MAT-0001 – Brukerkurs i matematikk

Innlevering 01

Amund H. Strøm, Morten Jansen, Henrik Haatuft

September 21, 2021

Oppgave 1

Arkimede's prinsipp: For å utføre eksperimentet har vi skaffet et eple som veier 158g. Målet med denne oppgaven er å vise legemets volum ved å la det nedsenke i vann, og bruke dette til å regne ut massetettheten. Vi starter med å fylle opp et beger med vann til 400 ml. Videre legger vi legemet oppi begeret. Etter det har blitt komplet nedsenket i vannet ser vi nå at vannet har steget til ca. 600 ml. Vi kan da si at legemet har fortrengt 200 ml, og dens volum er 200 cm^3.

Vi bruker denne informasjonen til å regne ut massetettheten ved å bruke formelen: $\text{tetthet} = \frac{\text{masse}}{\text{volum}}$ som tilsvarer $\frac{158\text{g}}{200\text{cm}^3} = 0.79\text{g/cm}^3$

Oppgave 2 a

$$\frac{6x-18}{3x^2+2x-8} \Big/ \frac{4x-12}{12x-16}$$

Her forenkler vi utrykket

$$\frac{(6x-18)\cdot(12x-16)}{(3x^2+2x-8)\cdot(4x-12)}$$

Her faktoriserer vi ut 6 fra (6x-18), 4 fra (12x-16), og 4 fra (4x-12). Vi skriver også 2x under brøkstreken til 6x-4x.

$$\frac{6(x-3)\cdot4(3x-4)}{(3x^2+6x-4x-8)\cdot4(x-3)}$$

Vi stryker 4(x-3) over og under brøkstreken.

$$\frac{6(3x-4)}{(3x\cdot(x+2)-4(x+2))}$$

Her faktoriserer vi ut (x+2) og setter 3x og -4 inn i samme parenteser

$$\frac{6(3x-4)}{(x+2)(3x-4)}$$

Her stryker vi ut (3x-4) over og under brøkstreken

$$\frac{6}{(x+2)}$$

Oppgave 2 c

Sammenhengen mellom enhetene Bar, Pascal, Torr og Standardatmosfære er at alle enhetene brukes til å måle trykk, men brukes ulikt ut ifra hvilken størrelse det er på trykket. Det kan sammenlignes med hvordan vi bruker tonn, kg, hg og gram.

Oppgave 2 d

Den ideelle gasskonstanten er definert: $8.314\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

På nettet finner man at Joule er definert: $\text{J} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$

man ser da at: $\frac{\text{J}}{(\text{k mol})} = \frac{\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}}{\text{k mol}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$ altså: $8.314\,\frac{\text{J}}{(\text{k mol})} = 8.314\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

På nettet finner man at Pascal er definert: $\text{Pa} = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$

Man ser da at man kan skrive pascal som: $\text{Pa} = \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \frac{\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{m}^3\text{ s}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m s}^2}$

Dette betyr at: $\frac{\text{L Pa}}{\text{k mol}} = \frac{\text{L}\,\frac{\text{kg}}{\text{m s}^2}}{\text{k mol}} = 0.001\,\frac{\text{m}^3\text{ kg}}{\text{k mol m s}^2} = 0.001\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

$1\text{L} = 0.001\text{m}^3$ Derfor må man endre måltallet.

Siden: $1\,\frac{\text{L Pa}}{\text{k mol}} = 0.001\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$ blir: $8.314\cdot 10^3\,\frac{\text{L Pa}}{\text{k mol}} = 8.314\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

På nettet finner man at L Bar er definert: $1\text{L bar} = 100\text{J}$

Dette vil si at: $1\,\frac{\text{L bar}}{\text{k mol}} = 100\,\frac{\text{J}}{\text{k mol}}$

Som betyr: $8.314\cdot 10^{-2}\,\frac{\text{L bar}}{\text{k mol}} = 8.314\,\frac{\text{J}}{\text{k mol}} = 8.314\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

På nettet finner man at Torr er definert: $1\text{ torr} = 133\text{ Pa}$

Da bruker vi bare samme utregning som pascal til joule og ender opp med: $0.133\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

Dette vil si at: $1\,\frac{\text{L torr}}{\text{k mol}} = 0.133\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

Som betyr: $62.51\,\frac{\text{L torr}}{\text{k mol}} = 8.314\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

På nettet finner man at standard atmosfære er definert: $1\text{atm} = 101\ 325\text{ Pa}$

Da bruker vi samme utregning som pascal til joule og ender opp med: $101.325\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

Dette vil si at: $1\,\frac{\text{L atm}}{\text{k mol}} = 101.325\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

Som betyr: $8.205\cdot 10^{-2}\,\frac{\text{L atm}}{\text{k mol}} = 8.314\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{k mol s}^2}$

Men siden benevningen skulle være oppgitt i m^3 og ikke i L må vi endre måltallet,

og ender opp med: $8.205\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{m}^3\text{ atm}}{\text{k mol}}$

[1], Figuren viser en tabell over alle resultatene.

$\langle R \rangle$	$[R]$
8.314	J/(K mol)
$8.314 \cdot 10^{3}$	L Pa/(K mol)
$8.314 \cdot 10^{-2}$	L bar/(K mol)
62.51	L torr/(K mol)
$8.205 \cdot 10^{-5}$	m^3atm/(K mol)

Oppgave 3 a

Vi valgte Høyre

- I 2013 hadde de en valgoppslutning på 26.6%
- I 2017 hadde de en valgoppslutning på 25.0%

26.8% – 25.0% = 1.8%

Høyre har hatt en endring på -1.8% prosentpoeng fra 2013 til 2017.

$$\frac{\text{opprinelig beløp} - \text{nytt beløp}}{\text{opprinelig beløp}} \cdot 100 = \text{prosent nedgang} \quad \frac{26.8\% - 25.0\%}{26.8\%} \cdot 100$$

$$\rightarrow 6.7164179104478$$

Høyre har hatt en endring på -6.7% fra 2013 til 2017.

Oppgave 3 b

25.0% × 0.067 = 1.67%

25.0% – 1.67% = 23.33%

Hvis trenden i prosent fortsetter, forventer vi at partiets oppslutning blir 23.33%.

Oppgave 3 c

25.0% × 0.067 = 1.67%

25.0% + 1.67% = 26.67%

Hvis trenden snur helt, vil partiet ha lavere oppslutning enn første året.

Oppgave 4 a

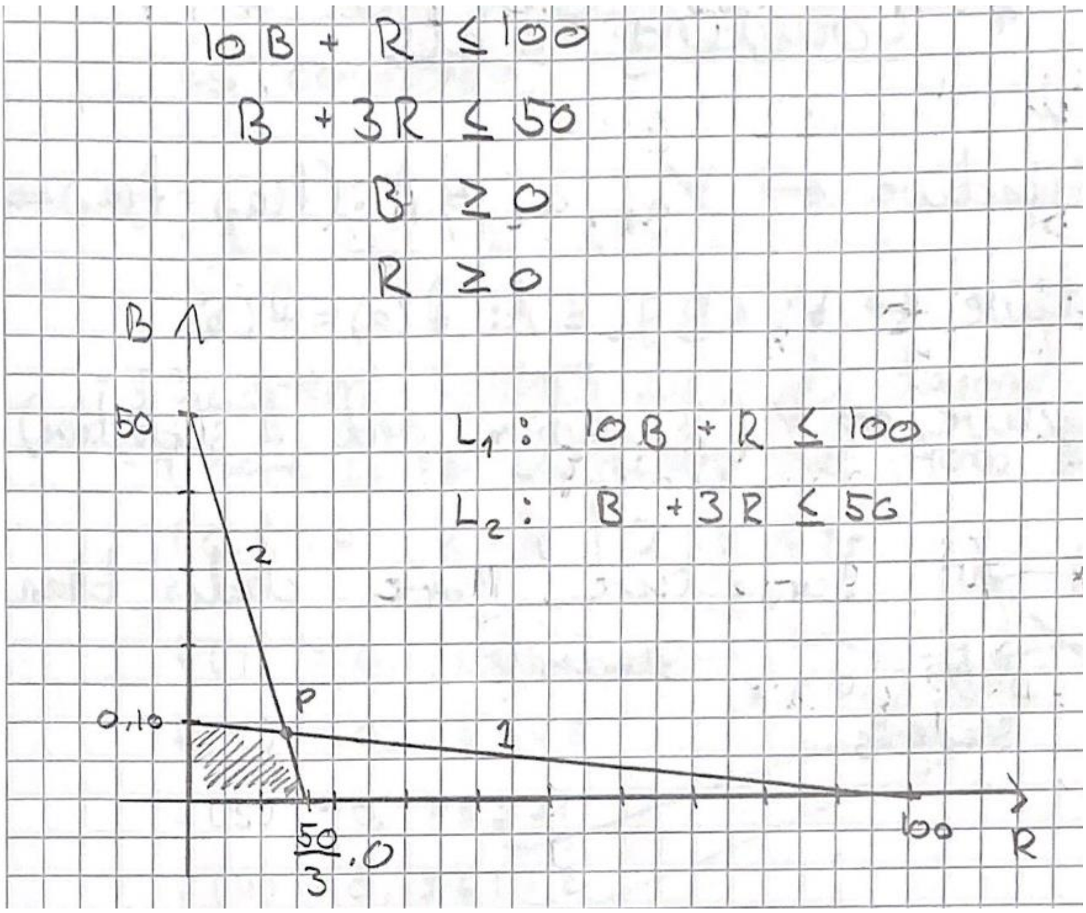
Oppgaveteksten fører til følgende restreskjoner:

I denne sammenhengen er B = Bygge PC, R = Reparere PC

- $10B + R \leq 100$. Det koster 10 komponenter å bygge ny pc og det koster 1 komponent å reparere en pc, studentene har tilgang på 100 komponenter i løpet av 1 uke.
- $B + 3R \leq$. Det tar 1 time å bygge en ny pc og det tar 3 timer å reparere en pc, studentene har blitt enige om at de ikke skal jobbe mer enn 50 timer i løpet av 1 uke.
- $B \geq 0$. De bygger 0 eller flere pc-er
- $R \geq 0$. De reparerer 0 eller flere pc-er

Oppgave 4 b

[2], Figuren viser området *D* som oppfyller ulikhetene



Oppgave 4 c

[3], På figur [2] ser man at i punktet P vil studentene maksimere profitten sin. Punktet finner man slik:

P

$$\text{i} \quad 10B + R = 100 \quad | \cdot (-3)$$

$$\text{ii} \quad B + 3R = 50$$

$$\text{iii} \quad -30B - 3R = -300$$

$$\text{ii} + \text{iii} \quad -29B = -250$$

$$B = \frac{250}{29}$$

$$R = 100 - 10B$$

$$R = 100 - 10\left(\frac{250}{29}\right)$$

$$R = \frac{2900}{29} - \frac{2500}{29}$$

$$R = \frac{400}{29}$$

$$P = \left(\frac{400}{29}, \frac{250}{29}\right)$$

$$P = (13, 8)$$

Vi runder punktet ned til (13, 8) siden det må være et heltall når man snakker om fysiske objekter.

[4], Vi ser da at den maksimale profitten blir (13, 8), som betyr 13 reparasjoner og 8 nybygget pc-er

	Reparere PC	Bygge ny PC
Profitt	250kr	500kr
Timer	3t	1t
Komponenter	1k	10k

Hvis vi dobbelskjekker resultatet finner vi ut av at 13 reparasjoner og 8 nybygget pc-er fører til at studentene bruker:

(13R × 1k) + (8B × 10k) = 93 komponenter

(13R × 3t) + (8B × 1t) = 47 timer

(13R × 250kr) + (8B × 500kr) = 7250kr

Vi ser da at studentene har tid til å reparere 1 til PC, og vi ender opp med 14 reparasjoner og 8 nybygget pc-er som fører til maksimal profitt:

$$(14R \times 1k) + (8B \times 10k) = 94 \text{ komponenter}$$

$$(14R \times 3t) + (8B \times 1t) = 50 \text{ timer}$$

$$(14R \times 250kr) + (8B \times 500kr) = 7500kr$$

Oppgave 5 a

[5], Figuren viser at $\alpha = \mathsf{t} \cdot \mathsf{k}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathsf{V}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathsf{p}^{-\frac{1}{2}}$ er en ubenevnt avledet størrelse.

$$\alpha = t \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot V^{-\frac{1}{2}} \cdot p^{-\frac{1}{2}}$$

$$= s \cdot \left(\frac{kg}{s^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(m^3\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{kg}{m^3}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \cancel{s} \cdot \frac{kg^{\frac{1}{2}}}{\cancel{s^{\frac{2}{2}}}} \cdot \cancel{m^{-\frac{3}{2}}} \cdot \frac{kg^{-\frac{1}{2}}}{\cancel{m^{-\frac{3}{2}}}}$$

$$= kg^{\frac{1}{2}} \cdot kg^{-\frac{1}{2}}$$

$$= kg^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}$$

$$\underline{\underline{\alpha = kg^{0}}}$$

$[t] = s$

$[V] = m^3$

$[p] = kg/m^3$

$[k] = kg/s^2$

Oppgave 5 b

Vi lar likningen i oppgave a) $\alpha = t \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot V^{-\frac{1}{2}} \cdot p^{-\frac{1}{2}}$ ha disse måltallene:

$$\langle t \rangle = 1{,}25, \quad \langle V \rangle = 0{,}1, \quad \langle \rho \rangle = 2{,}1, \quad \langle k \rangle = 5{,}3.$$

Da får vi:

$$a = 1.25 \cdot 5.3^{\frac{1}{2}} \cdot 0.1^{-\frac{1}{2}} \cdot 2.1^{-\frac{1}{2}}$$
$$\rightarrow 6.2796913785252$$

Hvis vi endre enhetene:

$$[t] = \mathrm{s}, \quad [V] = \mathrm{m}^3, \quad [\rho] = \mathrm{kg}/\mathrm{m}^3, \quad [k] = \mathrm{kg}/\mathrm{s}^2.$$

til:

$$\mathrm{m} \to \mathrm{mm}, \quad \mathrm{s} \to \mathrm{h}, \quad \mathrm{kg} \to \mathrm{lbs}.$$

får vi:

$$t = 1.25\mathrm{s} = \frac{1.25}{3600}\mathrm{h}$$

$$k = 5.3 \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2} = \frac{5.3 \cdot 2.204}{\left(\frac{1}{3600}\right)^2} \, \frac{\mathrm{lbs}}{\mathrm{h}^2} = 1.513 \cdot 10^8 \, \frac{\mathrm{lbs}}{\mathrm{h}^2}$$

$$V = 0.1\mathrm{m}^3 = 10^8\mathrm{mm}^3$$

$$p = 2.1 \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = \frac{2.1 \cdot 2.204}{10^9} \, \frac{\mathrm{lbs}}{\mathrm{mm}^3} = 4.6284 \cdot 10^{-9} \, \frac{\mathrm{lbs}}{\mathrm{mm}^3}$$

Dette gir oss:

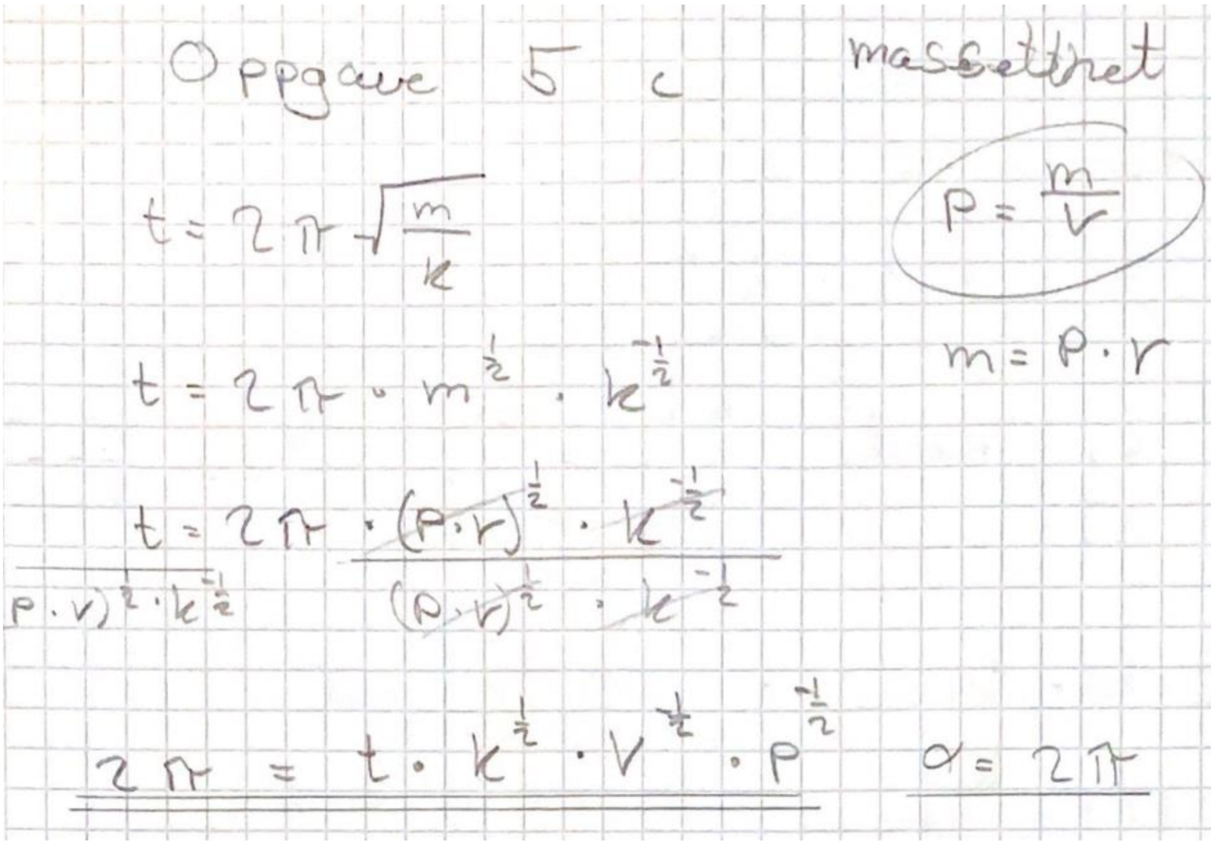
$$a = \frac{1.25}{3600} \left(1.513 \cdot 10^8\right)^{\frac{1}{2}} \left(10^8\right)^{-\frac{1}{2}} \left(4.6284 \cdot 10^{-9}\right)^{-\frac{1}{2}}$$
$$\rightarrow 6.2778586606863$$

Dette er det samme svaret vi hadde før vi endret enhetene. Altså måltallet endrer seg ikke selv om man ender enhetene

Oppgave 5 c *i*

Vis at $t = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ kan skrives slik $\alpha = t\, k^{\frac{1}{2}} V^{-\frac{1}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}}$

[6], Figuren viser utregningen.



Oppgave 5 c *ii*

Bruk disse tallene: $\langle V \rangle = 0{,}12,$ $\langle k \rangle = 5{,}3.$ til å regne ut svingetiden dersom beholderen er fylt med vann og kvikksølv.

	Vann	Kvikksølv
	p = 997 kg/m^3	p = 13546 kg/m^3
$t = 2\pi\sqrt{\frac{p \cdot v}{k}}$	$t = 2\pi\sqrt{\frac{997 \cdot 0.12}{5.3}}$	$t = 2\pi\sqrt{\frac{13546 \cdot 0.12}{5.3}}$
	$\rightarrow$ 29.8524607316228	$\rightarrow$ 110.0368354999216
	T = 29.9	T = 110

Referanser

Bibliografi

Hofstad, K. (2017, Desember 5). *standard atmosfære* . Hentet fra Store Norske Leksikon: https://snl.no/standard_atmosf%C3%A6re

Hofstad, K. (2019, September 11). *Torr*. Hentet fra Store Norske Leksikon: https://snl.no/torr

Hofstad, K. (2021, Juli 12). *Joule*. Hentet fra Store Norske Leksikon: https://snl.no/joule

Lbar to Joule. (2021, September 9). Hentet fra Convertunits: https://www.convertunits.com/from/L+*+bar/to/joules

Pascal(unit). (2021, September 8). Hentet fra Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Pascal_(unit)