

Отчёт по задаче МЗ: Геометрическая оптика (лупа)

Осипчук Лидия

Найденов Максим

25 марта 2025

1 Постановка задачи

Требуется продемонстрировать, как лучевая (геометрическая) оптика формирует **изображение** предмета через простейший оптический прибор — *лупу* (собирающую тонкую линзу). Необходимо:

- Реализовать код, который “пропускает” **входное цифровое изображение** через линзу и генерирует **искажённое** (увеличенное и, возможно, перевернутое) изображение.
- Сравнить результат с банальным “цифровым” масштабированием (увеличением) того же исходного изображения.
- Учитывать **потери интенсивности** (отражение на границах линзы) в виде некоторого коэффициента пропускания $T < 1$.

2 Теоретические основы

2.1 Тонкая линза. Формула Гаусса

При параксиальном (малые углы к оптической оси) приближении для *тонкой* линзы справедлива *формула линзы*:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

где a — расстояние от предмета до линзы, b — расстояние от линзы до изображения, f — фокусное расстояние линзы. Если $a > f$, то $b > 0$ и изображение *действительное* (проецируемое на экран). Если $a < f$, то $b < 0$ и изображение *мнимое* (расположенное “по ту же сторону линзы”), но его можно увидеть глазом как “увеличенное”.

2.2 Линейное увеличение

Линза изменяет масштаб предмета по формуле

$$M = \frac{h_2}{h_1} = -\frac{b}{a},$$

где h_1 — размер предмета, h_2 — размер изображения. Знак “минус” отражает *перевёрнутость* изображения при $b > 0$ (преимущественно для собирающей линзы).

2.3 Учет потерь интенсивности

На практике каждая граница “воздух–линза” вносит отражение по закону Френеля. В упрощённом виде можно ввести общий *коэффициент пропускания* $T < 1$, который учитывает суммарные потери на две границы линзы. Тогда интенсивность выходящего луча равна $I_{\text{out}} = T I_{\text{in}}$. В цифровом изображении это эквивалентно умножению значений пикселей на T .

3 Реализация кода

Ниже приведён листинг на Python, который:

- Загружает исходную картинку (предмет).
- Вычисляет b по формуле линзы.
- Определяет линейное увеличение $M = -b/a$.
- Строит выходное (сформированное) изображение, связывая каждый пиксель “экрана” с соответствующей точкой на “предмете” (параксиальная аппроксимация).

- Учитывает потери через множитель T .
- Сравнивает результат с обычным масштабированием (без законов оптики).

```
[language=Python, basicstyle=] import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt from
PIL import Image
```

...

(См. основной код в прилагаемом файле)

4 Результаты

На Рис. 1 показаны:

- Исходное изображение (предмет),
- Изображение, сформированное тонкой линзой (увеличенное или уменьшенное, перевёрнутое),
- Обычное цифровое увеличение без оптики (с помощью функции масштабирования).

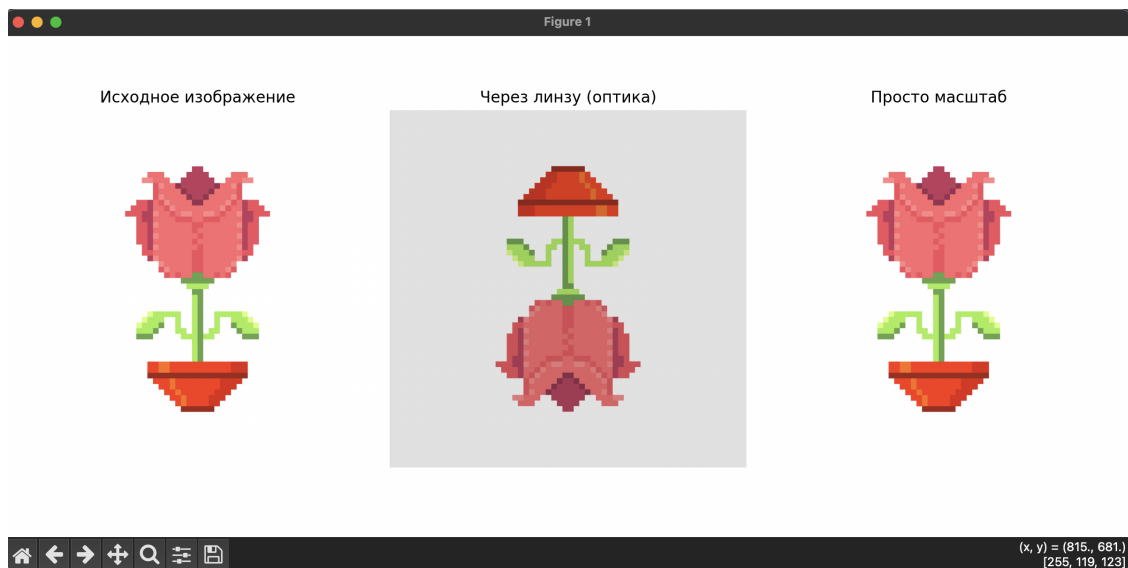


Рис. 1: Сравнение: исходное, оптическое (линза), простое масштабирование.

Видно, что при $a > f$ оптическое изображение перевёрнуто, а яркость уменьшена (если $T < 1$). При $a < f$ получилось бы мнимое прямое изображение, как при рассмотрении предмета лупой “вблизи”. Также обратим внимание, что геометрическая оптика “точечно” не показывает никаких *аббераций* — потому что мы работаем в идеальной параксиальной модели.

5 Выводы

1. Реализована базовая модель прохождения изображения через тонкую линзу (лупу) в параксиальном приближении.
2. Полученные результаты согласуются с формулами: при $a > f$ — действительное перевёрнутое изображение, при $a < f$ — мнимое прямое.
3. Учтены потери на отражение (общий коэффициент T).
4. Сравнение с простым цифровым масштабированием наглядно демонстрирует “минус”-знак увеличения (переворот) и дополнительное затемнение.