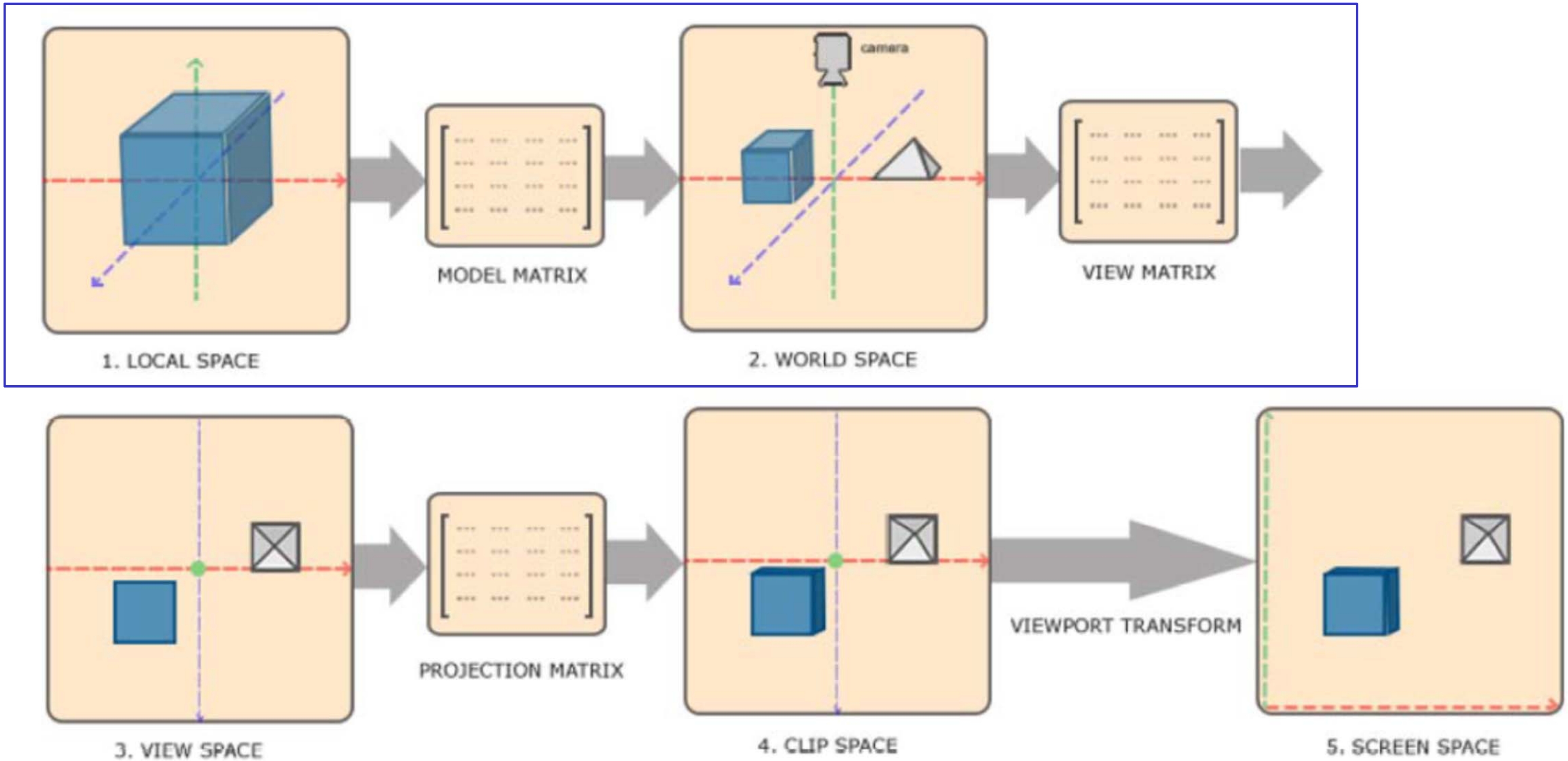
$$\begin{pmatrix} Ax & Bx & Cx & Ox \\ Ay & By & Cy & Oy \\ Az & Bz & Cz & Oz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 Ax + p_2 Bx + p_3 Cx + Ox \\ p_1 Ay + p_2 By + p_3 Cy + Oy \\ p_1 Az + p_2 Bz + p_3 Cz + Oz \\ 1 \end{pmatrix} = O + p_1 A + p_2 B + p_3 C$$

$\boxed{\text{punto}}$

$$\begin{pmatrix} Ax & Bx & Cx & Ox \\ Ay & By & Cy & Oy \\ Az & Bz & Cz & Oz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 Ax + v_2 Bx + v_3 Cx \\ v_1 Ay + v_2 By + v_3 Cy \\ v_1 Az + v_2 Bz + v_3 Cz \\ 0 \end{pmatrix} = v_1 A + v_2 B + v_3 C$$

$\boxed{\text{vector}}$

ModelView MATRIX = VIEW MATRIX * MODEL MATRIX

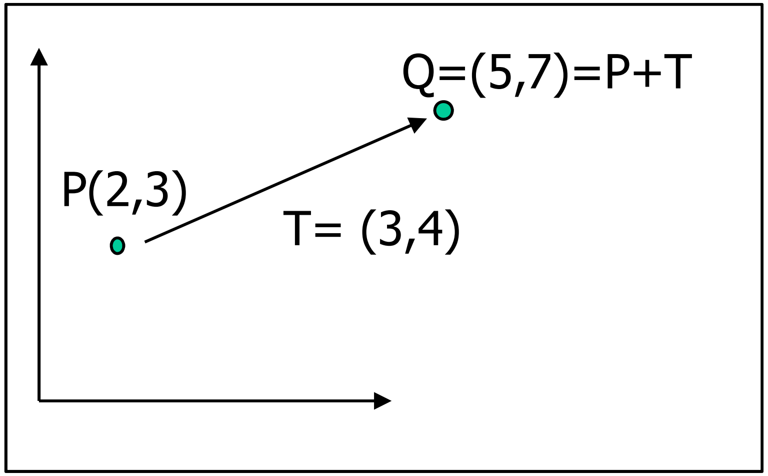


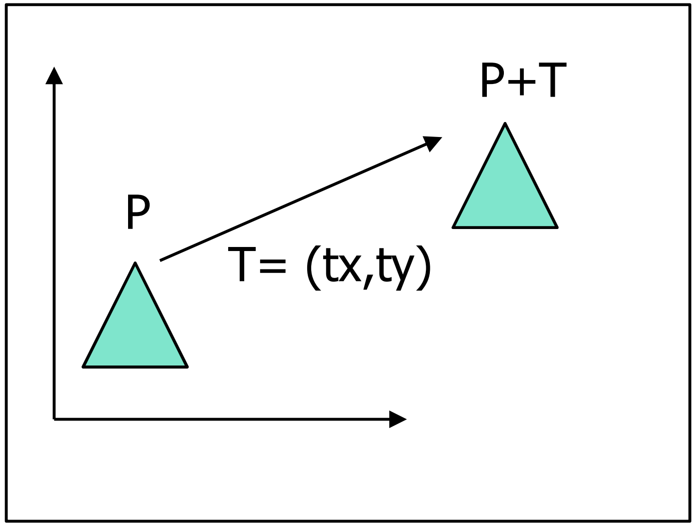
- Traslación con vector (tx, ty, tz):

Coordenadas de un punto P

$$\begin{pmatrix} Qx \\ Qy \\ Qz \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & tx \\ 0 & 1 & 0 & ty \\ 0 & 0 & 1 & tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Px \\ Py \\ Pz \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Px+tx \\ Py+ty \\ Pz+tz \\ 1 \end{pmatrix}$$

Coordenadas del punto P una vez trasladado





Transformaciones afines con GLM

- glm::mat4 m = glm::translate(mat4, vec3);

mT = translate (dmat4(1), dvec3(tx, ty, tz));

$$mT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & tx \\ 0 & 1 & 0 & ty \\ 0 & 0 & 1 & tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Composición:

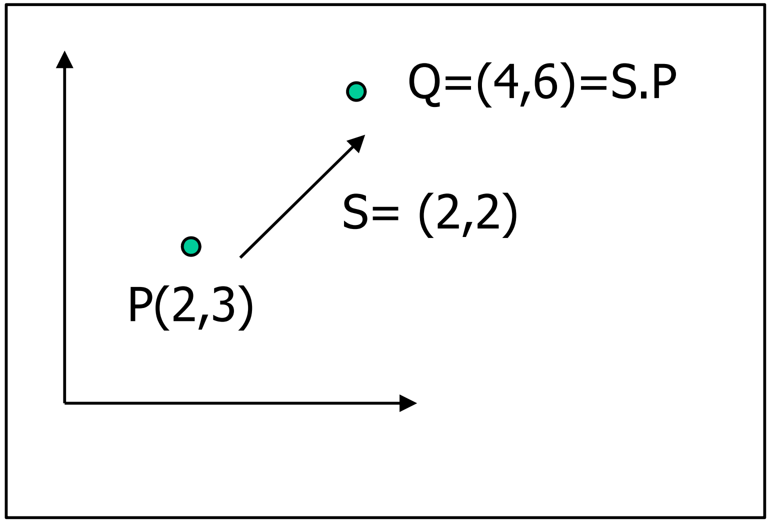
m = translate(mat, dvec3(tx, ty, tz)); $\longrightarrow$ m = mat * mT

Escala con factor S=(sx, sy, sz):

Coordenadas de un punto P

$$\begin{pmatrix} Qx \\ Qy \\ Qz \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Px \\ Py \\ Pz \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} sxPx \\ syPy \\ szPz \\ 1 \end{pmatrix}$$

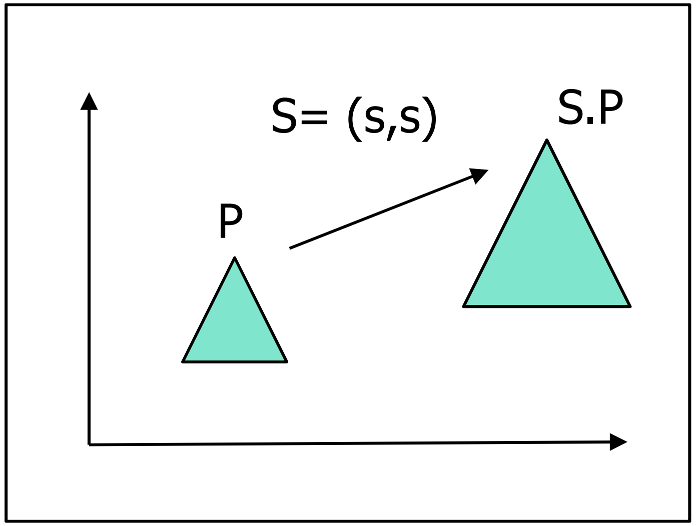
Coordenadas del punto P una vez escalado

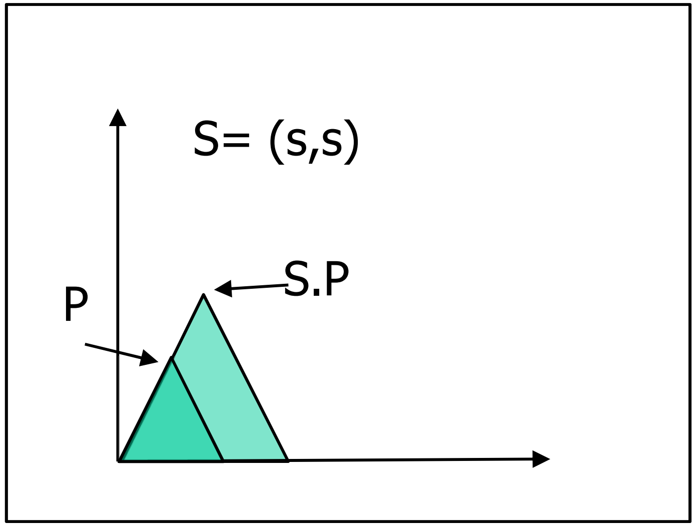


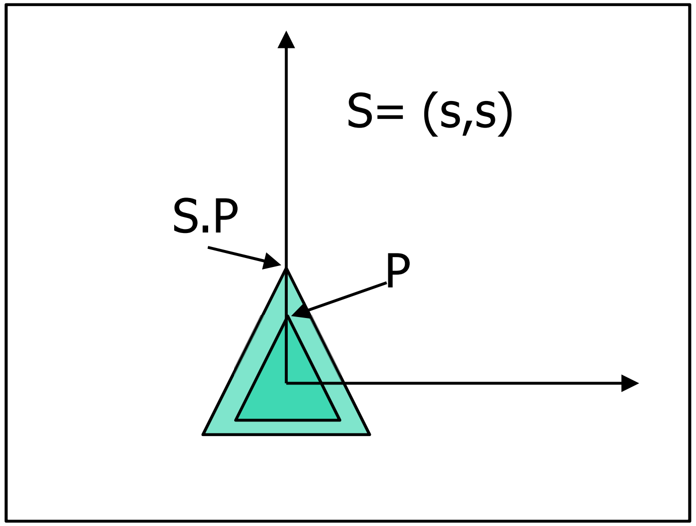
La escala es uniforme si

sx=sy=sz

- **Escala** con **factor S=(s, s, s)**:







- glm::mat4 m = glm::scale(mat4, vec3);

mS = scale(dmat4(1), dvec3(sx, sy, sz));

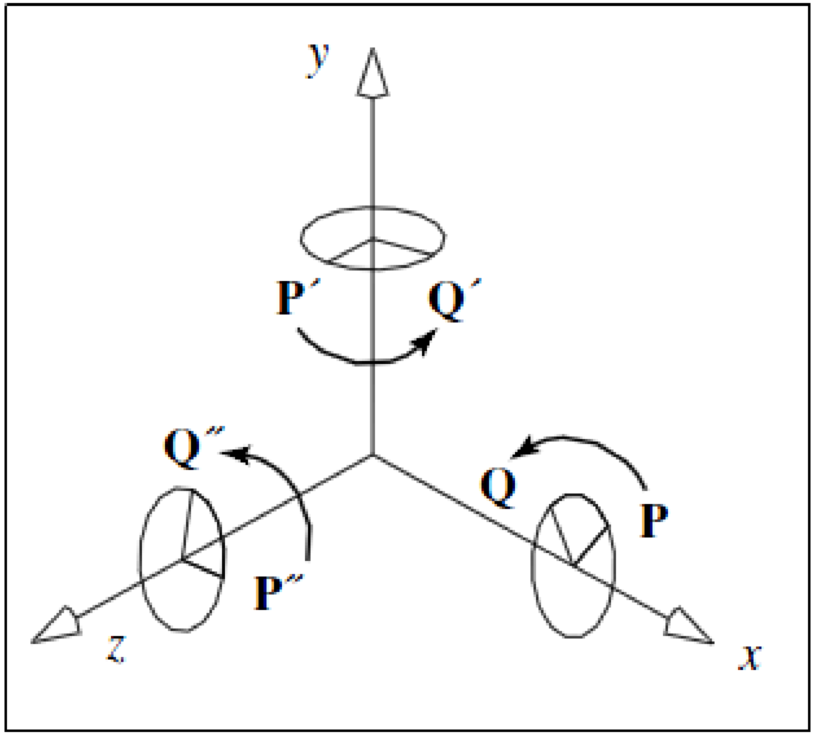
$$mS = \begin{pmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Composición:

m = scale(mat, dvec3(sx, sy, sz)); $\longrightarrow$ m = mat * mS

- Rotaciones elementales sobre los ejes:

```
glm::mat4 m = glm::rotate(mat4, ß, vec3); // ß en radianes
```



ángulo positivo -> giro CCW (antihorario)

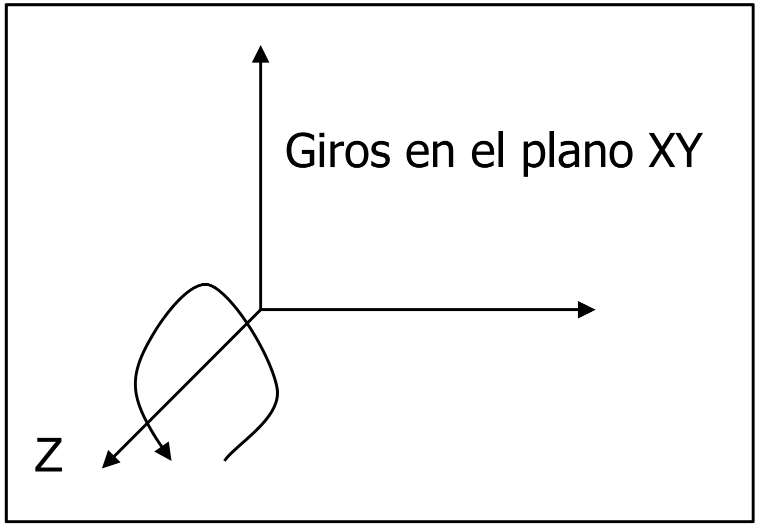
Rotación sobre el eje Z (Z-Roll)

- Una rotación sobre el eje Z de θ radianes:

Coordenadas de un punto P

$$\begin{pmatrix} Qx \\ Qy \\ Qz \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Px \\ Py \\ Pz \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta)Px - \sin(\theta)Py \\ \sin(\theta)Px + \cos(\theta)Py \\ Pz \\ 1 \end{pmatrix}$$

Coordenadas del punto P una vez rotado



ángulo positivo -> giro CCW
(antihorario)

- glm::mat4 m = glm::rotate(mat4, ß, vec3); // ß en radianes

Z-Roll: m = rotate(mat4, ß, dvec3(0, 0, 1));

mR = rotate(dmat4(1), ß, dvec3(0, 0, 1)); $\longrightarrow$ $\begin{pmatrix} \cos\beta & -sen\beta & 0 & 0 \\ sen\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

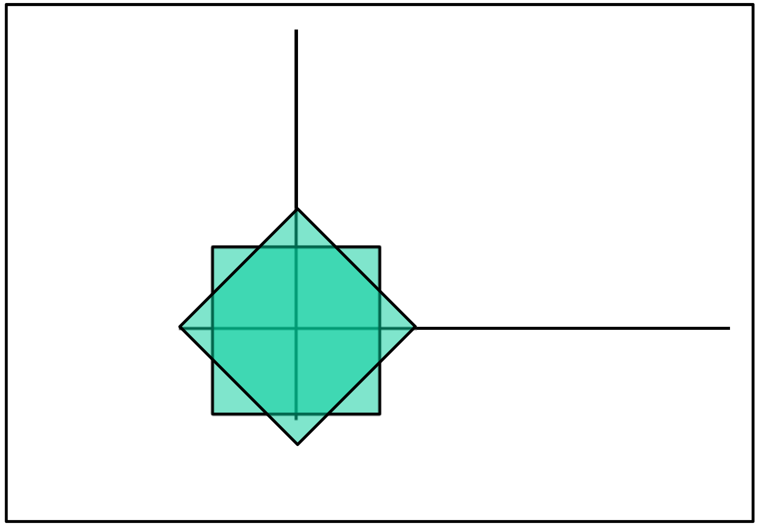
Y-Roll: m = rotate(mat4, ß, dvec3(0, 1, 0));

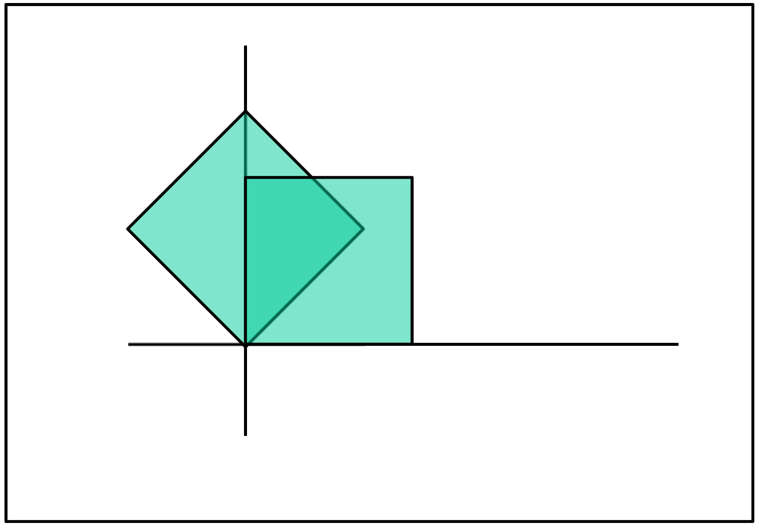
mY = rotate(dmat4(1), ß, dvec3(0, 1, 0)); $\longrightarrow$ $\begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & sen\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sen\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

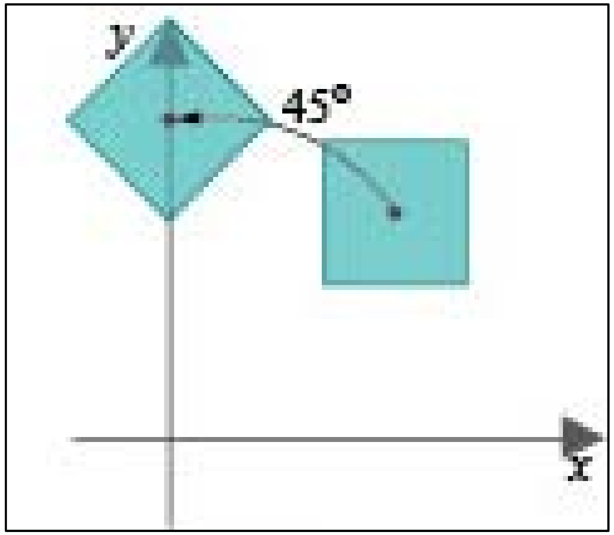
X-Roll: m = rotate(mat4, ß, dvec3(1, 0, 0));

mP = rotate(dmat4(1), ß, dvec3(1, 0, 0)); $\longrightarrow$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -sen\beta & 0 \\ 0 & sen\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- Una rotación sobre el eje Z de 45 grados :







- En OpenGL (GLM) las transformaciones se componen postmultiplicando las matrices:

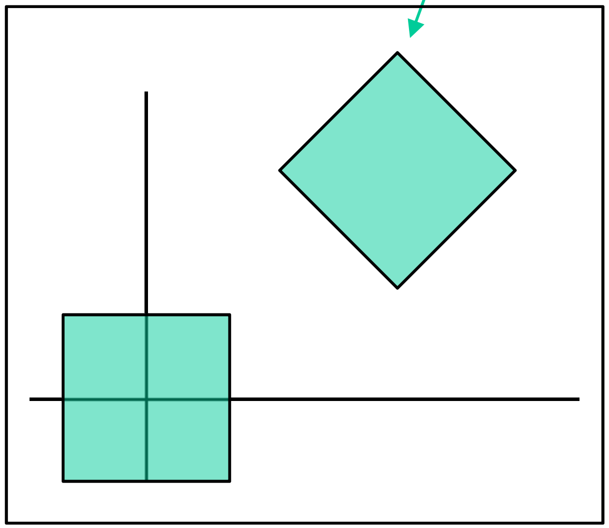
  mr = transformar(m, ...); -> mr = m * mT

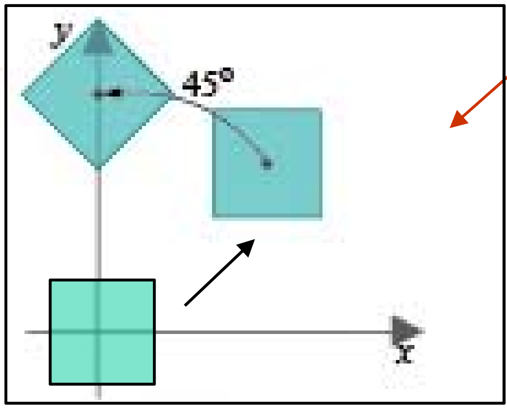
  Al aplicar mr a un vértice: mr * P = (m * mT) * P = m * (mT * P)

  Ejemplo:

  Tenemos un cuadrado centrado y alineado con los ejes, y queremos situarlo en el punto (7.5, 7.5, 0) girado 45 grados sobre su centro

```
m = rotate(mI, radians(45.0), dvec3(0,0,1));
m = translate(m, dvec3(7.5,7.5,0));
m = mI * mR * mT
```





CUIDADO!!!

- En OpenGL (GLM) las transformaciones se componen postmultiplicando las matrices:

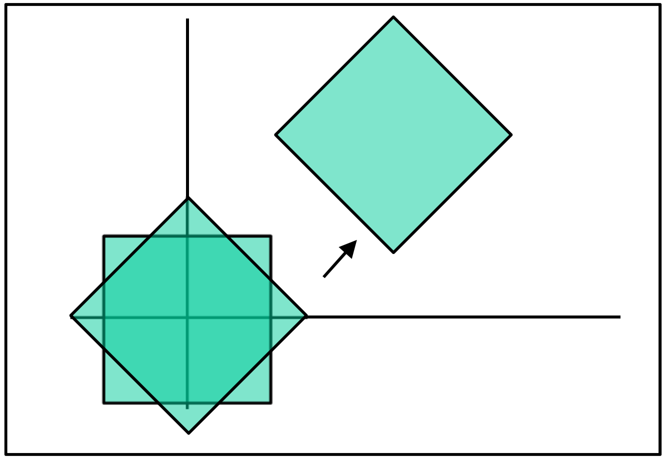
  mr = transformar(m, ...); -> mr = m * mT

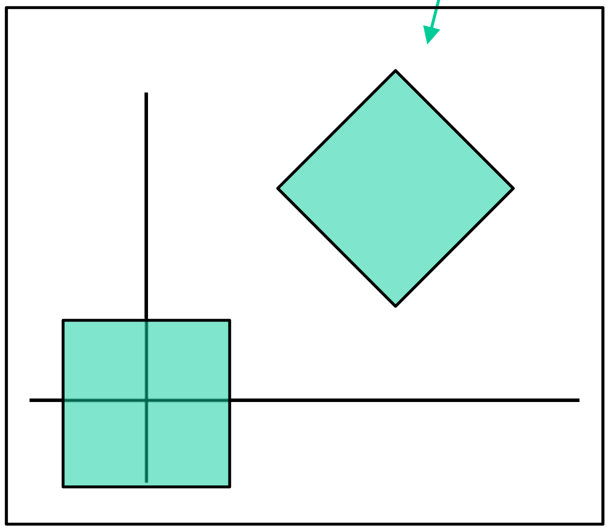
  Al aplicar mr a un vértice: mr * P = (m * mT) * P = m * (mT * P)

  Ejemplo:

  Tenemos un cuadrado centrado y alineado con los ejes, y queremos situarlo en el punto (7.5, 7.5, 0) girado 45 grados sobre su centro

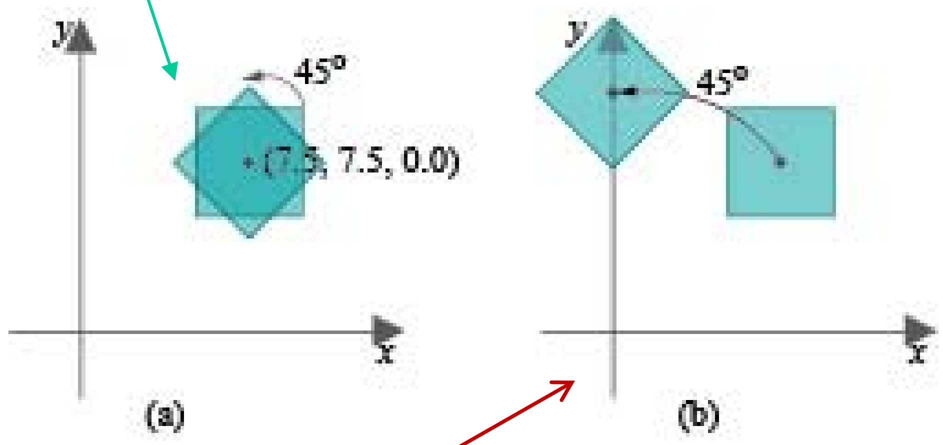
```
m = translate(mI, dvec3(7.5,7.5,0));
m = rotate(m, radians(45.0), dvec3(0,0,1));
m = mI * mT * mR
```





- Ejemplo: Tenemos un cuadrado alineado con los ejes con centro en (7.5, 7.5, 0.0)

Queremos rotarlo 45 grados sobre su centro (a):

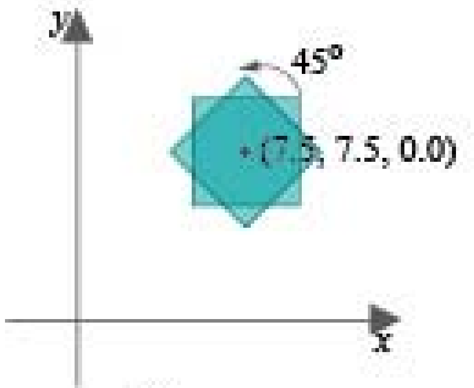


m = rotate(mI, radians(45.0), dvec3(0,0,1));
m = mI * mR

CUIDADO!!!

- Ejemplo: Tenemos un cuadrado alineado con los ejes con centro en (7.5, 7.5, 0.0)

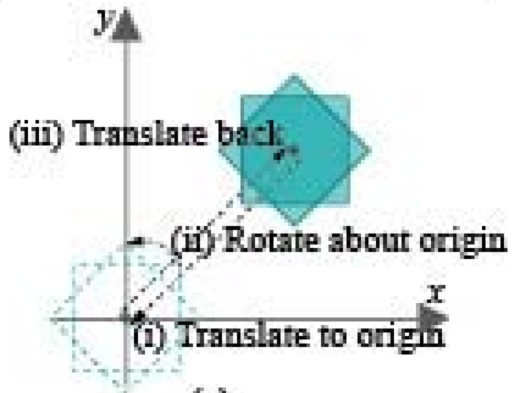
  Queremos rotarlo 45 grados sobre su centro (a):



(a)

```
m = translate(mI, dvec3(7.5,7.5,0));
m = rotate(m, radians(45.0), dvec3(0,0,1));
m = translate(m, dvec3(-7.5,-7.5,0));
```

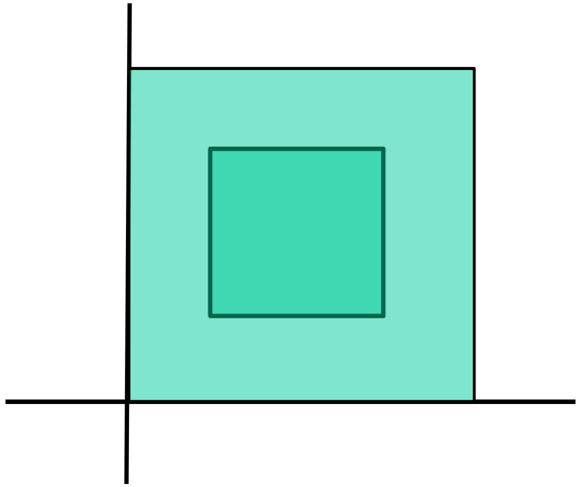
$m = mI * mT * mR * mT^{-1}$



(c)

- Ejemplo: Tenemos un cuadrado alineado con los ejes con centro en (cx, cy, 0.0).

  Queremos escalarlo sobre su centro (sin modificar el centro)



```
m = scale(mI, dvec3(2,2,2));
```

$m = mI * mS$

CUIDADO!!!

```
m = translate(mI, dvec3(cx,cy,0));
m = scale(m, dvec3(2,2,2));
m = translate(m, dvec3(-cx,-cy,0));
```

$m = mI * mT * mS * mT^{-1}$

- Las rotaciones, escalas y traslaciones son matrices de la forma:

$$F = \left(\begin{array}{c|c} M & T \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & T_x \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & T_y \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

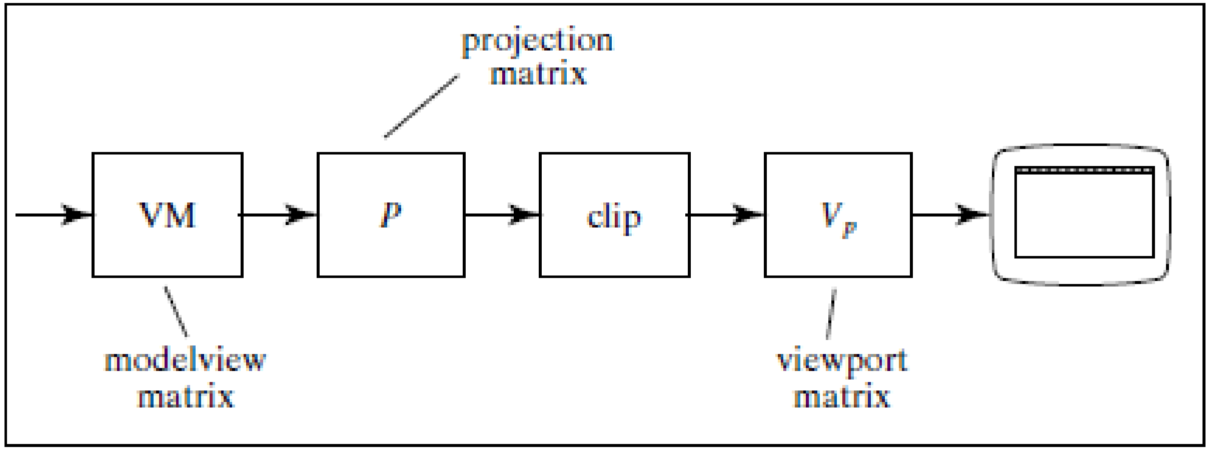
donde T=(Tx, Ty, Tz) es un vector de traslación.

- La transformación inversa es:

$$F^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} M^{-1} & -M^{-1}T \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right)$$

Si M (3x3) es ortonormal (vectores ortogonales y de magnitud 1), entonces: $M^{-1} = M^{T}$.

- Las matrices son transformaciones que se aplican a las coordenadas de los vértices
- Matrices: GL_MODELVIEW, GL_PROJECTION y Viewport



Son matrices 4x4 que se aplican a puntos y vectores en coordenadas homogéneas: (x, y, z, w)

w determina si las coordenadas (x, y, z) corresponden a un punto (w=1) o a un vector (w=0)