Интерференция

Попов Павел Владимирович

кафедра общей физики МФТИ, для курса «Цифровизация физических процессов»

20.03.2025

- Интерференция и условия её наблюдения
- 2 Основные интерференционные схемы
 - Схема Юнга и аналоги
 - Интерференция в тонких слоях: клин, пластинка, кольца Ньютона, просветление оптики
- Когерентность света
 - Интерференция не монохроматического света, временная когерентность, модель цугов
 - Интерференция от протяжённого источника, пространственная когерентность

Определение

Интерференция —

стационарный результат суперпозиции двух (или нескольких) бегущих волн.

$$\vec{E}_{1+2} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \qquad \rightarrow \qquad I_{1+2} = I_1 + I_2 + I_{int}$$

Попов П.В. Интерференция 20.03.2025

Условия наблюдения интерференции

$$I \propto \left\langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \right\rangle = \left\langle \vec{E}_1^2 \right\rangle + \left\langle \vec{E}_2^2 \right\rangle + \underbrace{\left\langle 2(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) \right\rangle}_{I_{int}}$$

• Монохроматичность: $\omega_1 = \omega_2$

$$\langle \cos(\omega_1 t + arphi_1) \cdot \cos(\omega_2 t + arphi_2)
angle = 0$$
 при $\omega_1
eq \omega_2!$

Замечание

Нестационарная (бегущая) интерференция при $\Delta \omega \lesssim rac{2\pi}{\Delta t}$

• Поляризация

$$\left< (ec{E}_1 \cdot ec{E}_2)
ight> = 0$$
 при $ec{E}_1 \perp ec{E}_2$

Попов П.В. Интерференция 20.03.2025

общий случай

• Комплексные представления волн:

$$egin{aligned} & \tilde{ec{E}}_1(ec{r},t) = \underbrace{ec{a}_1 e^{i arphi_1}}_{ec{A}_1(ec{r})} e^{-i \omega t}, \quad & \tilde{ec{E}}_2(ec{r},t) = \underbrace{ec{a}_2 e^{i arphi_2}}_{ec{A}_2(ec{r})} e^{-i \omega t} \end{aligned}$$

• Усреднение произведения:

$$\left\langle \left(ec{E}_1 \cdot ec{E}_2
ight)
ight
angle = rac{1}{2} \operatorname{Re} (ec{A}_1 \cdot ec{A}_2^\star) = rac{1}{2} \left(ec{a}_1 \cdot ec{a}_2
ight) \cos \Delta arphi$$

• Суммарная интенсивность:

$$I \propto a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2(\vec{a}_1 \vec{a}_2) \cos \Delta \varphi$$

Разность фаз

Альтернативные формы записи разности фаз

$$\Delta arphi = k_0 \Delta l = 2\pi rac{\Delta l}{\lambda_0} = rac{\omega}{c} \Delta l = \omega au = 2\pi m$$

- ullet k_0 , $\lambda_0 = 2\pi/k_0$ волновое число и длина волны **в вакууме**
- Δl оптическая разность хода
- ullet $au = \Delta l/c$ задержка прохождения лучей

Порядок интерференции

$$m=rac{\Delta \, l}{\lambda_0}=rac{ au}{T}$$

$$A_1 = a_0 \, e^{i(ec{k_1}ec{r})}, \qquad A_2 = a_0 \, e^{i(ec{k_2}ec{r})} \ \downarrow \ I = 2 I_0 (1 + \cos(ec{K} \cdot ec{r})), \qquad ec{K} = ec{k_2} - ec{k_1}$$

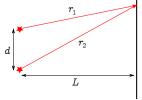
- Интерференция = "пространственные биения" (на разностной пространственной "частоте")
- ullet Ширина полос $(\Delta ec{r} \parallel ec{K} \parallel \mathit{Ox})$:

$$|ec{K}| \cdot \Delta x = 2\pi \quad o \quad \Delta x = rac{2\pi}{|ec{K}|} = rac{\lambda}{2\sinrac{lpha}{2}} pprox lpha \left\lfloor rac{\lambda}{lpha}
ight
floor$$

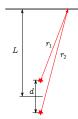
Попов П.В. Интерференция 20.03.2025 7 / 26

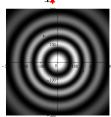
Интерференция точечных источников

$$A = \frac{a}{r_1}e^{ikr_1} + \frac{a}{r_2}e^{ikr_2} \quad o \quad I = \frac{a^2}{2r_1^2} + \frac{a^2}{2r_2^2} + \frac{a^2}{r_1r_2}\cos\left[k(r_2 - r_1)\right]$$









Видность (контрастность) полос

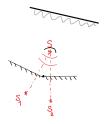
• Общее определение

$$V \equiv rac{I_{ ext{max}} - I_{ ext{min}}}{I_{ ext{max}} + I_{ ext{min}}}, \qquad 0 \leq V \leq 1$$

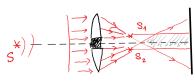
• Случай монохроматических волн (без поляризации)

$$I = \underbrace{2I_0}_{I_1 + I_2} \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta arphi), \qquad V = rac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

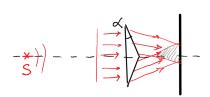
Деление волнового фронта



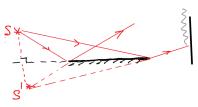
Зеркала Френеля



Билинза Бийе

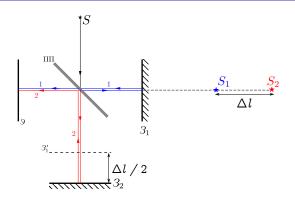


Бипризма Френеля



Зеркало Ллойда

Интерферометр Майкельсона



Применения

- Сверхточные измерения (напр., регистрация грав. волн LIGO)
- Опыт Майкельсона-Морли (опровержение теории «мирового эфира»)

Замечание о потере полуволны

Нормальное падение

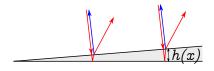
$$ho = rac{n-n'}{n+n'} \qquad au = rac{2n'}{n+n'}$$

Изменение фазы на границе раздела

- ullet Прошедшая волна всегда В ФАЗЕ с падающей: au>0
- Отражённая волна "теряет" $\lambda/2~(\Delta \varphi = \pm \pi)$ при отражении от оптически БОЛЕЕ плотной среды:

$$ho < 0$$
 при $n' > n$.

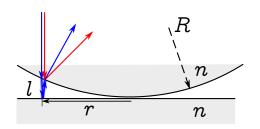
Интерференция в тонком клине



• Полосы, соответствующие постоянной толщине структуры

$$I=I_0(1+\cos kl(x)), \qquad l(x)pprox 2nh(x)+rac{\lambda}{2}$$

Кольца Ньютона

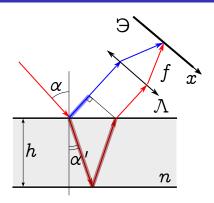


• В отражённом свете:

$$egin{align} l = 2(R - \sqrt{R^2 - r^2}) + rac{\lambda}{2} pprox rac{r^2}{R} + rac{\lambda}{2} \ & \ r_m^{ ext{min}} = \sqrt{\lambda Rm}, \qquad r_m^{ ext{max}} = \sqrt{\lambda R(m+1/2)} \ & \ \end{array}$$

Попов П.В. Интерференция 20.03.2025 14 / 26

Интерференция в параллельной пластине



• Разность хода

$$l(lpha) = rac{2nh}{\coslpha'} - 2h \lglpha' \cdot \sinlpha + rac{\lambda}{2} = 2nh \coslpha' + rac{\lambda}{2}$$

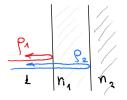
ullet Полосы, соответствующие постоянному углу падения света $I=I_0(1+\cos kl(lpha))$

Попов П.В. Интерференция 20.03.2025 15 / 26

Просветление оптики

Условие сложения в противофазе

$$2n_1d=rac{\lambda}{2}+m\lambda$$



Условие полного гашения

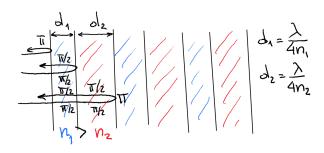
• Приближение одного отражения:

$$|
ho_1| = rac{n_1-1}{1+n_1} = |
ho_2| = rac{n_2-n_1}{n_1+n_2} \quad o \quad extbf{n_1} = \sqrt{ extbf{n_2}}$$

• Учёт многократных переотражений не меняет ответ!

$$ho_1 = au_1 au_1' rac{
ho_2}{1 -
ho_1
ho_2} \quad o \quad
ho_1 =
ho_2 \quad o \quad n_1 = \sqrt{n_2}$$

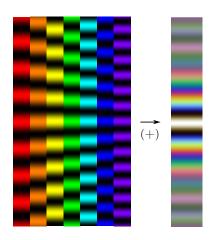
Многослойные диэлектрические зеркала



• $\rho \to 0,99999$

Интерференция немонохроматического света

- ullet Ширина полосы $\Delta x \propto \lambda$
- Наложение интенсивностей интерференционных картин от разных λ



Условия наблюдения интерференции

Оценки по порядку величины

• Максимальная разность хода

$$\Delta \omega \cdot rac{\Delta \, l}{c} \lesssim \pi \quad o \quad \Delta \mathit{l}_{ ext{max}} \sim rac{\pi \, c}{\Delta \omega} \sim rac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

• Максимальный порядок интерференции

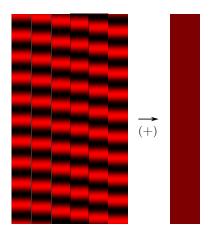
$$m_{
m max} = rac{\Delta \mathit{l}_{
m max}}{\lambda} \sim rac{\lambda}{\Delta \lambda}$$

• «Время когерентности»

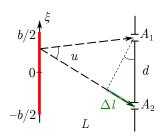
$$au_{ ext{max}} \sim rac{\Delta \mathit{l}_{ ext{max}}}{c} = rac{2\pi}{\Delta \omega}$$

Интерференция от протяжённого источника

- ullet Смещение полос $x \propto \Delta l$
- Наложение интенсивностей интерференционных картин от независимых источников
- Исчезновение картины в целом



Апертура интерференции



• Апертура интерференции

$$u \sim rac{d}{L}$$

• Разность хода

$$\Delta l \sim u \xi$$

Условия наблюдения интерференции

Оценки по порядку величины

• Максимальная апертура интерференции

$$kub/2 \sim \pi \quad o \quad u_{
m max} \sim rac{\lambda}{b}$$

• Максимальный угловой размер источника

$$\psi_{
m max}pprox rac{b_{
m max}}{L}\sim rac{\lambda}{d}$$

• «Радиус когерентности»

$$d_{ ext{max}} \sim rac{\lambda}{\psi}$$

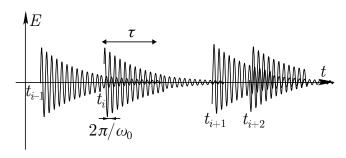
Когерентность

Когерентность —

сохранение разности фаз между двумя колебательными процессами.

Попов П.В. Интерференция 20.03.2025 23 / 26

Модель цугов



• Время когерентности и спектральная ширина импульса

$$au_{ ext{kop}} \sim rac{1}{\gamma}, \qquad \Delta \omega \sim rac{2\pi}{ au_{ ext{kop}}}$$

ullet Условие интерференции E(t) и E(t+ au)

$$\Delta l \lesssim \underbrace{ au_{ ext{KO}\Gamma} c}_{l_{ ext{KO}\Gamma}} \sim rac{2\pi\,c}{\Delta \omega} pprox rac{\lambda^2}{\Delta \lambda}, \qquad m = rac{\Delta\,l}{\lambda} \lesssim rac{\lambda}{\Delta \lambda}$$

24 / 26

Попов П.В. Интерференция 20.03.2025

Квазимонохроматическая интерференционная

одна спектральная линия (лоренцев контур)

$$I=2I_0(1+|\gamma(au)|\cdot\cos\omega_0 au)$$

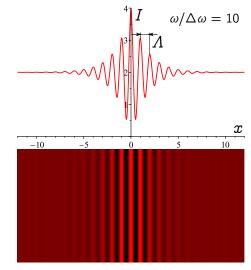
• Интерференционные полосы:

$$\omega_0 au\!(x) = 2\pirac{l(x)}{\lambda}pprox 2\pirac{x}{\Lambda},$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\alpha}$$

• Видность полос затухает:

$$egin{align} V(x) \sim e^{-rac{| au(x)|}{ au_{ ext{KO}\Gamma}}} = e^{-rac{\Delta\omega}{\omega_0}\cdot 2\pirac{|x|}{\Lambda}}, \ & au_{ ext{KO}\Gamma} \sim rac{1}{\Delta\omega} & \end{aligned}$$



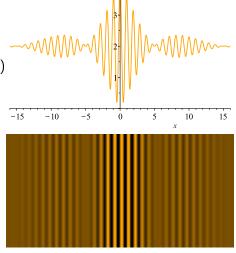
Квазимонохроматическая интерференционная

спектральный "дублет"

$$I_{\rm int} \propto |\gamma_0(\tau)| \cdot (\cos \omega_0 \tau + \cos(\omega_0 + \Delta \omega) \tau)$$

 Видность полос периодически восстанавливается ("биения"):

$$V(x) \sim e^{-rac{| au(x)|}{ au_{ ext{KOT}}}} \cdot \cos rac{\Delta \omega au}{2}$$



Попов П.В. Интерференция 20.03.2025 26 / 26