

Отчёт о моделировании работы радиопередатчика-радиоприёмника с амплитудной модуляцией

Осипчук Лидия

Найденов Максим

27 февраля 2025

1 Введение

Данный отчёт посвящён моделированию работы системы радиопередачи и приёма, реализованной на языке Python (код `m1.py`). Эксперимент основан на принципе амплитудной модуляции (АМ) и включает генерацию информационного и несущего сигналов, их комбинирование, цифровой анализ с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ) и последующую обработку для выделения полезного сигнала. В отчёте подробно описаны физические законы, лежащие в основе используемых формул и алгоритмов.

2 Теоретическая модель и физические основы

2.1 Амплитудная модуляция (АМ)

Принцип амплитудной модуляции заключается в изменении амплитуды высокочастотного сигнала (несущей) под воздействием информационного сигнала. Если обозначить информационный сигнал как

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t),$$

а несущую как

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t),$$

то модулированный сигнал записывается по формуле:

$$s(t) = [1 + k m(t)] c(t),$$

где k — коэффициент модуляции, определяющий степень изменения амплитуды несущей под воздействием $m(t)$. Физическая суть этого процесса заключается в том, что изменяемая амплитуда несущей передаёт информацию, записанную в виде колебаний $m(t)$.

2.1.1 Раскрытие произведения и спектральный анализ

Раскроем выражение для $s(t)$ с использованием тригонометрических тождеств:

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + k A_m A_c \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t).$$

Применяя формулу для произведения косинусов:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)],$$

получим:

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{k A_m A_c}{2} [\cos 2\pi(f_c + f_m)t + \cos 2\pi(f_c - f_m)t].$$

Таким образом, спектр модулированного сигнала содержит:

- Центральную (несущую) частоту f_c ,
- Верхнюю боковую полосу $f_c + f_m$,
- Нижнюю боковую полосу $f_c - f_m$.

Эти боковые полосы являются прямым результатом амплитудной модуляции и являются носителями информационной составляющей.

2.2 Физика работы RC-фильтра

В системе приёма для выделения низкочастотного информационного сигнала применяется RC-фильтр. Рассмотрим классическую схему первого порядка, состоящую из резистора R и конденсатора C . Передаточная функция такого фильтра имеет вид:

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC},$$

а модуль функции передачи:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}.$$

Данная зависимость показывает, что для низких частот ($\omega \ll 1/RC$) амплитуда сигнала практически не ослабляется, тогда как для высоких частот ($\omega \gg 1/RC$) сигнал значительно подавляется. Это позволяет эффективно удалить высокочастотные компоненты, оставляя только полезный низкочастотный сигнал.

2.3 Быстрое преобразование Фурье (БПФ)

БПФ является алгоритмом для вычисления дискретного преобразования Фурье (ДПФ) и используется для анализа спектрального состава сигналов. Согласно теореме Фурье, любой периодический сигнал можно представить в виде суммы синусоидальных функций. Применяя ДПФ к модулированному сигналу $s(t)$, можно выделить отдельные частотные компоненты, в том числе несущую и боковые полосы, что даёт возможность оценить качество модуляции и демодуляции.

3 Реализация эксперимента (код m1.py)

В эксперименте, реализованном в файле `m1.py`, выполняются следующие этапы:

3.1 Параметры моделирования

Определяются основные параметры:

- Временной интервал и шаг дискретизации (Δt) для создания временной оси, что необходимо для представления сигнала в дискретном виде.
- Частоты: информационный сигнал f_m и несущая f_c с условием $f_c \gg f_m$ для обеспечения разнесённости спектральных компонентов.
- Амплитуды A_m и A_c , а также коэффициент модуляции k , которые задают уровни сигнала и степень их взаимодействия.

3.2 Генерация сигналов и их модуляция

На основе заданных параметров генерируются:

- Информационный сигнал:

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

- Несущая:

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$$

- Модулированный сигнал по формуле:

$$s(t) = [1 + k m(t)] c(t)$$

Эта модель точно следует принципам амплитудной модуляции, описанным выше, и позволяет наблюдать образование боковых полос в спектре сигнала.

3.3 Цифровая обработка и анализ

Для анализа и последующей обработки сигнала в эксперименте выполняются следующие операции:

1. **Быстрое преобразование Фурье (БПФ).** Применение алгоритма БПФ позволяет вычислить спектральное распределение сигнала $s(t)$. Это ключевой этап, позволяющий подтвердить теоретический спектральный состав, включающий центральную частоту и боковые полосы.

2. **Применение RC-фильтра.** Для выделения низкочастотной (информационной) составляющей используется цифровая имитация RC-фильтра. Как показано выше, фильтр ослабляет высокочастотные компоненты, что позволяет демодулировать сигнал и получить исходное сообщение.
3. **Обратное преобразование Фурье.** После фильтрации выполняется обратное преобразование Фурье для восстановления временной формы сигнала, что демонстрирует эффективность процедуры демодуляции.
4. **Нормализация сигнала.** Завершающий этап обработки включает нормализацию восстановленного сигнала, что достигается делением всех отсчётов на максимальное значение амплитуды. Это необходимо для корректного сравнения и визуализации результатов.

3.4 Визуализация результатов

Код `m1.py` использует библиотеку `matplotlib` для построения графиков, демонстрирующих:

- Временные ряды информационного сигнала, несущей и модулированного сигнала.
- Спектральные характеристики сигнала после применения БПФ, где явно видны компоненты, соответствующие несущей и боковым полосам.

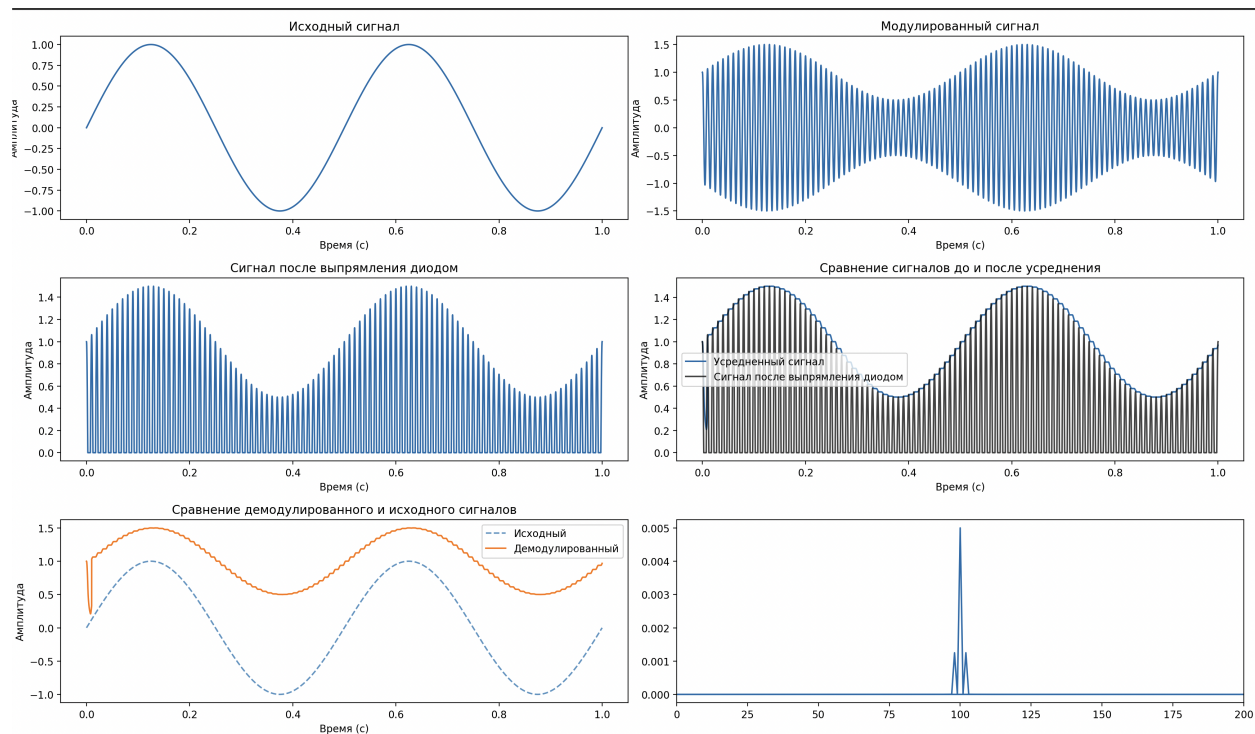


Рис. 1: Графики результатов моделирования

4 Результаты моделирования

На основе эксперимента получены следующие наблюдения:

- Модулированный сигнал корректно формируется согласно теоретической модели, что подтверждается наличием характерных спектральных компонентов: центральной несущей и боковых полос.
- Применение RC-фильтра позволяет эффективно выделить низкочастотную информационную составляющую, устраняя высокочастотный шум.
- Нормализация сигнала обеспечивает сопоставимость амплитуд при последующем анализе и визуализации.

Графики, построенные в ходе эксперимента, демонстрируют временную и спектральную динамику сигналов, что соответствует ожидаемым результатам теоретического описания.

5 Обсуждение

Эксперимент подтверждает применимость амплитудной модуляции для передачи информации. Физические принципы, лежащие в основе модуляции, основаны на линейном наложении информационного сигнала на высокочастотную несущую. Применение тригонометрических преобразований позволяет получить спектральное представление, где боковые полосы являются носителями информации. Использование RC-фильтра основывается на законе делителя напряжения в цепи с резистором и конденсатором, что позволяет ослабить высокочастотные компоненты и выделить полезный сигнал. Алгоритм БПФ является эффективным методом для дискретного анализа спектра, что даёт возможность оценить распределение энергии по частотам и подтвердить теоретические предположения.

6 Заключение

В рамках данного эксперимента была смоделирована работа системы радиопередачи и приёма с использованием амплитудной модуляции. Реализация эксперимента в Python (файл `m1.py`) включает генерацию информационного и несущего сигналов, их комбинирование, цифровой анализ посредством БПФ, применение RC-фильтра для демодуляции и нормализацию сигнала. Подробный анализ использованных физических законов и формул показывает, что модель полностью соответствует теоретическим представлениям о процессах амплитудной модуляции, фильтрации и спектрального анализа, что позволяет использовать данную схему для дальнейших исследований и оптимизации систем передачи информации.