

# Rendu réaliste et temps réel pour la réalité augmentée

Hadrien Croubois<sup>1,2</sup>  
(hadrien.croubois@ens-lyon.fr)

<sup>1</sup> ENS de Lyon  
<sup>2</sup> Université Claude Bernard Lyon I

## Abstract

La réalité augmentée offre aujourd’hui de nouvelles possibilités d’interaction avec les utilisateurs. Le développement d’applications mobiles reste aujourd’hui cependant limité à des méthodes de rendu simples et ne permettant pas de résultats visuellement vraisemblables en temps réel. Nous développerons ici un pipeline de rendu permettant l’intégration d’objets de manière réaliste dans un environnement lumineux dynamique acquis en temps réel. L’utilisation des niveaux de détail des textures caractérisant l’environnement nous permet un rendu rapide des objets considérés ainsi que de leurs impact sur la scène réel. Une telle solution logiciel à de nombreuses applications dans amélioration de l’expérience des utilisateurs de terminaux mobiles.

Les consignes de l’université Claude Bernard Lyon I exigent de présenter ce document au format **1lncs**. Ce format peut nuire à la lisibilité des figures présentes en annexe. Une autre mise en page du même document, incluant une table des matières, est disponible dans la section WORK de mon site :

<http://perso.ens-lyon.fr/hadrien.croubois>

The development of augmented reality offers many improvements on how users interact with their mobile devices. However, today’s mobile applications only offer limited performances when rendering objects into a real scene in real time as they need either complexe acquisition device or intensive computation. This paper develops a method for rendering virtual objects into a real scene, with dynamically acquired lightning, in real time, using mipmap levels for efficiently computing lightning and shadows informations. Such a method opens many perspectives and help users to better interact with their mobile devices

Because of university policy this document has been formated using **1lncs** formating. This format alters the formating of large figures. Another version of the same document is available on my website :

<http://perso.ens-lyon.fr/hadrien.croubois>

## **Remerciements**

À l'issue de mon stage, je tiens à remercier tout particulièrement :

M. Jean-Philippe FARRUGIA, M. Jean-Claude IEHL  
pour m'avoir donné l'opportunité de réaliser ce travail ainsi que pour leur  
disponibilité et leurs conseils tout au long de mon stage ;

M. Jonathan DUPUY ;  
pour l'attention qu'il a porté à mes travaux ainsi que pour la figure 9 ;

M. Guillaume BOUCHARD, Mme. Elsa FLECHON ;  
pour leur accueil chaleureux ;

Le LIRIS.

## 1 Introduction

Le travail détaillé dans ce document a été réalisé de février à juillet 2014 au sein de l'équipe R3AM<sup>3</sup> en vue de l'obtention du Master IGI de l'UCBL<sup>4</sup>. Il a été encadré par Jean-Philippe Farrugia et Jean-Claude Iehl.

Ce travail a été financé par l'ENS de Lyon<sup>5</sup>, au même titre que le reste du M2 IGI, dans le cadre de la troisième année correspondant au statut de normalien.

Ce stage est issu du constat selon lequel les applications orientées temps réel actuellement disponible sur mobile ne correspondent pas à ce que propose l'état de l'art en terme de rendu réaliste. Une autre constatation est que les dispositifs mobiles actuels sont de plus en plus à même d'acquérir leur environnement (notamment au moyen de caméras frontales).

La réalité augmentée consiste à intégrer, d'une manière ou d'une autre, des données numériques dans une scène réelle. Les problématiques soulevées sont très nombreuses afin de permettre une intégration vraisemblable de l'objet virtuelle.

Là où l'industrie cinématographique réalise aujourd'hui des effets visuels tout à fait vraisemblables au prix de nombreuses heures de travail de la part d'infographistes et de machines spécialement dédiées au rendu, nous nous intéresserons à l'aspect "temps réel" de cette discipline. Le temps réel pose des problèmes aussi bien pour l'acquisition que pour le rendu. Il va, en effet, falloir à la fois reconnaître la scène, notamment en terme d'environnement lumineux et de géométrie, pour pouvoir dans un second temps intégrer un objet virtuel à cette dernière. Un tel ajout implique de modéliser les interactions lumineuses correspondant à la fois à l'éclairage de l'objet par son environnement mais aussi à l'impact du dit objet, notamment en terme d'ombre portées, sur la scène.

Les deux problématiques sont aujourd'hui bien maîtrisées mais exploitent des méthodes qui demande des temps de traitement excluant le temps réel, à fortiori sur des terminaux mobiles disposant d'une puissance de calcul limitée.

L'optique de ce stage est donc d'évaluer les possibilités d'acquisition et de rendu en temps réel sur une plate-forme mobile et de proposer une solution complète de rendu, en temps réel, à partir de données de carte d'environnement reconstruites dynamiquement. L'optique étant une intégration visuellement pertinente on s'intéressera plus à la vraisemblance des données qu'à leur exactitude physique, ce qui nous permettra de nous affranchir des méthodes de rendu stochastiques très lourdes à exécuter.

Le code développée devra par ailleurs être conçu dans l'optique d'être facilement portable sur différentes plate-formes mobiles.

---

3. **R3AM** : <http://liris.cnrs.fr/r3am/>

4. **UCBL** : <http://www.univ-lyon1.fr/>

5. **ENS de Lyon** : <http://www.ens-lyon.eu/>

## 2 Repérage dans l'espace

Afin de pouvoir procéder à l'intégration d'un objet dans une scène, il est nécessaire de pouvoir positionner le périphérique d'acquisition par rapport à la scène. Ces informations de positionnement sont nécessaires non seulement au positionnement de l'objet virtuel mais également à la reconstruction de l'environnement lumineux.

### 2.1 Hiérarchie de référentiels

Afin de mettre en place les différents mécanismes de repérage, il a été nécessaire de hiérarchiser les repères relatifs aux différents référentiels considérés.

Le référentiel principal est le référentiel du monde. Il est par définition fixe au cours du temps et est défini par rapport à la mire utilisée pour l'acquisition. Ce repère est placé au centre géométrique de la mire et servira aussi bien à positionner l'objet à afficher qu'à définir le référentiel de base pour l'envmap.

Les différentes faces de la mire sont elles-mêmes fixes dans le repère du monde car liées à l'objet physique (la mire) qui le définit. Les transformations entre le repère de chacune des faces de la mire et le repère du monde sont codées dans les marqueurs présents sur les faces (matrice *model*).

Ainsi, ayant identifié une des faces à l'aide du marqueur présent sur cette dernière, il est possible, en appliquant la transformation codée par ce marqueur, de reconstruire le repère du monde.

L'interface d'acquisition est elle aussi positionnée vis-à-vis du repère principal. La transformation entre ces deux repères est codée par la matrice *view* et changera au cours du temps, l'utilisateur se déplaçant par rapport à la mire.

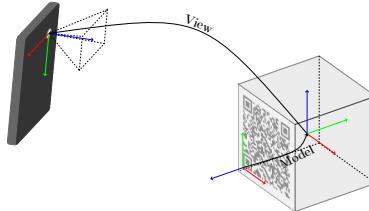


FIGURE 1: Les différents référentiels

Les différentes caméras présentes sur l'interface d'acquisition seront à leur tour positionnées relativement à l'interface d'acquisition. Cette dernière transformation est disponible dans les fichiers de configuration de caméra chargés au démarrage.

### 2.2 Utilisation de marqueurs

L'évaluation des transformations, qui est nécessaire au positionnement dans la scène et donc à la reconstruction de l'environnement, nécessite la reconnaiss-

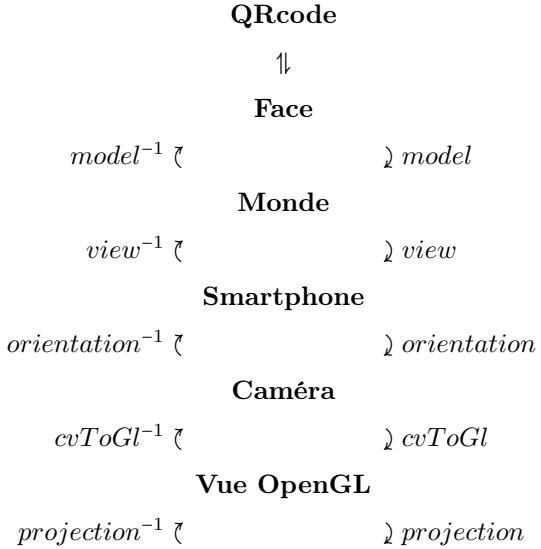


TABLE 1: Hiérarchie des matrices de transformations

sance de marqueurs. L'identification de ces marqueurs, fixes dans l'espace du monde, associée à la connaissance de la matrice *model* correspondante permettent de calculer l'orientation au regard de la scène.

Afin de maximiser la reconnaissance de la scène dans sa globalité, il est nécessaire de construire une mire complète, disposant de plusieurs faces parmi lesquelles au moins une devra, pour toute orientation, être lisible. Les marqueurs constituants cette mire doivent par ailleurs être capables de porter les informations caractéristiques de la matrice *model* associée.

Il est donc nécessaire de choisir un modèle de marqueurs permettant à la fois une localisation précise d'au moins trois points (nécessaires au repérage) et portant des informations propres.

Parmi les nombreux modèles de marqueurs répondant au pré-requis, le choix d'une implémentation s'est rapidement porté sur un modèle utilisant des QR codes<sup>6</sup>. L'adaptation à un autre modèle est particulièrement aisée puisqu'elle ne demande que le développement d'un module de scanner reconnaissant les marqueurs (voir section A.1, page IV).

Sont disponibles en annexe les patrons des mires cubiques (figure 19, page IX) et hémisphériques octogonales (figure 20, page X) construites à base de QR codes.

---

6. **QRCode** : <http://www.qrcode.com/>

### 2.3 Évaluation des transformations

Compte tenu de la hiérarchie de référentiel décrite dans la section précédente, il est nécessaire, pour décrire complètement le système, de décrire chacune des matrices de transformation.

**Calibrage de la caméra** L'étape de calibrage de caméra permet de calculer les différents termes de la matrice *projection* propre à l'interface d'acquisition. Ici l'interface est simplement modélisée suivant le modèle communément admis de sténopé (ce qui revient à assimiler l'objectif à un simple point), dont la calibration détermine les caractéristiques physiques (longueur focale, définition du capteur).

La matrice *projection* est de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \alpha_x & \gamma & u_0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha_x &= f * m_x \\ \alpha_y &= f * m_y \end{aligned}$$

où  $f$  est la longueur focale,  $m$  est la résolution du capteur selon les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ ,  $u_0$  et  $v_0$  sont les coordonnées du centre optique sur le capteur et  $\gamma$  est un coefficient qui décrit la non orthogonalité des axes principaux.

Le calcul de cette matrice est résolu par la minimisation d'un système linéaire sur de nombreuses prises de vue du marqueur.

Cette étape de calibration est implémentée par la bibliothèque OpenCV<sup>7</sup>.

Une fois déterminés, les paramètres relatifs à la caméra sont sauvegardés dans un fichier *xml*.

**Positionnement à partir de marqueurs** Une fois la caméra calibrée, c'est-à-dire une fois les paramètres intrinsèques déterminés il est possible d'utiliser la connaissance de la matrice *projection* et des dimensions du marqueur pour reconstruire, à partir des coordonnées du marqueur dans l'espace image, la matrice de transformation *extrinsic* correspondant au passage de l'espace du QR code (face de la mire) à l'espace de la caméra.

Les matrices *model* et *orientation* étant connues, la première grâce aux informations écrites sur le QR code et la seconde étant pré-enregistrée (fixe, liée à la géométrie du téléphone), il est possible d'en déduire la matrice *view* qui caractérise le positionnement dans la scène :

---

7. **OpenCV** : <http://opencv.org/>

$$\begin{aligned}
view &= orientation^{-1} \\
&\times \text{extrinsic} \\
&\times model^{-1}
\end{aligned} \tag{2}$$

**Models OpenCV / OpenGL** Les différentes bibliothèques ont chacune leurs approches qui impliquent des différences de conventions.

OpenCV considère les images comme des matrices. À ce titre l'origine est placée en haut à gauche, avec le  $\vec{x}$  pointant vers la gauche et le vecteur  $\vec{y}$  pointant vers le bas. Ainsi regarder une image revient à regarder selon l'axe des  $\vec{z}$  croissants.

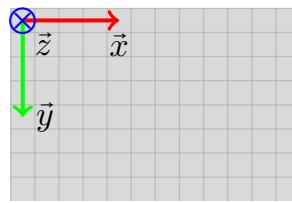


FIGURE 2: Convention d'orientation OpenCV

À l'inverse OpenGL s'intéresse à des espaces 3D complets et oriente donc naturellement le vecteur  $\vec{y}$  vers le haut. L'utilisateur regarde donc selon l'axe des  $\vec{z}$  décroissants.

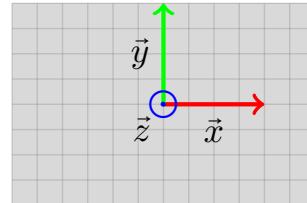


FIGURE 3: Convention d'orientation OpenGL

Afin d'utiliser conjointement les deux bibliothèques, il convient de faire les transformations adéquates.

$$cvToGl = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

### 3 Les cartes d'environnement

Afin de pourvoir réaliser le rendu d'une image réaliste, il est nécessaire de connaître l'environnement lumineux de la scène. En fait, une image est l'enregistrement de l'environnement lumineux incident. La problématique du rendu d'image est donc de savoir comment reconstruire un environnement lumineux à partir de la géométrie de la scène, des propriétés des matériaux en présence et des différentes sources de lumières.

Nous nous intéressons ici à l'étape d'acquisition de l'environnement lumineux, étape nécessaire pour faire correspondre les objets rendus à la scène réelle.

#### 3.1 Principe

Une carte d'environnement, ou *envmap* dans la suite de rapport, est une structure de donné contenant décrivant la lumière incidente en un point. Cette dernière dépendant de la direction considérée, une envmap contient la projection sur une sphère – ou un cube –, centré au point considéré, de l'environnement visible.

La méthode la plus rependu pour reconstruire une envmap consiste à réaliser un panorama sphérique à l'aide d'un objectif grand angle et d'une tête panoramique. Les images sont ensuite assemblé à l'aide de point d'intérêts. Cette méthode à cependant l'inconvénient de nécessiter beaucoup de matériel et de demander beaucoup de temps. Les envmaps produites sont cependant d'une grande qualité pour peu que la tête panoramique ai bien été réglé pour tourner autour du point nodal de l'objectif.

L'environnement lumineux étant fonction de la position, une autre méthode d'acquisition utilise un maillage de sphères métalliques. Les réflexions de la scène dans les différentes sphère permettent de reconstruire l'environnement lumineux en différents points. En interpolant entre les différentes sphères du maillage on à ainsi une bien meilleure connaissance de l'environnement lumineux. Cette méthode demande cependant deux étapes puisqu'il faut d'abord acquérir l'environnement lumineux pour ensuite pouvoir effectuer la phase de rendu sur des images obtenues sans le maillage de sphère.

Notre but est ici de proposer une méthode qui s'affranchisse au maximum de matériel dédié tout en permettant un au niveau de réactivité, nécessaire à la mise à jour dynamique de l'envmap.

#### 3.2 Reconstruction dynamique

Afin d'acquérir l'environnement en temps réel, l'idée proposer ici est d'utiliser les informations de positionnement issus de l'identification du marqueur.

Connaissant la position du mobile et les caractéristiques des cameras, il est possible de re-projecté l'image issue de la camera frontale pour reconstruire la portion de l'envmap directement derrière l'utilisateur. En se déplaçant autour de l'objet on vas ainsi reconstruire l'envmap dans sa globalité.

Cette méthode s'approche ainsi de la méthode canonique, la différence principale étant que dans notre cas l'acquisition ne se fait pas en pivotant autour du point nodal.

Cette différence introduit des défauts de raccords entre les différentes prise de vue, lesquels sont liée à la géométrie de la scène. Ces erreurs de parallaxe sont nulles pour une scène ou les sources lumineuses sont à l'infini (bonne approximation d'une scène en extérieur) mais sont sensible dans le cas d'environnement proche comme par exemple une scène d'intérieur.

Différents mécanisme de correction de la parallaxe ont pour cela été intégré à l'étape de re-projection. Ces mécanisme ne peuvent cependant pas se substituer à la connaissance de la géométrie de la scène qui est nécessaire à toute reconstruction exacte.

## 4 Rendu

### 4.1 État de l'art

### 4.2 Éclairage ambiant

**De la physique aux mathématiques** Le calcul de l'énergie reçue en un point de l'objet revient à intégrer le flux lumineux sur l'ensemble des directions visibles.

$$\mathcal{E}(p, \vec{n}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{H}^2(\vec{n})} \mathcal{L}(p, \vec{\omega}) \times \vec{\omega} \cdot \vec{n} d\vec{\omega} \quad (4)$$

L'intégrale selon  $\int_{\mathcal{H}^2(\vec{n})} d\vec{\omega}$  correspond à une intégrale suivant l'hémisphère visible et pondérée par l'angle solide en supposant qu'il n'y a pas d'occultation. Afin de modéliser les phénomènes d'auto-occultation on devrait utiliser la formule suivante

$$\mathcal{E}(p, \vec{n}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{V}(p, \vec{n})} \mathcal{L}(p, \vec{\omega}) \times \vec{\omega} \cdot \vec{n} d\vec{\omega} \quad (5)$$

où  $\mathcal{V}(p, \vec{n})$  est la restriction de l'hémisphère suivant le vecteur  $\vec{n}$  à l'espace effectivement visible depuis le point  $p$  (ce qui revient à considérer  $\mathcal{H}^2(\vec{n})$  privé des directions correspondants à de l'auto-occultation).

Ici on fait d'abord la supposition que l'éclairage selon une direction  $\vec{\omega}$  est indépendant du point considéré. Cette approximation est nécessaire pour utiliser, sans reconstruction 3D complexe, l'enmap reconstruite dynamiquement.

On obtient donc l'équation

$$\mathcal{E}(p, \vec{n}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{V}(p, \vec{n})} \mathcal{L}_{glob}(\vec{\omega}) \times \vec{\omega} \cdot \vec{n} d\vec{\omega} \quad (6)$$

On fait alors la supposition que les phénomènes d'auto-occultation influencent de manière moyenne et globale l'énergie reçue en un point. Cela nous permet de revenir à une intégration sur tout le demi-espace  $\mathcal{H}^2(\vec{n})$  en ajoutant simplement un coefficient de  $\mathcal{P}_{\mathcal{V}}(p)$  valant 1 en l'absence d'auto-occultation et 0 pour une auto-occultation totale.

Ce coefficient définit sur la surface de l'objet pourra être pré-calculé et fournit sous forme de texture (voir section 5.1, page 17).

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\mathcal{V}}(p) &= \frac{\int_{\mathcal{V}(p, \vec{n}(p))} \vec{\omega} \cdot \vec{n} d\vec{\omega}}{\int_{\mathcal{H}^2(\vec{n}(p))} \vec{\omega} \cdot \vec{n} d\vec{\omega}} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{V}(p, \vec{n}(p))} \vec{\omega} \cdot \vec{n} d\vec{\omega} \end{aligned} \quad (7)$$

d'où

$$\mathcal{E}(p, \vec{n}) = \frac{\mathcal{P}_{\mathcal{V}}(p)}{\pi} \int_{\mathcal{H}^2(p, \vec{n})} \mathcal{L}_{glob}(\vec{\omega}) \times \vec{\omega} \cdot \vec{n} d\vec{\omega} \quad (8)$$

Enfin, on fera une dernière approximation suivant la méthode proposée dans [Mcguire et al., 2013] : on considère la fonction  $\mathcal{L}_{glob}$  (décrise par l'envmap) comme constante sur chaque face de l'envmap. Le niveau de mipmap le moins détaillé nous donne en effet une valeur moyenne pour la face considérée.

Si l'on oublie un instant les problèmes d'auto-occultation et que l'on s'intéresse à l'angle solide décrit par une face du cube centrée au point de vue, un rapide calcul permet d'évaluer l'angle solide décrit par une face complètement visible comme étant

$$\Omega_F = \iint_F \frac{1}{\|\vec{\omega}\|^3} d\omega = \frac{2\pi}{3} \quad (9)$$

L'angle solide sur une face partiellement visible (selon une demi-sphère caractérisée par l'hyperplan de vecteur  $\vec{n}$ ) est alors défini par

$$\Omega_F(\vec{n}) = \iint_F \frac{\text{HS}(\vec{\omega} \cdot \vec{n})}{\|\vec{\omega}\|^3} d\omega \quad (10)$$

Avec HS la fonction de HeavySide définit par :

$$\text{HS}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

La figure 4 retrace l'évolution de  $\Omega_F(\vec{n})$  selon l'angle  $\theta$  pour des orientations de  $\phi = 0$  et  $\phi = \frac{\pi}{2}$

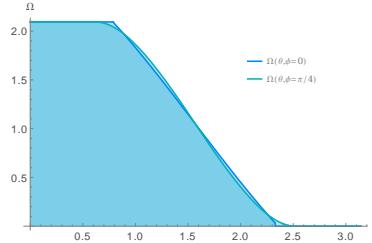


FIGURE 4: Évolution de  $\Omega_F(\vec{n})$  selon l'orientation de  $\vec{n}$

Les poids affectés aux valeurs de chaque face de l'envmap sont donc l'intégration du produit scalaire normalisé  $\frac{\vec{\omega} \cdot \vec{n}}{\|\vec{\omega}\|}$  par rapport à l'angle solide sur la face considéré

$$\begin{aligned} W_F(\vec{n}) &= \iint_F \frac{\vec{\omega} \cdot \vec{n}}{\|\vec{\omega}\|} \times \frac{\text{HS}(\vec{\omega} \cdot \vec{n})}{\|\vec{\omega}\|^3} d\omega \\ &= \iint_F \frac{\vec{\omega} \cdot \vec{n} \times \text{HS}(\vec{\omega} \cdot \vec{n})}{\|\vec{\omega}\|^4} d\omega \end{aligned} \quad (11)$$

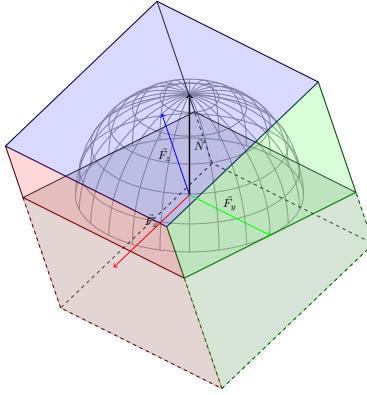


FIGURE 5: Intégration de l'envmap par rapport à une facette

On notera qu'on a bien :

$$\sum_{F \in Faces} \Omega(F) = 4\pi \quad (12a)$$

$$\forall \vec{n} \sum_{F \in Faces} \Omega(F, \vec{n}) = 2\pi \quad (12b)$$

$$\forall \vec{n} \sum_{F \in Faces} W_F(\vec{n}) = \pi \quad (12c)$$

Dès lors, l'approximation selon laquelle  $\mathcal{L}$  est constante sur chaque face nous donne :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(p, \vec{n}) &= \frac{\mathcal{P}_V(p)}{\pi} \sum_{F \in Faces} \mathcal{L}_{glob}(\vec{F}) W_F(\vec{n}) \\ &= \frac{\mathcal{P}_V(p)}{\pi} \sum_{F \in Faces} \mathcal{L}_{glob}(\vec{F}) \iint_F \frac{\vec{\omega} \cdot \vec{n} \times HS(\vec{\omega} \cdot \vec{n})}{\|\vec{\omega}\|^4} d\omega \end{aligned} \quad (13)$$

**Approximation numérique** En considérant la face  $F_{Z^+}$  on obtient (sans perte de généralité)

$$W_{F_{Z^+}}(\vec{n}) = \iint_{[-1;1]^2} \left[ \frac{(x \cdot \vec{n}_x + y \cdot \vec{n}_y + \vec{n}_z)}{(x^2 + y^2 + 1)^2} HS(x \cdot \vec{n}_x + y \cdot \vec{n}_y + \vec{n}_z) dx dy \right] \quad (14)$$

Le problème est alors de trouver un moyen de calculer, ou au moins d'approcher, la fonction  $W_F(\vec{n})$ . Ce calcul étant par ailleurs fait en chaque noeud du maillage, il est primordial de le faire en utilisant un minimum de ressource, quitte à évaluer une valeur approchée qui affectera le résultat de manière faible

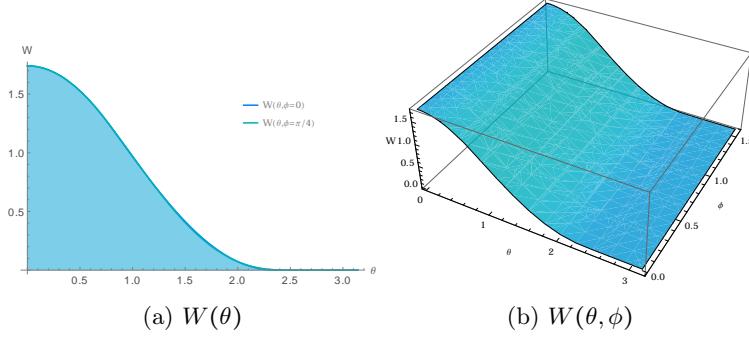


FIGURE 6: Évolution de  $W_F(\vec{n})$  selon l'orientation de  $\vec{n}$

comparativement avec l'approximation faite précédemment et selon laquelle  $\mathcal{L}$  est constante sur chaque face.

Comme le montre la figure 6, la fonction  $W_F$  dépendant principalement de  $\theta$ , on tentera de l'approximer par une fonction de  $\vec{n} \cdot \vec{F} = \cos(\theta)$

Une approximation simple est la fonction

$$\text{approx} : \cos(\theta) \mapsto \frac{[\max(0.75 + \cos(\theta), 0)]^2}{1.75} \quad (15)$$

Comme le montre la figure 7, cette fonction est, malgré sa grande simplicité, proche de la fonction  $W_F(\vec{n})$ .

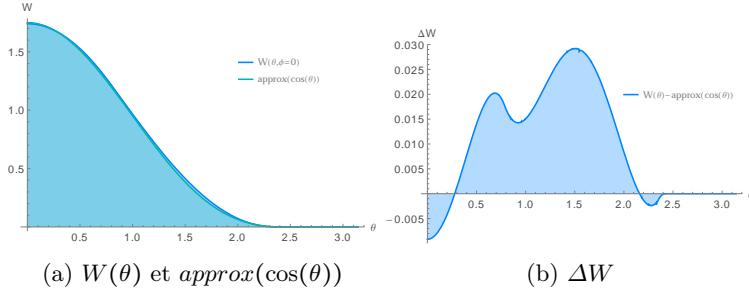


FIGURE 7: Comparaison entre  $W_F(\vec{n})$  et  $\text{approx}(\cos(\theta))$

**Discussion** La méthode développée ici repose sur l'approximation de la formule (13) et plus particulièrement de l'intégrale présentée dans la formule (11). La complexité de cette intégrale réside dans le domaine effectif d'intégration, conditionné à la fois par la forme carrée des faces de l'enmap et la présence d'un terme caractéristique de l'hémisphère visible.

Plusieurs formules ont été étudiée pour des domaines d'intégration hémisphériques ou partiellement hémisphériques ainsi que pour des polygones entièrement visibles [Snyder and Report, 1996] (ce qui fait disparaître le terme de HS).

Il aurait été possible d'adapter un modèle polygonal évoqué dans [Snyder and Report, 1996] mais les polygones sur lesquels il aurait fallu intégrer variant selon les conditions de visibilité, il aurait été nécessaire d'effectuer de coûteux calculs de géométrie.

L'objectif principal étant ici une grande vitesse d'exécution – l'inexactitude des résultats étant de toute façon largement oubliée au regard des approximations faites précédemment – on préféra utiliser une fonction grossièrement approchée mais simple à calculer.

### 4.3 Ombrage

**Modèle** Un indice visuel primordial à la vraisemblance visuelle des images produites est la présence d'ombres portées provoquées par l'ajout de l'objet.

L'intégration d'ombres réalistes est généralement très coûteuse. Les sources lumineuses étendues que l'on rencontre doivent être considérées comme des distributions de points, ce qui implique une intégration numérique des contributions des différents éléments de la distribution. L'intégration stochastique étant très coûteuse, puisqu'elle doit intégrer les notions de visibilité issue de la géométrie, il s'agit de trouver une autre méthode qui soit adaptée à du rendu en temps réel.

Modéliser l'impact d'un tel ajout nécessite théoriquement de connaître la géométrie de la scène et la nature des matériaux qui la composent.

On fera ici plusieurs hypothèses dans le but d'obtenir un modèle qui soit calculable en temps réel tout en donnant des résultats vraisemblables.

Le calcul d'ombres douces est alors fait en décomposant l'objet en une hiérarchie de sphères comme présenté dans [Iwanicki, 2013] et en sommant les contributions des différentes sphères.

Pour évaluer l'ombre douce projetée par une sphère il suffit alors d'évaluer le manque d'illumination. On rappelle les formules suivantes :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{ambiant}(p, \vec{n}) &= \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{H}^2(\vec{n})} \mathcal{L}_{glob}(\vec{\omega}) \times \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, d\vec{\omega} \\ \mathcal{E}_{ombre}(p, \vec{n}) &= \mathcal{E}_{ambiant}(p, \vec{n}) - \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{S}(p)} \mathcal{L}_{glob}(\vec{\omega}) \times \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, d\vec{\omega}\end{aligned}$$

avec  $\mathcal{S}(p)$  la portion de sphère visible depuis le point considéré.

L'ombre est rendu en assombrissant le pixel associé ce point d'un facteur :

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(p) &= \frac{\mathcal{E}_{ombre}(p, \vec{n})}{\mathcal{E}_{ambiant}(p, \vec{n})} \\ &= 1 - \frac{\int_{\mathcal{S}(p)} \mathcal{L}_{glob}(\vec{\omega}) \times \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, d\vec{\omega}}{\int_{\mathcal{H}^2(\vec{n})} \mathcal{L}_{glob}(\vec{\omega}) \times \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, d\vec{\omega}}\end{aligned}\tag{16}$$

Les différents niveaux de détails de l'environnement nous permettant d'obtenir des approximations de  $L(p, \vec{\omega})$  sur  $\mathcal{S}(p)$  et sur  $\mathcal{H}^2(\vec{n})$ , on peut simplifier la formule en :

$$\mathcal{F}(p) = 1 - \frac{\mathcal{L}_{glob}(\mathcal{S}(p))}{\mathcal{L}_{glob}(\mathcal{H}^2(\vec{n}))} \left( \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{S}(p)} \vec{\omega} \cdot \vec{n} d\vec{\omega} \right) \quad (17)$$

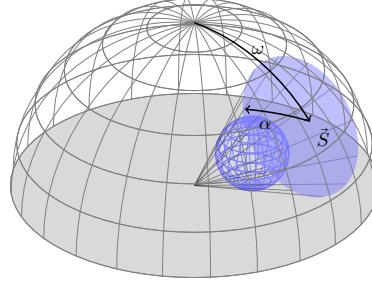


FIGURE 8: Obstruction par une sphère

Le calcul de l'angle solide formé par la sphère, et pondéré par un cosinus, est détaillé dans [Snyder and Report, 1996]. On retiendra que dans notre cas où la sphère est supposée au dessus du plan sur lequel se projettent les ombres :

$$\int_{\mathcal{S}(p)} \vec{\omega} \cdot \vec{n} d\vec{\omega} = \cos(\omega) \sin^2(\alpha) \quad (18)$$

avec  $\alpha$  le demi angle sous lequel est vu la sphère et  $\omega$  l'angle entre la vertical (normale à la surface sur laquelle se projettent les ombres) et la direction de la sphère.

On obtient ainsi :

$$\mathcal{F}(p) = 1 - \cos(\omega) \sin^2(\alpha) \frac{\mathcal{L}_{glob}(\mathcal{S}(p))}{\mathcal{L}_{glob}(\mathcal{H}^2(\vec{n}))} \quad (19)$$

**Discussion** Là où il est habituel de segmenter l'environnement pour en extraire une hiérarchie de sources lumineuses, la méthode proposée ici permet d'évaluer des ombres douces à partir de données d'environnement sans étape de segmentation ni calcul de visibilité.

Un développement intéressant serait de construire une décomposition hiérarchique, potentiellement intégrée dans un octree, et de l'évaluer plus ou moins profondément selon la distance considérée.

#### 4.4 Reflets spéculaires

Le calcul de l'éclairage ambiant revient à considérer une BRDF purement lambertienne. Afin d'améliorer le réalisme du rendu, il convient d'adopter un modèle de Phong en ajoutant une part d'éclairage spéculaire.

Cet éclairage spéculaire permet de rendre de manière intéressante des surfaces métalliques, dans la limite d'un seul reflet. Le modèle adopté ici est par ailleurs isotrope, ce qui ne permet pas le rendu de matières comme du métal brossé pour lesquels on retrouve des directions privilégiées.

Dans notre cas, l'évaluation du reflet se fait naturellement en calculant la réflexion du rayon incident, donnée par la position du point considéré dans l'espace de la caméra, relativement à la normale de l'objet dans ce même espace. On accédera ensuite à la valeur d'éclairage directement dans l'enmap.

Une fois de plus on pourra utiliser les différents niveaux de mipmap à notre avantage, la considération du niveau de mipmap revenant à considérer l'angle d'un cône autour de l'axe du reflet. Un tel cône permet ainsi de décrire le caractère spéculaire de l'objet, ce dernier pouvant varier d'un reflet parfait – miroir – à un reflet plus diffus – plastique –. On utilisera également l'ombre projetée calculée précédemment afin de moduler les reflets.

#### 4.5 Vers un modèles à micro-facettes

Les modèles employés ici permettent un rendu rapide mais présentent des limitations en terme de qualité. Il serait intéressant, dans l'optique d'améliorer encore la qualité du rendu, de considérer un modèle à micro-facettes. Le principe des modèles à micro-facettes est de considérer la surface de l'objet comme un ensemble de petites faces orientées selon des normales propres à chacune (micro-normales). La distribution statistique des micro-normales autour de la normale géométrique du maillage (macro-normal) permet de déterminer les mécanismes de réflexion [Bruneton et al., 2010] [Dupuy et al., 2012] [Heitz et al., 2013b].

Parmi les nombreux avantages d'une telle méthode, il y a la possibilité de caractériser des surfaces anisotropes par le biais de directions privilégiées dans la distribution de facettes.

L'auto-occultation entre facettes, variable selon le point de vue, permet par ailleurs de calculer une normal intermédiaire entre la normale géométrique et les micro-normales des facettes (mézo-normal) qui correspond à l'intégration des micro-normales sur l'ensemble des facettes visibles (voir figure 9, page 14).

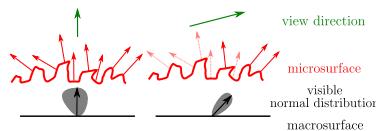


FIGURE 9: Mézo-normales et point de vue  
**SOURCE** [Dupuy et al., 2012]

Cette mézo-normale, utilisée à la place de normale géométrique, permet de corriger les reflets sur des surfaces vue sous un angle important.

L'intégration complète d'un tel modèle a été envisagé de la manière suivante :

1. Choix d'une distribution de normale (gaussienne) et étude du modèle associé ;
2. Ajout aux objets 3D d'une texture (optionnelle) caractérisant localement la direction privilégiée et la force de l'anisotropie associée ;
3. Évaluer, dans le fragment shader, la distribution de direction reflétées en fonction de l'angle de vue et des caractéristiques stockées dans la texture ;
4. Évaluer la lumière incidente selon la distribution calculée précédemment.

Au delà des calculs complexes, mais heureusement déjà documentés, du premier point [Heitz et al., 2013a], l'évaluation de l'envmap selon des distributions anisotropes nécessite de lourds calculs. Il serait possible de les réduire fortement via un pré-calcule (convolution) mais dans notre cas le caractère dynamique de l'environnement ne permet pas une telle approche.

Ici il serait nécessaire d'évaluer, sans pré-calcule, l'intégration anisotrope de l'envmap. Les outils de filtrages anisotropes ne sont ici pas exploitables en l'état car un filtre anisotrope est défini entre autre par un facteur d'anisotropie. Le nombre d'unité de texture étant grandement limité, il n'est pas possible de charger plusieurs fois l'envmap avec des filtrages différents qui couvrirraient toutes nos attentes.

Les outils de lecture de texture par gradient<sup>8</sup> mis en place dans OpenGL ne conviennent pas non plus car même si les vecteurs fournis ( $dX$  et  $dY$ ) sont caractéristiques d'une forte anisotropie, le filtrage anisotropique est en l'état limité aux faces constituant l'envmap cubique. Il en résulte des défauts aux jonctions entre les faces.

Il conviendrait donc, pour mettre en place les mécanismes d'évaluation anisotrope voulus, d'approximer l'intégration via de multiples accès à la texture, le long de la direction privilégiée d'anisotropie pour procéder à une intégration implicite.

## 4.6 Pipeline

Compte tenu des méthodes décrites précédemment, le pipeline de rendu se décompose en différentes parties (voir figure 10)

1. L'étape de pré-calcule permet l'évaluation de données propres au modèle. Ces données n'étant pas influencées par la localisation dans l'espace ni par les caractéristiques d'environnement lumineux, il n'est pas nécessaire de les recalculer en temps réel et on préférera donc stocker les résultats pré-calculés.

**Ambiant** : information d'auto-occultation ( $\mathcal{P}_V(p)$ ), stockée dans une `texture2D` ;

**Sphères** : décomposition de l'objet comme union de sphères, stockée sous forme de `vec4[]`.

---

8. **textureGrad** : <https://www.opengl.org/sdk/docs/man/html/textureGrad.xhtml>

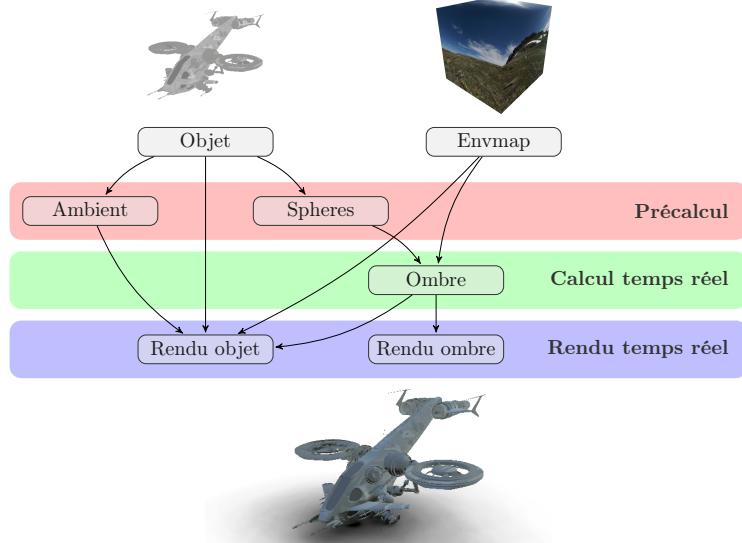


FIGURE 10: Pipeline développé

2. L'étape de calcul temps réel, qui évalue des résultats temporaires nécessaires à la réalisation du rendu final. Ces résultats doivent être ré-évalués dynamiquement car ils dépendent de paramètres dynamiques tels que les données d'environnement.

**Ombre :** ombre douce projetée par l'objet, elle dépend de l'environnement lumineux décrit par l'environnement.

3. L'étape de rendu qui produit l'image telle qu'elle est vue par l'utilisateur.

**Rendu objet :** affichage de l'objet, en tenant compte de l'éclairage ambiant, et des reflets spéculaires ;

**Rendu ombre :** affichage des ombres en surimpression afin d'intégrer l'objet de manière plus réaliste.

## 5 Pré-calculs

Nous avons détaillé dans le chapitre précédent les différentes étapes de rendu pour l'intégration d'un objet 3D dans une scène dynamique acquise en temps réel. Certaines des données nécessaires à un tel rendu étant indépendantes de la scène, nous nous sommes proposés de les pré-calculer.

### 5.1 Éclairage ambiant sous forme de texture

Nous avons vu dans la section 4.2, page 8, le calcul de l'éclairage ambiant. Dans ce calcul intervenait un terme d'auto-occultation propre à l'objet 3D considéré.

$$\mathcal{P}_V(p) = \frac{1}{\pi} \int_{V(p, \vec{n}(p))} \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, d\vec{\omega} \quad (20)$$

**Intégration statistique** Il s'agit donc d'évaluer, en tout point de l'objet, l'intégrale du produit scalaire entre le vecteur d'intégration et la normale à l'objet, pour un vecteur d'intégration parcourant l'espace visible.

On peut alors reformuler le calcul comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_V(p) &= \frac{1}{\pi} \int_{V(p, \vec{n}(p))} \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, d\vec{\omega} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{H^2(\vec{n}(p))} \vec{\omega} \cdot \vec{n} \times \text{visible}(p, \vec{\omega}) \, d\vec{\omega} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} \times \text{HS}(\vec{\omega}, \vec{n}) \times \text{visible}(p, \vec{n}) \, d\vec{\omega} \end{aligned} \quad (21)$$

Pour évaluer une telle intégrale, on procède par une intégration statistique (Monte Carlo). Pour cela on simule le domaine d'intégration sur l'espace de définition en tirant  $n$  points uniformément sur une sphère. Ces points représentent les vecteurs  $\vec{\omega}$ .

Pour chacun de ces points il s'agit d'évaluer :

$$\vec{\omega} \cdot \vec{n} \times \text{HS}(\vec{\omega}, \vec{n}) \times \text{visible}(p, \vec{n})$$

Le terme  $\text{HS}(\vec{\omega}, \vec{n})$  est en fait inutile car tout point pour lequel  $\text{visible}(p, \vec{n})$  sera non nul sera assuré d'être dans l'hémisphère décrit par  $\text{HS}(\vec{\omega}, \vec{n})$ . La fonction à intégrer peut donc se résumer à :

$$\vec{\omega} \cdot \vec{n} \times \text{visible}(p, \vec{n})$$

**Évaluation de la visibilité** L'évaluation de la visibilité est faite à l'aide d'une shadowmap. Étant donné un point de vue (vecteur  $\vec{\omega}$  aléatoire), il s'agit d'effectuer une première étape de rendu qui donnera, dans le Z-buffer, les informations de visibilité (voir figure 11).

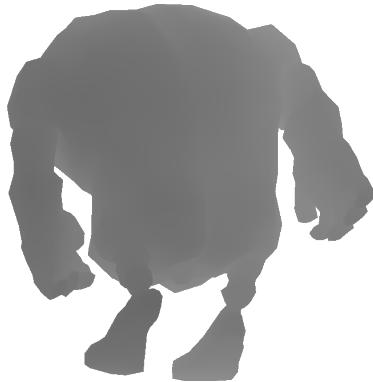


FIGURE 11: Z-buffer issu de la première étape de rendu (shadowmap)

Ces données de profondeur permettent ensuite d'évaluer si un texel est visible ou non, simplement en comparant la profondeur du texel considéré et celui retenu dans la texture et qui caractérise le texel le plus proche selon le rayon associé.

La seconde étape de rendu consiste alors à écrire, dans l'espace texture associé à l'objet, les informations de visibilités qui auront été calculées (voir figure 12). À cette étape, il est important de s'assurer que la texture est bien écrite, y compris au niveau des jointures entre les différents éléments qui peuvent demander un ajustement. [Aila, 2005] [Manson and Schaefer, 2012]



FIGURE 12: Rendu en espace texture pour une source

**Post-traitement** Une fois évalués pour une source, les résultats sont ajoutés à une texture qui somme les contributions des différentes sources. Cette texture contient ainsi le résultat de l'intégration considérée.

Une fois toutes les sources évaluées, il reste quelques étapes de post-traitement :

- L'intégration étant normalisée, les valeurs calculées sont théoriquement entre 0.0 et 1.0. Cependant du fait de la distribution aléatoire des sources utilisées pour l'intégration, il peut arriver qu'en certains points ne pressentant pas d'auto-occultation la valeur dépasse 1.0. Les valeurs sont alors seuillées afin de ne pas poser de problèmes au moment du stockage au format .png.

Les données étant quantifiées entre 0 et 255, un dépassement de la valeur flottante à stocker peut provoquer une traduction en un entier supérieur à 255. Ces nombres étant stockés sous forme de caractères ASCII, un dépassement à 256 ou 257 peut alors provoquer une évaluation modulo 256 soit un stockage sous forme de 0 ou de 1.

- Les parties de l'image ne correspondant pas à des coordonnées de textures valides étant jusque-là vides. L'évaluation des niveaux de mipmap pour la texture considérée risque de prendre en compte des éléments qui ne sont pas représentatifs de la réalité géométrique de l'objet. Afin de limiter ce biais dans l'évaluation des niveaux de mipmap, on remplit les parties vides et non représentative avec la valeur moyenne calculée sur les parties représentatives. Ainsi on limite l'incohérence des données considérées en bordure de patch pour les niveaux de mipmap les plus élevés.

A l'issue de ces différents post-traitement, il ne reste qu'à exporter la texture sous forme d'image (voir figure 13) qui sera chargée le moment voulu.

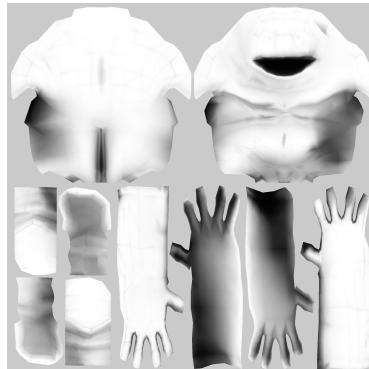


FIGURE 13: Données pré-calculées en espace texture après post-traitement (1000 sources)

## 5.2 Décomposition en sphères

La section 4.3, page 12, traite du rendu d'ombres portées issues de l'objet 3D ajouté à la scène. Cette étape nécessite une représentation de l'objet en question comme union de sphères.

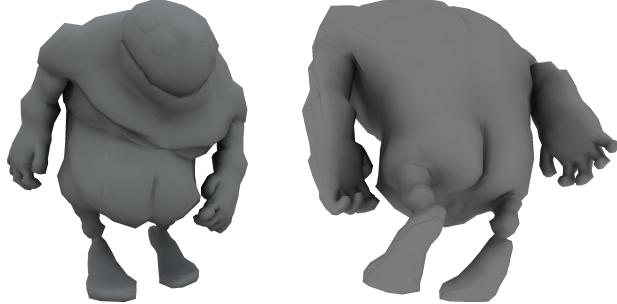


FIGURE 14: Utilisation des données d'éclairage ambiant lors du rendu

Le pré-calcul étudié ici consiste donc à construire, étant donné un maillage, un ensemble limites de sphères qui s'approche au mieux de la surface correspondant au maillage.

Ce problème d'optimisation est longuement développé dans la littérature [Marshall and Martin, 1997] [Gross, 2003], notamment pour la reconstruction de surfaces implicites à partir de points (orientées ou non). La plupart des méthodes consistent à ajuster des surfaces contraintes à l'aide d'outils statistiques. Ces méthodes présentent cependant le défaut d'être mathématiquement complexes et numériquement complexes.

Le choix s'est donc porté sur une méthode simple et inexacte mais suffisante au regard de l'utilisation des résultats par l'algorithme de calcul des ombrages.

**Échantillonnage du maillage** Afin d'obtenir une distribution uniforme de points à la surface de l'objet, on procède à un échantillonnage par importance<sup>9</sup>.

Pour construire un point uniformément à la surface du maillage, on sélectionne d'abord une face proportionnellement à sa surface avant de choisir un point uniformément sur la face considéré.

En répétant cette opération un grand nombre de fois on obtient un nuage de points qui représente correctement les grandes faces. Ce sont ces points qui seront utilisés par la suite pour la construction des sphères représentatives.

**Appariement de points et calcul de sphères optimales** La phase d'appariement de l'algorithme consiste à organiser les points en clusters relatifs aux sphères déjà construites. Il s'agit donc d'établir une métrique qui caractérise la proximité d'un point à une sphère. De la même manière, la phase de calcul des sphères optimales consiste à calculer la sphère qui minimisera la métrique considérée précédemment sur le cluster qui lui a été associé.

La principale difficulté ici est de construire une métrique représentative des critères de qualités voulus, pour laquelle le calcul d'un élément optimal n'est pas trop complexe et qui converge vers un état stable.

---

9. Importance sampling

```

Entrées : Maillage  $m$ , int  $n$ , int  $s$ 
/* Échantillonnage du maillage */  

Point  $pts[s]$ ;  

pour  $i \leftarrow [1..s]$  faire  

|  $pts[i] \leftarrow \text{EchantillonageUniforme}(m)$ ;  

fin  

/* Initialisation des sphères */  

pour  $i \leftarrow [1..n]$  faire  

|  $sphs[i] \leftarrow pts[i]$ ;  

fin  

tant que  $sphs$  n'est pas stable faire  

| Point  $clsts[n][]$ ;  

| pour  $i \leftarrow [1..n]$  faire  

| |  $clsts[i] \leftarrow \text{Appariement}(pts, sphs[i])$ ;  

| | fin  

| | pour  $i \leftarrow [1..n]$  faire  

| | |  $sphs[i] \leftarrow \text{SphereOptimale}(clsts[i])$ ;  

| | | fin  

| fin  

retourner  $sphs$ ;
```

**Algorithme 1 :** Ajustement de sphères à un maillage

*Première approche* Une métrique envisagée est d'évaluer la distance d'un point à la surface de la sphère associée :

$$\begin{aligned}
f(P, S) &= \|P - S\|^2 - S.r^2 & (22) \\
&= (P.x - S.x)^2 + (P.y - S.y)^2 + (P.z - S.z)^2 - S.r^2 \\
&= (P.x^2 + P.y^2 + P.z^2) + (S.x^2 + S.y^2 + S.z^2) \\
&\quad - 2(P.xS.x + P.yS.y + P.zS.z) - S.r^2 \\
&= \|P\|^2 + \|S\|^2 - 2(P.xS.x + P.yS.y + P.zS.z) - S.r^2
\end{aligned}$$

Ce calcul de la sphère optimale associé à un cluster peut ensuite se faire par l'optimisation d'un système matriciel  $AX - B$ , la matrice  $A$  représentant les données en entrée (points échantillonés), le vecteur  $X$  représentant la solution à optimiser et le vecteur  $B$  étant l'objectif à atteindre.

L'équation 22 nous indique comment construire  $A$ ,  $X$  et  $B$  :

$$A = \begin{pmatrix} -2P_1.x & -2P_1.y & -2P_1.z & 1 \\ -2P_2.x & -2P_2.y & -2P_2.z & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -2P_n.x & -2P_n.y & -2P_n.z & 1 \end{pmatrix} \quad (23a)$$

$$X = \begin{pmatrix} S.x \\ S.y \\ S.z \\ \|S\|^2 - S.r^2 \end{pmatrix} \quad (23b)$$

$$B = \begin{pmatrix} \|P_1\|^2 \\ \|P_2\|^2 \\ \vdots \\ \|P_n\|^2 \end{pmatrix} \quad (23c)$$

Ainsi on a :

$$A.X + B = \begin{pmatrix} f(P_1, S) \\ f(P_2, S) \\ \vdots \\ f(P_n, S) \end{pmatrix} \quad (23d)$$

Cette première considération géométrique n'est cependant pas satisfaisante. La simple proximité entre un point et la surface d'une sphère ne prend pas en compte les différences d'orientation de normale entre une face du maillage et la sphère qui le modélise, lesquels sont des éléments de qualité essentiels dans notre cas. Au delà de ce problème d'orientation, cette métrique fait aussi face au problème des outliers présents sur les modèles non convexes. Si quatre points extrémaux se retrouvent loin de tout, il est possible qu'une sphère vienne les adopter comme point d'attache, englobant alors tout le modèle et cachant la géométrie que l'on voulait représenter.

Par ailleurs la métrique proposée précédemment ne garanti pas la convergence du système.

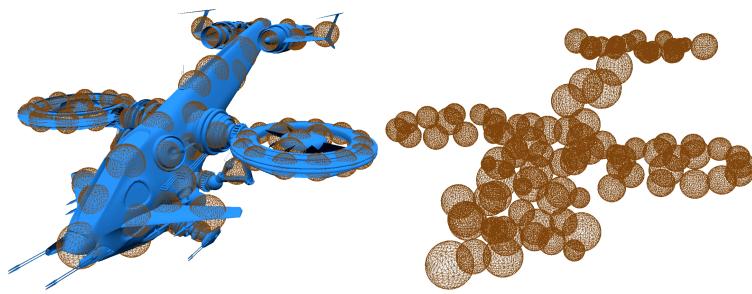
*Méthode adoptée* Finalement la solution adoptée, bien que géométriquement pauvre, nous donne des résultats visuellement acceptables tout en garantissant une convergence rapide. L'idée est de pavier la surface du maillage à l'aide de sphères de rayon uniforme, ce qui correspond à la minimisation de la distance entre les points et le centre des sphères qui leur sont associés (voir figure 15).

La distance considérée :

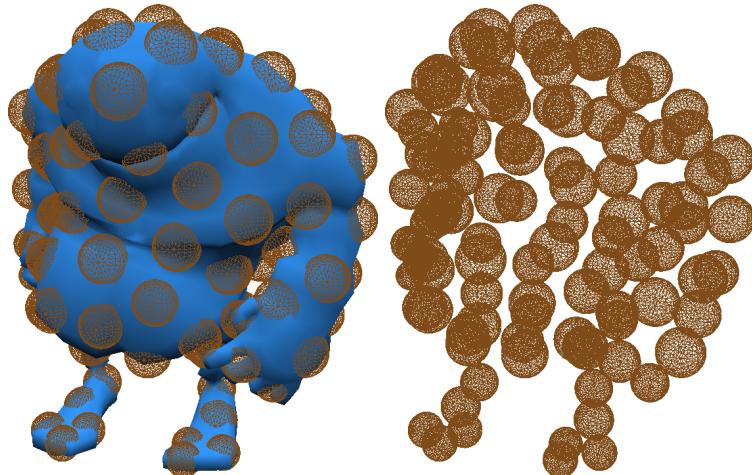
$$f(P, S) = \|P - S\| \quad (24)$$

s'optimisant trivialement sur un cluster  $C$  par :

$$\bar{S} = \left\{ \left( \bar{p}, \overline{\|p - s\|} \right) \mid p \in C \right\} \quad (25)$$



(a) MRX22 (157781 sommets, 287776 triangles)



(b) Bigguy (1754 sommets, 2900 triangles)

FIGURE 15: Décomposition en sphères d'objets 3D (100000 échantillons, 100 sphères)

## 6 Résultats et conclusion

En début de stage, nous nous étions fixé l'objectif de développer un pipeline de rendu réaliste, exécutable en temps réel sur des périphériques mobiles, ainsi que de mettre en place les mécanismes nécessaires à l'acquisition dynamique de l'environnement lumineux.

Le travail réalisé nous permet aujourd'hui de proposer une méthode de rendu d'objets 3D dont la principale force est l'utilisation des niveaux de détails des textures pour l'évaluation des intégrations de l'environnement lumineux. Cette approche nous a permis de réaliser non seulement l'éclairage de l'objet mais aussi le rendu d'ombres douces issues de l'objet.



FIGURE 16: Rendu du modèle “bigguy” pour différents niveau de spécularité

L'application développée, ainsi que son portage sur iOS, ont permis de valider le modèle de rendu développée au cours de ce stage. À défaut de correspondre aux résultats d'un modèle statistique, les images rendues répondent aux exigences d'intégration vraisemblable. L'aspect temps réel est lui aussi atteint, les performances sur périphériques mobiles allant de 20 à plus de 60 images par seconde selon la méthode d'acquisition de l'envmap. Ces performances sont rendues possible grâce à l'architecture des terminaux mobiles, le fait que la mémoire CPU et GPU soit partagées réduit en effet le coût des transferts mémoire.

Parallèlement, les mécanismes d'acquisition d'envmap développés permettent l'acquisition des données d'environnements nécessaires à la phase de rendu.

Même si de nombreux artefacts sont visibles dans le cas de reflets spéculaires, ils restent invisibles pour des matières diffuses.

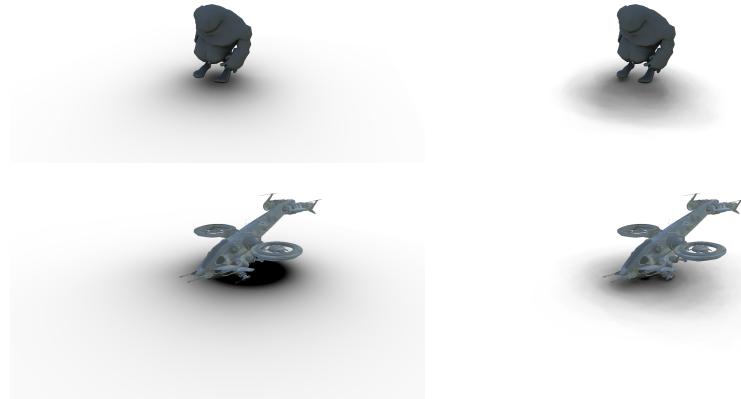


FIGURE 17: Rendu des ombres portées sans (gauche) et avec (droite) les informations de sphères englobantes

Ce portage a permis de confirmer que la génération de terminaux mobiles actuellement sur le marché présente de fait tous les pré-requis, aussi bien matériel que logiciel, nécessaires au développement de la réalité augmentée réaliste et temps réel.

Les méthodes développées sont utilisables dans le développement de nombreuses applications mobiles, notamment pour des fins culturelles (mise en valeur du patrimoine par l'ajout virtuelle d'éléments historiques) ou publicitaires (visualisation d'un objet, d'un meuble ou de vêtements avant achat).

## 7 Perspectives d'évolution

Au delà des travaux développés au cours de ce stage, certains aspects sont encore en travaux. Les problématiques discutées dans ce chapitre sont sujet à modifications et pourraient faire l'objet de nouveaux travaux dans la continuité des résultats déjà obtenus.

### 7.1 Acquisition HDR

La méthode de rendu développée utilise les informations de luminosité de la scène. Ces informations, issues de caméra standard, ne traduisent pas la réalité physique de la luminosité de la scène mais plutôt la perception que l'on peut avoir de cette scène. Les données obtenues par le capteur photosensible sont en effet traitées pour obtenir une image classique.

L'imagerie HDR<sup>10</sup> (High dynamic range), par opposition aux images classiques ou LDR (Low dynamic range), vise à considérer une dynamique de luminosité plus large qui permet de représenter les contrastes présents dans la nature.

Les calculs d'éclairement développés dans ce rapport étant fait du point de vue de l'intensité lumineuse reçue par unité de surface, il faudrait théoriquement les appliquer à une envmap HDR qui reflète les fortes différences de luminosité présentes dans la scène. Cela implique d'acquérir, en temps réel, une vue HDR de la scène.

Les méthodes d'acquisition HDR nécessitent généralement plusieurs prises de vues avec différentes expositions qui sont par la suite fusionnées en un unique image HDR. D'autres méthodes proposent, à défaut d'un grand nombres de prise de vue, d'utiliser différentes heuristiques pour reconstruire une image HDR à partir d'une unique image LDR [Rempel et al., 2006].

L'utilisation d'une envmap HDR devrait améliorer les résultats de rendu, notamment pour des scènes présentant de forts contrastes. Le modèle d'ombre douce présenté plus tôt devrait par ailleurs, avec une telle envmap, permettre de reconstruire des ombres dures dans le cas d'une source principale comme le soleil.

La principale difficulté vient de la reconstruction de l'image HDR en temps réel, notamment avec des caméras ne permettant pas de régler ou même de fixer les paramètres d'exposition.

La version 3.0 d'OpenCV<sup>11</sup> devrait voir l'apparition d'outils pour la reconstruction et la manipulation d'images HDR. Il semble intéressant, une fois cette mise à jour disponible, d'étudier les possibilités offertes.

### 7.2 BRDF anisotropes

Une des perspectives évoquées dans la section rendu est la possibilité de considérer un modèle de surface à micro-facettes.

---

10. **HDR** : [http://en.wikipedia.org/wiki/High-dynamic-range\\_imaging](http://en.wikipedia.org/wiki/High-dynamic-range_imaging)

11. **OpenCV** : <http://opencv.org/>

Un tel modèle, étoffé d'informations surfacique décrivant la distribution de micro-facettes, permet un rendu réaliste de matières anisotropes comme le métal brossé.

Pour cela de lourds calculs statistiques sont nécessaires dans l'évaluation de la direction de réflexion étant donné l'angle de vue et les caractéristiques de la distribution de micro-facettes au point considéré. Ces calculs statistiques devront par ailleurs être résolues de manière analytique, quitte à les approcher, au risque de trop ralentir l'étape de rendu.

La principal difficulté dans l'application d'un tel modèle reste cependant la nécessité d'évaluer l'enmap de manière anisotrope. Là où le filtrage linéaire permet d'intégrer l'enmap de manière isotrope de manière satisfaisante, le filtrage anisotrope de l'enmap pose problème au niveau des bordures entre les différentes faces constituants l'enmap cubique.

### 7.3 Modèles animés

Afin d'améliorer l'expérience de l'utilisateur, il pourrait être intéressant d'intégrer des modèles animés. Cela permettrait par exemple d'insérer des éléments dynamiques à une scène historique ou bien de d'afficher de manière vraisemblable des vêtements qui s'ajusterait au client.

Afin de pouvoir insérer de tels objets, il est nécessaire de pouvoir adapter les données pré-calculées.

Les sphères utilisées dans le calcul des ombres portées sont facilement adaptables. Il suffit de les poser sur un modèle de fil de fer qui représente les articulation de l'objet.

L'animation des textures d'auto-occultation à par ailleurs déjà été étudiée dans [Kontkanen and Aila, 2006]

La plus grande difficulté reste à intégrer la gestion des objets animés et à mettre en place les éventuels mécanismes d'asservissement de l'animation par rapport à l'environnement.

## A Annexes

### A.1 L'application

#### Généralités

*Obtenir le code source* Le code source de l'application est disponible en ligne sur GitHub<sup>12</sup>. Ce code disponible est sous licence CeCILL-B<sup>13</sup>.

*Installation* Développé en C++11, la compilation de l'application nécessite gcc 4.7 ou supérieure. L'outil cmake est par ailleurs utilisé afin d'automatiser les différentes étapes de la compilation et de l'installation.

Pour plus d'informations sur la procédure d'installation, un fichier README.txt est disponible avec le code.

*Dépendances* Le code développé fait appel à différentes bibliothèques pour remplir des tâches spécifiques. À ce titre, l'utilisation de l'application peut demander l'installation préalable des outils utilisés.

**OpenCV** : Regroupant de nombreuses opérations de traitement d'image, OpenCV<sup>14</sup> est utilisé pour la manipulation des images ainsi que pour les différentes étapes de calibration et les calculs matriciels associés.

**Eigen** : Utilisée pour le pré-calcule des sphères (voir section 5.2, page 19), Eigen<sup>15</sup> est une bibliothèque de calcul matriciel ne nécessitant pas d'installation préalable.

Le framework gKit, développé au LIRIS<sup>16</sup>, utilisé dans cette application induit également un certain nombre de dépendances.

**GLEW** : GLEW<sup>17</sup> est une bibliothèque multiplateforme utilisée pour la gestion des extinctions OpenGL.

**SDL2** : SDL<sup>18</sup> est une bibliothèque multiplateforme permettant un accès bas niveau aux différentes interfaces utilisateurs ainsi qu'au matériel graphique via OpenGL et Direct3D.

**SDL2 Image** : SDL2\_image<sup>19</sup> est une extension de SDL permettant la gestion d'images dans différents formats.

**SDL2 TTF** : SDL2\_ttf<sup>20</sup> est une extension de SDL permettant la gestion des polices de caractères.

---

12. <https://github.com/Amxx/MobileReality/tree/master/code>

13. **CeCILL** : <http://www.cecill.info/>

14. **OpenCV** : <http://opencv.org/>

15. **Eigen** : <http://eigen.tuxfamily.org/>

16. **LIRIS** : <http://liris.cnrs.fr/>

17. **GLEW** : <http://glew.sourceforge.net/>

18. **SDL2** : <http://www.libsdl.org/>

19. **SDL2 Image** : [http://www.libsdl.org/projects/SDL\\_image/](http://www.libsdl.org/projects/SDL_image/)

20. **SDL2 TTF** : [http://www.libsdl.org/projects/SDL\\_ttf/](http://www.libsdl.org/projects/SDL_ttf/)

**OpenEXR** : OpenEXR<sup>21</sup> est une dépendance optionnelle utilisée pour la gestion des formats d'image HDR.

Enfin la construction des différents modèles induit aussi certaines dépendances supplémentaires.

**OpenCV** : En plus des outils de traitement d'image, OpenCV<sup>22</sup> est utilisé par le module du même nom pour la gestion des interfaces d'acquisition vidéo (webcam).

**ZBar** : La bibliothèque ZBar<sup>23</sup> est utilisée par le module du même nom pour la détection et le décodage des QRCodes présents dans les images issues des caméras.

**Structure** Écrite en C++11, l'application développée profite de la programmation orientée objet pour organiser le code suivant les différentes fonctionnalités. Afin de rendre l'application modulable, certains composants sont par ailleurs encapsulés suivant des modèles de classes virtuelles et chargé dynamiquement.

**Hiérarchie** Les différents composants logiciels sont encapsulés dans des objets spécifiques selon le paradigme de programmation orienté objet. La figure 18 (page II) présente cette hiérarchie.

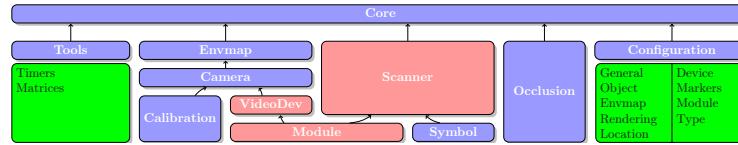


FIGURE 18: Structure de l'application

**Core** : La classe **Core** décrit un instance de l'application. Héritant du modèle `gk::App` présent dans `gKit`, elle est créée au lancement du programme et gère l'application graphique ainsi que toute la hiérarchie de classes gérant les différents composants et fonctionnalités.

**Module** : La classe **Module** est une classe mettant en place les différentes méthodes nécessaires au chargement dynamique d'objets pré-compilés correspondant à différents types de structures. Cette classe permet ainsi une grande flexibilité dans le chargement de composants externes.

**VideoDevice** : La classe **VideoDevice** est une classe virtuelle décrivant l'interface acquisition vidéo. Cette classe est implémentée par les modules `videodevice_opencv` et `videodevice_uvc` qui constituent l'interface entre l'application et les périphériques d'acquisition vidéo.

21. **OpenEXR** : <http://www.openexr.com/>

22. **OpenCV** : <http://opencv.org/>

23. **ZBar** : <http://zbar.sourceforge.net/>

**Calibration** : La classe `Calibration` gèrent les différentes valeurs caractérisant un objet de type `VideoDevice`. Elle intègre aussi les méthodes de calcul et d'enregistrement / chargement de ces données de calibration.

**Camera** : La classe `Camera` regroupe un objet de type `VideoDevice` ainsi qu'un objet de type `Calibration`. Héritant de la structure virtuelle `VideoDevice`, elle permet de gérer un périphérique vidéo calibré de manière transparente.

**Scanner** : La classe `Scanner` est une classe virtuelle décrivant l'interface relatives aux modules de détection de symboles dans les images. Cette classe virtuelle est implémentée dans le module `scanner_zbar` qui utilise par bibliothèque ZBar<sup>24</sup> pour l'identification de QRCodes.

**Symbol** : La classe `Symbol` décrit les symboles identifiés par les modules de type `Scanner`. Contenant les informations de positionnement ainsi que les données encodées, ils permettent de calculer les données de positionnement (voir section 2.3, page 4).

**Envmap** : La classe `Envmap` encapsule les fonctions nécessaires à la reconstruction de la carte d'environnement, sur GPU, à partir des différentes images issues des caméras ainsi que des données de positionnement correspondantes.

**Occlusion** : La classe `Occlusion` gère les données relatives aux sphères d'occlusion pré-calculées ainsi que les méthodes de construction des ombres.

**Configuration** : La classe `Configuration` contient l'ensemble des paramètres lus dans le fichier de configuration.

*Modules “videodevice”* La classe virtuelle `VideoDevice` décrit les méthodes utilisées par l'application pour communiquer avec les périphériques d'acquisition. Afin de simplifier leur chargement, les implémentations de cette classe sont encapsulées dans un module qui facilite l'instanciation d'un objet à partir de sources pré-compilées.

L'implémentation des différents prototypes relatifs à cette API donne donc le schéma suivant :

Les méthodes `open`, `close` et `isopen` ont pour rôle de réserver, libérer et indiquer le statut des ressources matérielles. L'entier fourni à la fonction `open` indique quelle camera utiliser. Ces indices commencent à 1, l'indice 0 représentant la camera par défaut.

L'acquisition des images, au format `IplImage`, est faite via les fonctions `grabFrame()`, `getFrame()` et `frame()` :

- La méthode `grabFrame()` récupère l'image courante ;
- La méthode `getFrame()` récupère l'image courante et la renvoie ;
- La méthode `frame()` renvoie la dernière image récupérée.

Enfin, les méthodes `getParameter()`, `setParameter()`, `resetParameter()` et `showParameters()` sont utilisées pour le contrôle des paramètres d'exposition et de contraste de la caméra.

---

24. **ZBar** : <http://zbar.sourceforge.net/>

```

namespace videodevices
{
    class myVideoObject : public Module<VideoDevice>
    {
        public:
            myVideoObject();
            ~myVideoObject();

            bool      open(int idx = 0);
            void       close();
            bool      isopen();
            void       grabFrame();
            IplImage*   getFrame();
            IplImage*   frame();
            int        getParameter(control);
            void       setParameter(control, int);
            void       resetParameter(control);
            void       showParameters();

        private:
            [...]
    };
}

```

CODE 1: Prototype d'un module **VideoDevice**

*Modules “scanner”* Les objets correspondants à la classe virtuelle **Scanner** implémentent l'identification des marqueurs présents dans les images fourni par les cameras.

L'implémentation des différents prototypes relatifs à cette API donne donc le schéma suivant :

```

namespace scanners
{
    class myScannerObject : public Module<Scanner>
    {
        public:
            myScannerObject();
            ~myScannerObject();
            std::vector<Symbol> scan(IplImage*);

        private:
            [...]
    };
}

```

CODE 2: Prototype d'un module **Scanner**

La méthode `scan()` prend une image en paramètre et renvoi la liste des marqueurs identifiés.

**Configuration** Le comportement de l'application est configurable par le biais d'un fichier de configuration au format XML (voir code 4, en annexe). Les options sont les suivantes :

**OBJECT** : Paramètres décrivant l'objet à intégrer à la scène ;

`obj` : Chemin vers le fichier contenant le maillage (au format `.obj`) ;

`spheres` : Chemin vers le fichier contenant les sphères englobantes (si cette entrée est vide, une seule sphère, construite à partir de la sphère englobante, sera utilisée) ;

`scale` : Facteur de mise à l'échelle de l'objet ;

**DEVICE** : Paramètres décrivant les périphériques à utiliser. `front` représente la camera principale et `back` représente la camera arrière. Pour chacune de ces caméras on a les options suivantes :

`enable` : Activer / désactiver la caméra (désactiver la caméra désactive également certains composants pour lesquels elle est indispensable) ;

`id` : Identifiant de la caméra à ouvrir automatiquement ;

`param` : Chemin vers le fichier de configuration contenant les paramètres de la caméra. Si le fichier n'existe pas il sera créé et rempli avec les informations de calibration calculées automatiquement ;

**MARKERS** : Paramètres des marqueurs ;

`size` : Taille des marqueurs (définit l'unité de distance) ;

`scale` : Facteur d'échelle entre le marqueur et la mire qui le contient<sup>25</sup> ;

**GENERALPARAMETER** : Paramètres généraux de l'application

`verbose` : Niveau de verbosité de l'application ;

`defaultValues` : Paramètre de luminosité et de contraste. L'option `persistency` indique le nombre d'images pendant lesquels sont conservées les informations de positionnement en cas de perte des marqueurs ;

`envamp` : Paramètres de l'envmap tels que la définition, l'activation de la construction au démarrage ou le chargement d'une envmap déjà reconstruite ;

`localisation` : Activer / désactiver les mécanisme de positionnement à partir de marqueurs. Taille de la scène (pour la correction de parallaxe) ;

`rendering` : Options de rendu (`background` affiche l'arrière plan, `scene` rend l'objet et son ombre portée, `view` est un mode de debug) ;

`modules` : Chemins vers les sources binaires des modules à utiliser.

---

25. 1.0 pour un marqueur qui occupera tout la surface, 0.5 pour un marqueur centré représentant 1/4 de la surface

**Portage** L'application développée initialement sous Linux, à par la suite été portée sous iOS<sup>26</sup> et est aujourd'hui exécutable sur les périphériques Apple récents (iPhone 5S et iPad Air). Ce portage a été rendu possible par l'utilisation du C++11, qui est une partie intégrante de l'objective-C utilisée pour le développement d'applications iOS.

De fait, presque aucune modifications de l'application principale n'ont été nécessaires (liées à la non gestion de certaines commandes de l'API OpenGL).

Pour ce qui est des modules, le module de reconnaissance utilisant la bibliothèque multiplate-forme ZBar<sup>27</sup> a pu être re-utilisée en l'état. Seul le module de gestion des cameras a du être récrit pour permettre l'acquisition d'images à partir de l'API propre à iOS.

Les différents shaders ont également du être adaptés afin de suivre les spécification OpenGL ES 3.0<sup>28</sup>. OpenGL ES 3.0 étant de fait très proche de OpenGL 3, seules quelques modifications, notamment de typage des variables, ont été nécessaires.

À l'avenir, un portage vers Android<sup>29</sup> sera également effectué.

## A.2 Codes et figures

---

26. **iOS** : <https://www.apple.com/fr/ios/>

27. **ZBar** : <http://zbar.sourceforge.net/>

28. **OpenGL ES** : <http://www.khronos.org/opengles/>

29. **Android** : <http://www.android.com/>

```

<?xml version="1.0"?>
<opencv_storage>
<Camera_Matrix type_id="opencv-matrix">
    <rows>3</rows>
    <cols>3</cols>
    <dt>f</dt>
    <data>
        5.35921936e+02 0. 3.2000000e+02
        0. 5.59243896e+02 2.4000000e+02
        0. 0. 1.</data></Camera_Matrix>
<Distortion_Coefficients type_id="opencv-matrix">
    <rows>1</rows>
    <cols>5</cols>
    <dt>d</dt>
    <data>
        1.2795843004319202e-01 -1.2722157813678139e-01
        -5.3120929078121173e-02 -3.1157837204309542e-02
        4.5978051085070831e-01</data></Distortion_Coefficients>
<Image_Size>
    640 480</Image_Size>
<Root_Mean_Square>3.8408414491248599e-01</Root_Mean_Square>
</opencv_storage>

```

CODE 3: Fichier de calibration

```

<?xml version="1.0"?>
<opencv_storage>

<!-- ##### Object #####
<object>
    <obj>data/objects/bigguy/bigguy.obj</obj>
    <spheres>data/objects/bigguy/bigguy.obj.spheres</spheres>
    <scale>1.0</scale>
</object>
<!-- ##### Devices options #####
<devices>
    <front>
        <enable>on</enable>                                <!-- on / off
        <id>0</id>                                         <!-- [int] / auto / manual
        <params>data/params/logitech.xml</params>
    </front>
    <back>
        <enable>on</enable>                                <!-- on / off
        <id>1</id>                                         <!-- [int] / auto / manual
        <params>data/params/c910-fisheye.xml</params>
    </back>
</devices>
<!-- ##### Markers description #####
<markers>
    <size>6.0</size>
    <scale>0.786667</scale>
</markers>
<!-- ##### General parameters of the application #####
<generalParameters>
    <verbose>2</verbose>                                <!-- [int] / off / low / high
    <defaultValues>
        <brightness>128</brightness>                      <!-- -1 for auto
        <gain>64</gain>                                     <!-- -1 for auto
        <persistence>10</persistence>
    </defaultValues>
    <envmap>
        <path>data/envmap/%03d.jpg</path>                  <!-- [path] / empty for clean
        <build>on</build>                                    <!-- on / off
        <size>512 512</size>
        <dual>off</dual>                                    <!-- on / off
    </envmap>
    <localisation>
        <type>dynamic</type>                                <!-- dynamic / debug
        <size>400.0</size>                                   <!-- [float] (0 for infinity)
    </localisation>
    <rendering>
        <background>on</background>                         <!-- on / off
        <scene>on</scene>                                    <!-- on / off
        <view>off</view>                                    <!-- on / off
    </rendering>
    <modules>
        <scanner>install/share/libscanner_zbar.so</scanner>
        <video>install/share/libvideodevice_uvc.so</video>
    </modules>
</generalParameters>
</opencv_storage>

```

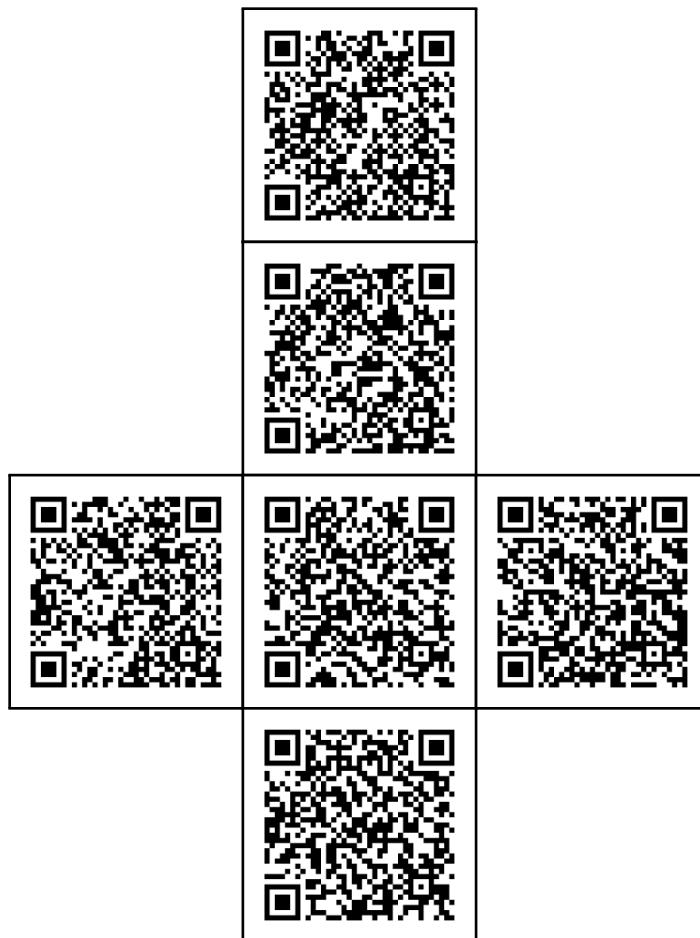


FIGURE 19: Patron de mire cubique

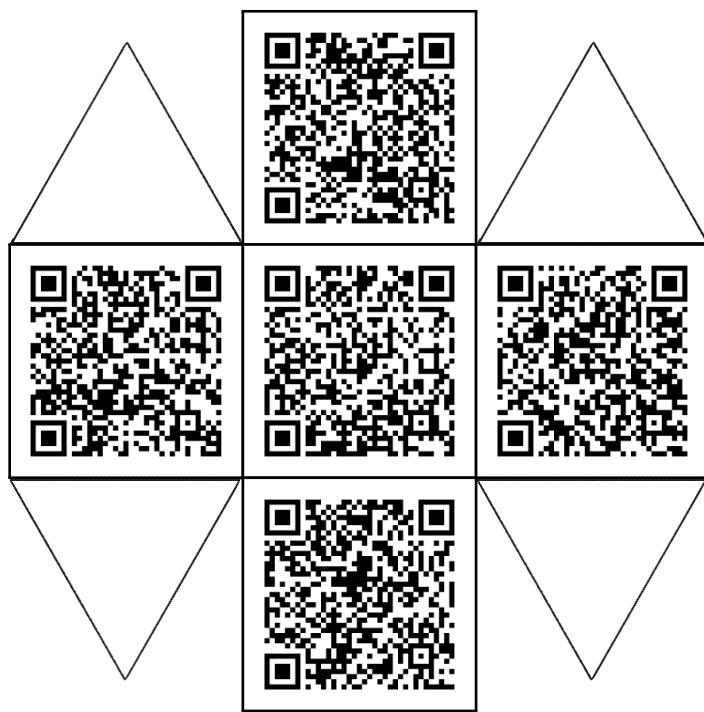


FIGURE 20: Patron de mire hémisphérique octogonale

## Références

- Aila, 2005. Aila, T. (2005). Conservative and Tiled Rasterization Using a Modified Triangle Setup. 10(3) :1–7.
- Akerlund et al., 2007. Akerlund, O., Unger, M., and Wang, R. (2007). Precomputed Visibility Cuts for Interactive Relighting with Dynamic BRDFs. *15th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications (PG'07)*, pages 161–170.
- ATI, . ATI. ATI Technologies Inc. Diffuse Cube Mapping. pages 4–6.
- Blinn, 1977. Blinn, J. F. (1977). Models of light reflection for computer synthesized pictures. pages 192–198.
- Brennan, 2002. Brennan, C. (2002). Accurate Environment Mapped Reflections and Refractions by Adjusting for Object Distance. pages 1–6.
- Bruneton et al., 2010. Bruneton, E., Neyret, F., and Holzschuch, N. (2010). Real-time Realistic Ocean Lighting using Seamless Transitions from Geometry to BRDF. *Computer Graphics Forum*, 29(2) :487–496.
- Dupuy et al., 2012. Dupuy, J., Heitz, E., Iehl, J.-c., Poulin, P., Neyret, F., and Ostromoukhov, V. (2012). Linear Efficient Antialiased Displacement and Reflectance Mapping. 32(6) :1–11.
- Gibson et al., 2003. Gibson, S., Cook, J., Howard, T., and Hubbold, R. (2003). Rapid Shadow Generation in Real-World Lighting Environments.
- Gibson et al., 2001. Gibson, S., Howard, T., and Hubbold, R. (2001). Flexible Image-Based Photometric Reconstruction using Virtual Light Sources. *Computer Graphics Forum*, 20(3) :203–214.
- Gross, 2003. Gross, M. (2003). Algebraic Point Set Surfaces.
- Havran et al., 2005. Havran, V., Smyk, M., Krawczyk, G., and Myszkowski, K. (2005). Interactive System for Dynamic Scene Lighting using Captured Video Environment Maps.
- Havran et al., 2003. Havran, V., Smyk, M., Krawczyk, G., Myszkowsky, K., and Seidel, H.-P. (2003). Importance Sampling for Video Environment Maps. (Eurographics) :2003.
- Heitz et al., 2013a. Heitz, E., Nowrouzezahrai, D., Poulin, P., and Neyret, F. (2013a). Filtering color mapped textures and surfaces. *Proceedings of the ACM SIGGRAPH Symposium on Interactive 3D Graphics and Games - I3D '13*, page 129.
- Heitz et al., 2013b. Heitz, E., Nowrouzezahrai, D., Poulin, P., and Neyret, F. (2013b). Filtering Non-Linear Transfer Functions on Surfaces. *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, XX(X) :1–14.
- Heymann et al., 2005. Heymann, S., Smolic, A., and Froehlich, B. (2005). Illumination reconstruction from real-time video for interactive augmented reality. pages 1–4.
- Igehy, 1999. Igehy, H. (1999). Tracing ray differentials. *Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH '99*, pages 179–186.
- Isidoro, 2005. Isidoro, J. R. (2005). Filtering Cubemaps, Angular Extent Filtering and Edge Seam Fixup Methods.
- Iwanicki, 2013. Iwanicki, M. (2013). Lighting technology of The Last of Us.
- Khan et al., 2002. Khan, E. A., Reinhard, E., and Fleming, R. W. (2002). Image-Based Material Editing 1.

- Kontkanen and Aila, 2006. Kontkanen, J. and Aila, T. (2006). Ambient Occlusion for Animated Characters.
- Křivánek and Colbert, 2008. Křivánek, J. and Colbert, M. (2008). Real-time Shading with Filtered Importance Sampling. *Computer Graphics Forum*, 27(4) :1147–1154.
- Laffont et al., 2012. Laffont, P.-Y., Bousseau, A., and Drettakis, G. (2012). Rich Intrinsic Image Decomposition of Outdoor Scenes from Multiple Views. *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, pages 1–16.
- Lopez-Moreno et al., 2010. Lopez-Moreno, J., Hadap, S., Reinhard, E., and Gutierrez, D. (2010). Compositing images through light source detection. *Computers & Graphics*, 34(6) :698–707.
- Madsen and Laursen, 2003. Madsen, C. B. and Laursen, R. (2003). A scalable gpu-based approach to shading and shadowing for photorealistic real-time augmented reality.
- Manson and Schaefer, 2012. Manson, J. and Schaefer, S. (2012). Parameterization-Aware MIP-Mapping. *Computer Graphics Forum*, 31(4) :1455–1463.
- Marshall and Martin, 1997. Marshall, A. D. and Martin, R. R. (1997). Geometric least-squares fitting of spheres, cylinders, cones and tori. pages 1–20.
- Mcguire et al., 2013. McGuire, M., Evangelakos, D., Wilcox, J., Donow, S., and Mara, M. (2013). Plausible Blinn-Phong Reflection of Standard Cube MIP-Maps. pages 1–8.
- Mercier et al., 2006. Mercier, B., Meneveaux, D., and Fournier, A. (2006). A Framework for Automatically Recovering Object Shape, Reflectance and Light Sources from Calibrated Images. *International Journal of Computer Vision*, 73(1) :77–93.
- Oat and Sander, 2006. Oat, C. and Sander, P. (2006). Ambient aperture lighting. *ACM SIGGRAPH 2006 Courses on - SIGGRAPH '06*, page 143.
- P. Debevec, 2005. P. Debevec (2005). A Median Cut Algorithm for Light Probe Sampling.
- Parker et al., 1999. Parker, S., Martin, W., Sloan, P.-P. J., Shirley, P., Smits, B., and Hansen, C. (1999). Interactive ray tracing. *Proceedings of the 1999 symposium on Interactive 3D graphics - SI3D '99*, pages 119–126.
- Rempel et al., 2006. Rempel, A. G., Trentacoste, M., Seetzen, H., Young, H. D., Heidrich, W., Whitehead, L., and Ward, G. (2006). Ldr2Hdr : On-the-fly Reverse Tone Mapping of Legacy Video and Photographs. pages 2–7.
- Sloan and Corporation, . Sloan, P.-p. and Corporation, M. Stupid Spherical Harmonics (SH) Tricks.
- Snyder and Report, 1996. Snyder, J. M. and Report, T. (1996). Area Light Sources for Real-Time Graphics.
- Unger et al., 2008. Unger, J., Gustavson, S., Larsson, P., and Ynnerman, a. (2008). Free Form Incident Light Fields. *Computer Graphics Forum*, 27(4) :1293–1301.
- Wang and Åkerlund, 2009. Wang, R. and Åkerlund, O. (2009). Bidirectional Importance Sampling for Unstructured Direct Illumination. *Computer Graphics Forum*, 28(2) :269–278.