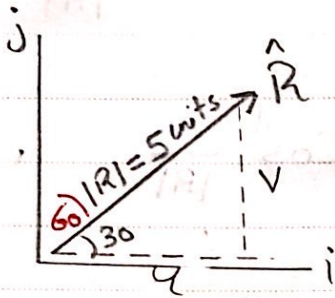


المتجهات Vectors

- الكمية القياسية: له مقدار وليس له اتجاه مثل: الكتلة - الزمن - درجة الحرارة
- الكمية المتجهة: له مقدار واتجاه مثل: السرعة - العجلة - القوة

متجه في اتجاهه (1)
رمز متجه (\vec{a})



$$\cos 30 = \frac{u(\text{المجاور})}{|R|(\text{الوتر})} \quad \text{و} \quad u = \cos 30 \times 5$$

$$\sin 30 = \frac{v(\text{المقابل})}{|R|(\text{الوتر})} \quad \text{و} \quad v = \sin 30 \times 5$$

$$\cos 60 = \frac{v}{|R|}$$

$$\vec{R} = 5 \cos 30 \hat{i} + 5 \sin 30 \hat{j}$$

(اتجاه المتجه) (حسب الإشارة اتجاه الـ v)

$$\vec{R} = u\hat{i} + v\hat{j}$$

$$|R| = \sqrt{u^2 + v^2}$$

(مقدار المتجه)

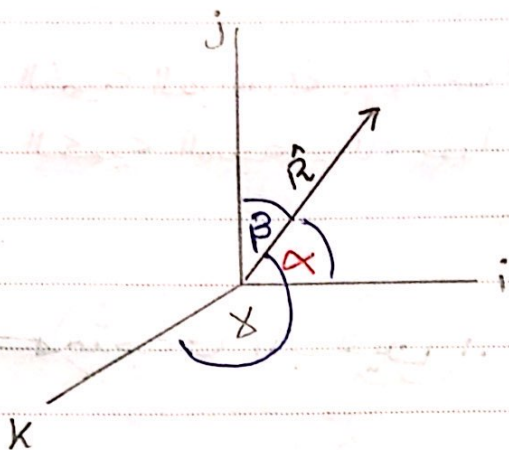
* بعض الحالات:

$$\vec{R} = 5\hat{i}$$

$$\vec{R} = 5\hat{j}$$

$$\vec{R} = -5\hat{j}$$

متجه في ثلاث اتجاهات



$$\hat{R} = ui + vj + wk$$

$$|R| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

• $\alpha \rightarrow$ ما بين المتجه والـ i

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{u}{|R|}$$

• $\beta \rightarrow$ ما بين المتجه والـ j

$$\beta = \cos^{-1} \frac{v}{|R|}$$

• $\gamma \rightarrow$ ما بين المتجه والـ k

$$\gamma = \cos^{-1} \frac{w}{|R|}$$

مثال: $\hat{R} = 2i - 3j + 4k$ ، حدد مقدار المتجه واتجاهه (الحل)

$$|R| = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (4)^2} = \sqrt{29}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{2}{\sqrt{29}}$$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{-3}{\sqrt{29}}$$

$$\gamma = \cos^{-1} \frac{4}{\sqrt{29}}$$

← جمع وطرح المتجهات :-

$$\begin{aligned} * \hat{R}_1 + \hat{R}_2 &= (u_1 + u_2)i + (v_1 + v_2)j + (w_1 + w_2)k \\ * \hat{R}_1 - \hat{R}_2 &= (u_1 - u_2)i + (v_1 - v_2)j + (w_1 - w_2)k \end{aligned}$$

← تطبيقات الجمع والطرح :-

١- ايجاد محصلة القوى ٢- ايجاد توازن القوى ٣- ايجاد السرعة النسبية او الفراغية

□ توازن القوى $\hat{R}_3 + \hat{R}_1 + \hat{R}_2 + \dots = 0$:-

$$\hat{R}_3 = -(\hat{R}_1 + \hat{R}_2 + \dots)$$

□ محصلة القوى :-

$$\hat{R}_T = \hat{R}_1 + \hat{R}_2 + \dots$$

نجد أن $\hat{R}_3 = -\hat{R}_T$ والعكس

* مثال :- $\hat{R}_2 = -i + 2j + 3k$, $\hat{R}_1 = 2i + 3j - 4k$

اوجد الجمع والطرح للمتجهين و اوجد المحصلة وتوازن القوى (الحل)

$$\hat{R}_1 + \hat{R}_2 = (2-1)i + (3+2)j + (-4-3)k = i + 5j - 7k$$

$$\hat{R}_1 - \hat{R}_2 = (2+1)i + (3-2)j + (-4-3)k = 3i + j - 7k$$

المحصلة $\hat{R}_T = \hat{R}_1 + \hat{R}_2 = i + 5j - 7k$

توازن القوى $\hat{R}_3 = -(\hat{R}_1 + \hat{R}_2) = -i - 5j + 7k$

□ السرعة النسبية او الفراغية :-

لنأخذ
الديجاء

$$\begin{aligned} \hat{V}_{1-2} &= \hat{V}_1 - \hat{V}_2 \\ \hat{V}_{2-1} &= \hat{V}_2 - \hat{V}_1 \end{aligned}$$

$\hat{V}_{1-2} = \hat{V}_1 + \hat{V}_2$
 $(v_1 - (-v_2))$
 $\hat{V}_{2-1} = \hat{V}_2 + \hat{V}_1$
 $(v_2 - (-v_1))$

الآن نجد ان هذه هي
المحصلة

*** مثال ٢ :** $\hat{V}_1 = 5i + 7j - 9k$, $\hat{V}_2 = 3i - 4j$,
 اوجد مقدار السرعة واتجاهه واوجد السرعة النسبيه اذا كان الاتجاهين عكس بعضهما
 (الحل)

$$V_{1-2} = V_1 + V_2 = 8i + 3j - 9k$$

$$|\hat{V}| = \sqrt{(8)^2 + (3)^2 + (-9)^2} = \sqrt{154}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{8}{\sqrt{154}}, \quad \beta = \frac{3}{\sqrt{154}}, \quad \gamma = \frac{-9}{\sqrt{154}}$$

$$V_{2-1} = V_2 + V_1 = 8i + 3j - 9k$$

اوجد السرعة النسبيه اذا كانا في نفس الاتجاه

$$V_{1-2} = V_1 - V_2 = 2i + 11j - 9k$$

$$V_{2-1} = V_2 - V_1 = -2i - 11j + 9k$$

ضرب المتجهات :-

- ١- الضرب في الكمية القياسية (متجه) (كمية قياسية) = متجه
- ٢- الضرب بالنقطة متجه • متجه = كمية قياسية
- ٣- الضرب بالمتقاطع او العمودي متجه \times متجه = متجه

١٧ الضرب في الكمية القياسية :-

$$\hat{F} = m\hat{a}$$

من تطبيقاته ايجاد القوة

*** مثال ١ :-** تتحرك كتله مقدارها ١٥ كج بمسار $\hat{s} = 5i + 4j + (6 - 3t^2)k$ اوجد القوة

(الحل)

$$F = m(\hat{a})?$$

$$\hat{v} = \frac{d\hat{s}}{dt} = -6T k, \quad \hat{a} = \frac{dv^2}{dt} = -6k$$

$$\hat{F} = (15) \times (-6k) = -60k$$

١٢٦ ضرب بالنقطة :

$$* \hat{R}_1 \cdot \hat{R}_2 = u_1 u_2 + v_1 v_2 + w_1 w_2$$

$$= |R_1| |R_2| \cos \theta$$

$$* \cos \theta = \frac{R_1 \cdot R_2}{|R_1| |R_2|}$$

ملاحظات : إيجاد الشغل والتصرف و الزاوية بين المتجهين

١٢٧ ضرب المتقاطع :

$$* \hat{R}_1 \times \hat{R}_2 = |R_1| |R_2| \sin \theta$$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{vmatrix}$$

ملاحظات : إيجاد المساحة في الفراغ وحساب العزم

* الحل على ضرب بالنقطة والضرب المتقاطع الحاضرة القادمة