MAT-0001 – Brukerkurs i matematikk

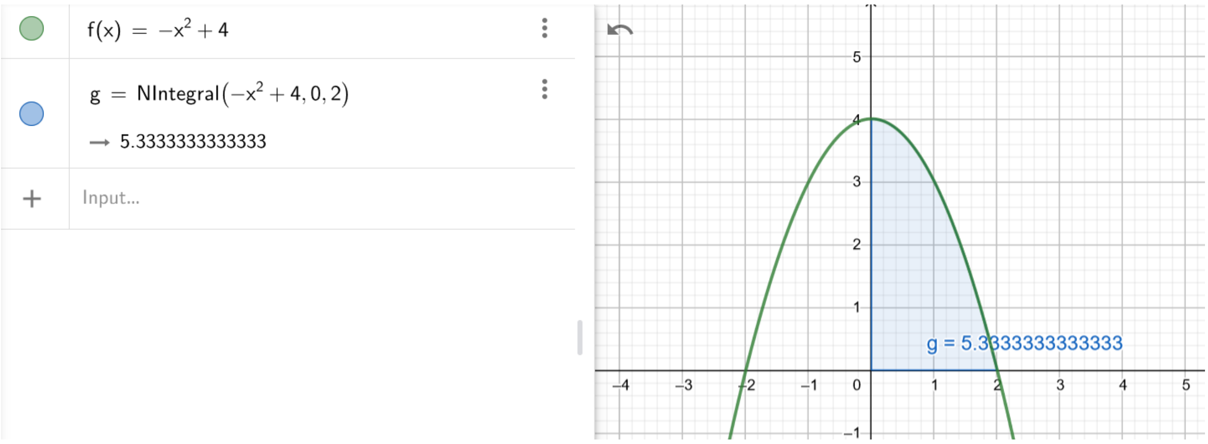
Innlevering 03

Amund Strøm, Henrik Haatuft, Morten Jansen

November 14, 2021

Oppgave 1 a)

Å integrere noe vil si å bruke en funksjon til å finne en ny som beskriver arealet under den originale funksjon.



Oppgave 1 b)

Ved å antiderivere mener det samme som å integrere noe. Det er fordi når man utfører en integrasjon, gjør man mer eller mindre det motsatte av å derivere, derfor får det også navnet antiderivasjon. Derivasjon og integrasjon ses på som motsatte regnearter.

Oppgave 1 c)

$$\int 2x \, \mathrm{d}x = x^2 + C$$

- Oransje farge: Dette kalles integraltegnet, og integraltegnet forteller oss at vi skal integrere følgende.
- Rød farge: funksjonsuttrykket
- Grønn farge: Angir variabelen i funksjonsuttrykket
- Blå farge: uttrykket integrert.

+ C er en konstant som legges på fordi man ikke vet om den integrerte har en konstant eller ikke, da den deriverte av en konstant alltid er lik 0.
Eks. (F(x) + C)’ = F(x) = f(x), uavhengig av hva C er.

Oppgave 1 d)

Et ubestemt integral er når man integrerer eller antideriverer en funksjon. Da er et bestemt integral når man finner arealet til funksjonen ved hjelp av den antideriverte mellom 2 punkter på x-aksen.

Oppgave 1 e)

Seksjon 7.1

For hvilke verdier av a og b er ax^b en antiderivert til x^7?

$$\int x^7\,dx = \frac{1}{8}\cdot x^8 + C \qquad \underline{\underline{a = \frac{1}{8} \qquad b = 8}}$$

Seksjon 7.2

Deriver $F(x) = log\,x$. Beregn så $\int_1^e \frac{1}{x}dx$

$$F'(x) = \frac{1}{x}$$

$$\int_1^e \frac{1}{x}\,dx = \Big[\log x\Big]_1^e = \log(e) - \log 1$$

$$\underline{\underline{= 1}}$$

Seksjon 7.3

Ved jevn oppbremsing avtar farten *v* lineært med tiden. Farten ved tiden t kan da skrives $v(t) = v_0 - at$, der v_0 er farten ved tiden $t = 0$, og a er en konstant. Strekningen som tilbakelegges fra tiden $t = 0$ og til farten er null, vil vi kalle B (bremselengden). Uttrykk B som et bestemt integral, og beregn integralet. (Har du regnet riktig, vil du se at bremselengden er proporsjonal med kvadratet av farten v_0)

$$v(t) = v_0 - at$$

a = konstant

v_0 = (tid = 0)

$v(0) = v_0$

$v(t_1) = 0$

$\to v_0 - at_1 = 0$

$v_0 = at_1$

$\underline{\underline{t_1 = \frac{v_0}{a}}}$

$$B = \int_0^{t_1} v_0 - at \, dt$$

$$= \left[v_0 \cdot t - \frac{a}{2} t^2 \right]_0^{t_1}$$

$$= v_0 \cdot t_1 - \frac{a}{2} \cdot t_1^2$$

$$= v_0 \cdot \frac{v_0}{a} - \frac{\cancel{a}}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a^{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} \underline{\underline{= \frac{v_0^2}{2a}}}$$

Vi ser at Bremselengden er poroposjonal med kvadratet av farten v_0

Seksjon 7.4 b)

Beregn integralet ved å bruke den oppgitte substitusjonen

$$\int (2+3t)^{11}\,dt \qquad y = 2+3t$$

$$\frac{dy}{dt} = 3$$

$$dy = 3\,dt$$

$$dt = \frac{dy}{3}$$

$$= \int y^{11}\,dt$$

$$= \int y^{11}\,\frac{1}{3}\,dy$$

$$= \frac{1}{3}\int y^{11}\,dy$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{12}\,y^{12}$$

$$= \frac{1}{36}(2+3t)^{12} + C$$

Seksjon 7.5 b)

Beregn integralene

$$\int x\cos x\,dx$$

$$u = x \qquad v' = \cos x$$

$$u' = 1 \qquad v = \sin x$$

$$\int u(x)\cdot v'(x) = u(x)\cdot v(x) - \int u'(x)\cdot v(x)\,dx$$

$$\int x\cdot\cos x\,dx = x\cdot\sin x - \int 1\cdot\sin x\,dx$$

$$= x\cdot\sin x + \cos x + C$$

Seksjon 7.5 e)

Beregn integralene

$$\int 2t \cdot e^{-4t}\, dt \qquad y = -4t$$

$$\int 2t \cdot e^{y} \cdot \frac{-dy}{4} \qquad \frac{dy}{dt} = -4$$

$$-\frac{1}{4}\int 2t \cdot e^{y}\, dy \qquad dy = -4 \cdot dt$$

$$dt = \frac{-dy}{4}$$

Seksjon 7.5

$$\int 2t \cdot e^{-4t}\, dt \qquad u = 2t \qquad v' = e^{-4t}$$

"delvis integrasjon" $\qquad u' = 2 \qquad v = \frac{-e^{-4t}}{4}$

$$u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x)\, dx$$

$$2t \cdot -\frac{e^{-4t}}{4} - \int 2 \cdot -\frac{e^{-4t}}{4}\, dx$$

$$2t \cdot -\frac{e^{-4t}}{4} + \frac{1}{2}\int e^{-4t}\, dx$$

$$-2t \cdot \left(\frac{e^{-4t}}{4}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{e^{-4t}}{4}\right)$$

$$-\frac{1}{2} \cdot t e^{-4t} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot e^{-4t}$$

$$\left(-\frac{1}{2} \cdot t - \frac{1}{8}\right) \cdot e^{-4t} = -\frac{1}{2}\left(t + \frac{1}{4}\right) \cdot e^{-4t} \;\Big|\; \cdot 4$$

$$\underline{\underline{= -\frac{1}{8}(4t + 1) \cdot e^{-4t}}}$$

Seksjon 7.5 j)

Beregn integralene

$\int x^2 e^{2x}\,dx$ $u = x^2$ $v' = e^{2x}$

"delvis integrasjon" $u' = 2x$ $v = \frac{e^{2x}}{2}$

$= v(x)\cdot u(x) - \int u'(x)\cdot v(x)\,dx$

$= x^2 \cdot \frac{e^{2x}}{2} - \int \cancel{2}x \cdot \frac{e^{2x}}{\cancel{2}}\,dx$

"delvis integrering" $u = x$ $v' = e^{2x}$ $u' = 1$ $v = \frac{e^{2x}}{2}$

$= x^2 \cdot \frac{e^2}{2} - \int x \cdot e^{2x}\,dx$

$= \left(x^2 \cdot \frac{e^2}{2}\right) - \left(x \cdot \frac{e^2}{2}\right) - \int 1 \cdot \frac{e^{2x}}{2}\,dx$

"substitusjon" $y = 2x$ $\frac{dy}{dx} = 2$ $dy = 2\,dx$ $dx = \frac{dy}{2}$

$= \qquad - \int \frac{e^y}{2} \cdot \frac{1}{2}\,dy$

$= \qquad + \frac{1}{4}\int e^y\,dy$

$= \qquad + \frac{e^y}{4}$

$= \left(x^2 \cdot \frac{e^2}{2}\right) - \left(x \cdot \frac{e^2}{2}\right) + \frac{e^{2x}}{4}$

$= \frac{x^2 e^2}{2} - \frac{x e^2}{2} - \frac{e^{2x}}{4}$

$= \frac{2x^2 e^2}{4} - \frac{2x e^2}{4} - \frac{e^{2x}}{4} = \underline{\underline{\frac{(2x^2 - 2x + 1)\,e^{2x}}{4} + C}}$

Seksjon 7.5 l)

Beregn integralene

$$\int \log x \; dx \qquad u = \log x \quad v' = 1$$

$$u' = \frac{1}{x} \quad v = x$$

"delvis integrasjon"

$$u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x) \, dx$$

$$x \cdot \log x - \int x \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

$$x \cdot \log x - \int 1 \, dx$$

$$\underline{\underline{x \cdot \log x - x + C}}$$

Oppgave 2 a)

Forklar følgende begrep:

Homogen: Difflikningen er homogen dersom q(x) er = 0.

Førsteordens: vil si at vi har kun har førstegrads dividert i uttrykket.

Separabel: En difflikning er separabel dersom vi kan separere variablene på hver sin side av likhetstegnet.

Integrerende Faktor: Finnes alltid for linære førsteordens difflikninger, og brukes til å løse difflikningen, ved at den multipliseres på begge sider av likhetstegnet.

Oppgave 2 c)

Seksjon 9.1

[3] Finn, for eksempel med å gjette, en løsning av difflikningen
$f'(x) + f'''(x) = 0$.

Prøver tallet 1

$f(x) = 1$ — $f'(x) + f'''(x) = 0$

$f'(x) = 0$ — Siden ~~det~~ $f'(x) = 0$ vil dette

$f''(x) = 0$ — gjelde for alle $f(x)$ som er kun konstanter

$f'''(x) = 0$

Oppgave 7 a) i)

En av antagelsene vi må ta for å si at mengden medisin i kroppen y tilfredsstiller $y' = -ky$ er at k ikke kan være 0.

Oppgave 7 a) ii)

Løs differensiallikningen $y' = -ky$, og vis at $k = \frac{1}{2}ln(2)$, og $y(t) = C \cdot e^{-t/2}$.

Oppgave 7 a)

ii) $y' = -ky$

$$\frac{dy}{dt} = -ky$$

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = -k$$

$$\int \frac{1}{y}\frac{dy}{dt}\,dt = \int -k\,dt$$

$$\int \frac{1}{y}\,dy = \int -k\,dt$$

$$\ln|y| = -kt + c$$

$$e^{\ln|y|} = e^{-kt+c}$$

$$|y| = e^{-kt} \cdot e^{c}$$

$$\underline{y = C \cdot e^{-kt}}$$

$$y(2) = C \cdot 1/2 = C \cdot e^{-k \cdot 2}$$

$$1/2 = e^{-k \cdot 2}$$

$$\ln 1/2 = \ln e^{-k \cdot 2}$$

$$-\ln 2 = -k \cdot 2$$

$$\underline{k = \frac{\ln 2}{2}}$$

$$y(t) = C \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$= C \cdot e^{-\frac{\ln 2}{2} \cdot t}$$

$$= C \cdot e^{-\ln 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot t}$$

$$\underline{\underline{y(t) = C \cdot 2^{-t/2}}}$$

Her er halveringstiden på 2 timer

Oppgave 7 b) i)

Oppgaven spør hvorfor vi nå har $y' = 2 - ky$ med samme k. Det er fordi i oppgave 7a) regnet vi ikke med at det skulle bli tilført noe smertestillende, men bare hvor fort det blir brutt ned. Nå blir det tilført 2 mg smertestillende per time, derfor har vi samme k.

Oppgave 7 b) ii)

Oppgaven spør hvor mye smertestillende Roger har i blodet etter lang tid. For å finne ut av det må vi først regne ut differensiallikningen $y' = 2 - ky$. Deretter finner vi et uttrykk for C, og resultatet blir en funksjon med variabel t.

ii)

$$y' = 2 - ky$$

$$y' + ky = 2 \quad | \cdot e^{\int k\,dt} \Rightarrow e^{kt}$$

$$y' e^{kt} + k \cdot y \cdot e^{kt} = 2 \cdot e^{kt}$$

$$(u' \cdot v + v' \cdot u)$$

$$\int (y \cdot e^{kt})' \, dt = \int 2 \cdot e^{kt} \, dt$$

$$y \cdot e^{kt} = \frac{2e^{kt}}{k} + C \quad | \div e^{kt}$$

$$y = \frac{2}{k} + \frac{C}{e^{kt}}$$

$$y(0) = \frac{2}{k} + \frac{C}{1}$$

$$y(0) = \frac{2}{k} + C$$

$$0 = \frac{2}{k} + C \quad \rightarrow \quad k = \frac{1}{2} \ln 2$$

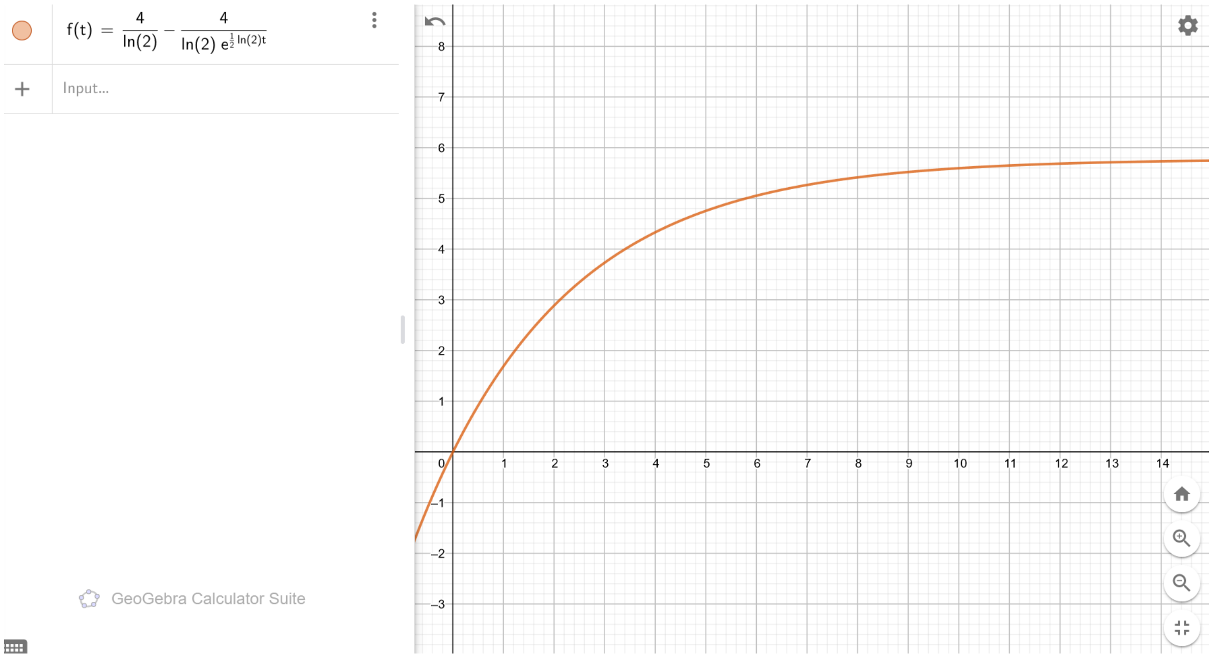
$$0 = \frac{2}{\frac{1}{2} \ln 2} + C$$

$$C = -\frac{4}{\ln 2}$$

$$y(t) = \frac{2}{k} + \frac{C}{e^{kt}} \qquad C = -\frac{4}{\ln 2}$$

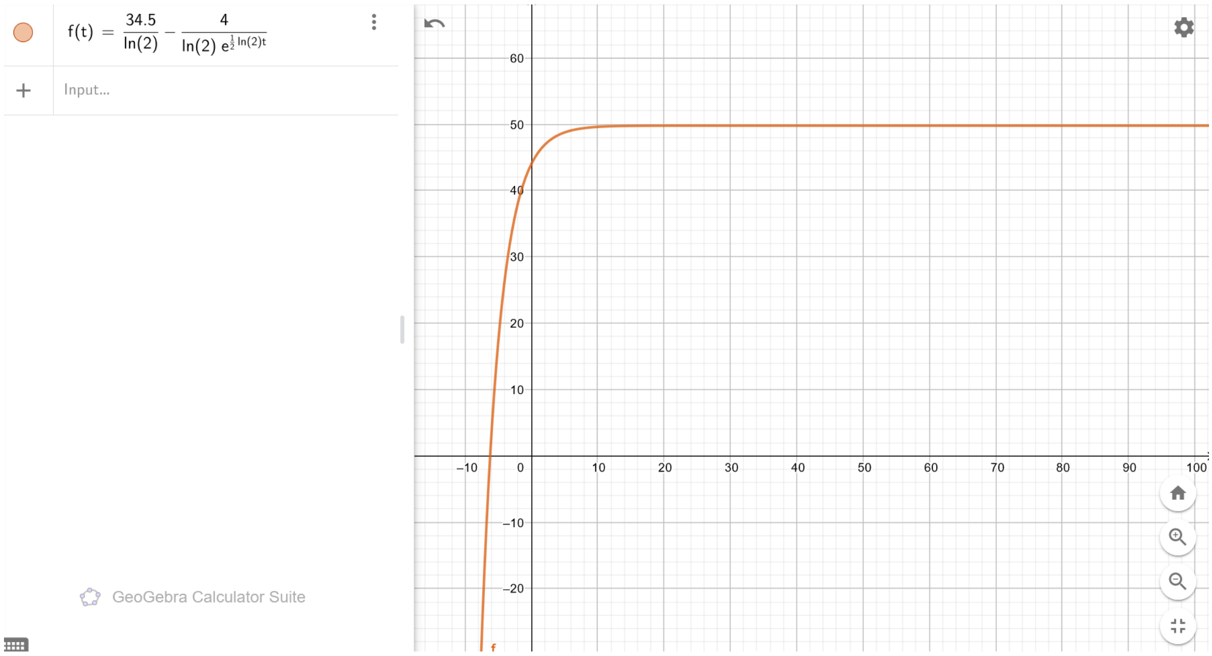
$$\underline{\underline{y(t) = \frac{4}{\ln 2} - \frac{4}{\ln 2 \cdot e^{kt}}}} \qquad k = \frac{1}{2} \ln 2$$

Vi setter funksjonen $y(t) = \frac{4}{ln(2)} - \frac{4}{ln(2) \cdot e^{ln(2) \cdot t}}$ inn i geogebra, og ser at etter lang tid har Roger 5,8 mg smertestillende i blodet.



Oppgave 7 b) iii)

Roger må ha tilført 17.25mg smertestillende i timen for at mengden skal stabilisere seg på 50mg. Dette er fordi $\frac{2}{k} = \frac{4}{ln(2)}$, som vi regnet ut i forrige oppgave. Derfor blir $\frac{34.5}{ln(2)} = \frac{17.25}{k}$



Oppgave 7 c) i)

c)

i) Vi valgte ibuprofen som har en biotilgjengelighet på ca. 60% = 0,6

Antall mg pr. tabelett er 400mg

Halveringstid på 2t ($t_{\frac{1}{2}}$)

$y_0 = 6\% \cdot g = 240mg$

$y(t) = y_0 \cdot 2^{\frac{-t}{t_{\frac{1}{2}}}}$

$y' = -ky$

$\frac{1}{y} \cdot y' = -k$

$\int \frac{1}{y}dy = \int -k\,dt$

$\ln(y) = -kt + C$

$y = Ce^{-kt}$

$Ce^{-k0} = y_0$

$C = y_0$

$y(0) = y_0$

$y(\frac{t}{2}) = (1/2)\,y_0$

$y_0 \cdot e^{-kt_{\frac{1}{2}}} = 1/2\, y_0$

$-kt_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(1)}{2} = -\ln 2$

$k = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$

$y(t) = y_0 e^{\frac{-\ln(2)\cdot t}{t_{\frac{1}{2}}}}$

$y(t) = y_0 (e^{\ln(2)})^{\frac{-t}{t_{\frac{1}{2}}}}$

$y(t) = y_0 \cdot 2^{-\frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}}$

som skulle vises

Oppgave 7 c) ii)

ii)

$a_1 = y_0 \cdot 2^{\frac{-24}{t_{1/2}}}$ blir antall mg etter 24 timer.

Så

$a_1 = 240 \cdot 2^{\frac{-24}{2}} \approx 0{,}05859$ bliv mg etter 24 timer med ibuprofen.

for å finne a_2, altså mg i blodet til Roger etter 2 døgn må vi legge til verdien fra a_1 gitt at han tar en ny dose 24 timer etter første.

Dette gir

$a_2 = (a_1 + y_0) \cdot 2^{\frac{-24}{t_{1/2}}}$

Så

$a_2 = (0{,}05859 + 240) \cdot 2^{\frac{-24}{2}} \approx \underline{\underline{0{,}05869}}$ som er mg i blodet etter 2 døgn.

Dette gir en generel formel

$a_n (a_{n-1} + y_0) \cdot 2^{\frac{-24}{t_{1/2}}}$ som gir mg i blodet for n-døgn

$y_0(k^1 + k^2 \dots + k^n)$ fungerer fordi vi må legge til den resterende mengden fra tidligere døgn. Dette ganges så med y_0.

Så

$a_2 = 240 \cdot ((2^{\frac{-24}{2}})^1 + (2^{\frac{-24}{2}})^2) \approx \underline{\underline{0{,}05869}}$

Oppgave 7 c) iii)

C2 =(B2+240)*2^(-24/2)

	A	B	C	D
1			**Antall mg etter 24+a_n timer**	
2	a_1	0,05859	0,058608054	a_2
3	a_2	0,058608054	0,058608059	a_3
4	a_3	0,058608059	0,058608059	a_4
5	a_4	0,058608059	0,058608059	a_5
6	a_5	0,058608059	0,058608059	a_6
7	a_6	0,058608059	0,058608059	a_7
8	a_7	0,058608059	0,058608059	a_8
9	a_8	0,058608059	0,058608059	a_9
10	a_9	0,058608059	0,058608059	a_10
11	a_10	0,058608059	0,058608059	a_11

I modellen over har vi brukt formelen vi fant i oppgave b, ii) som utgangspunkt for å regne ut hvor mye smertestillende Roger har etter lang, lang tid. Dag 3 stabiliserer mengden mg smertestillende Roger har i blodet seg og er konstant, så lenge han får ny dose med smertestillende hver 24 time.

Oppgave 7 d)

i vårt tilfelle kommer smertestillende i blodet aldri til å stabilisere seg på $y_0/3$, dette er mest sannsynlig fordi vi valgte en litt for mild smertestillende.

Oppgave 8

Oppgaven ber oss sette opp en modell som forteller hvor mye radioaktive materiale som er igjen etter X antall år. For å gjøre dette må vi lage en differensiallikning ut fra oppgaveteksten: “De radioaktive prosessene gjør at stoffet brytes ned med en fart som er proporsjonal med den stoffmengden som er igjen + mengden tilført radioaktivt materiale årlig”

Vi tolket dette som differensiallikningen: $y' = v \cdot y(x) + r$, der v er farten materialet brytes ned, y er mengden stoff igjen, r er mengden radioaktivt materiale tilført årlig, og x er antall år. Vi vet også at v og r er konstanter, vi bestemmer selv hvordan radioaktivt materiale vi skal se på, og hvor mye stoff det er i starten.

Vi bestemte oss for å se på stoffet Plutonium med en startmengde på 1020 kg, dette har også en halveringstid på 102 år. Vi kan da anta at ved start er det ikke tilført noe ekstra radioaktivt materiale, altså $r = 0$. Vi får da differensiallikningen $y' = v \cdot y$. Denne løses slik:

$$y' = v \cdot y$$

$$\frac{dy}{dx} = v \cdot y$$

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = v$$

$$\int \frac{1}{y}\frac{dy}{\cancel{dx}}\,\cancel{dx} = \int v\,dx$$

$$\int \frac{1}{y}\,dy = \int v\,dx$$

$$\ln|y| = v \cdot x + c$$

$$e^{\ln|y|} = e^{v \cdot x} \cdot e^{c}$$

$$\underline{y(x) = C \cdot e^{v \cdot x}}$$

Plotonium:
Halveringstid: 102
Start mengde 1020

Neste side →

Siden vi vet at halveringstiden til stoffet er 102, kan vi finne ut av den ukjente konstanten v.

$$y(102) = C \cdot \frac{1}{2} = C \cdot e^{v \cdot 102}$$
$$\frac{1}{2} = e^{v \cdot 102}$$
$$\ln(\frac{1}{2}) = \ln e^{v \cdot 102}$$
$$-\ln(2) = v \cdot 102$$
$$v = -\frac{\ln(2)}{102}$$

Nå som vi vet v kan vi bruke den til å løse ut e, dette gjør vi slik:

$$y(x) = C \cdot e^{v \cdot x}$$
$$= C \cdot e^{-\frac{\ln 2}{102} \cdot x}$$
$$= C \cdot e^{-\ln 2 \cdot \frac{1}{102} \cdot x}$$
$$\underline{y(x) = C \cdot 2^{-x/102}}$$

Neste side →

Nå har vi en mindre ukjent konstant og vi har løst ut e, vi kan bruke dette i den originale differensialligningen $y' = v \cdot y + r$. Som løses slik:

$$y' = v \cdot y + r$$

$$y' - v \cdot y = r \quad \Big| \cdot e^{\int -v\,dx} = e^{-v \cdot x}$$

$$y' \cdot e^{-v \cdot x} - v \cdot y \cdot e^{-v \cdot x} = r \cdot e^{-v \cdot x}$$

$$\Rightarrow u' \cdot v - v' \cdot u$$

$$\int \left(y \cdot e^{-v \cdot x}\right)' dx = \int r \cdot e^{-v \cdot x}\, dx$$

$$y \cdot e^{-v \cdot x} = \frac{r}{v} \cdot e^{-v \cdot x} + C \quad \Big| \div e^{-v \cdot x}$$

$$y = \frac{r}{v} + \frac{C}{e^{-v \cdot x}}$$

$$\underline{y(x) = \frac{r}{v} + C \cdot e^{v \cdot x}}$$

Vi velger Polonium:

Halveringstid: 102 år

Mengde i start: 1020

Neste side →

Vi har nå vi en funksjon som forteller oss hvor mye stoff som er igjen etter X antall år. Men det er fortsatt 2 ukjente i funksjonen, så det neste vi må finne ut av er den ukjente konstanten C. det gjør vi slik:

$$y(x) = \frac{r}{v} + C \cdot e^{v \cdot x}$$

$$y(0) = 1020 = \frac{r}{v} + C \cdot e^{v \cdot 0}$$

$$1020 = \frac{r}{v} + C \cdot e^{0}$$

$$1020 = \frac{r}{v} + C$$

$$1020 = \frac{r}{\frac{\ln 2}{102}} + C$$

$$1020 = -\frac{102 \cdot r}{\ln 2} + C$$

$$C = 1020 + \frac{102 \cdot r}{\ln 2}$$

Plotonium:
Halveringstid 102
~~Stat~~ mengde: 1020

$$v = -\frac{\ln(2)}{102}$$

$$e^{v \cdot x} = 2^{-x/102}$$

Nå har vi et uttrykk for C, hvis vi setter det inn i funksjon har vi bare en ukjent igjen, som er r.

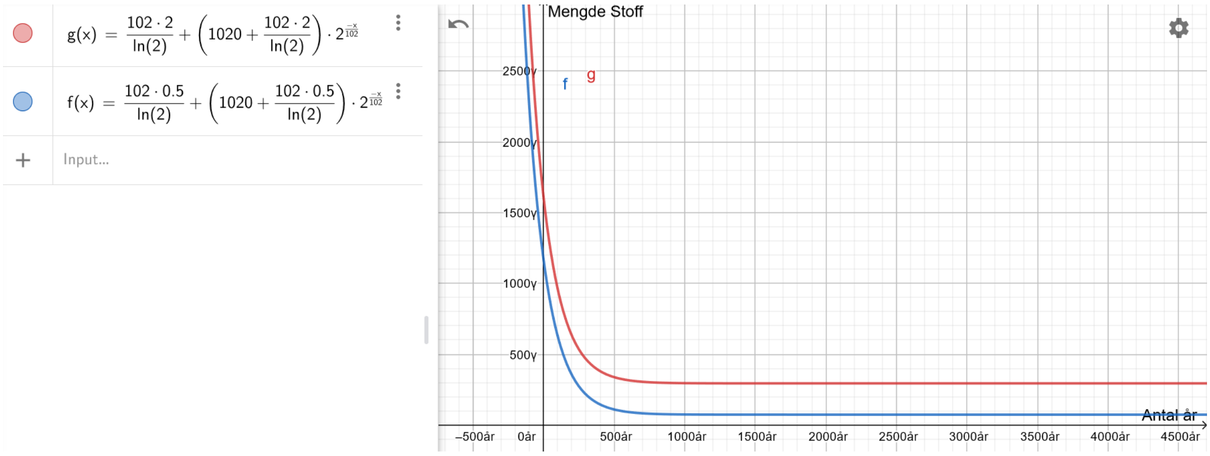
$v = \frac{ln(2)}{102}$ $\quad$ $e^{v \cdot x} = 2^{-x/102}$ $\quad$ $C = (1020 + \frac{102 \cdot r}{ln(2)})$

$$y(r) = \frac{r}{v} + C \cdot e^{v \cdot x}$$

$$\underline{\underline{y(x) = \frac{102 \cdot r}{\ln(2)} + \left(1020 + \frac{102 \cdot r}{\ln(2)}\right) \cdot 2^{-x/102}}}$$

Neste side →

Siste del av oppgaven forteller oss at vi skal vise grafisk hvordan små endringer i r kan gi dramatiske endringer på mengden radioaktivt stoff som er igjen etter lang tid.
Grafen har en x-akse som viser antall år, og en y-akse som viser mengden radioaktivt stoff.
På disse to grafene ser vi at en forskjell på 1.5 i r, gir to veldig forskjellige grafer.



Oppgave 9 a)

Arbeidet som blir gjort på gassen er gitt ved $W = -\int_{V_1}^{V_2} P \, \mathrm{d}V$

Vis ved å bruke den ideelle gassloven $PV = nRT$, at $W = nRT \cdot ln(2)$.

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= V_1 \\ V_2 &= \tfrac{1}{2} V_1 \end{aligned}\right\} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{2} V_1}{V_1} = \frac{1}{2}$$

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P \, dV, \Rightarrow \frac{P\cancel{V}}{\cancel{V}} = \frac{nRT}{V}$$

$$= -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} \, dV$$

Her flytter vi ut nRT siden de er konstanter.

$$= -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} \, dV$$

$$= -nRT \left[\ln V \right]_{V_1}^{V_2}$$

Her bruker vi teorem for bestemte integraler:

$\int_a^b f(x) \mathrm{dx} = F(b) - F(a)$

$$= -nRT \left(\ln V_2 - \ln V_1 \right)$$

$$= -nRT \left(\frac{\ln V_2}{\ln V_1} \right), \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{2} V_1}{V_1} = \frac{1}{2}$$

$$= -nRT \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= -nRT \cdot (\ln 1 - \ln 2), \Rightarrow \ln 1 = 0$$

$$\underline{W = -nRT \cdot \ln(2)}$$

Hva beskriver n, R, og T? Vis at enheten til W er $N \cdot m = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$

n = antall mol.

R = den ideelle gasskonstanten.

T = temperaturen målt i Kelvin.

$$W = nRT \cdot \ln(2)$$

$$W = [N \cdot m] = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right]$$

$$n = [mol]$$

$$R = \left[\frac{J}{K \cdot mol}\right] = \left[\frac{kg \cdot m^2}{K\, mol \cdot s^2}\right]$$

$$T = [K]$$

$$W = [\cancel{mol}] \cdot \left[\frac{kg \cdot m^2}{\cancel{K} \cdot \cancel{mol} \cdot s^2}\right] \cdot [\cancel{K}]$$

$$\underline{\underline{W = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right]}}$$