

Интерференция

Попов Павел Владимирович

кафедра общей физики МФТИ,
для курса «Цифровизация физических процессов»

20.03.2025

- ① Интерференция и условия её наблюдения
- ② Основные интерференционные схемы
 - Схема Юнга и аналоги
 - Интерференция в тонких слоях: клин, пластинка, кольца Ньютона, просветление оптики
- ③ Когерентность света
 - Интерференция не монохроматического света, временная когерентность, модель цугов
 - Интерференция от протяжённого источника, пространственная когерентность

Интерференция —

стационарный результат суперпозиции двух (или нескольких) бегущих волн.

$$\vec{E}_{1+2} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad \rightarrow \quad I_{1+2} = I_1 + I_2 + I_{int}$$

Условия наблюдения интерференции

$$I \propto \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle = \langle \vec{E}_1^2 \rangle + \langle \vec{E}_2^2 \rangle + \underbrace{\langle 2(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) \rangle}_{I_{int}}$$

- **Монохроматичность:** $\omega_1 = \omega_2$

$$\langle \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \rangle = 0 \quad \text{при } \omega_1 \neq \omega_2!$$

Замечание

Нестационарная (бегущая) интерференция при $\Delta\omega \lesssim \frac{2\pi}{\Delta t}$

- **Поляризация**

$$\langle (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) \rangle = 0 \quad \text{при } \vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$$

Интерференция монохроматического света

общий случай

- Комплексные представления волн:

$$\vec{\tilde{E}}_1(\vec{r}, t) = \underbrace{\vec{a}_1 e^{i\varphi_1}}_{\vec{A}_1(\vec{r})} e^{-i\omega t}, \quad \vec{\tilde{E}}_2(\vec{r}, t) = \underbrace{\vec{a}_2 e^{i\varphi_2}}_{\vec{A}_2(\vec{r})} e^{-i\omega t}$$

- Усреднение произведения:

$$\left\langle \left(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \right) \right\rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\vec{A}_1 \cdot \vec{A}_2^*) = \frac{1}{2} (\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2) \cos \Delta\varphi$$

- Суммарная интенсивность:

$$I \propto a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2(\vec{a}_1 \vec{a}_2) \cos \Delta\varphi$$

Альтернативные формы записи разности фаз

$$\Delta\varphi = k_0\Delta l = 2\pi\frac{\Delta l}{\lambda_0} = \frac{\omega}{c}\Delta l = \omega\tau = 2\pi m$$

- $k_0, \lambda_0 = 2\pi/k_0$ — волновое число и длина волны **в вакууме**
- Δl — **оптическая** разность хода
- $\tau = \Delta l/c$ — задержка прохождения лучей

Порядок интерференции

$$m = \frac{\Delta l}{\lambda_0} = \frac{\tau}{T}$$

$$A_1 = a_0 e^{i(\vec{k}_1 \vec{r})}, \quad A_2 = a_0 e^{i(\vec{k}_2 \vec{r})}$$

↓

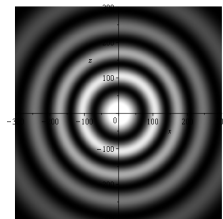
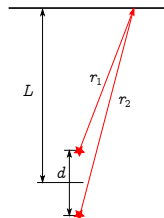
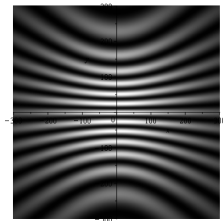
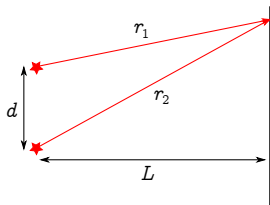
$$I = 2I_0(1 + \cos(\vec{K} \cdot \vec{r})), \quad \vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$$

- Интерференция = “пространственные биения”
(на разностной пространственной “частоте”)
- Ширина полос ($\Delta \vec{r} \parallel \vec{K} \parallel Ox$):

$$|\vec{K}| \cdot \Delta x = 2\pi \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{2\pi}{|\vec{K}|} = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \quad \alpha \approx 1 \quad \boxed{\frac{\lambda}{\alpha}}$$

Интерференция точечных источников

$$A = \frac{a}{r_1} e^{ikr_1} + \frac{a}{r_2} e^{ikr_2} \rightarrow I = \frac{a^2}{2r_1^2} + \frac{a^2}{2r_2^2} + \frac{a^2}{r_1 r_2} \cos [k(r_2 - r_1)]$$



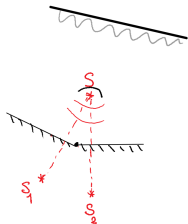
- Общее определение

$$V \equiv \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad 0 \leq V \leq 1$$

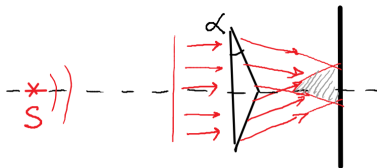
- Случай **монохроматических** волн (без поляризации)

$$I = \underbrace{2I_0}_{I_1 + I_2} \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\varphi), \quad V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

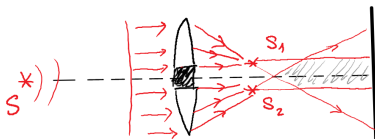
Деление волнового фронта



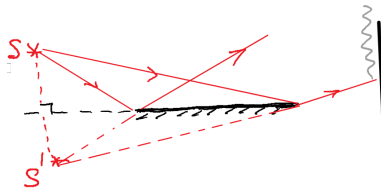
Зеркала Френеля



Бипризма Френеля



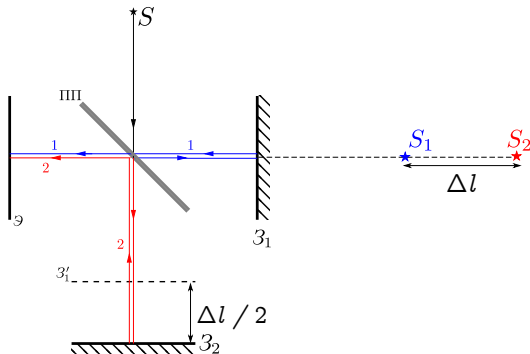
Билинза Бийе



Зеркало Ллойда

Деление амплитуды

Интерферометр Майкельсона



Применения

- Сверхточные измерения (напр., регистрация грав. волн LIGO)
- Опыт Майкельсона–Морли (опровержение теории «мирового эфира»)

Замечание о потере полуволны

Нормальное падение

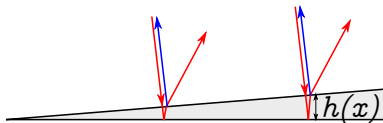
$$\rho = \frac{n - n'}{n + n'} \quad \tau = \frac{2n'}{n + n'}$$

Изменение фазы на границе раздела

- Прошедшая волна всегда В ФАЗЕ с падающей: $\tau > 0$
- Отражённая волна “теряет” $\lambda/2$ ($\Delta\varphi = \pm\pi$) при отражении от оптически БОЛЕЕ плотной среды:

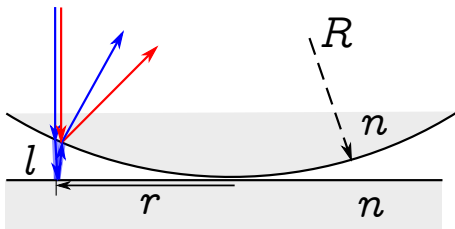
$$\rho < 0 \quad \text{при} \quad n' > n.$$

Интерференция в тонком клине



- Полосы, соответствующие постоянной толщине структуры

$$I = I_0(1 + \cos kl(x)), \quad l(x) \approx 2nh(x) + \frac{\lambda}{2}$$

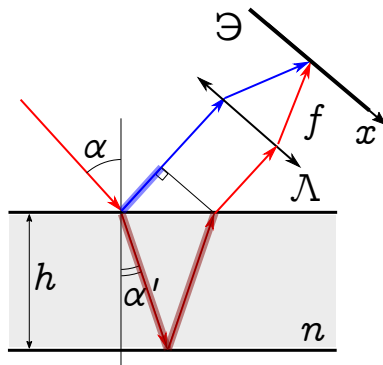


- В отражённом свете:

$$l = 2(R - \sqrt{R^2 - r^2}) + \frac{\lambda}{2} \approx \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$$

$$r_m^{\min} = \sqrt{\lambda R m}, \quad r_m^{\max} = \sqrt{\lambda R (m + 1/2)}$$

Интерференция в параллельной пластине



- Разность хода

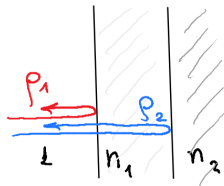
$$l(\alpha) = \frac{2nh}{\cos \alpha'} - 2h \operatorname{tg} \alpha' \cdot \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} = 2nh \cos \alpha' + \frac{\lambda}{2}$$

- Полосы, соответствующие постоянному углу падения света

$$I = I_0(1 + \cos kl(\alpha))$$

Условие сложения в противофазе

$$2n_1d = \frac{\lambda}{2} + m\lambda$$



Условие полного гашения

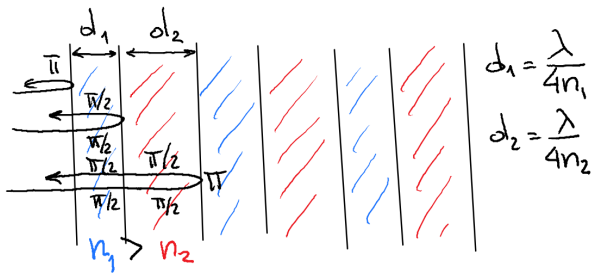
- Приближение одного отражения:

$$|\rho_1| = \frac{n_1 - 1}{1 + n_1} = |\rho_2| = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \rightarrow n_1 = \sqrt{n_2}$$

- Учёт многократных переотражений не меняет ответ!

$$\rho_1 = \tau_1 \tau_1' \frac{\rho_2}{1 - \rho_1 \rho_2} \rightarrow \rho_1 = \rho_2 \rightarrow n_1 = \sqrt{n_2}$$

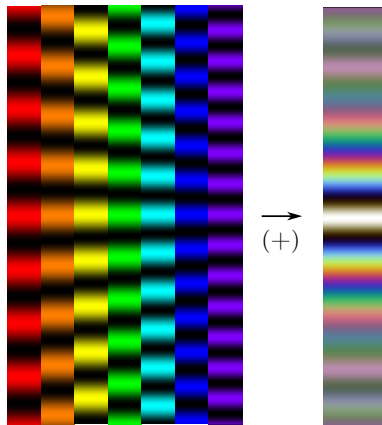
Многослойные диэлектрические зеркала



- $\rho \rightarrow 0,99999$

Интерференция немонохроматического света

- Ширина полосы $\Delta x \propto \lambda$
- Наложение интенсивностей интерференционных картин от разных λ
- Исчезновение картины при больших m



Условия наблюдения интерференции

Оценки по порядку величины

- Максимальная разность хода

$$\Delta\omega \cdot \frac{\Delta l}{c} \lesssim \pi \quad \rightarrow \quad \Delta l_{\max} \sim \frac{\pi c}{\Delta\omega} \sim \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

- Максимальный порядок интерференции

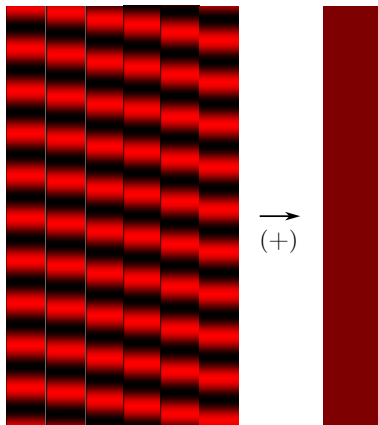
$$m_{\max} = \frac{\Delta l_{\max}}{\lambda} \sim \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

- «Время когерентности»

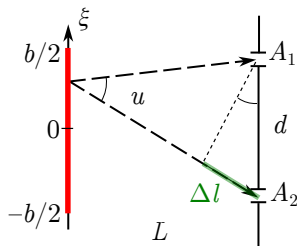
$$\tau_{\max} \sim \frac{\Delta l_{\max}}{c} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

Интерференция от протяжённого источника

- Смещение полос $x \propto \Delta l$
- Наложение интенсивностей интерференционных картин от независимых источников
- Исчезновение картины в целом



Апертура интерференции



- Апертура интерференции

$$u \sim \frac{d}{L}$$

- Разность хода

$$\Delta l \sim u\xi$$

Условия наблюдения интерференции

Оценки по порядку величины

- Максимальная апертура интерференции

$$kub/2 \sim \pi \quad \rightarrow \quad u_{\max} \sim \frac{\lambda}{b}$$

- Максимальный угловой размер источника

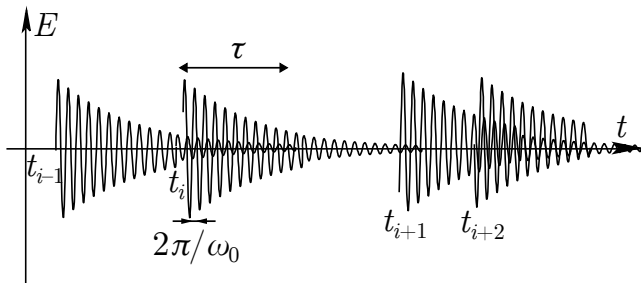
$$\psi_{\max} \approx \frac{b_{\max}}{L} \sim \frac{\lambda}{d}$$

- «Радиус когерентности»

$$d_{\max} \sim \frac{\lambda}{\psi}$$

Когерентность —

сохранение разности фаз между двумя колебательными процессами.



- Время когерентности и спектральная ширина импульса

$$\tau_{\text{КОГ}} \sim \frac{1}{\gamma}, \quad \Delta\omega \sim \frac{2\pi}{\tau_{\text{КОГ}}}$$

- Условие интерференции $E(t)$ и $E(t + \tau)$

$$\Delta l \lesssim \underbrace{\tau_{\text{КОГ}} c}_{l_{\text{КОГ}}} \sim \frac{2\pi c}{\Delta\omega} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}, \quad m = \frac{\Delta l}{\lambda} \lesssim \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

Квазимонохроматическая интерференционная одна спектральная линия (лоренцев контур)

$$I = 2I_0(1 + |\gamma(\tau)| \cdot \cos \omega_0 \tau)$$

- Интерференционные полосы:

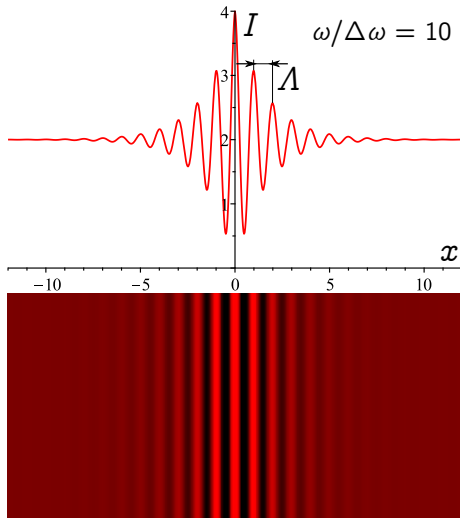
$$\omega_0 \tau(x) = 2\pi \frac{l(x)}{\lambda} \approx 2\pi \frac{x}{\Lambda},$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\alpha}$$

- Видность полос затухает:

$$V(x) \sim e^{-\frac{|\tau(x)|}{\tau_{\text{ког}}}} = e^{-\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cdot 2\pi \frac{|x|}{\Lambda}},$$

$$\tau_{\text{ког}} \sim \frac{1}{\Delta\omega}$$



Квазимонохроматическая интерференционная спектральный “дублет”

$$I_{\text{int}} \propto |\gamma_0(\tau)| \cdot (\cos \omega_0 \tau + \cos(\omega_0 + \Delta\omega)\tau)$$

- Видность полос периодически восстанавливается (“биения”):

$$V(x) \sim e^{-\frac{|\tau(x)|}{\tau_{\text{КОГ}}}} \cdot \cos \frac{\Delta\omega\tau}{2}$$

