# 気体の内部エネルギーと絶対温度が比例関係にあることの証明

気体の内部エネルギーは熱運動の運動エネルギーと分子間力によるエネルギーからなるが，分子同士は互いに十分に離れているため，後者は無視できる． つまり，気体の内部エネルギーを求めるには，構成する分子の運動エネルギーを求めれば良い．

粒子(質量 , 速度 )が壁面(面積 )に完全弾性衝突で衝突したときの力積を考える．

壁面が粒子から受けた力積の 成分の大きさ は，

で表せる．

壁面を底面とする高さ の容器において，壁面に衝突する回数 は

で表せる．

よって，「壁面が1つの粒子から受ける力積 」は，

となる．

molの粒子の個数をとすると( :アボガドロ数)

なので，「壁面が molの粒子から受ける力積 」は，

この力積 は，「 molの粒子からなる気体が壁面を押す力 」と同義である． であることを踏まえると，「気体の圧力 」は

と表せる．

ここまでは 方向についてのみ考えたが，これらの反応は 方向についてもそれぞれ成立しているはずである．

気体分子の速度 の二乗平均 は，

で表せ，かつ，その等方性により

であるため，

となる．また，粒子が飛び回る容器(底面 , 高さ )の体積を とすると「気体の圧力 」は

となる．これを運動エネルギーの式 を参考に変形すると，

となる． 気体の内部エネルギー は，構成する分子の運動エネルギー であるため，

となる．ボイル-シャルルの法則から導出される理想気体の状態方程式 が適用される範囲においては，

と式変形ができる．このとき， はいずれも と で定数[[1]](#footnote-20)のため，理想気体における内部エネルギーは絶対温度に比例する[[2]](#footnote-21)．

1. をボルツマン定数とすることが多い [↑](#footnote-ref-20)
2. 粒子の運動エネルギーから導出した式に理想気体の状態方程式を加えることで，気体の内部エネルギーと絶対温度との比例関係を見出せた [↑](#footnote-ref-21)