# 気体の内部エネルギーと絶対温度が比例関係にあることの証明

気体の内部エネルギーは熱運動の運動エネルギーと分子間力によるエネルギーからなるが，分子同士は互いに十分に離れているため，後者は無視できる． つまり，気体の内部エネルギーを求めるには，構成する分子の運動エネルギーを求めれば良い．

粒子(質量, 速度)が壁面(面積)に完全弾性衝突で衝突したときの力積を考える．

壁面が粒子から受けた力積の成分の大きさは，

で表せる．

壁面を底面とする高さの容器において，壁面に衝突する回数は

で表せる．

よって，「壁面が1つの粒子から受ける力積」は，

となる．

molの粒子の個数をとすると(:アボガドロ数)

なので，「壁面がmolの粒子から受ける力積」は，

この力積は，「molの粒子からなる気体が壁面を押す力」と同義である． であることを踏まえると，「気体の圧力」は

と表せる．

ここまでは方向についてのみ考えたが，これらの反応は方向についてもそれぞれ成立しているはずである．

気体分子の速度の二乗平均は，

で表せ，かつ，その等方性により

であるため，

となる．また，粒子が飛び回る容器(底面, 高さ)の体積をとすると「気体の圧力」は

となる．これを運動エネルギーの式を参考に変形すると，

となる． 気体の内部エネルギーは，構成する分子の運動エネルギーであるため，

となる．ボイル-シャルルの法則から導出される理想気体の状態方程式が適用される範囲においては，

と式変形ができる．このとき，はいずれもとで定数[[1]](#footnote-20)のため，理想気体における内部エネルギーは絶対温度に比例する[[2]](#footnote-21)．

1. をボルツマン定数とすることが多い [↑](#footnote-ref-20)
2. 粒子の運動エネルギーから導出した式に理想気体の状態方程式を加えることで，気体の内部エネルギーと絶対温度との比例関係を見出せた [↑](#footnote-ref-21)