# Дифракция

#### Попов Павел Владимирович

кафедра общей физики МФТИ, для курса «Цифровизация физических процессов»

27.03.2025

Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 1/32

#### План лекции

- Пределы применимости геометрической оптики
- Принцип Гюйгенса—Френеля
- Дифракция на щели и отверстии случай Френеля
  - Зоны Френеля
  - Зонные пластинки, линза Френеля
- Дифракция на щели и отверстии случай Фраунгофера
  - Дифракционный предел разрешения оптических приборов
- Дифракционная решётка

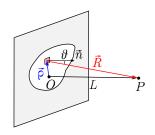
Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 2 / 32

## Дифракция на отверстии/препятствии

#### Дифракция —

 отклонение от прямолинейного распространения света, не связанное с преломлением или дисперсией.

## Принцип Гюйгенса-Френеля



$$A_P = \int A_0(ec{
ho}) \cdot rac{e^{ikR}}{R} \cdot K( heta) \cdot d^2ec{
ho}$$

$$R=|ec{L}-ec{
ho}|$$

#### Угловой множитель

• Линейная поляризация

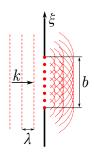
$$K(\theta) = K_0 \cdot \cos \theta$$

#### Нормировочный множитель

$$K_0 = -rac{ik}{2\pi} = rac{1}{i\lambda}$$

↓□▶ ↓□▶ ↓□▶ ↓□▶ □□ ♥ ♀○○

## Граничные условия Кирхгофа



$$A_{+0}(\xi) = A_{-0}(\xi) \cdot egin{cases} 1, & |\xi| \leq b/2; \ 0, & |\xi| > b/2. \end{cases}$$

- Пренебрежение переизлучением атомами экрана
- ullet Приближение  $b\gg\lambda$

<ロ > < 回 > < 回 > < 巨 > < 巨 > 三 の < ○

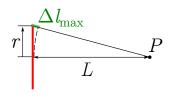
## Волновой параметр

$$\gg 1$$
, Дифракция (Фраунгофер)  $p^2=rac{\lambda/2}{\Delta l} 
ightarrow \sim 1$ , Дифракция (Френель)  $\ll 1$ , Геометрическая оптика

Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 6 / 32

#### Волновой параметр

#### При дифракции на отверстии



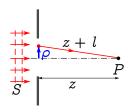
$$p^2 = rac{\lambda/2}{\Delta l} = rac{\pi}{\Delta arphi} = rac{\lambda L}{r^2}$$

- ullet Геометрическая оптика:  $p \ll 1$ ,  $\Delta arphi \gg \pi$
- ullet Дифракция Френеля:  $p\sim 1$ ,  $\Delta arphi \sim \pi$
- ullet Дифракция Фраунгофера:  $p\gg 1$ ,  $\Delta arphi\ll \pi$

7/32

Попов П.В. Дифракция 27.03.2025

## Зоны Френеля



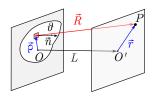
• Соседние зоны светят в противофазе:

$$\Delta \mathit{l}_{m} = rac{
ho_{m}^{2}}{2z} = mrac{\lambda}{2}$$

$$ho_m = \sqrt{m \lambda z}$$

Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 8 / 32

#### Интеграл Френеля



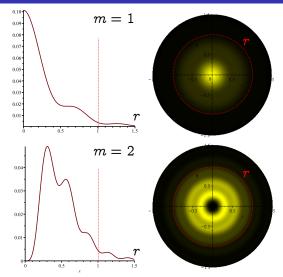
ullet Приближение Френеля:  $Rpprox R_0={
m const.}$   $\cos hetapprox 1$ , ho,  $r\ll L$ 

$$\Delta l = \sqrt{(ec{L}_0 - ec{
ho} + ec{r})^2} - L pprox rac{(ec{
ho} - ec{r})^2}{2L}$$

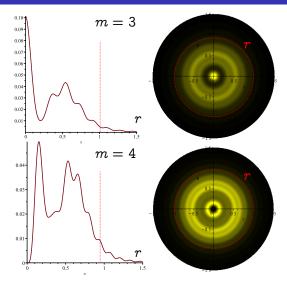
$$A(ec{r})pproxrac{1}{i\lambda L}\int\exp\left(rac{i\pi(ec{
ho}-ec{r})^2}{\lambda L}
ight)d^2ec{
ho}$$

27.03.2025 9/32

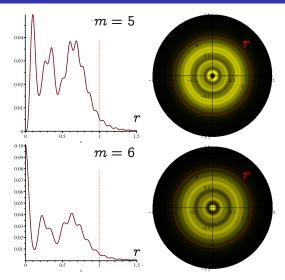
Дифракция на отверстии

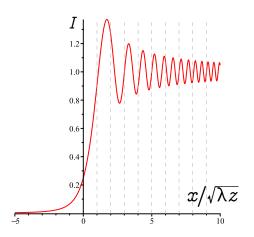


Дифракция на отверстии

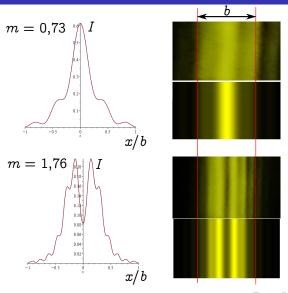


Дифракция на отверстии

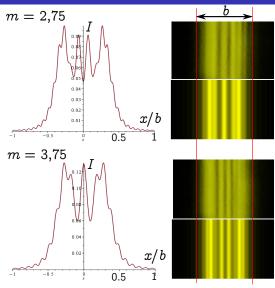




Дифракция на щели



Дифракция на щели



#### Зонные пластинки

#### Зонная пластинка

- усилить излучение, преградив ему путь!
- Фокусировка радиоволн
- Линза Френеля

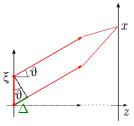
Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 16 / 32

# Дифракция в дальней зоне (случай Фраунгофера)

• Волновой параметр

$$p=rac{\sqrt{\lambda L}}{D}\gg 1$$

• Разность хода



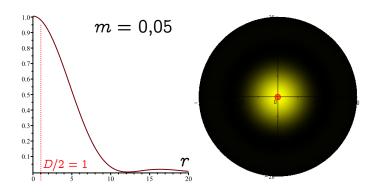
$$\Delta \approx -\xi \cdot \sin \theta$$

• Пространственное преобразование Фурье

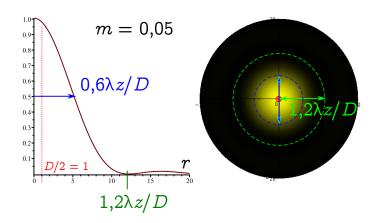
$$A( heta) \sim \int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_0(\xi) \cdot e^{-ik\sin heta\cdot\xi} d\xi$$

Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 17 / 32

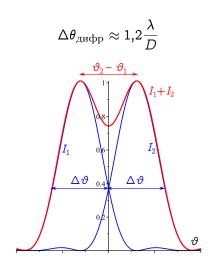
# Пятно Эйри



## Пятно Эйри



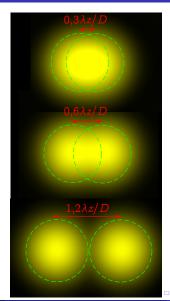
## Критерий разрешения Рэлея



Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 20 / 32

## Критерий Рэлея

для круглых пятен





## Разрешающая способность глаза

$$D_{
m 3p}\sim 5$$
 мм,  $\lambda\sim 550$  нм  $ightarrow \delta heta\sim 1,2rac{\lambda}{D_{
m 3p}}pprox$  рад  $pprox$  1 $'$ 

#### Примеры:

• Нижний ряд таблицы Сивцева-Головина:

$$h=7$$
 мм,  $L=5$  м  $ightarrow \delta heta \sim rac{0.2h}{L}pprox 3\cdot 10^{-4}$  рад  $pprox 1'$ 

ullet Размер "колбочек" dpprox 1 мкм, фокусное расстояние f=17 мм:

$$\delta heta \sim rac{d}{f} pprox 6 \cdot 10^{-5}$$
 рад  $pprox 0,2'$ 

Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 22 / 32

## Разрешающая способность телескопа

$$\Delta heta > rac{\lambda}{D_{
m of}}$$



Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 23 / 32

#### Светосила телескопа

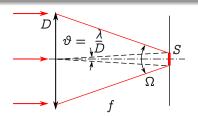
- Почему в телескоп звёзды видны лучше?
- Почему ночью темно?



Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 24/32

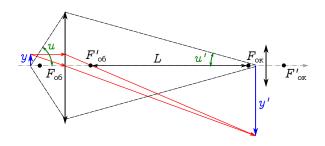
#### Светосила телескопа

- Почему в телескоп звёзды видны лучше?
- Почему ночью темно?
- Глаз и телескоп наблюдают НЕ изображение звезды, а её пятно Эйри!



- ullet Площадь пятна Эйри:  $S \sim (rac{\lambda}{D}f)^2$
- ullet Яркость пятна Эйри:  $B \sim rac{I \cdot \pi D^2 / 4}{S \cdot \Omega} \sim I \cdot \left(rac{D}{\lambda}
  ight)^2$

## Разрешающая способность микроскопа



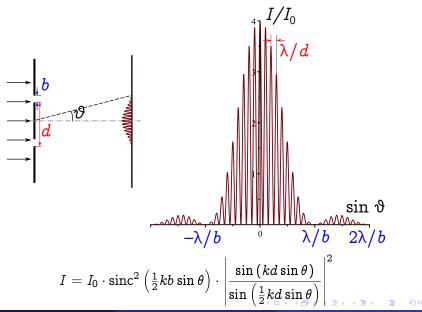
• Минимальный размер предмета

$$y_{
m min} \sim rac{0,5\lambda}{n\sin u} {\gtrsim 150}$$
 нм

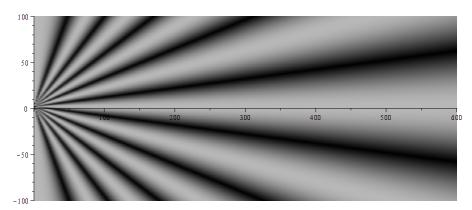
• Максимальное (нормальное) увеличение:

$$\Gamma_{\text{\tiny HOPM}} = \frac{\Delta y_{\text{\tiny 3p}}}{\Delta y_{\text{\tiny MMKPO}}} \sim \frac{\lambda/D_{\text{\tiny 3p}} \cdot L_{\text{\tiny 3p}}}{0.5 \lambda/n} = \frac{2nL_{\text{\tiny 3p}}}{D_{\text{\tiny 3p}}} \approx 250n$$

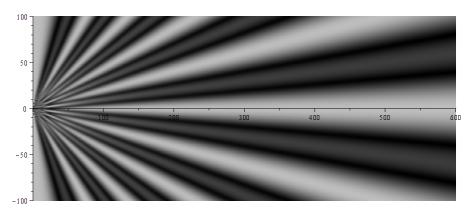
Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 25 / 32





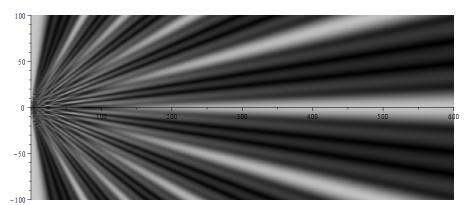




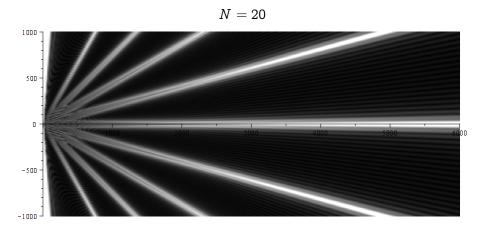


Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 28 / 32





Попов П.В. Дифракция 27.03.2025 29 / 32



$$J = J_0( heta) \cdot \left| rac{\sin\left(rac{1}{2}Nkd\sin heta
ight)}{\sin\left(rac{1}{2}kd\sin heta
ight)} 
ight|^2$$

30 / 32

Попов П.В. Дифракция 27.03.2025

# Дифракционная решётка

$$\int d\sin heta_m = \lambda m$$

Разрешающая способность:  $rac{\lambda}{\delta\lambda}=mN$ 

#### Применения

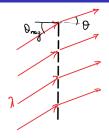
• Анализатор спектра



31 / 32

Попов П.В. Дифракция 27.03.2025

# Дифракционная решётка: наклонное падение



$$d(\sin heta_m-\sin heta_{ ext{
m mag}})=m\lambda$$

### Пример: фазированная антенная решётка

$$A_m = A_0 e^{i\psi_m},$$

$$A_m = A_0 e^{i \psi_m}, \qquad \psi_m = 2 \pi m rac{d}{\lambda} \sin heta_0$$

