المحاضـــــــرة الثانية

الحركة المجردة أو الحركة الكيناماتيكية

الفرقة الثانية – هندسة زراعية

العام الجامعي ٢٠٢٠/ ٢٠٢١م.

تعريف الحركة المجردة (الكيناماتيكية)

هي الحركة النسبية للأجسام دون أخذ القوى التي تسبب تلك الحركة في الإعتبار اي أنها الحركة التي تهتم بدراسة الشكل الهندسي وكذلك دراسة المفاهيم المتعلقة بكلا من الإزاحة *Displacement* والسرعة *Velocity* والعجلة *Acceleration* للأجسام كدوال في الزمن.

الحركة في المستوى

عندما تكون حركة أي جسم محددة في مستوى واحد فإنه يطلق عليها *Plane Motion* أو مستوى الحركة والتي يمكن تصنيفها الى:

- حركة خطية مستقيمة *Rectilinear Motion* وهي الحركة في مسارات مستقيمة ويطلق عليها أحيانا الحركة الإنتقالية *Translatory Motion*
- حركة خطية منحنية *Curvilinear Motion* وهي الحركة في مسارات منحنية ويطلق عليها أحيانا *Plane Rotational Motion*.

الإزاحة الخطية

هي المسافة التي يتحركها الجسم من نقطة ثابتة إما في مسارات مستقيمة أو في مسارات منحنية والإزاحة كمية متجهة ويمكن تمثيلها بيانيا بواسطة خط مستقيم. وفي محركات الإحتراق الداخلي الترددية فإن المكبس يتحرك في مسارات مستقيمة بينما يتحرك الكرنك في مسارات منحنية حول محور عمود الكرنك أما ذراع التوصيل للمحرك فإن حركته ليست في مسارات مستقيمة ولا في مسارات منحنية وإنما في مسار بيضاوي وذلك لأن نصف قطر الإنحناء له يتغير مع الزمن.

السرعةالخطية

هي معدل تغير الإزاحة الخطية لأي جسم بالنسبة للزمن والسرعة كمية متجهة ويعبر عنها رياضيا كما يلي:

$$v = ds/dt$$

- إذا كانت الإزاحة الخطية ذات مسارات دائرية فإن السرعة الخطية عند اي لحظة تكون مماسة لمنحنى المسار الدائري.
- إذا تم إهمال الإتجاه للسرعة الخطية فإنها في هذه الحالة تعتبر كمية قياسية.

العجلةالخطية

- هي معدل تغير السرعة الخطية لأي جسم بالنسبة للزمن والعجلة كمية متجهة ويعبر عنها رياضيا كما يلي:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s}{dt^2} \qquad \left(\because \quad v = \frac{ds}{dt}\right)$$

- كما يمكن التعبير عن العجلة بالطريقة التالية:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{ds}{dt} \times \frac{dv}{ds} = v \times \frac{dv}{ds}$$

- تعرف العجلة السالبة بانها التباطؤ أو التثبيط *Deceleration or Retardation*.

معادلات الحركة الخطية

- معادلة السرعة النهائية:

$$v = u + a \times t$$

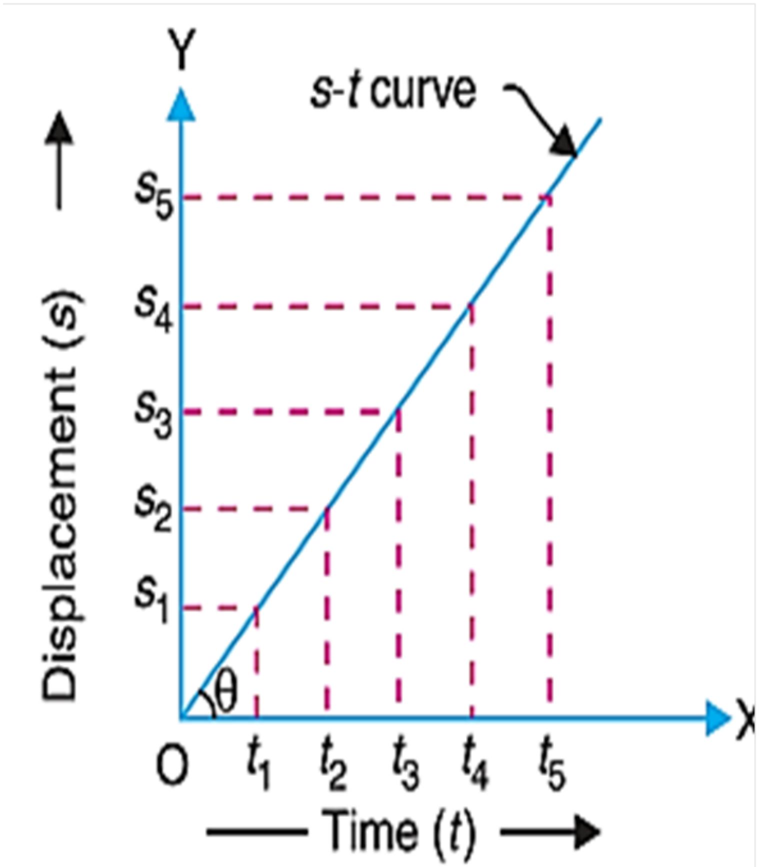
- معادلة مربع السرعة النهائية:

$$\mathrm{v}^2 = \mathrm{u}^2 + 2.\mathrm{a}.\mathrm{s}$$

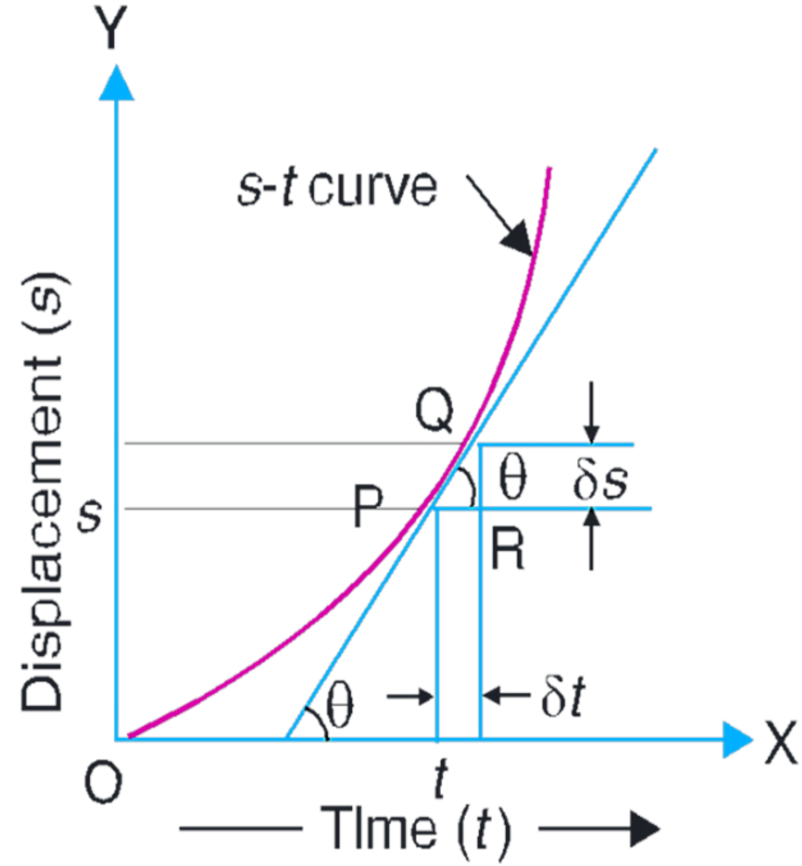
- معادلة المسافة المقطوعة:

$$\mathrm{s} = \mathrm{u}.\mathrm{t} + \frac{1}{2}\mathrm{a}.\mathrm{t}^2 = \frac{(\mathrm{u}+\mathrm{v})}{2}\mathrm{t} = \mathrm{v}_{\mathrm{av.}} \times \mathrm{t}$$

التمثيل البياني للإزاحة مع الزمن

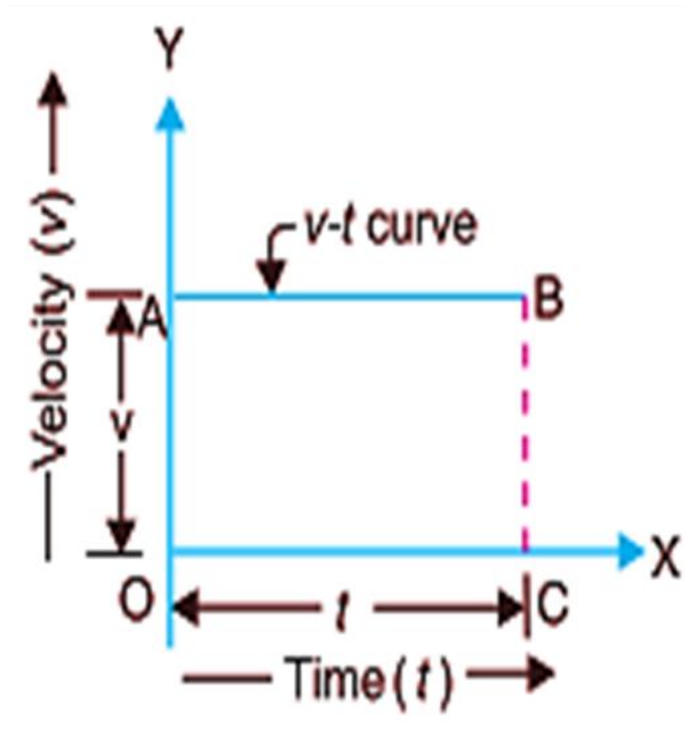


(a) Uniform Velocity

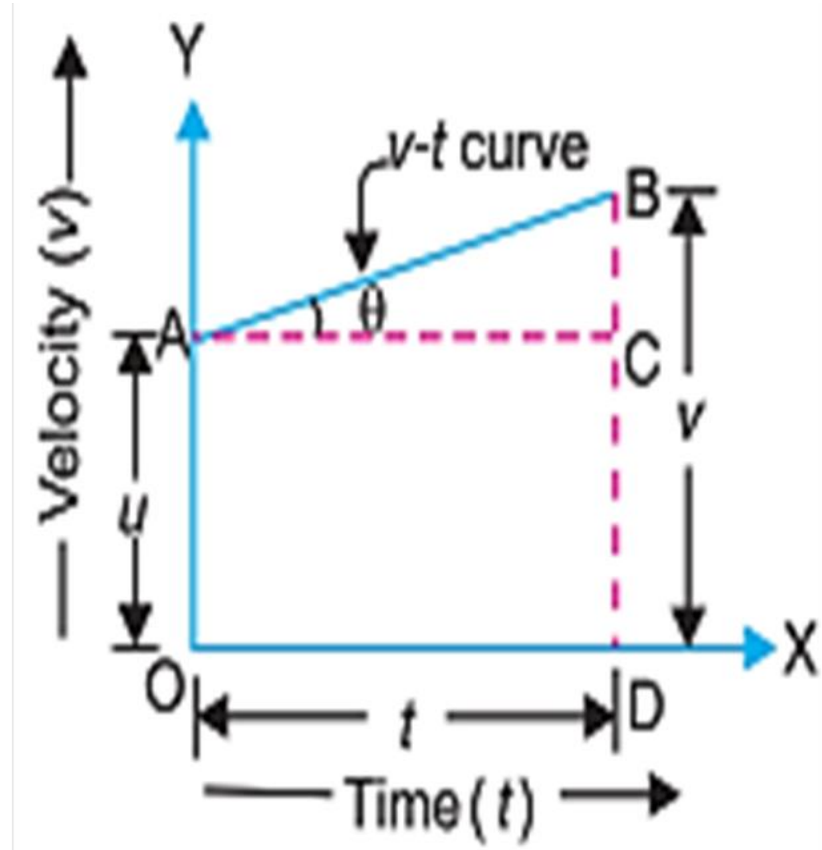


(b) Vraiable Velocity

التمثيل البياني للسرعة مع الزمن

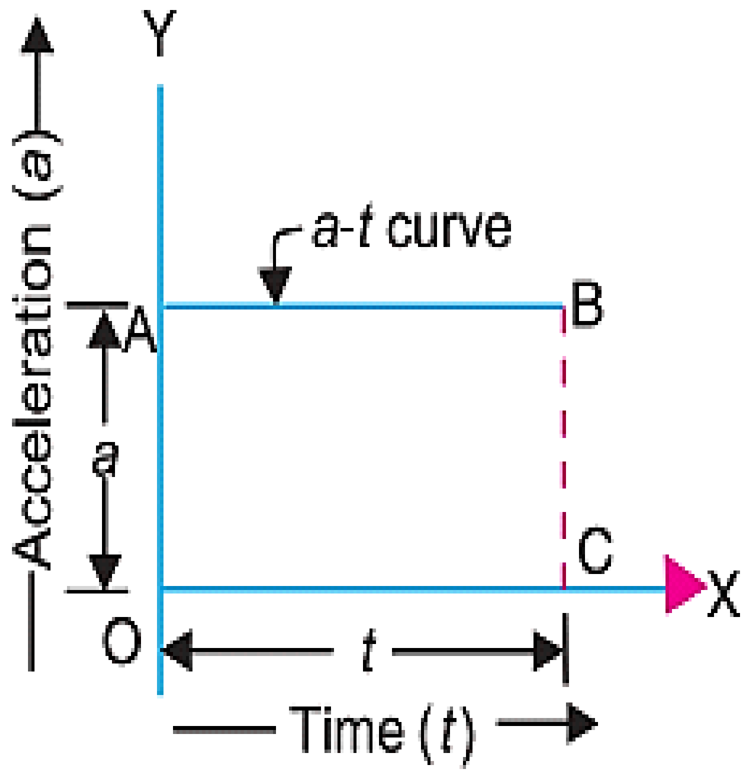


(a) Uniform Velocity

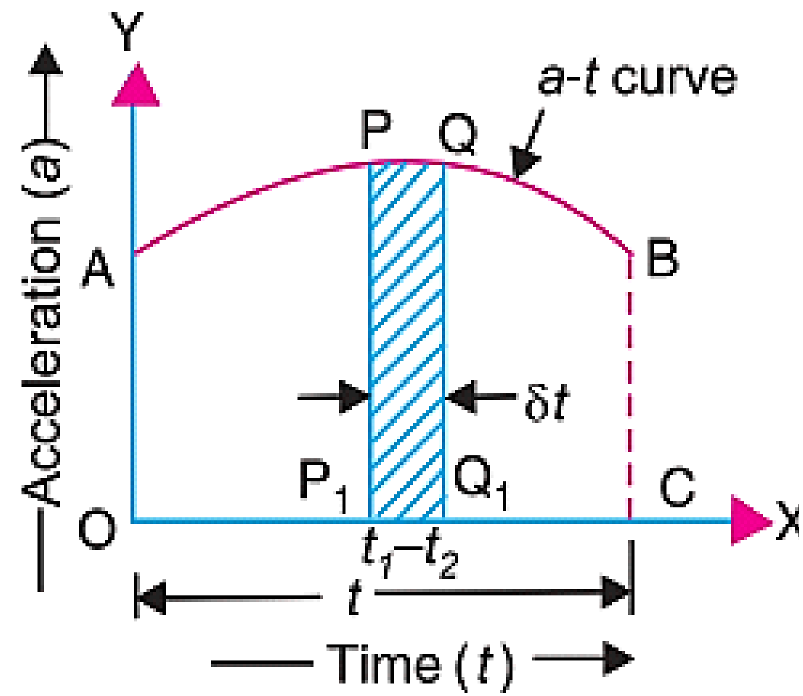


(b) Vraiable Velocity

التمثيل البياني للعجلة مع الزمن

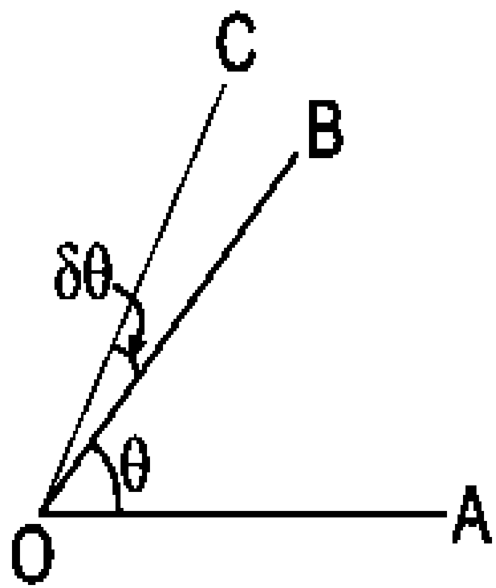


(a) Uniform Velocity



(b) Vraiable Velocity

الإزاحة الزاوية



هي عبارة عن الزاوية التي يصنعها أي جسم عندما يتحرك من نقطة إلى أخرى بالنسبة للزمن والإزاحة الزاوية كمية متجهة. ومن الشكل المقابل نلاحظ أن الخط OB يميل بزاوية θ على الخط الأفقي OA فإذا تحرك الخط من الموضع OB إلى الموضع OC ويصنع زاوية $\delta\theta$ خلال فترة زمنية قصيرة δt فإن المقدار $\delta\theta$ يمثل الإزاحة الزاوية بالنسبة للخط OB

السرعة الزاوية

- هي عبارة عن التغير في الإزاحة الزاوية بالنسبة للزمن ويستخدم الرمز اللاتيني أوميجا (ω) للتعبير عنها وهي كمية متجهة ويعبر عنها رياضيا كما يلي:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

- يتم تمثيلها بواسطة متجه بنفس الطريقة السابق شرحها في الإزاحة الزاوية.
- إذا كانت الإزاحة الزاوية ذات إتجاه ثابت فإن معدل التغير في مقدار الإزاحة الزاوية بالنسبة للزاوية يطلق عليه *Angular Speed* وليس *Angular Velocity*

العجلة الزاوية

هي عبارة عن التغير في السرعة الزاوية بالنسبة للزمن ويستخدم الرمز اللاتيني ألفا (α) للتعبير عنها وهي كمية متجهة لكن إتجاهها ممكن أن لا يكون في نفس إتجاه الإزاحة الزاوية ولا السرعة الزاوية

ويعبر عنها رياضيا كما يلي:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

معادلات الحركة الزاوية

- معادلة السرعة النهائية:

$$\omega = \omega_o + \alpha \times t$$

- معادلة مربع السرعة النهائية:

$$\omega^2 = {\omega_0}^2 + 2.\alpha.\theta$$

- معادلة المسافة المقطوعة:

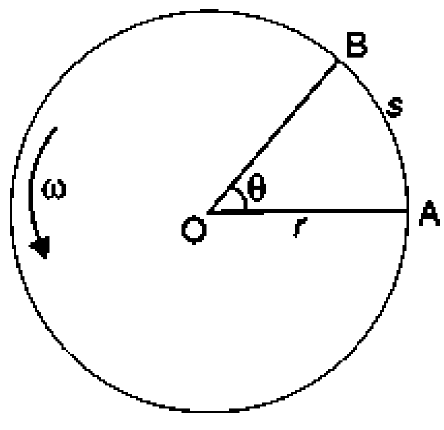
$$\theta = \omega_0.t + \frac{1}{2}\alpha.t^2 = \frac{(\omega - \omega_0)}{2}t$$

المقارنة بين الحركة الخطية والحركة الزاوية

العنصر	الحركة الخطية	الحركة الزاوية
السرعة الأولية	u	ω_0
السرعة النهائية	v	ω
العجلة الثابتة	a	α
المسافة الكلية المقطوعة	s	θ
معادلة السرعة النهائية	$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
معادلة المسافة المقطوعة	$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 . t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
معادلة السرعة النهائية	$v^2 = u^2 + 2as$	$\omega^2 = {\omega_0}^2 + 2\alpha\theta$

الحركة لجسم حول مسار دائري

- الشكل المقابل يوضح حركة جسم في مسار دائري من النقطة A إلى النقطة B حيث:



r = Radius of the circular path,

θ = Angular displacement in radians,

s = Linear displacement,

v = Linear velocity,

ω = Angular velocity,

a = Linear acceleration, and

α = Angular acceleration.

من هندسة الشكل:

$$s = r\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = r\omega$$

$$a = \frac{dv}{dt} = r\alpha$$

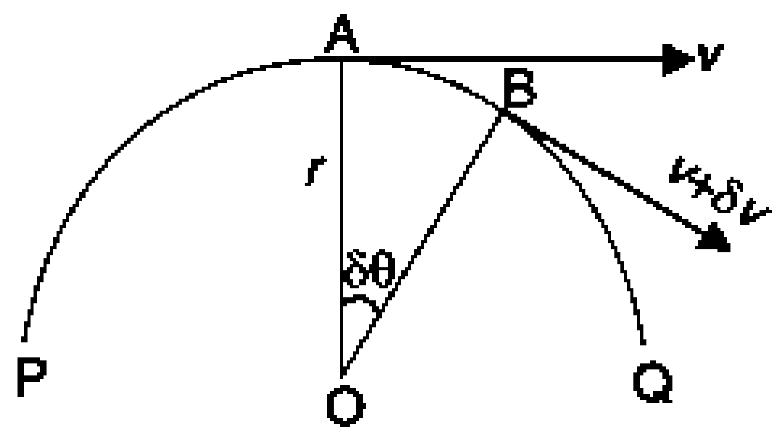
العجلة لجسم حول مسار دائري

- الشكل التالي يوضح موضعين لجسم أو لجزيئ يبعدان عن بعضهما بإزاحة زاوية $(\delta\theta)$ بعد زمن قدره (δt)حيث:

r = Radius of curvature of the circular path,

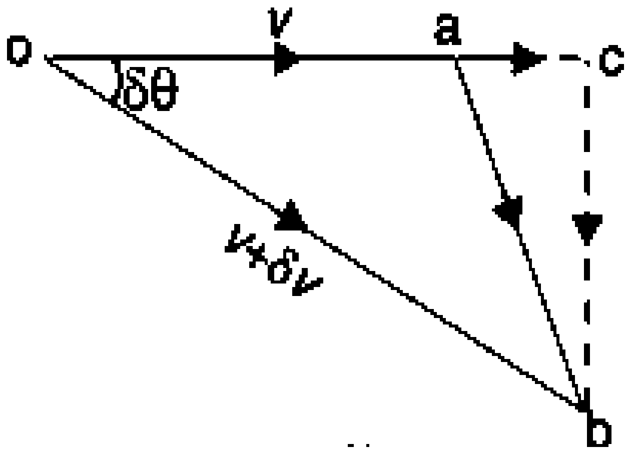
v = Velocity of the particle at A, and

$v + dv$ = Velocity of the particle at B.



العجلة لجسم حول مسار دائري

إن التغير في السرعة عندما يتحرك الجسم من النقطة A إلى النقطة B يتم التعبير عنه عن طريق رسم مضلع المتجه المثلثي abc والموضح بالشكل المقابل بحيث:



$\overrightarrow{oa}$ = يمثل السرعة v

$\overrightarrow{ob}$ = يمثل السرعة v+δv

$\overrightarrow{ab}$ = يمثل التغير في السرعة عند الزمن δt

بتحليل المتجه $\overrightarrow{ab}$ إلى مركبتين $(\overrightarrow{ac}$ and $\overrightarrow{cb})$ نحصل على:

$$\overrightarrow{ac} = \overrightarrow{oc} - \overrightarrow{oa} = \overrightarrow{ob}\, cos\delta\theta - \overrightarrow{oa}$$

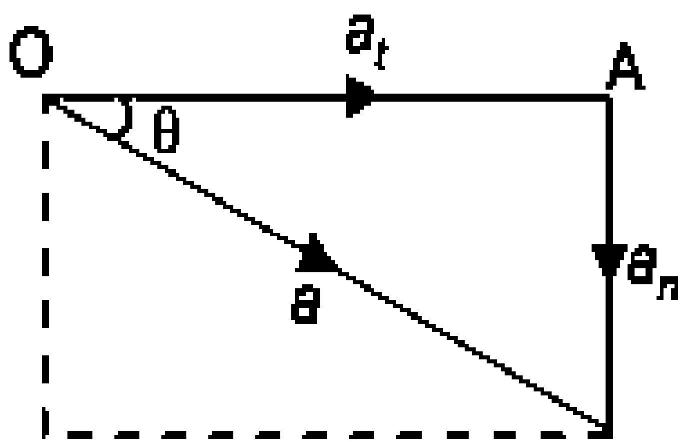
$$= (v + \delta v)cos\delta\theta - v$$

$$\overrightarrow{cb} = \overrightarrow{ob}\, sin\delta\theta = (v + \delta v)sin\delta\theta$$

العجلة لجسم حول مسار دائري

حيث أن العجلة المماسية والعمودية للجسم عند اي لحظة تكونا متعامدتين فإن عجلة الجزيئ الكلية أو محصلة العجلة (a) تساوي محصلة العجلتين (a_t and a_n) ويوضحها الشكل التالي ويعبر عنها رياضيا كما يلي:

$\therefore$ Total acceleration or resultant acceleration,



$$a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_n)^2}$$

يمكن الحصول على محصلة العجلة أيضا عن طريق الجمع المتجهي للمركبتين (a_t and a_n).

زاوية الميل للعجلة المماسة تحسب من المعادلة التالية:

$$\tan\theta = a_n/a_t \text{ or } \theta = \tan^{-1}(a_n/a_t)$$

تمرين محلول (1)

سيارة تحركت من وضع التوقف حتى الوصول إلى سرعة منتظمة مقدارها 72 km/h لمسافة قدرها 500 m والمطلوب حساب العجلة وكذلك الزمن اللازم للوصول لتلك السرعة. وإذا تغيرت السرعة المنتظمة إلى 90 km/h في زمن قدره 10 s فقدر العجلة والمسافة في هذه الحالة. وإذا تم استخدام الفرملة لعمل توقف للسيارة في زمن قدره 5 s فإحسب المسافة التي تقطعها السيارة خلال استخدام الفرملة.

الحــل

المعطيات للحالة الأولي:

$(u = 0\ ;\ v = 72\ km/h = 20\ m/s\ ;\ S = 500\ m)$

حساب العجلة للسيارة:

$$\because v^2 = u^2 + 2\times a \times s$$

$$\therefore\ (20)^2 = 0 + 2 \times a \times 500 = 1000\ a$$

$$\therefore\ a = (20)^2/\ 1000 = 0.4\ m/s^2$$

حساب الزمن:

$$\because\ v = u + a \times t$$

$$\therefore\ 20 = 0 + 0.4 \times t$$

$$\therefore\ t = 20/0.4 = 50\ s$$

المعطيات للحالة الثانية:

$$(u = 20\ m/s\ ;\ v = 25\ m/s\ ;\ t = 10\ s)$$

حساب العجلة للسيارة:

$$\because v = u + a \times t$$

$$\therefore\ 25 = 20 + a \times 10$$

$$\therefore\ a = (25 - 20)/10 = 0.5\ m/s^2$$

حساب المسافة:

$$\because s = u \times t + 1/2 \times a \times t^{2}$$

$$\therefore\ s = 20\times10 + 1/2\times 0.5\times (10)^2$$

$$\therefore s = 225\ m$$

المعطيات للحالة الثالثة:

$$(u = 25\ m/s\ ;\ v = 0\ ;\ t = 5\ s)$$

حساب المسافة خلال استخدام الفرملة:

$$\because s = ((u + v)/2) \times t$$

$$\therefore s = ((25+0)/2) \times 5$$

$$\therefore s = 62.5\ m$$

تمرين محلول (2)

قضيب أفقي طوله 1.5 m وذو مقطع عرضي صغير. فإذا علمت أن: القضيب يدور حول المحور الرأسي من إحدى نهايتيه - يحدث تعجيل منتظم بالقضيب بزياد سرعة الدوران من 200 r.p.m. إلى 1500 r.p.m. في فترة زمنية قدرها 5 s فقدر كلا من: السرعة الخطية في بداية ونهاية الفترة الزمنية – المركبة العمودية والمماسية للعجلة عند منتصف القضيب وذلك بعد مرور 5 s من بداية التعجيل.

الحــل

المعطيات:

L = 1.5 m ; N_o = 1200 r.p.m. or ω_o = 125.7 rad/s ;

N = 1500 r.p.m. or ω = = 157 rad/s ; t = 5 s

السرعة الخطية عند البداية:

$$\because v_0 = L.\omega_o$$

$$\therefore v_0 = 1.5 \times 125.7 = 188.6 \ m/s$$

السرعة الخطية عند نهاية الفترة الزمنية:

$$\because v_5 = L.\omega$$

$$\therefore v_5 = 1.5 \times 157 = 235.5 \ m/s$$

حساب العجلة الزاوية الثابتة (α)

$$\because \omega = \omega_0 . \alpha . t$$

$$\therefore 157 = 125.25 \times \alpha \times 5$$

$$\therefore \alpha = 6.26 \ rad/s^2$$

حساب مركبة العجلة المماسية عند منتصف القضيب وبعد 5 s

$$\because Tangential\ acceleration = \alpha \times \frac{L}{2}$$

$$\therefore Tangential\ acceleration = 6.26 \times 0.75 = 4.7 \ m/s^2$$

حساب مركبة العجلة المركزية عند منتصف القضيب وبعد 5 s

$$\because Normal\ acceleration = \omega^2 . \frac{L}{2}$$

$$\therefore Normal\ acceleration = (157)^2 \times 0.75 = 18\,487 \ m/s^2$$