



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CAMPUS PAU DOS FERROS
CURSO BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

ROSANA CIBELY BATISTA REGO

**INVERSÃO SÍSMICA PARA IMPEDÂNCIA ACÚSTICA: ESTUDO E APLICAÇÃO
DO MÉTODO EM DADOS SINTÉTICOS**

PAU DOS FERROS - RN
2015

ROSANA CIBELY BATISTA REGO

**INVERSÃO SÍSMICA PARA IMPEDÂNCIA ACÚSTICA: ESTUDO E APLICAÇÃO
DO MÉTODO EM DADOS SINTÉTICOS**

Monografia apresentada a Universidade Federal
Rural do Semi-Árido – UFERSA, Campus Pau
dos Ferros para a obtenção do título de Bacharel
em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof^o. Dr. Francisco Ernandes Ma-
tos Costa - UFERSA

PAU DOS FERROS - RN

2015

© Todos os direitos estão reservados à Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996, e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Campus Pau dos Ferros (BCPDF)
Setor de Informação e Referência

R343i Rego, Rosana Cibely Batista.

Inversão sísmica para impedância acústica: estudo e aplicação do método em dados sintéticos/ Rosana Cibely Batista Rego -- Pau dos Ferros, 2015.
59f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Ernandes Matos Costa

Monografia (Graduação em Ciência e Tecnologia) –
Universidade Federal Rural do Semi-Árido.

1. Física. 2. Ondas sísmicas. 3. Impedância acústica. I.
Título.

RN/UFERSA/BCPDF

CDD: 530

Bibliotecário: Eugênio Pacelli Ferreira da Costa
CRB-15/658

ROSANA CIBELY BATISTA REGO

**INVERSÃO SÍSMICA PARA IMPEDÂNCIA ACÚSTICA: ESTUDO E APLICAÇÃO
DO MÉTODO EM DADOS SINTÉTICOS**

Monografia apresentada no Campus Pau dos Ferros para obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Aprovado em: 30 de 11 de 2015:

Francisco Ernandes Matos Costa
Prof^o. Dr. Francisco Ernandes Matos Costa -
UFERSA
Orientador

Josenildo Ferreira Galdino
Prof^o. Me. Josenildo Ferreira Galdino -
UFERSA
Membro da Banca

Náthalee Cavalcanti de A. Lima
Prof^a. Dra. Náthalee Cavalcanti de Almeida
Lima - UFERSA
Membro da Banca

PAU DOS FERROS - RN

2015

RESUMO

Os levantamentos geofísicos buscam determinar dados sobre a constituição geológica do interior da Terra. No que diz respeito à prospecção de hidrocarbonetos, os levantamentos sísmicos de reflexão são os que apresentam melhores resultados. Os dados coletados em campo precisam ser tratados e interpretados para serem transformados em modelos representativos das feições geológicas de subsuperfície. A inversão sísmica é uma técnica que pode ser utilizada para transformar os dados. Este método transforma os dados da sísmica de reflexão em impedância acústica. A inversão sísmica para obtenção da impedância acústica apresenta vários benefícios, devido à sua fácil compreensão na caracterização de reservatórios. Esta monografia investiga o método de inversão sísmica, enfatizando principalmente os tipos de inversão e limitações inerentes ao método e faz-se uma análise da sensibilidade dos algoritmos das técnicas de inversão recursiva (*narrow band*) e *sparse spike* na presença de ruído, comparando a performance das duas técnicas. As técnicas de inversão foram implementadas com o auxílio do *software* MATLAB. E os testes foram realizados com um conjunto de dados sintéticos.

Palavras-chaves: método sísmico, inversão sísmica, *sparse spike*, *narrow band*.

ABSTRACT

The geophysical surveys seek to determine data about the geological formation of the interior of the Earth. In the prospecting for hydrocarbons, seismic surveys reflection are those with better results. The data collected in the field need to be treated and interpreted to be transformed into representative models of the geological features in the subsurface. The seismic inversion is one technique that can be used to transform the data. This method transforms the seismic reflection data in acoustic impedance. The seismic inversion to obtain the acoustic impedance present various benefits due to its easy characterization of reservoirs. This work aims to present the seismic inversion method, focusing mainly on the types of inversion and limitations of the method and it is carried out an analysis of the sensitivity of the algorithms of recursive inversion techniques narrow band and sparse spike and it is compared the performance those two techniques in the presence of noise. The inversion techniques were implemented with the help of MATLAB software. And the tests were carried out with a synthetic data set.

Keywords: seismic method, seismic inversion, sparse spike, narrow band.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação de um elemento de volume de um fluido qualquer.	13
Figura 2 - Componente do tensor das tensões.	17
Figura 3 - Partição da energia de uma onda-P na superfície de separação de dois meios acústico.	19
Figura 4 - Aquisição sísmica em região marítima.	21
Figura 5 - Traço sísmico (esquerda), linha sísmica (centro) e volume sísmico (direita).	22
Figura 6 - Esquema do problema inverso.	23
Figura 7 - Modelo direto (esquerda) e modelo inverso (direita).	32
Figura 8 - Modelo Convolutacional, sem a componente de ruído.	33
Figura 9 - Fluxograma da deconvolução utilizando filtro inverso.	35
Figura 10 - Esquema de classificação dos métodos de inversão sísmica.	37
Figura 11 - CMP e <i>Stacking</i>	39
Figura 12 - Fluxograma da inversão <i>sparse spike</i>	41
Figura 13 - Modelo utilizado para cálculo do sismograma sintético e análise da inversão.	43
Figura 14 - <i>Wavelet</i> (esquerda) e espectro de frequência (direita).	44
Figura 15 - Estimativas da refletividade utilizando a deconvolução <i>spiking</i>	45
Figura 16 - Inversão recursiva sem ruído: Sísmica sintética e original com correlação de 0.7.	46
Figura 17 - Inversão recursiva sem a presença de ruído.	47
Figura 18 - Inversão recursiva com a presença de ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.07$	47
Figura 19 - Inversão recursiva com a presença de ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.09$	48
Figura 20 - Inversão recursiva com a presença de ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.035$	48
Figura 21 - Impedância estimada utilizando inversão recursiva (linha tracejada com asterisco); Impedância estimada utilizando inversão recursiva com ruído de desvio padrão $\sigma = 0.035$ (linha tracejada); Impedância original (linha cheia).	49
Figura 22 - Estimativas da refletividade utilizando a deconvolução <i>sparse spike</i>	50
Figura 23 - Inversão <i>sparse spike</i> sem a presença de ruído.	51
Figura 24 - Inversão <i>sparse spike</i> sem ruído: Sísmica sintética e original com correlação de 0.99.	52

Figura 25 - Inversão <i>sparse spike</i> com ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.07$	52
Figura 26 - Inversão <i>sparse spike</i> com ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.09$	53
Figura 27 - Inversão <i>sparse spike</i> com ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.035$	53
Figura 28 - Inversão <i>sparse spike</i> com 1000 iterações e com ruído de desvio padrão de σ = 0.035.	54
Figura 29 - Inversão <i>sparse spike</i> com ruído ($\sigma = 0.035$): Impedância estimada e original.	55
Figura 30 - Inversão <i>sparse spike</i> e inversão recursiva: Impedâncias estimadas e original.	55

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 O MÉTODO SÍSMICO	12
2.1 PROPAGAÇÃO DE ONDAS SÍSMICAS	12
2.1.1 Formulação acústica	12
2.1.2 Formulação elástica	15
2.1.3 Coeficiente de reflexão acústico	18
2.2 IMPEDÂNCIA ACÚSTICA	20
2.3 AQUISIÇÃO E PROCESSAMENTO DE DADOS SÍSMICOS	20
2.4 LIMITAÇÕES DO MÉTODO SÍSMICO	22
3 INVERSÃO DE DADOS	23
3.1 CONCEITO DE INVERSÃO	23
3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO	24
3.3 PROBLEMA INVERSO LINEAR	26
3.4 PROBLEMA INVERSO NÃO LINEAR E LINEARIZADO	27
3.5 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO	28
3.5.1 Quasi-Newton	28
3.5.2 Gradiente descendente	29
4 INVERSÃO SÍSMICA	31
4.1 CONCEITO DE INVERSÃO SÍSMICA	31
4.2 CONVOLUÇÃO DE UM TRAÇO SÍSMICO	33
4.3 DECONVOLUÇÃO DE UM TRAÇO SÍSMICO	34
4.3.1 Deconvolução <i>Spiking</i>	34
4.3.2 Deconvolução <i>Sparse Spike</i>	36
4.4 TIPOS DE INVERSÃO SÍSMICA	36
4.4.1 Determinística	37
4.4.2 Estocástica	38
4.4.3 Pós-Stack e Pré-Stack	39
4.4.3.1 Inversão Recursiva (<i>Narrow Band</i>)	40

4.4.3.2 Inversão <i>Sparse Spike</i>	41
5 METODOLOGIA	43
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	45
6.1 ANÁLISE DA INVERSÃO RECURSIVA (<i>NARROW BAND</i>)	45
6.2 ANÁLISE DA INVERSÃO <i>SPARSE SPIKE</i>	50
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	56
REFERÊNCIAS	57
ANEXOS	59

1 INTRODUÇÃO

A sísmica de prospecção é o método mais utilizado para sondar o subsolo em busca de petróleo. A prospecção de petróleo e gás requer um profundo conhecimento das formações geológicas nas quais esses fósseis podem ser armazenados. A sísmica de reflexão permite analisar a estrutura do subsolo sem a necessidade de escavação, uma vez que esta técnica tem capacidade de produzir como resultado final, imagens que fornecem uma boa definição das feições geológicas de subsuperfície. A sísmica de prospecção consiste na análise das reflexões das ondas mecânicas geradas por fontes sísmicas artificiais. Essas reflexões marcam os limites das camadas rochosas ou sedimentares por meio das diferenças de impedância acústica que é definida como sendo o produto da velocidade compressional das ondas sísmicas e a densidade do meio atravessado (ROCHA, 2013).

Para Sheriff (2002), a inversão é a técnica que gera uma série de parâmetros que podem ter sua origem em um conjunto de dados observados. Estes parâmetros, por sua vez, consistem na assinatura física de estruturas geológicas, ou seja, a matriz de coeficientes de reflexão detectados em interfaces geológicas devido à passagem do sinal sísmico inicial.

A inversão permite, por meio dos dados sísmicos, inferir informações geológicas e petrofísicas e obter parâmetros que permitem modelar as estruturas de reservatórios. Segundo Alves (2012), a inversão é vista muitas vezes, como sendo um modelo de solução não única, ou seja, existe um grande número de possibilidades para modelos de impedância acústica que mantenham boa correspondência entre o modelo de convolução e a sísmica observada. O modelo de convolução é uma das formas de calcular a resposta de um sinal sísmico num determinado modelo terrestre (MANTILLA, 2002). Nesse sentido o principal desafio da inversão é encontrar qual das soluções é mais compatível e que mantenha uma coerência espacial com toda a região em estudo.

Os métodos de inversão sísmica têm passado por desenvolvimentos importantes ao longo dos últimos anos e contribuído muito para o conhecimento da geologia em profundidade, para o planejamento e tomadas de decisão na indústria dos hidrocarbonetos. No atual estágio da exploração sísmica, os levantamentos sísmicos 2D e 3D têm demonstrado serem eficientes e confiáveis. Em particular, os levantamentos sísmicos 2D são utilizados para construir quadros estruturais do subsolo com grau de confiabilidade maior (FILIPPOVA; KOZHENKOV; ALABUSHIN, 2011).

Nesse sentido, o principal objetivo da inversão sísmica é transformar os dados sísmicos de reflexão em impedâncias acústicas de modo que os dados sintéticos obtidos por meio da convolução da *wavelet* com a refletividade sejam o mais próximo possível do dado sísmico utilizado na inversão. A *wavelet* tem como objetivo fazer a ligação entre os dados sísmicos e a geologia.

É neste contexto que se insere o presente trabalho. Nessa perspectiva, o trabalho tem como objetivo apresentar um embasamento teórico e prático a respeito das técnicas de inversão

sísmica, enfatizando principalmente os tipos de inversão e limitações inerentes ao método e fazer uma análise da sensibilidade de duas técnicas na presença de ruído: Inversão recursiva (*narrow band*) que segundo Russell (1988) é a forma mais simples de inversão sísmica e é considerada a primeira técnica desenvolvida para obter impedâncias. Essa técnica é baseada na relação entre o coeficiente de reflexão e impedância acústica. A segunda técnica é a inversão *sparse spike* que se baseia na minimização da norma L1.

No segundo capítulo é realizado um estudo teórico dos princípios físicos que regem a propagação de ondas em meios acústicos e elásticos, também é discutido o conceito de impedância acústica e apresentado às etapas de aquisição e processamento dos dados sísmicos e, por fim as limitações do método.

O terceiro capítulo apresenta o conceito do problema inverso e sua formulação, a distinção de um problema inverso linear e não linear. E na última seção do capítulo é apresentado dois métodos de otimização baseados no gradiente.

No quarto capítulo apresenta-se uma fundamentação sobre os métodos de inversão sísmica existentes, fundamentando os tipos de inversão sísmica, o problema de deconvolução e convolução.

O quinto capítulo trata da metodologia utilizada para análise das técnicas discutidas, bem como a *wavelet* utilizada e o modelo de dados sintéticos.

No sexto capítulo faz-se uma análise da performance das técnicas de inversão *narrow band* e *sparse spike*, utilizando para as simulações o *software* MATLAB.

Finalmente, no sétimo capítulo apresenta-se as considerações finais deste trabalho.

2 O MÉTODO SÍSMICO

2.1 PROPAGAÇÃO DE ONDAS SÍSMICAS

Dentre os métodos geofísicos aplicados na exploração de petróleo e gás mais de 90% são sísmicos. Os métodos sísmicos baseiam-se na propagação de ondas mecânicas que se propagam pelo interior da Terra. No estudo da sísmica, dois tipos de ondas são de fundamental importância, as ondas primárias (ondas-P) e as ondas secundárias (ondas-S). As ondas-P são ondas longitudinais ou compressionais, sua velocidade de propagação é maior em relação às ondas-S, por isso, são as primeiras ondas a serem registradas quando ocorre um abalo sísmico. Já as ondas-S são transversais e tem velocidade inferior as ondas longitudinais, portanto são registradas depois da chegada das ondas-P.

2.1.1 Formulação acústica

A descrição da propagação de ondas sísmicas em meios fluidos pode ser obtida a partir da conservação da massa e da segunda lei de Newton. Para tanto, considere um fluido, com densidade ρ , na qual as partículas deslocam-se com velocidade \mathbf{v} . Isolando uma porção desse fluido, de volume V , encerrado por uma superfície fechada S , cuja normal é indicada por \mathbf{n} , como mostra a Figura 1. Neste caso, a conservação da massa estabelece que em um dado volume V delimitado por uma superfície S , a taxa de variação temporal de massa é igual ao fluxo de massa através superfície S mais a taxa de injeção de massa, isto é,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \oint_S (\rho \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dA + \frac{\partial}{\partial t} \int_V I_m dV, \quad (1)$$

onde I_m é uma densidade volumétrica de injeção de massa da fonte de massa. Aplicando o teorema da divergência, dado por

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} d\sigma = \int_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV, \quad (2)$$

vem que

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) - \frac{\partial I_m}{\partial t} \right] dV = 0, \quad (3)$$

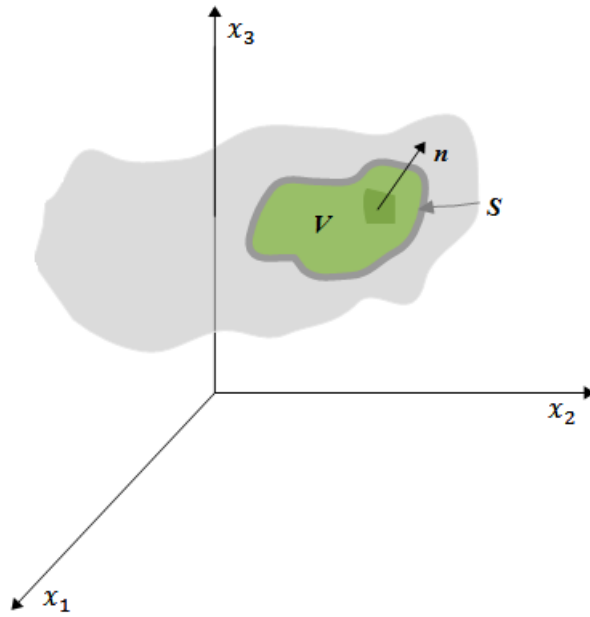


Figura 1: Representação de um elemento de volume de um fluido qualquer.

Fonte: Autor.

ou ainda,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = \frac{\partial I_m}{\partial t}, \quad (4)$$

que é a equação de continuidade não linear.

Por outro lado, a variação temporal do momento em V é igual ao fluxo de momento através da superfície mais a resultante das forças que atuam nas partículas contidas em V :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{v} dV = - \oint_S (\rho \mathbf{v}) \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA + \mathbf{F}, \quad (5)$$

onde a força exercida no volume de fluido é dada por

$$\mathbf{F} = - \int_V \nabla P dV + \int_V \mathbf{f} dV. \quad (6)$$

Na Eq. (6) P representa a pressão e \mathbf{f} é a densidade volumétrica de forças externas e não foram incluídas forças viscosas, devido a ausência de tensões tangenciais. Aplicando novamente o teorema da divergência, chega-se a seguinte expressão

$$\int_V \left\{ -\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{v} - \nabla \cdot [(\rho \mathbf{v}) \mathbf{v}] - \nabla P + \mathbf{f} \right\} dV = 0. \quad (7)$$

Assim,

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{v} = -\nabla \cdot [(\rho \mathbf{v}) \mathbf{v}] - \nabla P + \mathbf{f}, \quad (8)$$

que é a equação de movimento não linear de um fluido não viscoso.

Em geral, a densidade e a pressão de um fluido são mutuamente dependentes. Essa dependência pode ser estabelecida através de uma equação de estado. Como o foco deste desenvolvimento é a propagação de ondas em meios fluidos, pode-se assumir que os processos são adiabáticos, isto é, as trocas de calor entre as partículas de fluidos são desprezíveis. Dessa forma pode-se estabelecer uma relação simples entre pressão e densidade através de uma equação de estado, escrita como segue

$$P\rho^{-\gamma} = \text{constante}, \quad (9)$$

onde $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, C_p é a capacidade térmica à pressão constante e C_v à volume constante.

Em aplicações geofísicas é conveniente assumir que o fluido é estático, de forma que a velocidade das partículas é devido somente à perturbação causada pelo campo acústico da onda. Neste caso, vamos definir as seguintes expressões:

$$P(\mathbf{r}, t) = P_0(\mathbf{r}) + \Delta P(\mathbf{r}, t), \quad (10)$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0(\mathbf{r}) + \Delta\rho(\mathbf{r}, t), \quad (11)$$

onde o subíndice zero representa valores estáticos e Δ representa as variações em torno destes valores para as funções $P(\mathbf{r}, t)$ e $\rho(\mathbf{r}, t)$. Substituindo as Eqs. (10) e (11) na Eq. (9) e considerando $\Delta P/P_0 \ll 1$, resulta

$$\frac{\Delta P}{P_0} \gamma^{-1} = \frac{\Delta\rho}{\rho_0}, \quad (12)$$

ou ainda,

$$\Delta P = \beta \frac{\Delta\rho}{\rho_0}, \quad (13)$$

onde $\beta = \gamma P_0$. Agora, substituindo as Eqs. (11) e (12) na Eq. (4) e fazendo alguns procedimentos algébricos, vem que

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial \Delta P}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial I_A}{\partial t}, \quad (14)$$

que é a equação de continuidade linearizada. I_A é termo de fonte acústica.

Um procedimento similar conduz a uma equação de movimento linearizada, escrita como segue

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla(\Delta P) = \mathbf{f}, \quad (15)$$

onde foi considerado $|\nabla P_0| \ll |\nabla(\Delta P)|$ e desprezado termos de ordem superior.

Para simplificar a notação, vamos fazer $\Delta P \rightarrow P$ e $\rho_0 \rightarrow \rho$. Assim, as Eqs. (14) e (15) podem ser reescritas, respectivamente, como

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial I_A}{\partial t}, \quad (16)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla P = \mathbf{f}. \quad (17)$$

Derivando a Eq. (16) em relação ao tempo, tem-se que

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} = \frac{\partial^2 I_A}{\partial t^2}. \quad (18)$$

Por outro lado, multiplicando a Eq. (17) por $1/\rho$ e tomando o divergente da mesma, vem que

$$\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \frac{1}{\rho} \nabla P = \nabla \cdot \frac{1}{\rho} \mathbf{v}. \quad (19)$$

Finalmente, combinando as Eqs. (18) e (19) e utilizando a identidade vetorial $\nabla \cdot (\mathbf{z} \nabla \mathbf{g}) = \nabla \mathbf{z} \cdot \nabla \mathbf{g} + \mathbf{z} \nabla^2 \mathbf{g}$, obtem-se a equação de propagação da onda, escrita como segue

$$\nabla^2 P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \rho \nabla \frac{1}{\rho} \cdot \nabla P = -\rho s, \quad (20)$$

onde $c = \sqrt{\beta/\rho}$ e o termo de fonte s é dado por

$$s = \frac{\partial^2 I_A}{\partial t^2} - \nabla \cdot \frac{1}{\rho} \mathbf{v}. \quad (21)$$

2.1.2 Formulação elástica

Um meio geológico, como as rochas que formam a crosta terrestre, não pode ser tratado como um meio fluido já que as rochas resistem a tensões tangenciais. Dessa forma, para descrever a propagação de ondas sísmicas em meios elásticos, considere um volume V de um material qualquer, com densidade ρ no qual as partículas deslocam-se com velocidade \mathbf{v} , encerrado por uma superfície fechada similar a Figura 1. Neste caso a variação temporal do momento em V é dada por

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{v} dV = - \oint_S (\rho \mathbf{v}) \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA + \mathbf{F}, \quad (22)$$

onde

$$\mathbf{F} = \oint_S \boldsymbol{\tau}_n \cdot \mathbf{n} dA + \int_V \mathbf{f} dV, \quad (23)$$

onde $\boldsymbol{\tau}_n$ inclui os termos de pressão e tensões cisalhantes.

Rescrevendo a Eq. (22) e considerando o teorema da divergência, tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{v} dV = - \int_V \nabla \cdot [(\rho \mathbf{v}) \mathbf{v}] dV + \int_V \nabla \tau_n dV + \int_V \mathbf{f} dV, \quad (24)$$

ou ainda

$$\int_V \left\{ -\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{v} - \nabla \cdot [(\rho \mathbf{v}) \mathbf{v}] + \nabla \tau_n + \mathbf{f} \right\} dV = 0. \quad (25)$$

A igualdade acima só é válida se o integrando for nulo, assim

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{v} = -\nabla \cdot [(\rho \mathbf{v}) \mathbf{v}] + \nabla \tau_n + \mathbf{f}. \quad (26)$$

Linearizando a Eq. (26) obtém-se

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \nabla \tau_n = \mathbf{f}, \quad (27)$$

ou ainda, na notação indicial

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} - \partial_i \tau_{ij} = f_i, \quad (28)$$

onde $\nabla_i = \partial_i$ e τ_{ij} é o tensor das tensões.

Se um volume de um corpo elástico for submetido a forças externas ele poderá sofrer uma deformação, em geral, a deformação sofrida pode ser escrita como

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i + \partial_i u_j), \quad (29)$$

onde u_i é o vetor deslocamento. As tensões que causam essa deformação podem ser definidas como

$$\tau_{ij} = \frac{F_{ij}}{A}, \quad (30)$$

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix}, \quad (31)$$

onde o tensor de tensão é simétrico. Para $i = j$, $\tau_{ij} = P$ (tensão normal) e para $i \neq j$, $\tau_{ij} = \tau$ (tensões tangenciais). De acordo com a lei de Hooke generalizada, para corpos sólidos elásticos lineares existe uma relação linear entre tensão e deformação, isto é,

$$\tau_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon^{kl}, \quad (32)$$

onde c_{ijkl} é um tensor de quarta ordem com 81 componentes, denominado geralmente de tensor de elasticidade, e ε^{kl} é a deformação. A lei de Hooke ainda pode ser escrita, em meios isotrópicos,

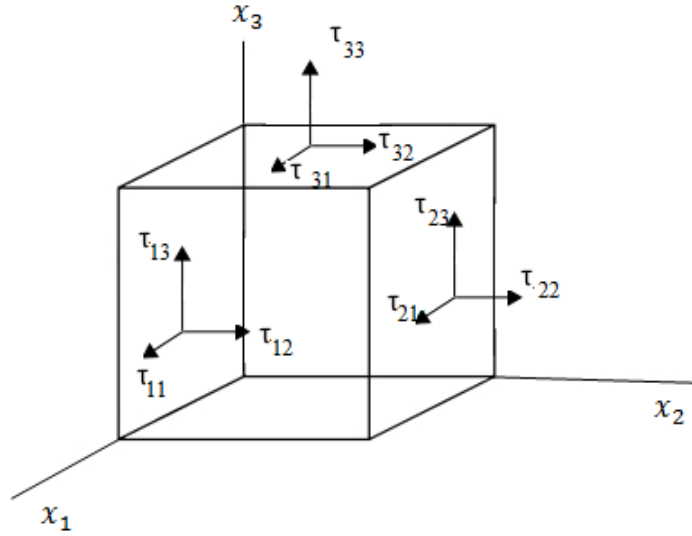


Figura 2: Componente do tensor das tensões.

Fonte: Autor.

como

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij}, \quad (33)$$

onde os parâmetros λ e μ , são os parâmetros de Lamé. Substituindo a Eq. (29) na equação anterior tem-se

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \partial_k u_k + \mu (\partial_j u_i + \partial_i u_j). \quad (34)$$

Substituindo a Eq. (34) na Eq. do movimento (28) definida anteriormente, tem-se

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} - \partial_i (\lambda \delta_{ij} \partial_k u_k + \mu (\partial_j u_i + \partial_i u_j)) = f_i, \quad (35)$$

ou em termos do vetor deslocamento,

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \lambda \delta_{ij} \partial_j \partial_k u_k + \partial_j \mu (\partial_j u_i + \partial_i u_j) = f_i. \quad (36)$$

Sabendo da definição do delta de Kronecker (δ_{ij}):

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

e considerando a linearidade dos operadores tem-se

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \partial_i (\partial_j u_j) + \mu \sum_{j=1}^3 (\partial_j^2 u_i) + f_i, \quad (37)$$

que é a equação da onda elástica ou na forma vetorial vem

$$\rho \ddot{u} = (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot u) + \mu \nabla^2 u + f, \quad (38)$$

ou ainda sabendo que $\nabla^2 u = \nabla(\nabla \cdot u) + \nabla \times (\nabla \times u)$ e multiplicando os dois lados da equação por ρ^{-1} tem-se

$$\ddot{u} = v_P^2 \nabla(\nabla \cdot u) + v_S^2 \nabla \times (\nabla \times u) + F, \quad (39)$$

onde v_P é a velocidade das ondas-P

$$v_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad (40)$$

e v_S é a velocidade das ondas-S

$$v_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \quad (41)$$

Assim percebe-se que as ondas-P e ondas-S têm diferentes velocidades de propagação, e a velocidade das ondas-P é superior à velocidade das ondas-S. É por isso que as ondas-P são chamadas de ondas primárias e as ondas-S de secundárias. A equação da onda em meios elásticos é uma generalização da propagação das ondas, de modo que a equação da onda em meios fluidos é uma simplificação da equação em meios elásticos, pois diferente da propagação em meios elásticos, a propagação da onda em meios fluidos não resiste a tensões cisalhantes de modo que a única força de superfície atuante é a pressão.

2.1.3 Coeficiente de reflexão acústico

As ondas sísmicas atravessam diferentes camadas estratigráficas com diferentes velocidades de propagação. Na superfície de separação entre duas camadas adjacentes as ondas sofrem reflexão, refração e difração. Por exemplo, quando uma frente de onda atinge a superfície de separação entre duas camadas distintas, parte da energia transportada pela onda é transmitida para outro meio, e a outra parte da energia é refletida para o meio no qual a onda estava se propagando, veja a Figura 3.

Os fenômenos de reflexão e de refração são explicados pela Lei de Snell, por meio da relação entre os ângulos de reflexão e de transmissão de uma onda que incide numa interface entre dois meios distintos. A partir da Figura 3 percebe-se que

$$\frac{\sin \theta_i}{v_1} = \frac{\sin \theta_r}{v_1} = \frac{\sin \theta_t}{v_2}. \quad (42)$$

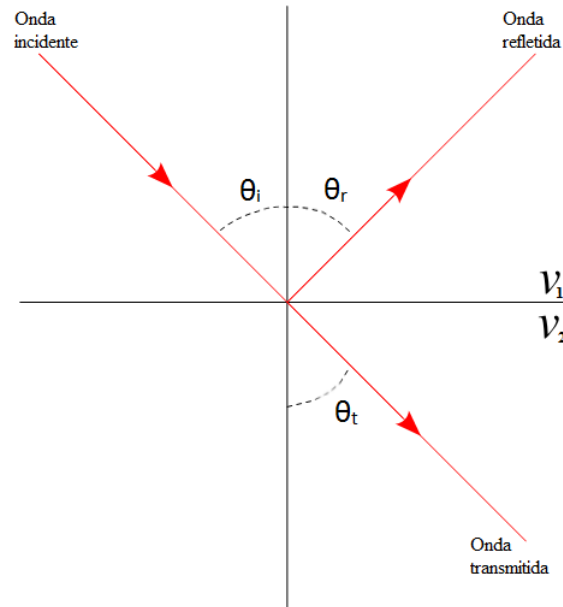


Figura 3: Partição da energia de uma onda-P na superfície de separação de dois meios acústico.

Fonte: Autor.

Ainda pela Lei de Snell pode-se concluir que os ângulos de incidência e de reflexão são iguais, isto é, $\theta_i = \theta_r$.

O coeficiente de reflexão (R) para as ondas-P pode ser definido como a razão entre a amplitude da onda refletida (a_r) e a amplitude da onda incidente (a_i), isto é,

$$R = \frac{a_r}{a_i}, \quad (43)$$

ou ainda,

$$R = \frac{\rho_2 v_2 \cos \theta_i - \rho_1 v_1 \cos \theta_t}{\rho_2 v_2 \cos \theta_i + \rho_1 v_1 \cos \theta_t}. \quad (44)$$

Para incidência normal, a relação acima é reduzida para

$$R = \frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1}. \quad (45)$$

2.2 IMPEDÂNCIA ACÚSTICA

A impedância acústica pode ser definida como o produto entre a velocidade compressional das ondas sísmicas e a densidade do meio atravessado,

$$I = \rho v. \quad (46)$$

Para Chopra (2001) apud Sancevero, Remacre e Portugal (2006) a impedância acústica tem como principal característica ser uma propriedade física da camada, e não da interface como é o caso da amplitude do dado sísmico. Essa distinção faz com que a impedância acústica torne-se uma poderosa ferramenta a ser utilizada no processo de caracterização de reservatórios.

O coeficiente de reflexão está relacionado com a impedância acústica, pois ele é proporcional à diferença de impedância acústica entre camadas geológicas adjacentes, isto é, depende da diferença de densidade entre o material inferior e superior e da relação da velocidade de propagação das ondas-P em ambos os materiais. Combinando agora as Eqs. (45) e (46) tem-se

$$R = \frac{I_{i+1} - I_i}{I_{i+1} + I_i}, \quad (47)$$

onde os índices $i + 1$ e i , referem-se às duas camadas consecutivas numa sequência estratigráfica.

2.3 AQUISIÇÃO E PROCESSAMENTO DE DADOS SÍSMICOS

Há dois métodos comumente utilizados na exploração sísmica: Sísmica de refração e de reflexão. O primeiro possibilita registrar a energia que é refletida para o meio onde uma onda estava propagando-se após ter sofrido refração no limite do subsolo (THOMAS, 2001). O segundo método permite formar modelos de dados que retenham informações relevantes a respeito da geologia da região onde foram adquiridos, por meio dos pulsos de energia sísmica refletidos pelas interfaces geológicas e registrados na superfície. A sísmica de reflexão, comumente aplicada na exploração de hidrocarbonetos, tem uma capacidade de produzir como resultado final imagens que fornecem uma boa definição das feições geológicas de subsuperfície (CARVALHO, 2004).

De acordo com Robinson e Treitel (1980), a exploração sísmica de hidrocarbonetos pode ser dividida em três etapas: aquisição, processamento e interpretação de dados.

Segundo Thomas (2001), a aquisição dos dados sísmicos começa com a geração de ondas elásticas (impulsos) que se propagam na Terra e sofrem reflexão e refração nas interfaces e retornam a superfície onde são captadas por sismógrafos, denominados geofones (receptores em Terra) ou hidrofones (receptores em água). As perturbações mecânicas são geradas por meio da

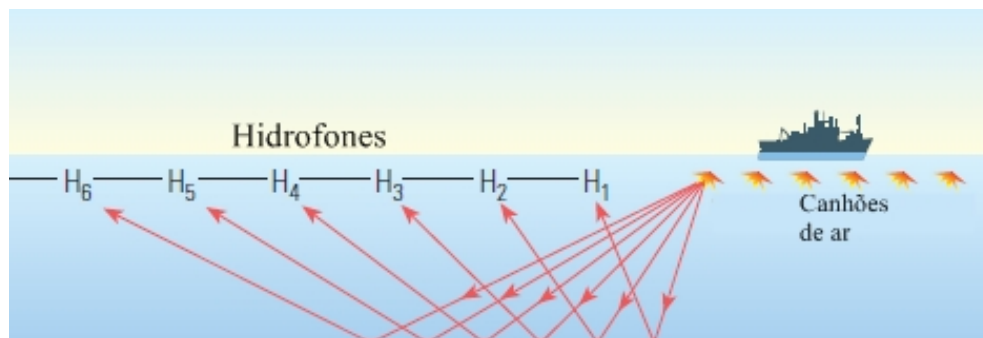


Figura 4: Aquisição sísmica em região marítima.

Fonte: Adaptado de Barclay et al. (2007).

utilização de dinamite quando em Terra ou pela queda de pesos, ou canhões de ar comprimido no caso de regiões marinhas. A Figura 4 mostra a produção e captação de ondas sísmicas em região marítima.

A aquisição de dados sísmicos de reflexão leva em consideração uma série de parâmetros, por exemplo, o tempo de registro e a velocidade de propagação dos traços sísmicos determinam a profundidade máxima a ser mapeada. Nesses levantamentos, o sismógrafo inicia a gravação ($t = 0\text{ s}$) até um tempo estabelecido, onde para esses levantamentos é normalmente $t = 4,0\text{ s}$ (THOMAS, 2001).

Após a etapa de aquisição, os dados passam pela etapa de processamento, onde são geradas imagens das camadas geológicas presentes no subsolo. Essas imagens são compostas por um conjunto de valores verticais de amplitudes, que são obtidos em cada ponto receptor da superfície. Nessa etapa são realizadas correções para atenuar as distorções causadas pelos receptores e pelos equipamentos de gravação. Os dados passam pelo processo de deconvolução que consiste em uma operação de filtragem matemática que tem como objetivo melhorar a resolução dos dados (THOMAS, 2001). Além disso, os dados são reorganizados para formarem uma grade tridimensional ou fatia dimensional. Nas imagens dimensionais as amostras de amplitudes sísmicas são representadas pelos pontos do plano. Já nas imagens tridimensionais duas das dimensões do conjunto de dados são direções espaciais e estão relacionadas com as posições das fontes e dos receptores. A partir de uma transformação realizada nos dados é possível fazer com que as posições da fonte e receptor sejam a mesma, com isso é possível considerar a terceira dimensão do conjunto de dados como temporal. Logo como a fonte e o receptor estão na mesma posição na superfície, o tempo de cada amostra corresponde ao tempo que a onda leva para viajar até uma interface mais o tempo de volta à superfície (CARVALHO, 2004).

A Figura 5 (esquerda) mostra o traço sísmico (1D) em função do tempo, para as colunas de dados com as mesmas coordenadas espaciais. Já a linha sísmica (2D) (Figura 5 - centro), é uma imagem composta por um conjunto de traços sísmicos com um eixo espacial e outro temporal. E na Figura 5 (direita), tem-se o volume sísmico (3D) que é composto por várias linhas sísmicas, correspondendo a duas dimensões espaciais, denominadas *inline* (direção das linhas

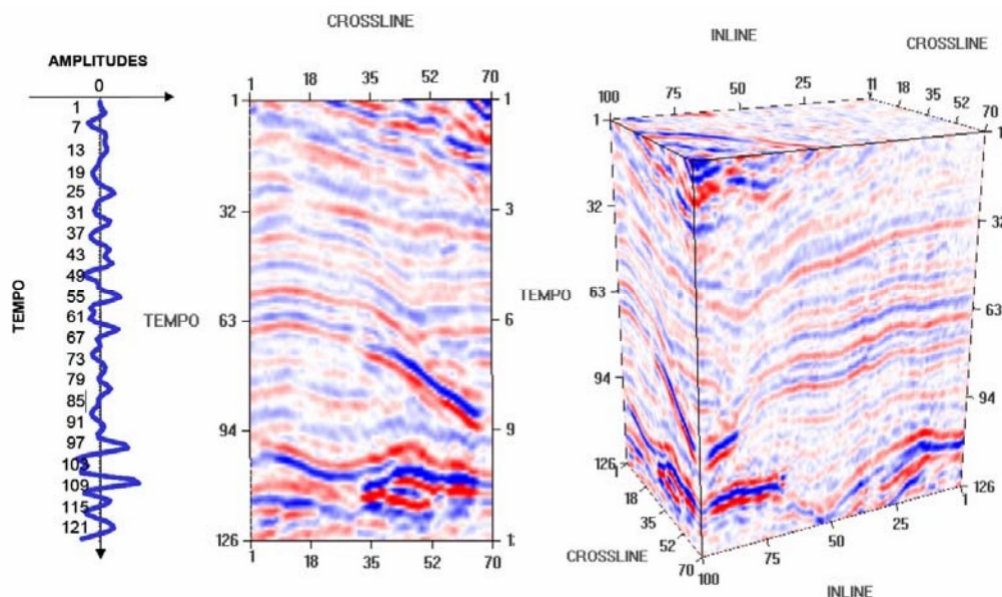


Figura 5: Traço sísmico (esquerda), linha sísmica (centro) e volume sísmico (direita).
Fonte: Carvalho (2004).

sísmicas) e *crossline* (direção perpendicular à linha sísmica) e outra temporal. É importante enfatizar que as imagens são formadas com uma escala de cores, onde as cores representam a amplitude da onda em cada ponto (CARVALHO, 2004).

2.4 LIMITAÇÕES DO MÉTODO SÍSMICO

Grande parte dos reservatórios de petróleo conhecidos estão situados em camadas geológicas cujos limites não podem ser identificados corretamente através do método sísmico. A identificação desses limites vem se constituindo um dos maiores obstáculos na indústria de processamento sísmico atual. Esse problema é causado pela absorção diferenciada das frequências durante a propagação das ondas sísmicas. Essas perdas por absorção estão relacionadas ao comportamento parcialmente inelástico das rochas, que impõe resistência à vibração das partículas na passagem da onda. O maior problema, no entanto, está relacionado à maior perda das amplitudes das altas frequências, quando comparada às baixas, durante a propagação das ondas. Isso faz com que a contribuição das baixas frequências seja maior na composição final do pulso sísmico do que a das altas frequências, constituindo um obstáculo para a recuperação plena do espectro, pois a presença de ruído faz com que exista uma frequência limite, frequência crítica, abaixo da qual não é possível recuperar o sinal de forma efetiva (FARIAS; FREITAS; TYGEL, 2008).

3 INVERSÃO DE DADOS

3.1 CONCEITO DE INVERSÃO

Muito do que se sabe sobre o interior da Terra advém do processamento e análise de levantamentos geofísicos. Esses levantamentos buscam inferir propriedades físicas dos materiais que estão em subsuperfície, no entanto, esses dados não indicam diretamente o tipo de material presente no subsolo. Para determinar a constituição geológica da subsuperfície terrestre a partir de um conjunto de dados é preciso obter as propriedades físicas que os geraram. Isso pode ser feito através do processo de inversão de dados (BORTOLOZO, 2011). Portanto, pode-se dizer que a inversão é uma técnica que reduz um conjunto de dados observados em informação prática a respeito de um dado meio físico.

Segundo Menke (2012), o termo “Teoria da Inversão” é empregado em contraste a “Teoria Direta”, que pode ser definida como o processo de prever os dados baseado em um princípio geral ou modelo e um conjunto de condições específicas relevantes para o problema em questão.

A inversão consiste em determinar parâmetros (propriedades) a partir de um conjunto de dados observados, conforme apresentado na Figura 6. Para Junior e Uieda (2011), o problema inverso consiste em encontrar um vetor de parâmetros que produza os dados preditos mais próximos possíveis dos dados observados.

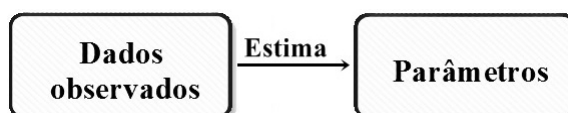


Figura 6: Esquema do problema inverso.

Fonte: Autor.

Um problema inverso é caracterizado, na maioria das vezes, por ser um problema mal posto, ou seja, por poder apresentar instabilidade e falta de unicidade na solução. A falta de unicidade da solução está relacionada aos vários modelos existentes que podem satisfazer o conjunto de dados observados, isto é, vários modelos podem gerar o mesmo conjunto de parâmetros, o que pode tornar a solução ambígua. Na análise de um problema inverso também pode haver o problema da existência, pois nem sempre o modelo representa bem os dados da subsuperfície, conseqüentemente o problema inverso não consegue reproduzir os dados corretamente. Entretanto, existem métodos que auxiliam na minimização desses problemas, como é o caso da regularização. Esse procedimento equivale a impor restrições aos parâmetros a serem estimados, diminuindo, assim, a falta de unicidade.

Menke (2012) ressalta que o papel da teoria de inversão é fornecer informações sobre os parâmetros desconhecidos e, não necessariamente fornecer o modelo em si. No entanto, a

teoria de inversão pode, muitas vezes, fornecer um meio de avaliar a exatidão de um determinado modelo ou discriminar um entre vários modelos possíveis.

3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Na maioria dos problemas inversos, o que se tem inicialmente é apenas uma tabela de valores, dessa forma, o ponto de partida para analisar um problema inverso é a descrição dos dados. Considerando N medições realizadas por meio de um experimento, essas medições podem ser representadas por um vetor \mathbf{d} , de tamanho N ,

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & \cdots & d_N \end{bmatrix}^T, \quad (48)$$

onde $d_i, i = 1, 2, 3, \dots, N$ é o dado observado na i -ésima posição. Define-se também um vetor de dados preditos \mathbf{m} , de tamanho N ,

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & \cdots & m_N \end{bmatrix}^T, \quad (49)$$

onde $m_i, i = 1, 2, 3, \dots, N$, é o dado predito na i -ésima posição. Da mesma forma, os parâmetros do modelo podem ser representados como os elementos de um vetor \mathbf{p} , de tamanho M , tal que,

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & \cdots & p_M \end{bmatrix}^T. \quad (50)$$

Os parâmetros e os dados preditos estão de alguma forma relacionados, de forma que os dados preditos podem ser escritos como função dos parâmetros, isto é,

$$m_i = f_i(\mathbf{p}), \quad (51)$$

onde

$$f(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{p}) & f_2(\mathbf{p}) & f_3(\mathbf{p}) & \cdots & f_N(\mathbf{p}) \end{bmatrix}^T. \quad (52)$$

O problema inverso consiste em encontrar os dados de um vetor de parâmetros \mathbf{p} que produza os dados preditos mais próximos possíveis dos dados observados. Para isso é preciso quantificar a distância entre \mathbf{d} e $f(\mathbf{p})$. Em geral, isso pode ser feito realizando usualmente o quadrado da norma quadrática ou norma Euclidiana. Dessa forma, define-se um novo vetor \mathbf{H} (denominado vetor de resíduos), como sendo igual à diferença entre os dados observados e os dados preditos e em seguida aplica-se a norma euclidiana para obter \mathbf{H} , isto é,

$$\mathbf{H} = \|\mathbf{d} - f(\mathbf{p})\|, \quad (53)$$

ou ainda,

$$\|\mathbf{H}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^N [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})]^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (54)$$

Elevando ao quadrado os dois lados da equação acima e lembrando que o quadrado da norma quadrática de um vetor é igual ao produto escalar do vetor com ele mesmo, pode-se escrever o produto escalar como o produto da transposta do vetor com ele mesmo:

$$\|\mathbf{H}\|_2^2 = \mathbf{H} \cdot \mathbf{H} = \mathbf{H}_1\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2\mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_3\mathbf{H}_3 + \cdots + \mathbf{H}_N\mathbf{H}_N = \mathbf{H}^T\mathbf{H}, \quad (55)$$

ou ainda,

$$\|\mathbf{H}\|_2^2 = \mathbf{H}^T\mathbf{H} = [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})]^T [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})]. \quad (56)$$

Como a Eq. (56) é uma função escalar dos parâmetros, é conveniente definir uma função $\Psi(\mathbf{p})$, chamada função objetivo ou função custo, como segue

$$\Psi(\mathbf{p}) = [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})]^T [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})]. \quad (57)$$

Neste caso, o problema inverso consiste agora na minimização da função custo, ou seja, em encontrar um vetor \mathbf{p} tal que o gradiente da função $\Psi(\mathbf{p})$ avaliado em \mathbf{p} seja igual ao vetor nulo. Esse vetor é um ponto extremo da função $\Psi(\mathbf{p})$. Dessa forma o gradiente da função $\Psi(\mathbf{p})$ avaliado em um vetor \mathbf{p} qualquer, é um vetor M-dimensional definido como:

$$\nabla\Psi(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial\Psi(\mathbf{p})}{\partial p_1} \\ \frac{\partial\Psi(\mathbf{p})}{\partial p_2} \\ \frac{\partial\Psi(\mathbf{p})}{\partial p_3} \\ \vdots \\ \frac{\partial\Psi(\mathbf{p})}{\partial p_M} \end{bmatrix}, \quad (58)$$

onde a expressão para o i -ésimo elemento do gradiente da função $\Psi(\mathbf{p})$ é dada por

$$\frac{\partial\Psi(\mathbf{p})}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})]^T [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})]. \quad (59)$$

Como o transposto de um escalar é igual a ele mesmo, tem-se que

$$\frac{\partial\Psi(\mathbf{p})}{\partial p_i} = -2 \frac{\partial f(\mathbf{p})^T}{\partial p_i} [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})], \quad (60)$$

onde $\frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_i}$ é um vetor M -dimensional. Substituindo a Eq. (60) na Eq. (58), vem que

$$\nabla \Psi(\mathbf{p}) = -2 \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{p})^T}{\partial p_1} \\ \frac{\partial f(\mathbf{p})^T}{\partial p_2} \\ \frac{\partial f(\mathbf{p})^T}{\partial p_3} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{p})^T}{\partial p_M} \end{bmatrix} [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})]. \quad (61)$$

Identificando o vetor coluna na Eq. (61) como sendo $A(\mathbf{p})^T$, segue que

$$\nabla \Psi(\mathbf{p}) = -2A(\mathbf{p})^T [\mathbf{d} - f(\mathbf{p})], \quad (62)$$

onde $A(\mathbf{p})$ é a matriz *Jacobiana* de $f(\mathbf{p})$ de dimensão $N \times M$. Essa matriz é comumente denominada matriz de sensibilidade, em problema inversos, já que o i -ésimo elemento de sua j -ésima coluna expressa a sensibilidade do i -ésimo dado predito em relação às variações do j -ésimo parâmetro (JUNIOR; UIEDA, 2011). A forma da função f tem grande influência na determinação do vetor de parâmetros. Há casos em que a função f é linear ou não em relação aos parâmetros e para cada caso há métodos diferentes para encontrar o vetor de parâmetros.

3.3 PROBLEMA INVERSO LINEAR

Um problema inverso é dito linear quando a relação entre os dados e a função de parâmetros f é linear, ou seja, f é uma combinação linear dos parâmetros. Consequentemente as derivadas de f não dependem dos parâmetros. Assim,

$$f(\mathbf{p}) = \mathbf{A}\mathbf{p}, \quad (63)$$

onde \mathbf{A} é a matriz sensibilidade e \mathbf{p} é o vetor de parâmetros. Considerando que \mathbf{p} seja o vetor que minimiza a Eq. (62), tem-se a seguinte expressão

$$-2\mathbf{A}^T [\mathbf{d} - \mathbf{A}\mathbf{p}] = 0 \Rightarrow -2\mathbf{A}^T \mathbf{d} = -2\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{p}. \quad (64)$$

Resolvendo para \mathbf{p} , obtém-se

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}^T \mathbf{d} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}, \quad (65)$$

que é conhecida como estimador dos mínimos quadrados. Os problemas inversos lineares possuem métodos de solução bem desenvolvidos e compreendidos.

3.4 PROBLEMA INVERSO NÃO LINEAR E LINEARIZADO

Diferentemente dos problemas lineares, nos problemas não lineares a relação entre os dados e a função de parâmetros f não é linear, isto é, f não pode ser escrita como uma combinação linear dos parâmetros. Dessa forma as derivadas de f também dependem dos parâmetros. Na maioria das aplicações dos problemas inversos em geofísica a relação entre os dados e os parâmetros não é linear, mas há caso em que é possível linearizar o problema estabelecendo condições ou restrições.

Quando um problema é não linear, existem algumas maneiras de linearizá-lo, para que os métodos dos problemas lineares possam ser aplicados sempre que possível processo denominado de linearização. Esse processo consiste em aproximar as equações não lineares para equações lineares. Normalmente adota-se alguns termos que não são lineares tendendo a zero ou a algum valor assintótico. Também pode-se recorrer a processos iterativos, já que em um problema inverso não linear, a função custo pode possuir vários pontos extremos, ou seja, pode haver mais de um valor de p onde o gradiente da função custo se anula. Neste caso, escolhe-se um valor inicial para p , chamado p_0 e calcula-se uma correção Δp no valor inicial inserido. Essa correção é aplicada ao valor inicial dando origem a outro p_1 , onde novamente é calculado uma nova correção, de modo que esse processo só é finalizado quando encontra-se um vetor que seja o mais próximo possível do vetor que minimiza a função custo. Assim,

$$p = p_0 + \Delta p, \quad (66)$$

e

$$h = f(p_0 + \Delta p). \quad (67)$$

Expandindo a Eq. (67) em uma série de Taylor em torno de p_0 tem-se

$$f(p_0 + \Delta p) = f(p_0) + \frac{\partial f(p_0)}{\partial p} \Big|_{p=p_0} \Delta p + \Delta p \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(p_0)}{\partial p^2} \Big|_{p=p_0} \Delta p + \dots \quad (68)$$

Ignorando os termos de ordem superior a um, tem-se

$$h = h_0 + \frac{\partial h_0}{\partial p} \Big|_{p=p_0} \Delta p \Rightarrow h - h_0 = \frac{\partial h_0}{\partial p} \Big|_{p=p_0} \Delta p, \quad (69)$$

ou ainda,

$$\Delta h = A_0 \Delta p, \quad (70)$$

onde $A_0 = \frac{\partial h_0}{\partial p} \Big|_{p=p_0}$ é a matriz jacobiana. Para resolver o problema inverte-se o operador A_0 , isto é,

$$\Delta p = A_0^{-1} \Delta h. \quad (71)$$

A determinação da matriz inversa normalmente é proibitiva computacionalmente, de forma que recorre-se a alguns métodos para obter a estimativa da solução desejada. Há alguns métodos comumente utilizados para o cálculo da correção Δp , como o método *Gauss-Newton* e o método *Levenberg-Marquardt* (KELLEY, 1999). Existem também alguns métodos de otimização utilizados para solucionar alguns problemas de inversão tais como: o Quasi-newton e o método do Gradiente descendente.

3.5 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

3.5.1 Quasi-Newton

O Quasi-Newton é método que pode ser aplicado na solução de equações não lineares. Ele consiste em uma otimização iterativa que pode ser utilizada na minimização da função custo. Segundo Burden, Faires e Tasks (2008) o quasi-Newton pertence a uma classe de métodos conhecidos como métodos de atualização de secante de alteração mínima. Ele substitui a matriz Jacobiana no método de Newton por uma matriz de aproximação que é atualizada a cada iteração. A desvantagem desse método é em relação à convergência quadrática do método de Newton, em geral, substituída por uma convergência superlinear.

Assim como o método da Secante, o Quasi-Newton também usa a seguinte aproximação:

$$f'(p_1) \approx \frac{f(p_1) - f(p_0)}{p_1 - p_0}, \quad (72)$$

onde a matriz jacobiana é substituída por

$$G_1(p_1 - p_0) = F(p_1) - F(p_0). \quad (73)$$

Como qualquer vetor não nulo, $\in \mathbb{R}^n$ pode ser escrito como a soma de um múltiplo de $p_1 - p_0$, então, para definir a matriz G_1 de modo único é preciso especificar como ela atua no complemento ortogonal de $p_1 - p_0$ (BURDEN; FAIRES; TASKS, 2008). Assim, exige-se que

$$G_1 \mathbf{z} = A(p_0) \mathbf{z}, \quad \text{sempre que} \quad (p_1 - p_0)^T \mathbf{z} = 0. \quad (74)$$

De acordo com as condições dadas pelas Eqs. (73) e (74), G_1 é definido de modo único como

$$G_1 = A(p_0) + \frac{[F(p_1) - F(p_0) - A(p_0)(p_1 - p_0)](p_1 - p_0)^T}{\|p_1 - p_0\|_2^2}. \quad (75)$$

$A(p_1)$ é substituído pela expressão anterior para determinar p_2 , de modo que

$$p_2 = p_1 - G_1^{-1}F(p_1). \quad (76)$$

E o método repete-se iterativamente até determinar p_{i+1} , ou seja,

$$p_{i+1} = p_i - G_i^{-1}F(p_i), \quad (77)$$

onde

$$G_i = G_{i-1} + \frac{F(p_i) - F(p_{i-1}) - A(p_{i-1})(p_i - p_{i-1})}{\|p_i - p_{i-1}\|_2^2} (p_i - p_{i-1})^T.$$

Sherman-Morrison encontraram uma fórmula que permite que G_i^{-1} seja calculado diretamente a partir de G_{i-1}^{-1} eliminando a necessidade de calcular a inversão da matriz G_i a cada iteração. Assim,

$$G_i^{-1} = G_{i-1}^{-1} + \frac{(s_i - G_{i-1}^{-1}y_i)s_i^T G_{i-1}^{-1}}{s_i^T G_{i-1}^{-1}y_i}, \quad (78)$$

onde $s_i = p_i - p_{i-1}$ e $y_i = F(p_i) - F(p_{i-1})$. Quando aplica-se o método do Quasi-Newton para encontrar o máximo ou o mínimo de uma função, isto é, os valores que anulam o gradiente dessa função, a matriz jacobiana pode ser substituída pela Hessiana, que é uma matriz quadrada das derivadas de segunda ordem de f . Abaixo é apresentado o pseudocódigo do método de otimização do Quasi-Newton.

Algoritmo 1 :Quasi-Newton

$k \leftarrow 0$

$p_k \leftarrow p_{inicial}$

▷ Vetor de parâmetros inicial

$F_k \leftarrow \nabla f(p_k)$

▷ Gradiente inicial

$G_k \leftarrow G_{inicial}$

▷ Matriz Hessiana inicial

para $k \leftarrow 1$ **até** N **faça**

$\Delta p \leftarrow -G_{k-1}^{-1}F_{k-1}$

$p_k = p_{k-1} + \Delta p$

▷ Atualiza o vetor de parâmetros

$F_k \leftarrow \nabla f(p_k)$

▷ Atualiza o vetor gradiente

$G_k \leftarrow G(p_k)$

▷ Atualiza a matriz Hessiana

fim para

3.5.2 Gradiente descendente

O método do gradiente descendente (*steepest descent*) consiste em uma maneira de encontrar um mínimo local de uma função. Para Zhdanov (2002) este método é de fácil entendimento e um dos métodos mais importantes dentre os métodos baseados no gradiente. A

ideia do método é que em cada iteração p_i , é subtraído um desajuste, de modo que $f(p_{i+1}) < f(p_i)$ para todo $i \geq 0$.

Assim, dada uma função f diferenciável em p_0 , a direção do gradiente descendente é o vetor $-\nabla f(p_0)$. Como o vetor gradiente aponta na direção (sentido) de crescimento máximo de uma função, a busca do mínimo da função é dada na direção contrária ao gradiente, por isso o sinal negativo.

O método do gradiente descendente inicia-se com um vetor p_0 e a partir dele calcula-se p_1 utilizando o gradiente de f em p_0 , ou seja, iterativamente calcula-se o vetor p_{i+1} que minimiza o gradiente da função f em p_i (PRESS, 2007), tal que

$$p_{i+1} = p_i - h \nabla f(p_i), \quad (79)$$

onde p_i é o vetor de parâmetros que deseja-se encontrar e h é o tamanho do passo, que é distância percorrida na direção de otimização.

Quando aplica-se o método do gradiente para problemas mais complexos, a questão mais importante é saber qual valor de h vai fornecer uma taxa de convergência rápida (WANG, 2011). Abaixo é apresentado o pseudocódigo utilizado para implementação do método de otimização do Gradiente Descendente.

Algoritmo 2 :Gradiente Descendente

$k \leftarrow 0$	
$p_k \leftarrow p_{inicial}$	▷ Vetor de parâmetros inicial
$\varepsilon \leftarrow tol$	▷ Tolerância
$gnorm_k \leftarrow \ \nabla f(p_k)\ $	▷ Norma do vetor gradiente
enquanto $gnorm_k > \varepsilon$ e $k \leq N$ faça	
$g_k \leftarrow \nabla f(p_k)$	▷ Atualiza o vetor gradiente
$gnorm \leftarrow \ \nabla f(p_k)\ $	
$\Delta p \leftarrow -g_k$	
Calcula h	▷ Determina o passo h que minimiza $f(p_k + h\Delta p)$
$p_{k+1} \leftarrow p_k + h\Delta p$	▷ Atualiza o vetor de parâmetros
$k \leftarrow k + 1$	
fim enquanto	

4 INVERSÃO SÍSMICA

4.1 CONCEITO DE INVERSÃO SÍSMICA

Para Sheriff (2002), a inversão é a técnica que gera uma série de parâmetros que podem ter sua origem em um conjunto de dados observados. Esses parâmetros, por sua vez, consistem na assinatura física de estruturas geológicas, ou seja, na matriz dos coeficientes de reflexão detectados em interfaces geológicas devido à passagem do sinal sísmico inicial.

A inversão sísmica fornece um meio para estimar propriedades das rochas a partir de dados sísmicos. No que diz respeito à prospecção de hidrocarbonetos, os levantamentos sísmicos de reflexão são os que apresentam melhores resultados. Entretanto, os dados coletados em campo precisam ser tratados e interpretados para serem transformados em modelos representativos das feições geológicas de subsuperfície. Uma técnica que pode ser utilizada para fazer isso é a inversão sísmica, que permite, por meio dos dados sísmicos, inferir informações geológicas e petrofísicas e obter parâmetros que permitem modelar as estruturas de reservatórios.

Embora a sísmica de reflexão seja classificada como um método indireto de exploração da subsuperfície, é o método geofísico mais utilizado para a prospecção de reservatórios. Ela produz imagens sísmicas que fornecem as feições geológicas do local estudado. Nesse sentido, o principal objetivo da inversão sísmica é transformar os dados sísmicos de reflexão em impedâncias acústicas, como mostrado na Figura 7 (direita).

A impedância acústica tem como principal característica ser uma propriedade física da camada, e não da interface, ao contrário da amplitude do dado sísmico. Essa distinção faz com que a impedância acústica seja uma poderosa ferramenta a ser utilizada no processo de caracterização de reservatórios. O dado sísmico representa uma propriedade da interface onde os eventos de reflexão são observados devido às mudanças relativas na impedância acústica de camadas de rochas adjacentes (CHOPRA, 2001 apud SANCEVERO et al., 2006).

Segundo Alves (2012), a inversão sísmica é vista na maior parte das vezes como sendo um modelo de solução não única, ou seja, pode existir um grande número de possibilidades para modelos de impedância acústica que mantenham boa correspondência entre o modelo de convolução e a sísmica observada. Esta evidência corrobora com o fato de que a sísmica está relacionada com a interface, enquanto que a impedância acústica está relacionada com a camada.

Na modelação da integração de amplitudes sísmicas com dados de impedância acústica obtidos nos poços, há dois tipos de abordagens, a direta e a inversa. Na Figura 7 (esquerda) observa-se que o modelo direto faz o uso de propriedades da formação, como a impedância acústica desenvolvida por meio de dados de poço, combinada com a *wavelet* e gera o traço sísmico sintético. A *wavelet* tem como objetivo fazer a ligação entre os dados sísmicos e a geologia. A inversão inicia-se com o traço sísmico gravado e remove o efeito da *wavelet* estimada,

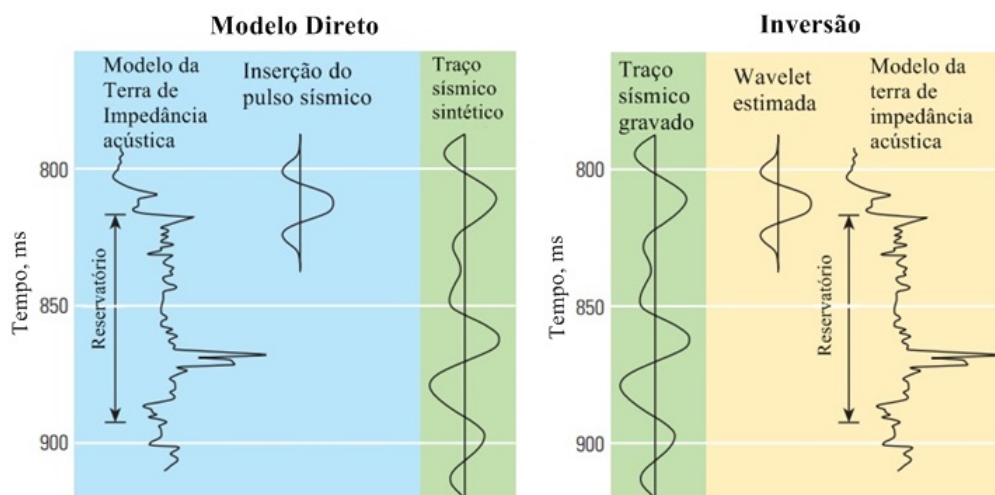


Figura 7: Modelo direto (esquerda) e modelo inverso (direita).

Fonte: Adaptado de Barclay et al. (2007).

criando os valores de impedância acústica para cada amostra, como apresentado na Figura 7 (BARCLAY et al., 2007).

De acordo com Buiting e Bacon (1997), apud Sancevero, Remacre e Portugal (2006) o objetivo final do processo de inversão sísmica é reconstruir o perfil de impedância acústica da subsuperfície a partir dos dados sísmicos, dados de poços e qualquer outra informação a priori disponível sobre o reservatório. Mas há limitações associadas à técnica de inversão sísmica, por exemplo, na inversão numérica é preciso ter uma boa qualidade de sinal de entrada, já que o sinal final é determinado pelo sinal de entrada. No entanto, os dados apresentam ausência de baixas e altas frequências o que impossibilita a inversão significativa para camadas finas.

A inversão sísmica não pode reproduzir com perfeição o modelo de subsuperfície, devido à presença de ruídos e também a presença de determinados tipos de rochas que prejudicam a propagação da onda sísmica. Nesses casos, o modelo pode apresentar heterogeneidades não imageadas devido à resolução vertical limitada do dado sísmico, que é a capacidade de distinção entre o topo e a base de uma camada. Para Yilmaz (2001) a resolução é a capacidade de distinguir dois eventos que estão muito próximos. Ela é importante no mapeamento de pequenas feições estruturadas. Essa resolução é controlada pelo conteúdo de frequência do sinal. Segundo Rocha (2013) várias técnicas vem sendo desenvolvidas para contornar esse problema, algumas utilizam informação adicional, como os *logs* de poços (velocidade, densidade), já que esses normalmente possuem informação de baixas frequências, assim a escolha da técnica mais apropriada deve ser determinada pela complexidade das condições geológicas e a extensão dos problemas a serem resolvidos. De modo que para obter-se o melhor resultado possível na inversão sísmica, todas as informações disponíveis devem ser utilizadas de forma integrada.

4.2 CONVOLUÇÃO DE UM TRAÇO SÍSMICO

O modelo convolucional é uma das formas de calcular a resposta de um sinal sísmico em um determinado modelo terrestre (MANTILLA, 2002). Um sinal sísmico é uma convolução da série de refletividade da Terra com uma fonte sísmica mais uma componente de ruído. Esse modelo simplificado para ângulos de incidência zero pode ser expresso matematicamente de acordo com Russell (1988), como

$$s(t) = r(t) * w(t) + n(t), \quad (80)$$

onde $s(t)$ é o traço sísmico, $r(t)$ é a série de coeficientes de reflexão, $w(t)$ é a *wavelet* e $n(t)$ é uma componente de ruído.

A *wavelet* é um impulso sísmico, gerado com determinada frequência e amplitude, tem como principal objetivo fazer a ligação entre os dados sísmicos e a geologia. A *wavelet* é normalmente extraída por meio do pacote de dados sísmicos utilizando a deconvolução (ALVES, 2012).

A presença de ruído está muitas vezes associada a erros, dessa forma eles devem ser eliminados para obter bons resultados na inversão do traço sísmico. Considerando então que a componente de ruído seja nula, a equação acima é simplificada para

$$s(t) = r(t) * w(t). \quad (81)$$

A Figura 8 ilustra o processo de convolução sem a componente de ruído.

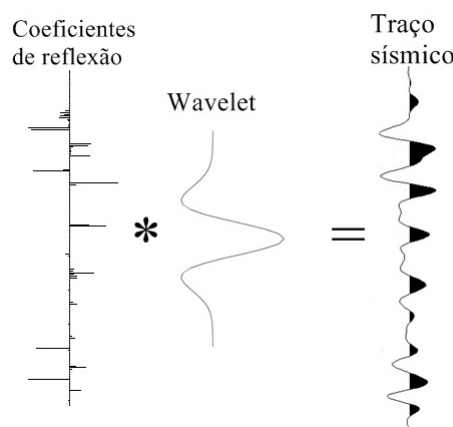


Figura 8: Modelo Convolucional, sem a componente de ruído.

Fonte: Autor.

Como uma convolução de dois sinais corresponde a uma multiplicação no espaço das frequências, outra forma de representar o sinal sísmico é no domínio da frequência. Considerando

para tal, a transformada de Fourier (TF), escrita como

$$\mathcal{F}s(t) = \mathcal{F}r(t)X\mathcal{F}w(t). \quad (82)$$

A transformada de Fourier é uma função complexa, de modo que considera-se os espectros de amplitude e de fase das componentes envolvidas. O espectro de amplitude do sismograma $[A_S(\omega)]$ é igual ao produto dos espectros de amplitude da *wavelet* $[A_W(\omega)]$ e do coeficiente de reflexão $[A_R(\omega)]$ (YILMAZ, 2001).

$$A_S(\omega) = A_R(\omega)A_W(\omega), \quad (83)$$

4.3 DECONVOLUÇÃO DE UM TRAÇO SÍSMICO

Segundo Yilmaz (2001) a deconvolução é um processo que proporciona uma estimativa da refletividade, sendo capaz de comprimir a *wavelet* relacionada com o sismograma. A deconvolução envolve a utilização de um filtro inverso que pode ser utilizado para obtenção da refletividade através da convolução dele com o sismograma.

O processo de deconvolução está dividido em duas categorias: determinística, quando se tem uma estimativa da *wavelet* ou estatística, quando não se conhece uma *wavelet* inicial (SPADINI, 2012).

Russell (1988) cita alguns tipos de deconvolução determinísticas como deconvolução fase zero, *spiking*, preditiva e para os tipos de deconvolução estatística englobam deconvolução por máxima verossimilhança e estratigráfica que utiliza dados de poço.

Nas próximas subseções serão apresentados dois métodos de deconvolução que serão utilizados no processo de inversão. Para conhecimento de outros métodos pode-se consultar Spadini (2012), Russell (1988) e Yilmaz (2001).

4.3.1 Deconvolução *Spiking*

O método de deconvolução *Spiking* é baseado nos filtros inversos de Wiener (YILMAZ, 2001). Considerando que a convolução de um operador de filtro $f(t)$ com um sismograma $s(t)$ resulta em uma estimativa da refletividade $r(t)$, tal que

$$r(t) = f(t) * s(t). \quad (84)$$

Substituindo a Eq. (81) na equação anterior, resulta em

$$\delta(t) = f(t) * w(t), \quad (85)$$

onde $\delta(t)$ é o delta de Kronecker e "*" representa a convolução. Desse modo o operador do filtro inverso pode ser definido como

$$f(t) = \delta(t) * \frac{1}{w(t)}. \quad (86)$$

Assim, procura-se um filtro que quando aplicado ao sismograma produz a refletividade. A Figura 9 ilustra o processo de deconvolução utilizando filtro inverso.

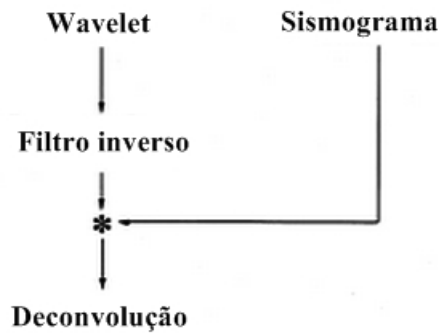


Figura 9: Fluxograma da deconvolução utilizando filtro inverso.

Fonte: Adaptado, Yilmaz (2001).

De acordo com Yilmaz (2001) a forma matricial fundamental para o cálculo dos filtros de comprimento N é expressa como

$$\begin{bmatrix} \sigma_0 & \sigma_1 & \sigma_2 & \cdots & \sigma_{N-1} \\ \sigma_1 & \sigma_0 & \sigma_1 & \cdots & \sigma_{N-2} \\ \sigma_2 & \sigma_1 & \sigma_0 & \cdots & \sigma_{N-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N-1} & \sigma_{N-2} & \sigma_{N-3} & \cdots & \sigma_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_{N-1} \end{bmatrix}, \quad (87)$$

onde σ_i são os valores da autocorrelação do sinal a ser analisado, a_i são os coeficientes do filtro de Wiener e g_i são os valores da correlação cruzada de sinal e o sinal desejado. Na deconvolução *spiking*, o sinal é a *wavelet* sísmica e o sinal desejado é uma delta de Kronecker com atraso zero.

4.3.2 Deconvolução *Sparse Spike*

Russell (1988) ressalta três técnicas de deconvolução *sparse spike*: a deconvolução por máxima verossimilhança, a deconvolução pela norma L1 e a deconvolução por mínima entropia. A deconvolução discutida nesta seção é realizada por meio da norma L1. Ela é realizada sobre o traço sísmico obtendo uma estimativa resultante da refletividade, que pode ser pensada como uma versão média da refletividade inicial. (RUSSELL, 1988).

A norma L1 no traço sísmico é definida como a soma dos valores de cada amostra do traço sísmico. Para Wang (2011) e Russell (1988) a norma L1 resulta em bons resultados para a deconvolução, pois através dela obtém-se uma suposição de uma refletividade esparsa. Matematicamente, é possível definir uma norma mais geral (Lp) como

$$\|L\|_p = \left(\sum_{i=1}^N \|x_i\|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (88)$$

onde para $p = 1$ tem-se a norma L1.

A deconvolução é realizada por meio da minimização de L1 e normalmente utiliza-se o método de programação linear. Spadini (2012) e Sacchi (1997) realizam a deconvolução pela norma L1, a partir de condições específicas, onde o problema é regularizado utilizando os critérios de Huber e Cauchy. E a função é minimizada por meio do método *Iterative Re-weighted Least Squares* (IRLS) ou mínimos quadrados redistribuídos iterativamente. Já Wang (2011) propõe uma minimização por meio do método do gradiente descendente e a regularização de acordo com uma regra geométrica.

4.4 TIPOS DE INVERSÃO SÍSMICA

A inversão sísmica ainda é um problema em aberto e, atualmente, existem muitas formas de solucionar um problema inverso, o que exige uma série de aprimoramentos das técnicas até então existentes. Nesse sentido, o principal desafio da inversão é encontrar qual das soluções é mais confiável e que mantenha uma coerência espacial com toda a região em estudo.

Os principais métodos de inversão sísmica são divididos de acordo com sua origem matemática, determinística ou estocástica, e segundo o tipo de dado sísmico, pós-*stack* (pós-empilhamento) ou pré-*stack* (pré-empilhamento), como apresentado na Figura 10. Ao utilizar os dados pós-*stack* obtém-se uma propriedade como a impedância acústica, já utilizando os dados pré-*stack* várias propriedades podem ser obtidas como impedâncias e densidades. (FILIPPOVA; KOZHENKOV; ALABUSHIN, 2011).

Segundo Russell (1988) os métodos de inversão *pré-stack* são divididos em métodos lineares e não lineares. Já nos métodos *pós-stack* há a inversão do campo de onda, tomografia, inversão recursiva (ex. *narrow band*, *sparse-spike*) e inversão *model-based*.

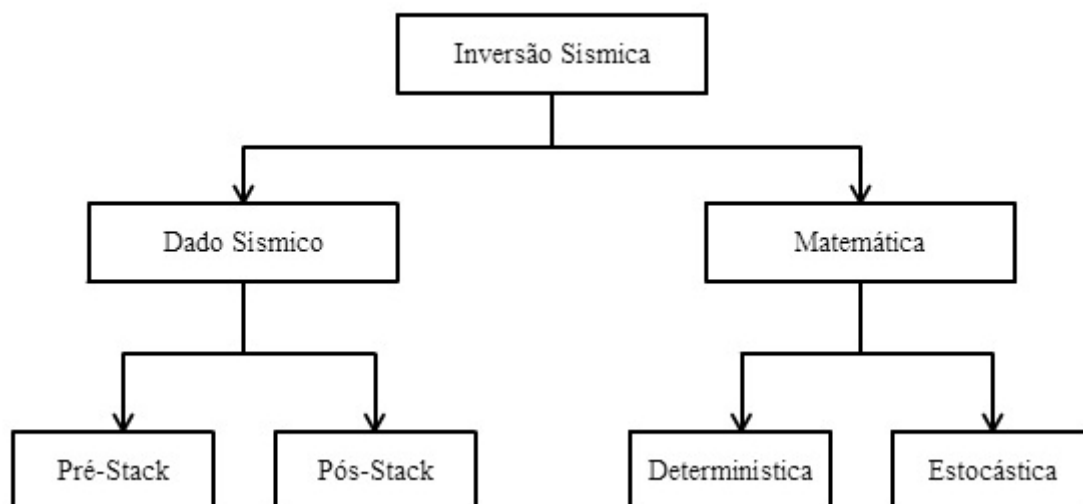


Figura 10: Esquema de classificação dos métodos de inversão sísmica.

Fonte: Autor.

4.4.1 Determinística

O método de inversão sísmica determinística baseia-se na minimização de um termo de erro entre o modelo convolutivo da série de refletividades e o traço sísmico observado e produz uma única solução. Segundo Alves (2012) a maioria dos métodos de inversão sísmica determinística baseiam-se em três pontos fundamentais:

- No modelo convolutivo da série de coeficiente de reflexão dos dados experimentais com a *wavelet* conhecida;
- Na comparação do traço sísmico sintético com traço sísmico observado/real;
- Na atualização do conjunto de coeficientes de reflexão, para minimizar a diferença entre o traço sintético e o real.

De acordo com Alves (2012) o principal objetivo de uma metodologia de inversão sísmica determinista é encarregar-se da minimização das diferenças entre a convolução da *wavelet* com a série de refletividades e o traço sísmico observado.

Cooke e Cant (2010) descrevem a inversão linear generalizada (*GLI - generalized linear inversion*) como o tipo de inversão determinística mais utilizado. Esse tipo de inversão é aplicado

ao conjunto de dados sísmicos sintéticos e reais, com o objetivo de obter um perfil de impedância em função do tempo. Na inversão GLI é fornecido um modelo inicial das propriedades geológicas obtidas por meio da impedância acústica, onde esse modelo é iterativamente refinado por meio da convolução de modo a gerar um modelo sintético que esteja próximo dos dados observados. Esse processo tem como solução um único modelo de impedância acústica para cada traço invertido.

4.4.2 Estocástica

Conforme foi visto, a inversão sísmica é caracterizada por ser um problema mal posto, ou seja, por poder apresentar instabilidade e falta de unicidade da solução, isso ocorre principalmente pela própria natureza do problema inverso. Por possuir falta de unicidade é possível que existam diferentes soluções para que a convolução entre a série de refletividade e a *wavelet* combine com a sísmica observada.

A metodologia estocástica utiliza uma forma alternativa de tratar a questão da não exclusividade das soluções, tentando encontrar todos os modelos de impedância acústica aceitáveis (COOKE; CANT, 2010).

A inversão sísmica estocástica pode ser definida resumidamente como um método de geração de várias realizações equiprováveis de propriedades (impedâncias acústicas), com o principal objetivo de quantificar as incertezas dessas propriedades. Muitos desses métodos são baseados em simulações de geoestatística. A importância dessas técnicas de inversão tem aumentado na indústria de petróleo e gás nas últimas décadas, uma vez que permite a avaliação da incerteza em modelos de reservatório, levando a tomada de decisões mais confiáveis (AZEVEDO et al., 2012).

O método geoestatístico difere de todos os outros métodos em um aspecto, não há uma função objetivo, assim as propriedades (impedância, porosidade, etc.) são inferidas a partir de uma função de densidade de probabilidade (PDF - *probability density function*) de resultados possíveis. A PDF é definida em cada ponto do espaço e do tempo. A informação a priori vem dos dados registrados dos poços, das distribuições litológicas e das propriedades estatísticas espaciais (PENDREL, 2006).

Os tipos de inversão estocástica podem ser divididos em: inversão traço a traço e inversão global. Ainda podem ser utilizados métodos geoestatísticos de simulação sequencial, como a simulação sequencial Gaussiana (SSG) ou a simulação sequencial direta (SSD). A inversão estocástica é complementar à inversão determinista. Dessa forma uma realização de impedância acústica a partir de um método determinista de inversão é a média de todas as possíveis realizações não únicas através da inversão sísmica estocástica (ALVES, 2012).

4.4.3 Pós-Stack e Pré-Stack

Outra forma de classificar o tipo de inversão sísmica é pelo tipo de dado utilizado, já que essa também depende do tipo de dados a serem invertidos. Se os dados são invertidos antes do *stacking* (empilhamento) é chamado *pré-stack*, no entanto, se forem invertidos já empilhados é chamado de *pós-stack*, este é um dos métodos mais utilizados para a inversão.

A maioria dos levantamentos sísmicos fornecem imagens utilizando os dados que já passaram pelo processo *stacking*. Empilhamento é uma técnica de aprimoramento de sinal, que produz um único traço com a amplitude do sinal igual a média do sinal nos traços empilhados. O traço empilhado resultante é considerado como sendo a resposta gerada pela reflexão incidência normal no ponto médio comum (*CMP – Common midpoint*). Nesse processo deve-se assegurar que a velocidade do meio que cobre o refletor varia gradualmente e a média das amplitudes dos traços empilhados deve ser equivalente à amplitude que seria registrada em um traço de incidência normal (BARCLAY et al., 2007).

A Figura 11 ilustra o processo do *stacking*, o empilhamento reúne primeiro os traços de todos os deslocamentos fonte-receptor disponível que refletem em um ponto médio comum (*CMP*). É aplicada uma correção no tempo, chamada correção normal *moveout* (*NMO*), esta consiste em mover todos os traços de um sismograma com afastamento igual para o mesmo tempo, ou seja, o afastamento nulo entre a fonte e os hidrofones ou geofones, por exemplo. Com isso cada traço fica com as amplitudes equivalentes, assim os picos refletidos perdem a feição hiperbólica e tornam-se lineares (LOPES, 2010).

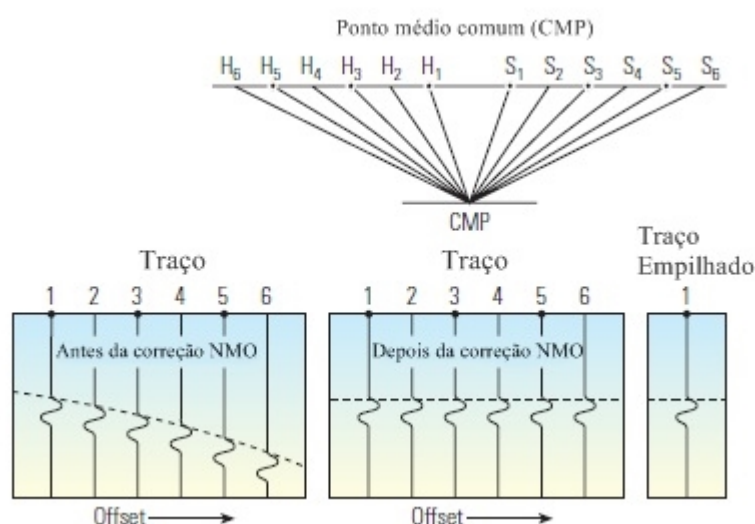


Figura 11: CMP e *Stacking*.

Fonte: Adaptado de Barclay et al. (2007).

Se as amplitudes não variam com o *offset*, a inversão pode ser realizada com o dado empilhado, (*pós-stack*). No entanto, se as amplitudes variam com o *offset*, a inversão aplicada

deve ser *pré-stack*.

A inversão pós-*stack* de impedâncias acústicas está dividida em duas abordagens principais: inversão de banda limitada, como a inversão recursiva (*narrow band*), e inversão de banda larga. Esta ainda se divide em duas outras abordagens: a *model based* como a *GLI* e *sparse spike inversion* (ALVES, 2012). Já a inversão pré-*stack* está baseada em métodos não lineares e lineares.

4.4.3.1 Inversão Recursiva (*Narrow Band*)

É a técnica mais simples de inversão sísmica e é considerada a primeira técnica desenvolvida para obter impedâncias. Ela é baseada na relação entre o coeficiente de reflexão e impedância acústica, Eq. (47). De acordo com Russell (1988) é realizado o seguinte procedimento para recuperar a impedância acústica:

$$1 + r_i = \frac{I_{i+1} + I_i}{I_{i+1} + I_i} + \frac{I_{i+1} - I_i}{I_{i+1} + I_i} = \frac{2I_{i+1}}{I_{i+1} + I_i}, \quad (89)$$

e ainda,

$$1 - r_i = \frac{I_{i+1} + I_i}{I_{i+1} + I_i} - \frac{I_{i+1} - I_i}{I_{i+1} + I_i} = \frac{2I_i}{I_{i+1} + I_i}. \quad (90)$$

Fazendo a razão entre a Eq. (89) e Eq. (90), tem-se

$$I_{i+1} = I_i \frac{1 + r_i}{1 - r_i}, \quad (91)$$

que é a expressão para inversão recursiva. Esta técnica é a base para muitas técnicas de inversão e envolve os métodos *sparse spike* e a inversão *narrow band*. Observando a Eq. (91), percebe-se que conhecendo a impedância acústica da camada i e o coeficiente de reflexão desta camada, pode-se então obter a impedância acústica das camadas consecutivas. Assim, tem-se que

$$I_2 = I_1 \frac{1 + r_1}{1 - r_1}; \quad I_3 = I_2 \frac{1 + r_2}{1 - r_2} \dots \quad (92)$$

Conclui-se que pode-se obter o valor da impedância na n -ésima camada aplicando o produtório

$$I_{i+1} = I_1 \prod_{i=1}^n \frac{1 + r_i}{1 - r_i}. \quad (93)$$

4.4.3.2 Inversão *Sparse Spike*

Uma das vantagens desse método de inversão está na sua eficiência em estimar a banda espectral completa da refletividade, já que alguns dos métodos clássicos não apresentam essa vantagem. O fluxograma para inversão *sparse spike*, pode ser visualizado na Figura 12.



Figura 12: Fluxograma da inversão *sparse spike*.

Fonte: Adaptado de Russell (1988).

O método apresentado aqui é discutido por Wang (2011), que utiliza uma combinação de normas para estimar um modelo de refletividade. Uma regularização é introduzida na função objetivo para garantir melhores resultados. A regularização vem por meio da norma $L1$ e da norma $L2$ para o ruído. A função objetivo, desse método, que se deseja minimizar, é dada por:

$$J(r) = \alpha \|r\|_{L1} + \|Wr - d\|_{L2}^2, \quad (94)$$

onde r é o coeficiente de reflexão, α controla a esparsidade da solução. O segundo termo minimiza a diferença entre os dados sintéticos (Wr) e os dados observados, onde W é a matriz de

coeficientes da *wavelet* e d os dados observados. A Eq. (94) é minimizada utilizando o método do Gradiente Descendente ou Quasi-Newton. Aplicando então o método do Gradiente em $J(r)$, dado r_k , tem-se

$$r_{k+1} = r_k - h_k g_k, \quad (95)$$

onde h é o tamanho do passo e $g(r) = \nabla J$ é o gradiente de $J(r)$. Aplicando o método do Gradiente Descendente (MGD) tem-se duas opções para o cálculo de h_k :

$$h_k^{MGD1} = \frac{\langle r_k - r_{k-1}, r_k - r_{k-1} \rangle}{\langle r_k - r_{k-1}, g_k - g_{k-1} \rangle},$$

$$h_k^{MGD2} = \frac{\langle r_k - r_{k-1}, g_k - g_{k-1} \rangle}{\langle g_k - g_{k-1}, g_k - g_{k-1} \rangle}.$$

Já aplicando o método de Quasi-Newton(MQN) tem-se

$$r_{k+1} = r_k - h_k H_k^{-1} g_k, \quad (96)$$

onde H^{-1} é a matriz hessiana inversa e g o gradiente.

$$h_k^{MQN1} = \frac{\langle g_{k-1}, g_{k-1} \rangle}{\langle g_{k-1}, H_k g_{k-1} \rangle},$$

$$h_k^{MQN2} = \frac{\langle g_{k-1}, H_k g_{k-1} \rangle}{\langle g_{k-1}, H_k^T H_k g_{k-1} \rangle}.$$

Vale salientar que a diferença entre os métodos está na fórmula utilizada para determinar h_k . Wang (2011) propõe também que o passo h_k seja calculado utilizando o passo por critério de Rayleigh, isto é,

$$h_k = \beta_1 \frac{\langle g_{k-1}, g_{k-1} \rangle}{\langle g_{k-1}, H_k g_{k-1} \rangle} + \beta_2 \frac{\langle g_{k-1}, H_k g_{k-1} \rangle}{\langle g_{k-1}, H_k^T H_k g_{k-1} \rangle},$$

onde β_1 e β_2 são parâmetros positivos e $\langle x, y \rangle$ representa a notação de produto interno.

O valor do parâmetro de regularização α pode ser diferente para cada dado observado, ou seja, ele não pode ser determinado para um caso em geral (JUNIOR; UIEDA, 2011). Há muitas maneiras de escolher o parâmetro de regularização. Para o cálculo de α na técnica *sparse spike*, ele assumirá valores de acordo com a seguinte regra geométrica

$$\alpha_k = \alpha_0 \zeta^{k-1}, \quad \zeta \in (0, 1), \quad (97)$$

onde k é uma constante e $\alpha_0 > 0$ é um valor inicial atribuído ao parâmetro de regularização.

5 METODOLOGIA

Para testar os algoritmos de inversão descritos, será utilizado um conjunto de dados sintéticos com comportamento conhecido. Existem diversos tipos de modelos para testes, neste trabalho escolhemos utilizar o modelo de Marmousi, que apresenta certa complexidade geológica. Esse modelo trata-se de um conjunto de dados acústicos sintéticos 2D. Ele foi criado pelo Instituto Francês do Petróleo (*Institut Français du Pétrole*) em 1988. A geologia é baseada em um perfil da bacia de Cuanza na Quênia Norte. Há vários trabalhos que utilizam esse modelo, a exemplo pode-se citar Silva (2012), Moreira et al. (2014), Martin, Wiley e Marfurt (2006).

Na Figura 13 pode-se visualizar a imagem sísmica (dados sísmicos) e o modelo de impedância acústica que deve ser obtido após a inversão dos dados. Para testar a sensibilidade das técnicas de inversão será adicionada uma componente de ruído nos dados, já que esta variável está presente em qualquer tipo de dado real.

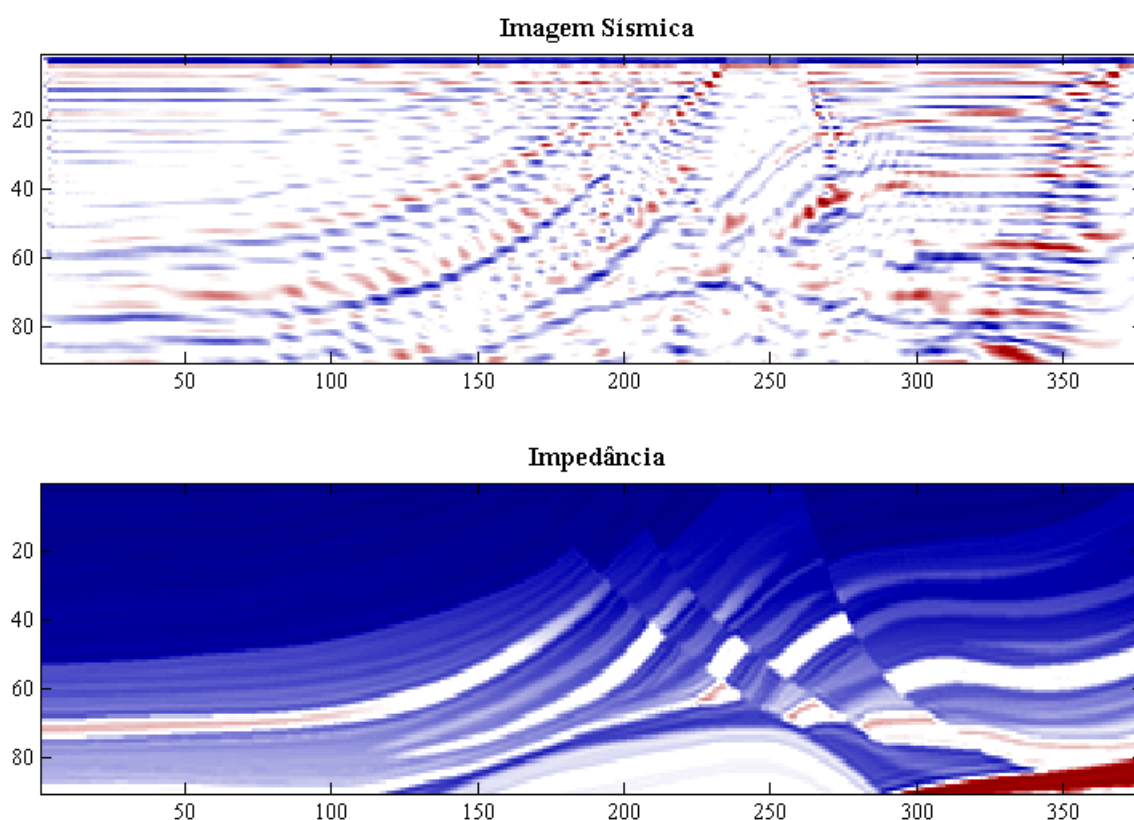


Figura 13: Modelo utilizado para cálculo do sismograma sintético e análise da inversão.

Fonte: Autor.

A *wavelet* utilizada para inversão é do tipo *Ricker*. Ela é caracterizada por ser uma *wavelet* de fase zero com um pico central e dois lóbulos laterais menores como é mostrado na

Figura 14 (esquerda). A fórmula matemática para geração dessa *wavelet* é dada por

$$w(t) = 1 - 2(\pi^2 f^2 t^2) \exp(-\pi f t)^2, \quad (98)$$

onde t é o tempo e f é a frequência central. Foi utilizado uma *wavelet* com frequência central de 25Hz. É importante enfatizar que a escolha da *wavelet* é um passo muito importante para o processamento e análise dos dados sísmicos. Há diversos métodos destinados a estimativa da *wavelet*. Para uma melhor compreensão da importância da *wavelet* pode-se consultar Henry (1997).

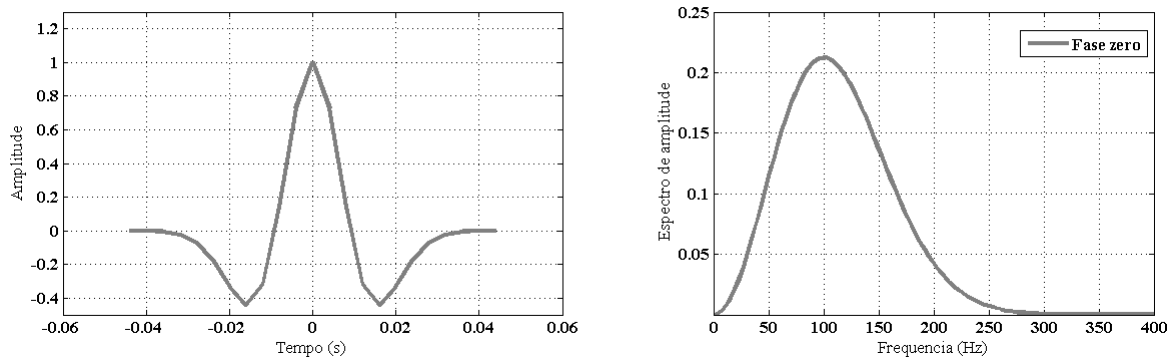


Figura 14: *Wavelet* (esquerda) e espectro de frequência (direita).

Fonte: Autor.

Para a inversão *narrow band* utilizou-se a deconvolução *spiking* juntamente com inversão recursiva. Para a inversão *sparse spike* utilizou-se a deconvolução *sparse spike* e o método de inversão proposto por Wang (2011). Na Tabela 1 são apresentados os valores utilizados para determinados parâmetros.

Tabela 1: Parâmetros utilizados.

Parâmetros	Valor
β_1	0.001
β_2	0.003
α_0	0.08
ζ	0.5
Tolerância	10^{-6}

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 ANÁLISE DA INVERSÃO RECURSIVA (NARROW BAND)

Esta técnica necessita primeiro da aplicação da deconvolução e em seguida a realização da inversão recursiva. Assim, realizou-se primeiramente a deconvolução *spiking* aplicada ao traço 140 do modelo de Marmousi.

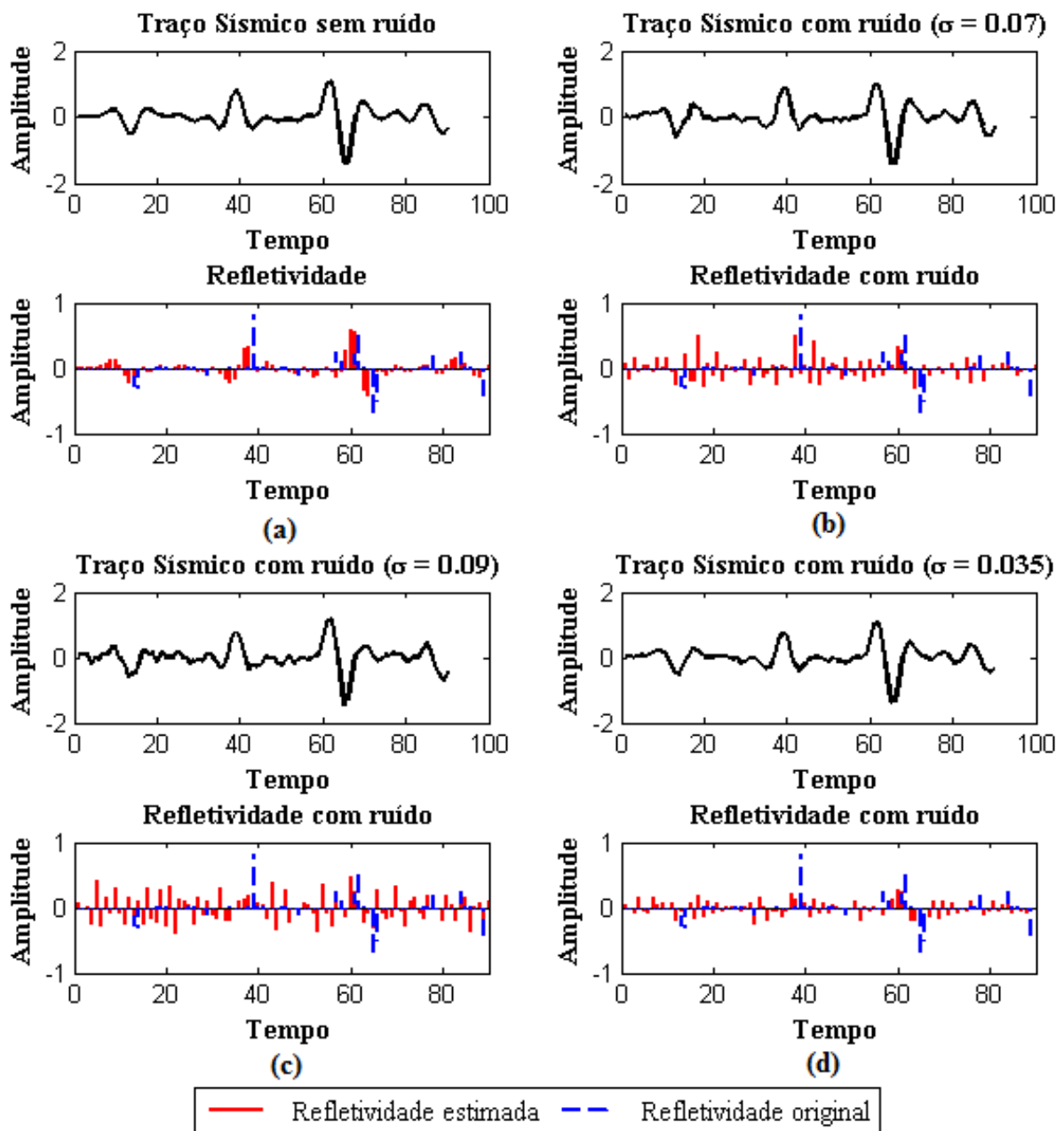


Figura 15: Estimativas da refletividade utilizando a deconvolução *spiking*.

Fonte: Autor.

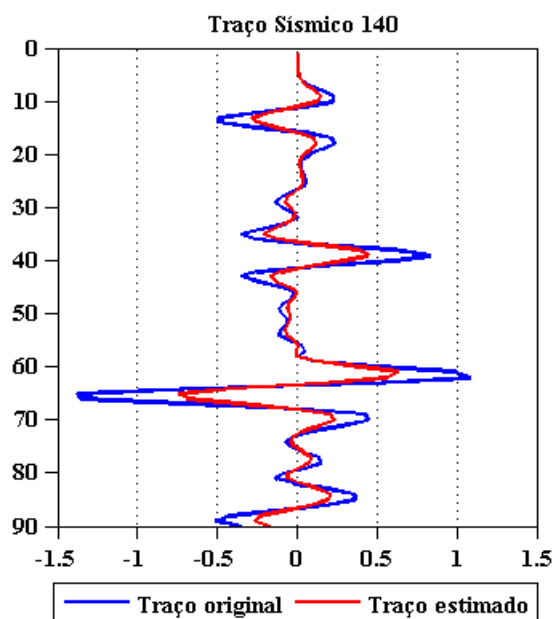


Figura 16: Inversão recursiva sem ruído: Sísmica sintética e original com correlação de 0.7.

Fonte: Autor.

Na Figura 15 é possível visualizar a aplicação da deconvolução *spiking*, realizada sem e com a adição da componente de ruído para diferentes valores de desvio padrão ($\sigma = 0.07$, $\sigma = 0.09$, $\sigma = 0.035$). Note que o método não converge para a refletividade esperada (Figura 15: b, c, d). Como esperado, a redução do ruído garante melhores resultados (Figura 15: d). Este método deixa claro que o modelo convolucional depende da remoção do ruído, pois a presença do mesmo impede que o método apresente um bom resultado.

Na Figura 16 é possível visualizar a sísmica original e a sísmica sintética (convolução entre a *wavelet* e a refletividade obtida utilizando a deconvolução *spiking*). Normalmente uma boa correlação entre o traço original e o traço estimado corresponde a uma boa correlação entre a impedância acústica e os dados originais. As correlações dos dados variam de 0.49 a 0.7 o que é considerada moderada.

Após a deconvolução foi realizada a inversão dos dados com e sem a presença de ruído. O resultado da inversão sem ruído pode ser visualizado na Figura 17, em comparação com as Figuras 18, 19 e 20 cujos dados apresentam ruído, percebe-se que a ausência da componente de ruído melhora significativamente os resultados.

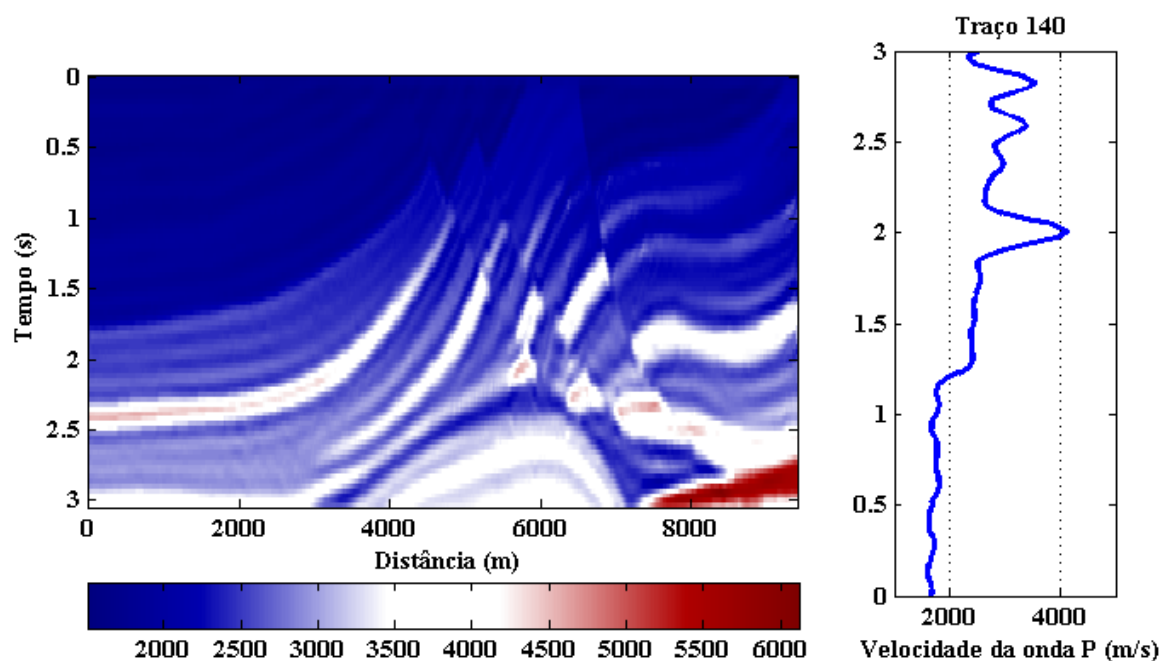


Figura 17: Inversão recursiva sem a presença de ruído.

Fonte: Autor.

As Figuras 18, 19 e 20 apresentam os resultados da inversão na presença da componente de ruído. Note que o método não apresenta bons resultados, já que esse tipo de método supõe que o ruído foi removido.

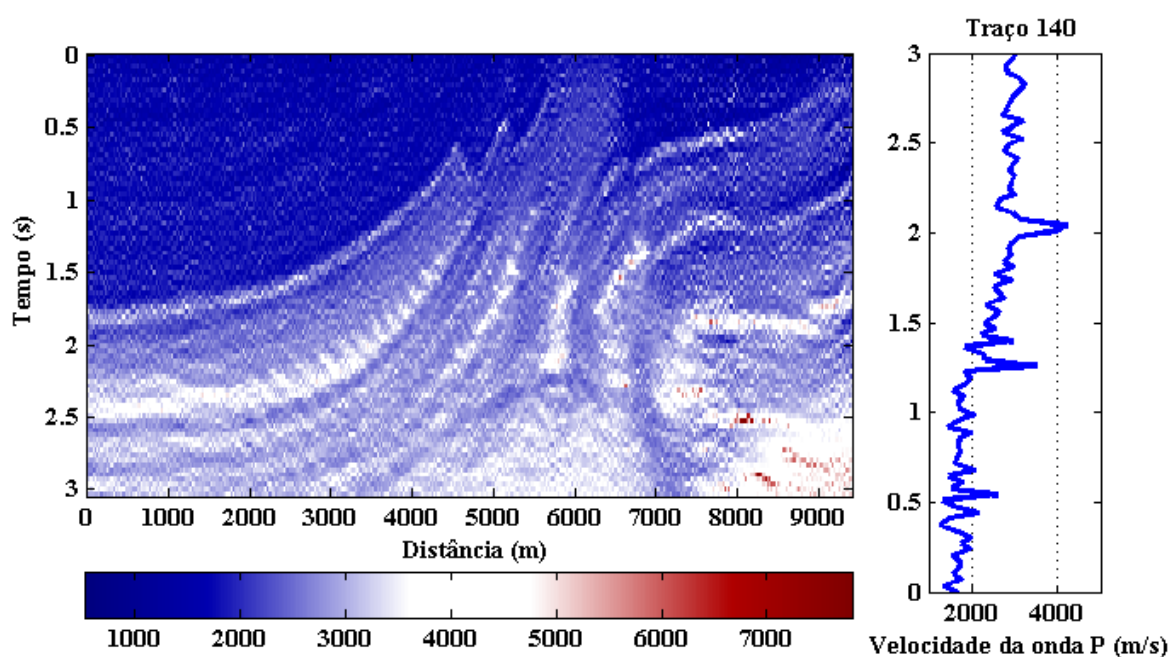


Figura 18: Inversão recursiva com a presença de ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.07$.

Fonte: Autor.

Percebe-se também que este método permite a recuperação da geometria do modelo, mas não consegue identificar as baixas frequências presentes no modelo, isto é, camada de baixas espessuras. Consequentemente não é possível estimar o modelo corretamente.

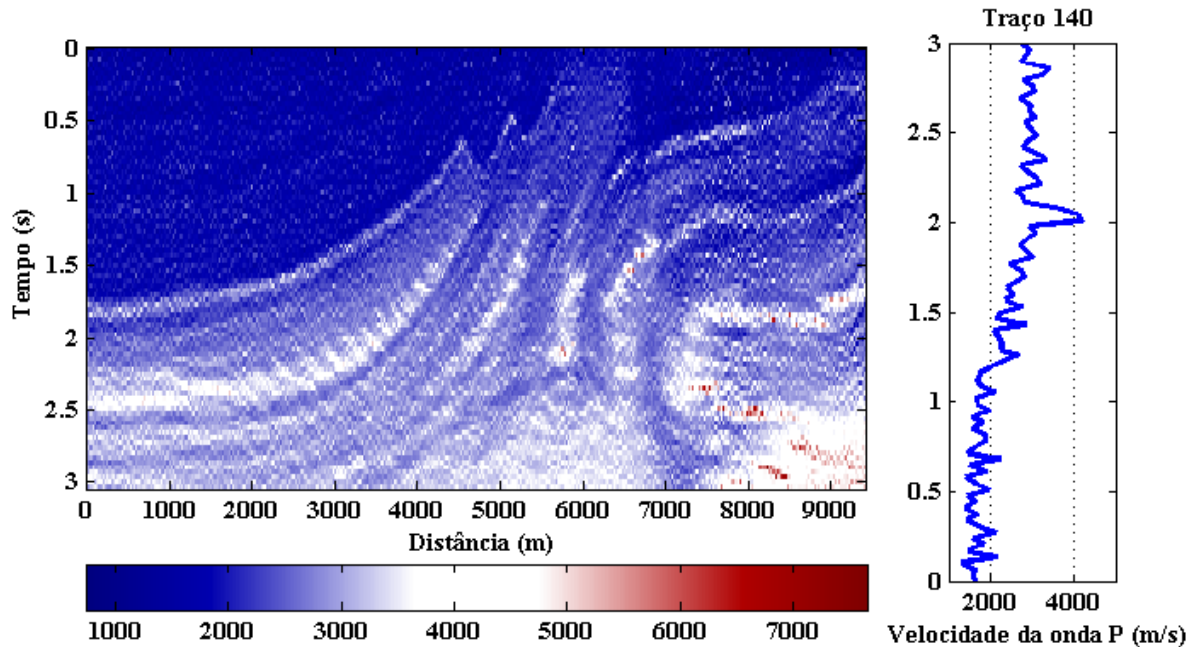


Figura 19: Inversão recursiva com a presença de ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.09$.

Fonte: Autor.

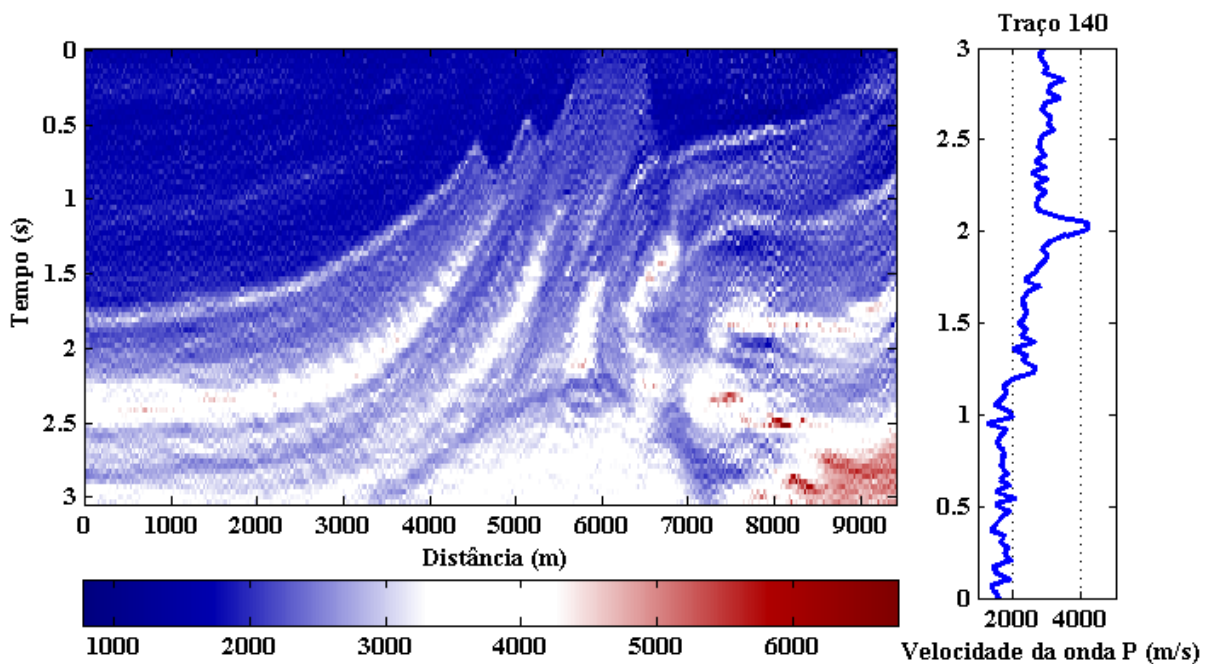


Figura 20: Inversão recursiva com a presença de ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.035$.

Fonte: Autor.

As Figuras 18, 19 e 20 também mostram que quanto maior o ruído, maior é a incerteza na estimativa do modelo, já que a presença do ruído contamina o sinal conduzindo a valores de impedâncias inaceitáveis. Para se obter um bom resultado todo o ruído deve ser removido, o que nem sempre é possível em situações reais. Uma vantagem que a inversão recursiva apresenta, é seu baixo custo computacional, de modo que em poucos segundos (37 s) obtém-se uma estimativa do modelo.

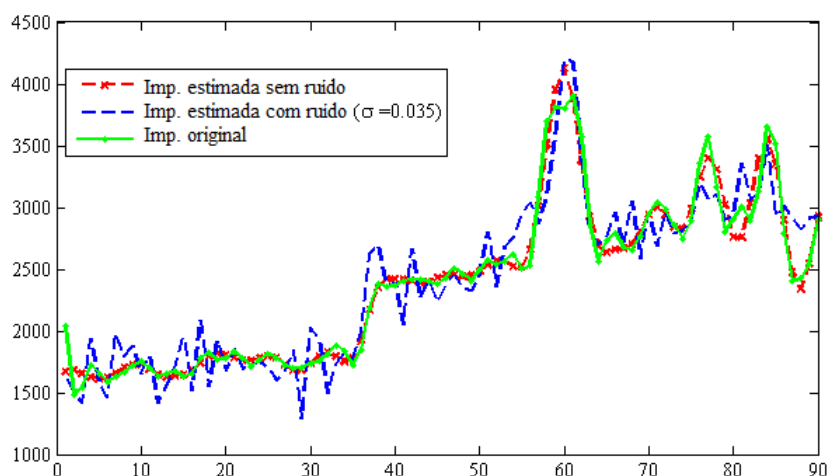


Figura 21: Impedância estimada utilizando inversão recursiva (linha tracejada com asterisco); Impedância estimada utilizando inversão recursiva com ruído de desvio padrão $\sigma = 0.035$ (linha tracejada); Impedância original (linha cheia).

Fonte: Autor.

A Figura 21 ilustra a comparação entre os resultados da inversão recursiva com e sem a presença do ruído e também a impedância original, percebe-se que este método, apesar de possuir um baixo custo computacional, não faz estimativas aceitáveis para impedância em situações reais em que o ruído está presente.

6.2 ANÁLISE DA INVERSÃO *SPARSE SPIKE*

De modo similar ao caso anterior, antes de realizar a inversão *sparse spike* realizou-se a deconvolução *sparse spike*. Esta é baseada na norma $L1$ e possui uma performance superior a deconvolução *spiking*, já que a deconvolução *sparse spike* na presença de ruído consegue estimar uma refletividade próxima da refletividade real, conseguindo reconstruir bem a refletividade mesmo na presença de ruído. No entanto, o custo computacional desta técnica é superior a deconvolução *spiking*.

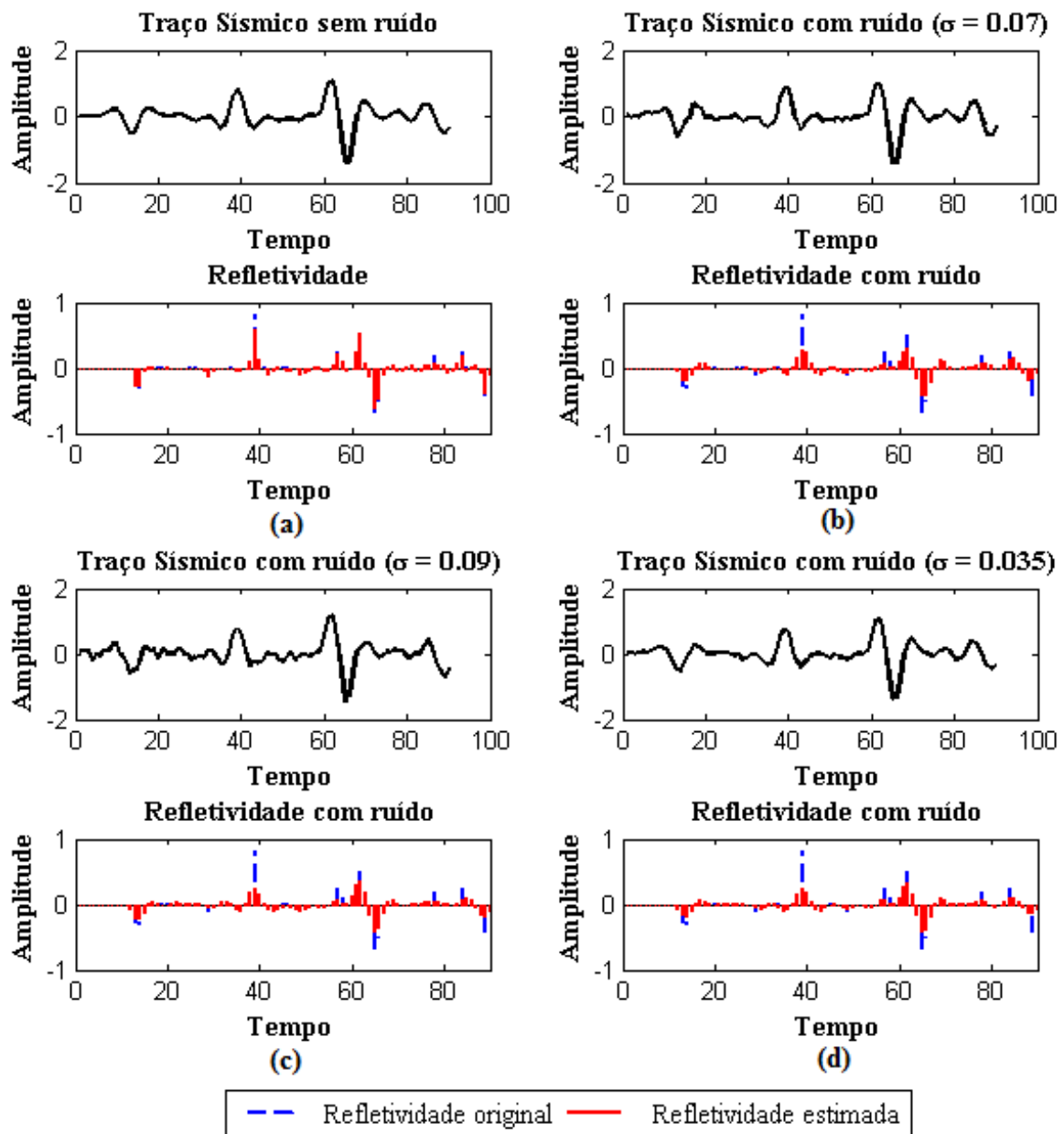


Figura 22: Estimativas da refletividade utilizando a deconvolução *sparse spike*.

Fonte: Autor.

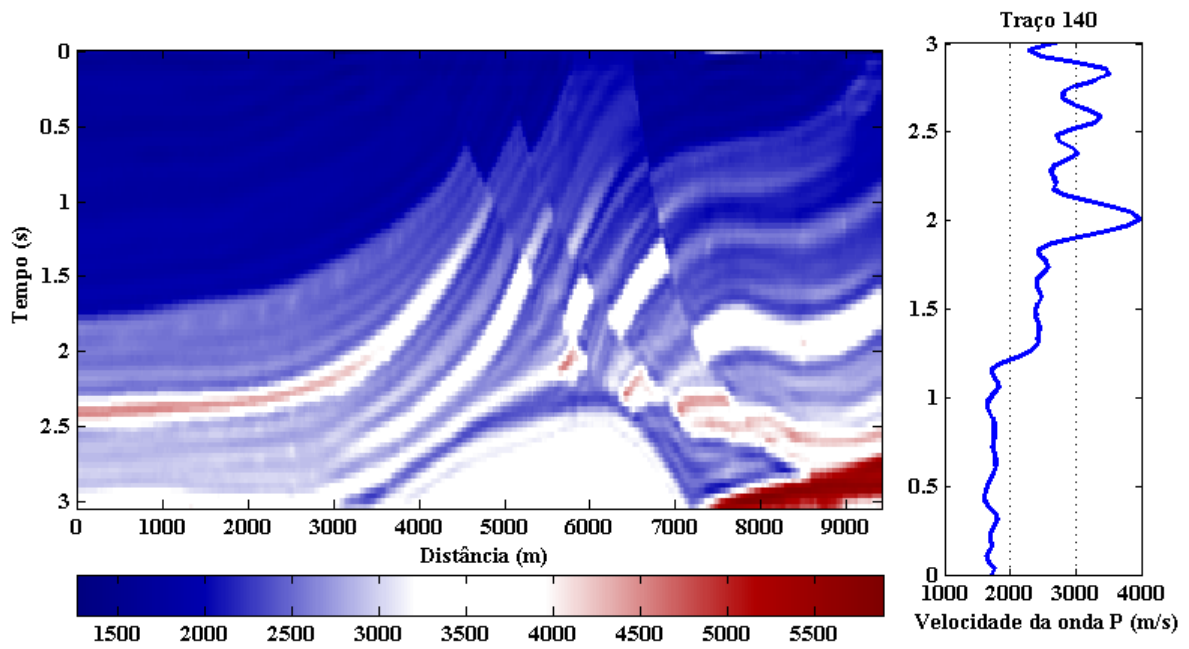


Figura 23: Inversão *sparse spike* sem a presença de ruído.

Fonte: Autor.

A Figura 22 mostra a deconvolução *sparse spike* para os mesmos valores de desvio padrão utilizados na Figura 15. Após a realização da deconvolução é possível realizar a inversão. A inversão *sparse spike* implementada propõe-se a utilização do método do Quasi-Newton ou do gradiente descendente (*steepest descent*) e o cálculo do tamanho do passo h é baseado no critério de Rayleigh, que apresenta bons resultados caso os parâmetros introduzidos pelo usuário tenham sido bem selecionados (WANG, 2011). O valor do passo h influencia no número de iterações necessária para a convergência do método. Para escolher esses parâmetros é preciso executar o algoritmo várias vezes até encontrar os parâmetros que permitem obter uma boa estimativa da impedância. Esses métodos apresentam um alto custo computacional, já que necessitam de muitas iterações para atingir uma tolerância aceitável, o tempo de execução foi de aproximadamente 1400s. Foi observado que quando aplica-se o método do gradiente o mais importante é calcular h de modo que este permita uma taxa de convergência rápida reduzindo assim o número de iterações.

O resultado da inversão *sparse spike*, sem ruído, com 1900 iterações pode ser visualizado na Figura 23.

Na Figura 24 é possível visualizar a relação entre a sísmica original e a sísmica sintética (convolução entre a *wavelet* e a refletividade obtida utilizando a deconvolução *sparse spike* na ausência de ruído). As correlações dos dados estão entre 0.90 e 0.99, o que indica uma forte correlação. Portanto, o método consegue obter uma boa estimativa da refletividade de modo que a convolução desta com a *wavelet* é quase idêntica ao traço original.

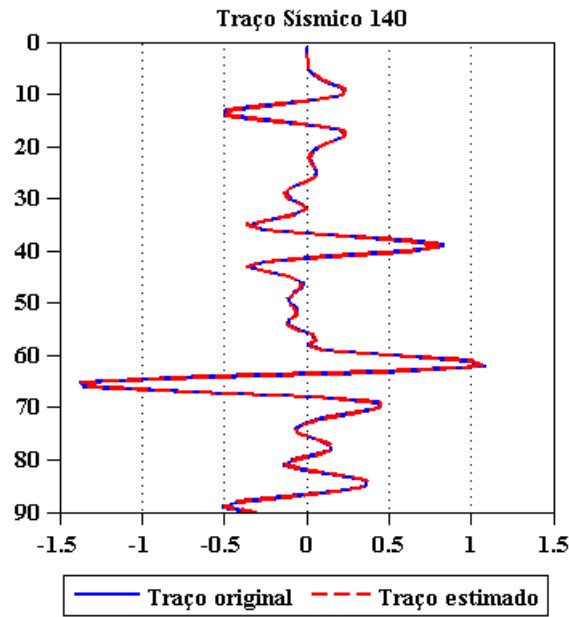


Figura 24: Inversão *sparse spike* sem ruído: Sísmica sintética e original com correlação de 0.99.
Fonte: Autor.

Com o objetivo de comparar a sensibilidade entre as duas técnicas (inversão *narrow band* e inversão *sparse spike*), será utilizado o ruído com mesmo desvio padrão da seção anterior. Na Figura 25 é possível visualizar o resultado da inversão com 500 iterações, na presença de ruído com desvio padrão de $\sigma = 0.07$.

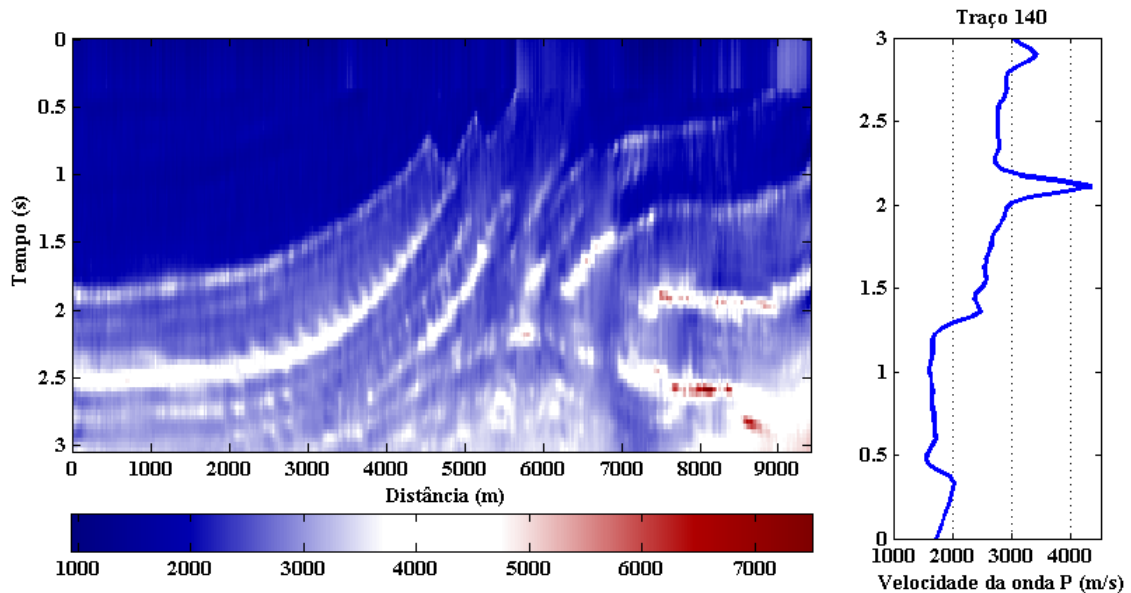


Figura 25: Inversão *sparse spike* com ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.07$.
Fonte: Autor.

As Figuras 26 e 27 também apresentam o resultado da inversão com 500 iterações, na presença de ruído com desvio padrão de $\sigma = 0.09$ e $\sigma = 0.035$, respectivamente. Pode-se afirmar

que a presença do ruído ocasiona erros e quanto maior forem os ruídos a solução final fornecerá valores de impedância acústica menos aceitáveis.

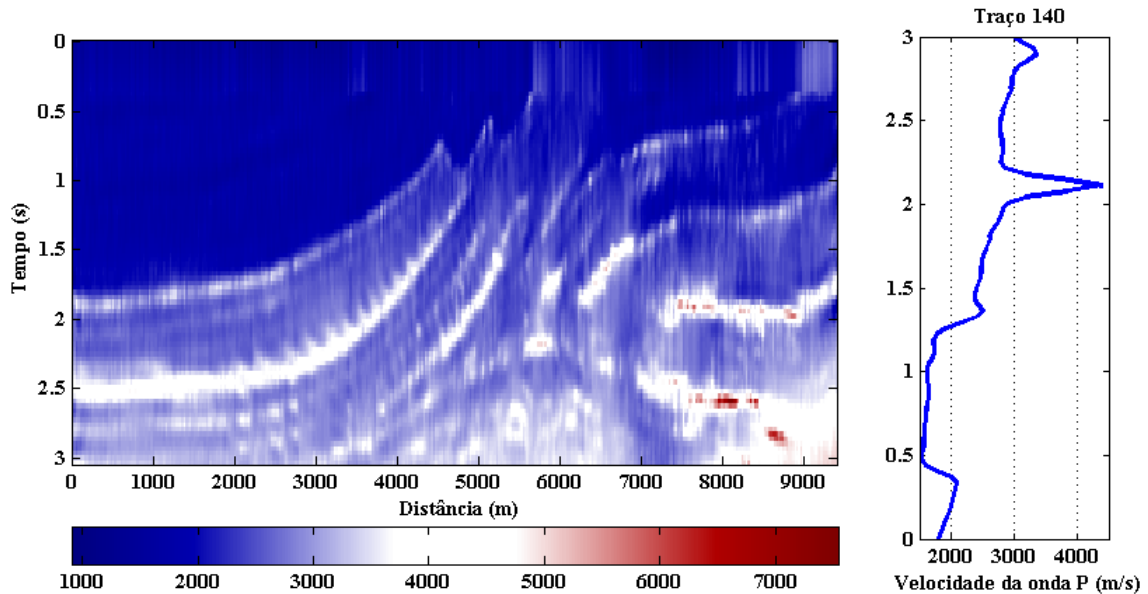


Figura 26: Inversão *sparse spike* com ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.09$.

Fonte: Autor.

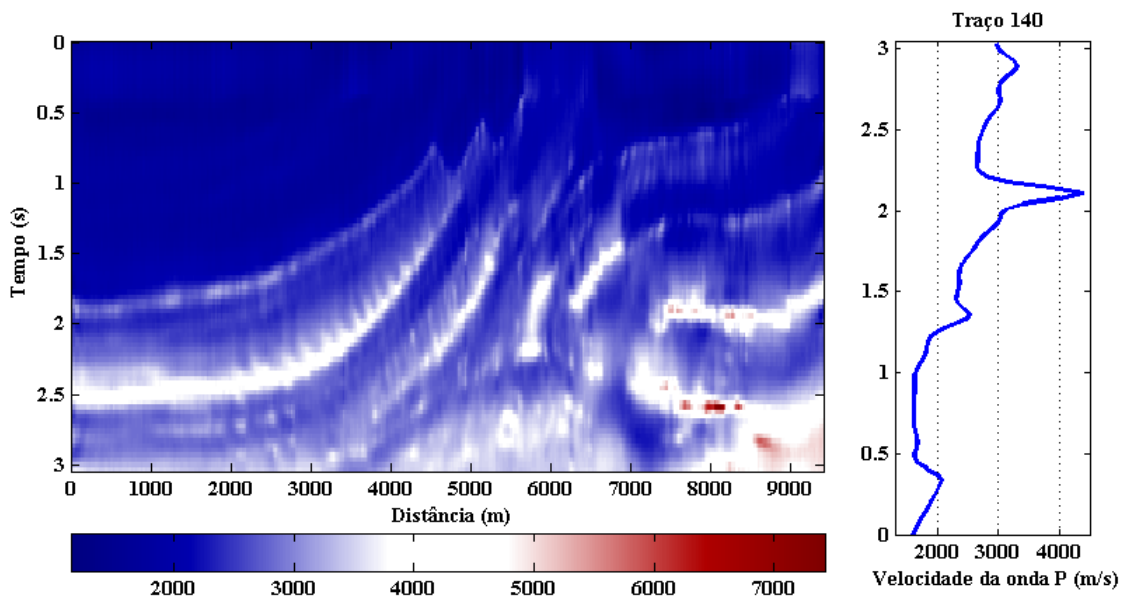


Figura 27: Inversão *sparse spike* com ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.035$.

Fonte: Autor.

Observa-se também uma redução nos valores da impedância que pode estar relacionado com a perda das baixas frequências na refletividade estimada na presença de ruído. Com um número maior de iterações, esses resultados podem melhorar. Na Figura 28 é possível visualizar

o resultado da inversão na presença de ruído utilizando um número maior de iterações (1000). Pode-se afirmar que o método converge na presença da componente de ruído, no entanto requer um grande número de iterações. Já que a quantidade de iterações influenciarão na estimativa da impedância.

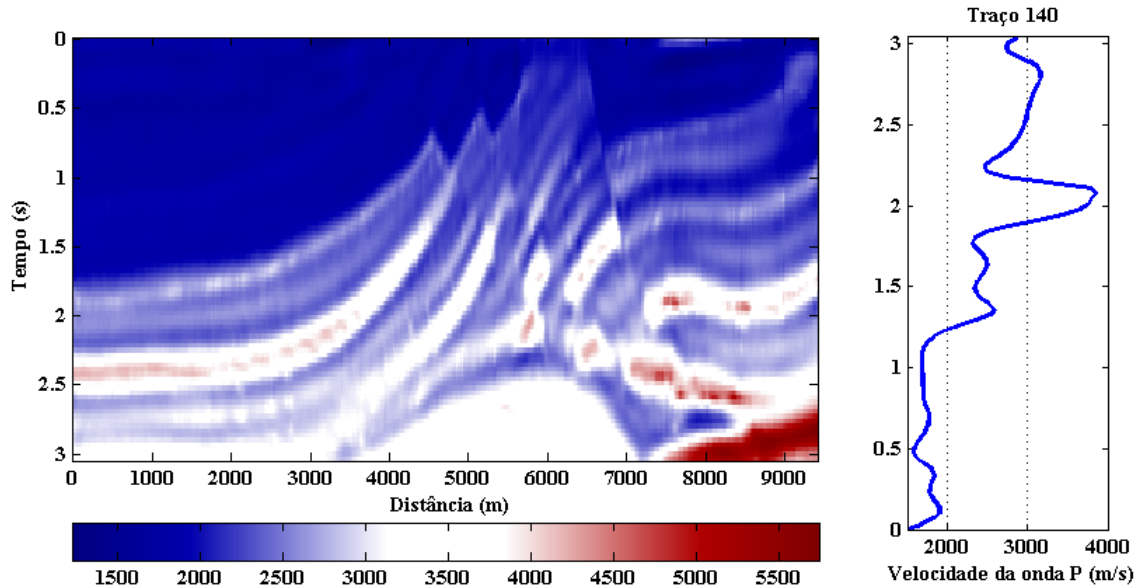


Figura 28: Inversão *sparse spike* com 1000 iterações e com ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.035$.

Fonte: Autor.

Como pode-se observar na Figura 28, os resultados melhoram com um número maior de iterações, no entanto, um número maior de iterações pode ocasionar na não unicidade da solução, isto é, as muitas iterações podem fazer com que vários modelos satisfaçam o conjunto de dados.

Na Figura 29 é mostrado o traço sísmico estimado a partir do dado inicial com ruído e impedância acústica estimada, com 1000 iterações e ruído de desvio padrão de $\sigma = 0.035$. A correlação entre as duas impedâncias é de 0.93.

A Figura 30 apresenta uma comparação entre as duas técnicas de inversão discutidas, é mostrado o traço original e os traços estimados utilizando a inversão *sparse spike* e a inversão recursiva (Figura 30b), bem como as impedâncias obtidas na utilização desses métodos na ausência da componente de ruído (Figura 30a).

É evidente a superioridade da deconvolução *sparse spike* em relação a deconvolução *spiking*, pois a deconvolução *sparse spike* permite uma boa estimativa da refletividade. Percebe-se que o modelo convolucional obtido pela inversão *sparse spike* é praticamente idêntico ao traço original, já o modelo convolucional obtido na inversão recursiva apresenta uma correlação menor com o traço original.

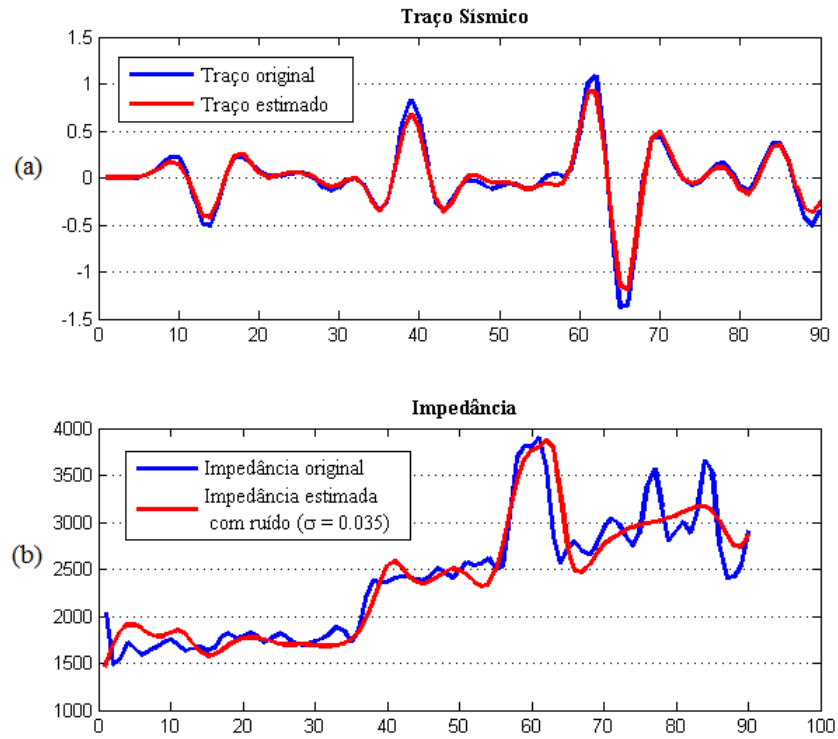


Figura 29: Inversão *sparse spike* com ruído ($\sigma = 0.035$): Impedância estimada e original.

Fonte: Autor.

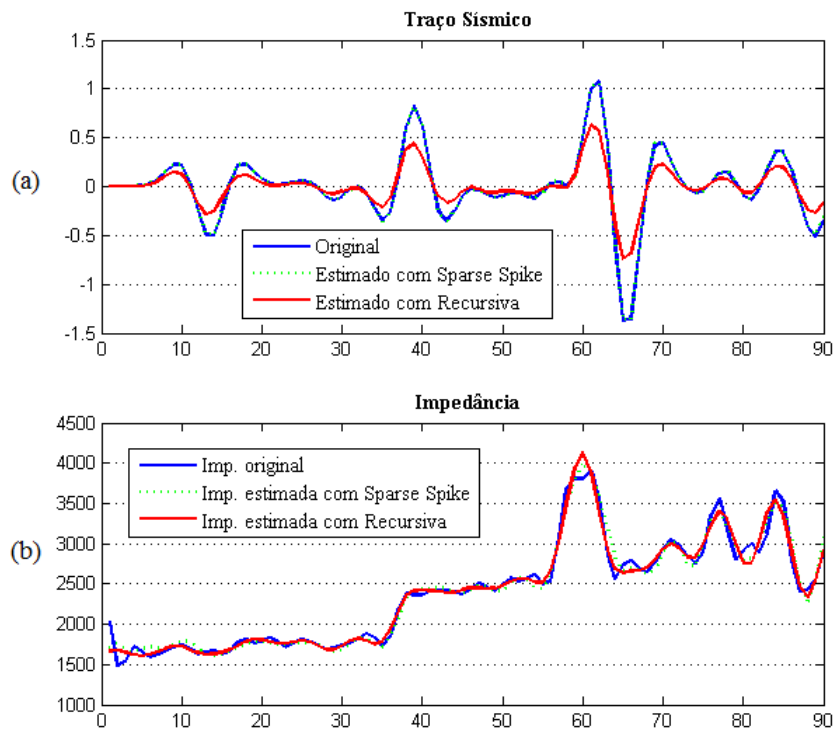


Figura 30: Inversão *sparse spike* e inversão recursiva: Impedâncias estimadas e original.

Fonte: Autor.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi realizada uma discussão a respeito da teoria de inversão, de seus métodos e de suas aplicações em geral; enfatizando principalmente o método de inversão sísmica bem como a aplicação de dois métodos: Inversão recursiva (*narrow band*) e Inversão *sparse spike*. Foi observado por meio da análise destas técnicas que os melhores resultados advêm da inversão *sparse spike*, justamente porque esta utiliza a técnica de deconvolução *sparse spike* a qual comparada com a deconvolução *spiking* utilizada na inversão *narrow band*, apresenta resultados superiores até mesmo quando o ruído está presente apesar do custo computacional. Na deconvolução *spiking* o maior problema ocorre quando o ruído está presente impedindo uma boa estimativa da refletividade consequentemente uma estimativa não aceitável para impedância acústica.

Os resultados obtidos mostram o quão importante é a qualidade do dado sísmico a ser invertido, ou seja, é muito importante a remoção do ruído já que em dados reais este componente está sempre presente e pode influenciar no resultado final da impedância acústica.

Foi observado também que o problema inverso envolve uma série de questões pertinentes relacionadas com o nível de fidelidade dos resultados que se podem obter. Por isso é necessário introduzir informações a priori, para reduzir o problema da falta de unicidade, já que existem muitas séries de coeficientes de reflexão que quando convoluído com a *wavelet* reproduzem os dados sísmicos. Outro ponto importante é a regra geométrica utilizada para o cálculo do parâmetro de regularização e quando bem colocada ajuda na unicidade da solução, porém recomenda-se para problemas reais a utilização de uma técnica posterior para o cálculo do parâmetro regularizador.

Também ressalta-se que a inversão não pode reconstruir com perfeição o modelo, já que o mesmo possui heterogeneidades não imageadas devido à resolução vertical limitada do dado sísmico. Para reduzir esse problema, informações sobre o modelo devem ser integradas.

Os resultados obtidos neste trabalho comprovaram a eficiência da inversão sísmica para impedância acústica. Mas ainda pode-se dizer que realizar a inversão sísmica ainda é um problema em aberto, o que exige uma série de aprimoramentos das técnicas até então existentes. Como foi visto o principal desafio da inversão é encontrar qual das soluções é mais compatível. Para finalizar, recomenda-se o uso da inversão *sparse spike* em aplicações com dados reais, uma vez que esta técnica mostrou-se mais eficiente na presença de ruído.

REFERÊNCIAS

- ALVES, F. M. C. V. *Inversão estocástica de sísmica 3D post-stack e dados de poço para a caracterização de reservatórios e modelação de propriedades*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Ciências e Tecnologia e Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2012.
- AZEVEDO, L. et al. Seismic attributes for constraining geostatistical seismic inversion. In: *Proceedings of the Ninth International Geostatistics Congress*. [S.l.: s.n.], 2012.
- BARCLAY, F. et al. Seismic inversion: Reading between the lines. *Oilfield Review*, p. 42–63, 2007.
- BORTOLOZO, C. *Inversão conjunta 1D de dados de SEV e de TDEM: Aplicações em Hidrogeologia*. Dissertação (Mestrado) — Dissertação Mestrado em Geofísica-Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D.; TASKS, A. *Análise numérica*. [S.l.]: Cengage Learning, 2008.
- CARVALHO, P. C. *Visualização Volumétrica de Horizontes em Dados Sísmicos 3D*. Tese (Doutorado) — PUC-Rio, 2004.
- COOKE, D.; CANT, J. Model-based seismic inversion: Comparing deterministic and probabilistic approaches. *CSEG Recorder*, p. 28–39, 2010.
- FARIAS, A. L.; FREITAS, L. B.; TYGEL, M. Detecção de camadas delgadas usando sísmica de reflexão. *Revista Brasileira de Geociências*, Sociedade Brasileira de Geologia, v. 38, n. 1, p. 159–171, 2008.
- FILIPPOVA, K.; KOZHENKOV, A.; ALABUSHIN, A. Seismic inversion techniques: choice and benefits. *First Break*, v. 29, n. 5, p. 103–114, 2011.
- HENRY, S. G. Catch the (seismic) wavelet. *AAPG Explorer (March)*, p. 36–38, 1997.
- JUNIOR, V. C. de O.; UIEDA, L. Tópicos de inversão em geofísica. 2011.
- KELLEY, C. T. *Iterative methods for optimization*. [S.l.]: Siam, 1999.
- LOPES, P. M. V. *Análise do fluxo de Processamento Sísmico na Bacia de Potiguar*. Dissertação — Universidade Federal Fluminense, 2010.
- MANTILLA, A. E. *Predicting petrophysical properties by simultaneous inversion of seismic and reservoir engineering data*. Tese (Doutorado) — Stanford University, 2002.
- MARTIN, G. S.; WILEY, R.; MARFURT, K. J. Marmousi2: An elastic upgrade for marmousi. *The Leading Edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 25, n. 2, p. 156–166, 2006.
- MENKE, W. *Geophysical data analysis: discrete inverse theory*. [S.l.]: Academic press, 2012.
- MOREIRA, R. M. et al. Frequency-domain acoustic-wave modeling with hybrid absorbing boundary conditions. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 79, n. 5, p. A39–A44, 2014.

- PENDREL, J. Seismic inversion—still the best tool for reservoir characterization. *CSEG Recorder*, Jan, p. 5, 2006.
- PRESS, W. H. *Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing*. [S.l.]: Cambridge university press, 2007.
- ROBINSON, E. A.; TREITEL, S. *Geophysical signal analysis*. [S.l.]: Prentice-Hall New Jersey, 1980.
- ROCHA, M. S. Q. Monografia, *Inversão do Traço Sísmico: O método e sua aplicação em Amberjack, Golfo do México*. 2013.
- RUSSELL, B. H. *Introduction to seismic inversion methods*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 1988.
- SACCHI, M. D. Reweighting strategies in seismic deconvolution. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 129, n. 3, p. 651–656, 1997.
- SANCEVERO, S. S.; REMACRE, A. Z.; PORTUGAL, R. d. S. O papel da inversão para a impedância acústica no processo de caracterização sísmica de reservatórios. *Revista Brasileira de Geofísica*, SciELO Brasil, v. 24, n. 4, p. 495–512, 2006.
- SHERIFF, R. E. *Encyclopedic dictionary of applied geophysics*. [S.l.]: Society of exploration geophysicists Tulsa,, 2002.
- SILVA, D. A. B. *Processamento, inversão e imageamento de dados sísmicos marinhos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.
- SPADINI, A. S. *Avaliação do método de deconvolução sobre dados de sísmica rasa*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- THOMAS, J. E. *Fundamentos de engenharia de petróleo*. [S.l.]: Interciência, 2001.
- WANG, Y. Seismic impedance inversion using l 1-norm regularization and gradient descent methods. *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*, v. 18, n. 7, p. 823–838, 2011.
- YILMAZ, Ö. *Seismic data analysis*. [S.l.]: Society of exploration geophysicists Tulsa, 2001.
- ZHDANOV, M. S. *Geophysical inverse theory and regularization problems*. [S.l.]: Elsevier, 2002.

ANEXO 1 - Gradiente Descendente

```

...
% Trecho do código:
    while(gnorm>=tolerancia & (i <= max & dx >= dxmin))
        % Calcular o gradiente:
        F = (r./sqrt((abs(r)'*abs(r)+E)));
        g = W'*W*r - W'*s + a(k)*F;
        gnorm = norm(g);
        %Atualizar o valor de r:
        B1 = 0.001;
        B2 = 0.003;
        h= B1*(g'*g)/(g'*(H*g)) + B2*(g'*(H*g))/(g'*(H'*H*g)); %parâmetros
            critérios de Rayleigh
        r_novo = r - h*g;
        % checa o valor de r
        if ~isfinite(r_novo)
            display(['Numero de interação: ' num2str(i)])
            error('r éinf ou NaN')
        end
        % atualizar
        i = i+1; %contador
        dx = norm(r_novo-r);
        r = r_novo;
    end
...

```