

STA-0001 Eksamen

15.06.2022

Oppgave 1

a) * $X \sim N(19.0, 0.4)$

$$P(X < 18.0) = G\left(\frac{18 - 19}{0.4}\right)$$

$$= G(-2.5)$$

$$= 0.0062$$

Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt
ball ikke oppnår kravet er 0.62%

* $P(X < 18.0) \cdot P(X < 18.0)$

$$0.0062 \cdot 0.0062$$

0.00003844 er sannsynligheten for at
to baller er svakere enn kravet

b) * Y har Geometrisk fordeling

* $p = 0,0062$

$$E(Y) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,0062} = \underline{\underline{161,29}}$$

c) $x_1 = 19,1$ $x_2 = 19,1$ $x_3 = 19,5$ $x_4 = 18,6$ $x_5 = 18,2$

$$\bar{x} = \frac{19,1 + 19,1 + 19,5 + 18,6 + 18,2}{5}$$

$$\bar{x} = \underline{\underline{18,9}}$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s^2 = \frac{(19,1 - 18,9)^2 + (19,1 - 18,9)^2 + (19,5 - 18,9)^2 + (18,6 - 18,9)^2 + (18,2 - 18,9)^2}{4}$$

$$s^2 = 0,255$$

$$s = \sqrt{0,255}$$

$$s = \underline{\underline{0,505}}$$

d) $\bar{x} = 18,85$ $s = 0,42$

- * \bar{x} er vår beste gjettning for forventningsverdien μ . $\mu = 18,85$
Samme gjelder standardavviket σ
 $\sigma = 0,42$

- * Bruker T-test, fordi antall målinger ≥ 30

nullhypotese $H_0: \mu \geq 19$ $\mu = 18,85$

Alternativhypotese $H_1: \mu < 19$ $\sigma = 0,42$
 $\alpha = 5\%$

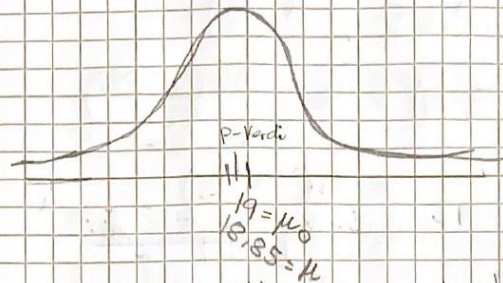
Forkast H_0 hvis: $T < -t_\alpha$ $T = -3,55$

$t_5 \sim n-1 = 99$ frihetsgrader = 1,660

Vi ser at $T = -3,55$ er mindre enn $-t_\alpha = -1,660$ og forkaster H_0

Dette betyr at forventet strekkstyrke er mindre enn 19 kN, med 5% signifikantnivå

e)



P verdien vil være et sted mellom μ og μ_0

f)

$$\sigma = 0,4 \quad \left[\frac{(n-1) \cdot S^2}{X_{\alpha/2}}, \frac{(n-1) \cdot S^2}{X_{1-\alpha/2}} \right]$$

$$\sigma^2 = 0,16$$

$$n = 100$$

$$\alpha = 5\%$$

$$\left[\frac{(100-1) \cdot 0,16}{129,56}, \frac{(100-1) \cdot 0,16}{74,22} \right]$$

$$X_{2,5} \sim 99 = 129,56$$

$$X_{97,5} \sim 99 = 74,22$$

$$\left[\sqrt{0,122}, \sqrt{0,213} \right]$$

$$\left[0,350, 0,462 \right] \sim 95\% \text{ KI for } \sigma$$

Standardavviket vil med 95% sikkerhet bli innad i intervallet, forventet observasjoner vil derfor ha en NG og ØG i modellen i g)

g) * $X \sim N(18.85, 0.42)$

$$\begin{aligned} P(X < 18.49) &= G\left(\frac{18.49 - 18.85}{0.42}\right) \\ &= G(-0.86) \\ &= 0.1949 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_1 &= n \cdot P \\ &= 100 \cdot 0.1949 \\ &= 19.49 \end{aligned}$$

$$\underline{19.49 \approx 20}$$

* Testobservator Q

$$Q = \sum_{i=1}^5 \frac{(x_i - E_j)^2}{E_j}$$

$$Q = \frac{(17-20)^2}{20} + \frac{(26-20)^2}{20} + \frac{(20-20)^2}{20} + \frac{(22-20)^2}{20} + \frac{(5-20)^2}{20}$$

$$Q = 0.45 + 1.2 + 0 + 0.2 + 1.25$$

$$\underline{Q = 3.7}$$

* $\text{Frihetsgrader} = (k-1) = 5-1 = 4$
 $\alpha = 5\%$

$$X_{5\%} \sim 4 \text{ frihetsgrader} = 9.49$$

$Q = 3.7$ er ikke større en $X_5 = 9.49$
og vi forkaster ikke nullhypotesen

Oppgave 2

- a) * La Y være antall bolter som kan brukes i et utvalg av 10

$$Y \sim \text{bin}(10, 0.95)$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 9) &= 1 - P(X=9) \leadsto \text{Tabell E.1} \\ &= 1 - 0.086 \\ &= \underline{0.914} \end{aligned}$$

* $X \sim \text{bin}(20, 0.05)$

Siden $n > 10$ og $p < 0.1$, kan man tilnærme seg til Poissonfordeling

$$\text{bin}(20, 0.05) \approx \text{poi}(1) \quad 20 \cdot 0.05 = 1$$

$$P(X=0) = \frac{1^0}{0!} \cdot e^{-1}$$

$$= \underline{0.368} \leadsto \text{Tabell E. 2}$$

$$P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$= \underline{0.981} \leadsto \text{Tabell E. 2}$$

b) * nullhypotese $H_0: \hat{p} \leq 5\%$
Alternativ hypotese $H_1: \hat{p} > 5\%$
Forcast H_0 hvis $: Z > z_{\alpha}$

* $n = 200$
 $X = 15$
 $p_0 = 5\%$

$$Z = \frac{X - n \cdot p_0}{\sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}}$$
$$= \frac{15 - 200 \cdot 0,05}{\sqrt{200 \cdot 0,05 \cdot (1 - 0,05)}}$$

$$\underline{Z = 1,622}$$

* $\alpha = 5\%$
 $Z_{\alpha} = 1,645$

$Z = 1,62$ er ikke større end $Z_{\alpha} = 1,645$,
og beholder H_0 med 5% signifikanseniveau.

Vi kan derfor konkludere at andelen
for korte baller ikke har økt

c) * Det er en 5% sannsynlighet for
å gjøre en type 1 feil i
denne testen

* Denne sannsynligheten kalles for
Signifikansnivå α

* $p = P(Z \geq 1,62) = G(1,62) = \underline{\underline{0,9474}}$