Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Matemática
Escuela de Ciencias Naturales y Exactas
MA1102 Cálculo diferencial e integral

II semestre 2023
Tiempo: 2 horas y 40 min
Puntaje Total: 35 pts

Tercer Examen Parcial

Instrucciones: Debe incluir todo el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada y utilice cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se acogerán apelaciones en exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable ni el uso de dispositivos electrónicos con conectividad inalámbrica durante el desarrollo de la prueba.

#1. Calcule cada una de las siguientes integrales.

a) $\int \ln\left(1+x^2\right)\,\mathrm{d}x$ **4 Pts**

b) $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{\left(9x^2+25\right)^{3/2}}$ **4 Pts**

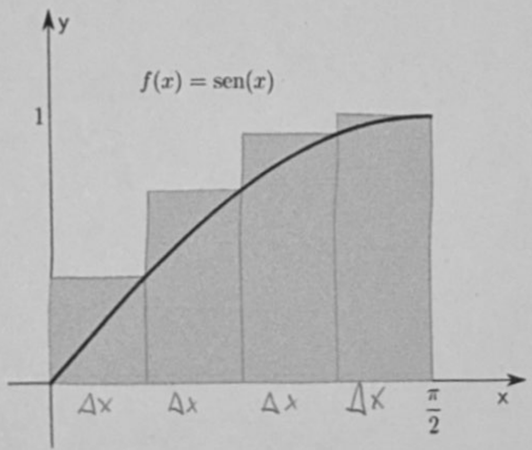
c) $\int \tan^3\left(\dfrac{x}{2}\right)\sec^4\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$ $= \frac{1}{5}\cdot \tan(x/2)^5 + \tan(x/2) + c$ **4 Pts**

d) $\int \dfrac{2x+1}{x^2\left(x^2+2\right)}\mathrm{d}x$ **5 Pts**

#2. Sea $f(x)$ una función continua tal que $F(x) = e^{2x^2}$ es una **antiderivada** de $f(x)$. Calcule el valor de **3 Pts**

$$\int_1^{1/e} \frac{f\left(1+\ln x\right)}{x}\,\mathrm{d}x$$

#3. Aproxime el área bajo la gráfica de la función $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ mediante sumas de Riemann desde $x = 0$ hasta $x = \pi/2$, usando 4 rectángulos de aproximación y los puntos extremos de la derecha (ver figura adjunta). **3 Pts**



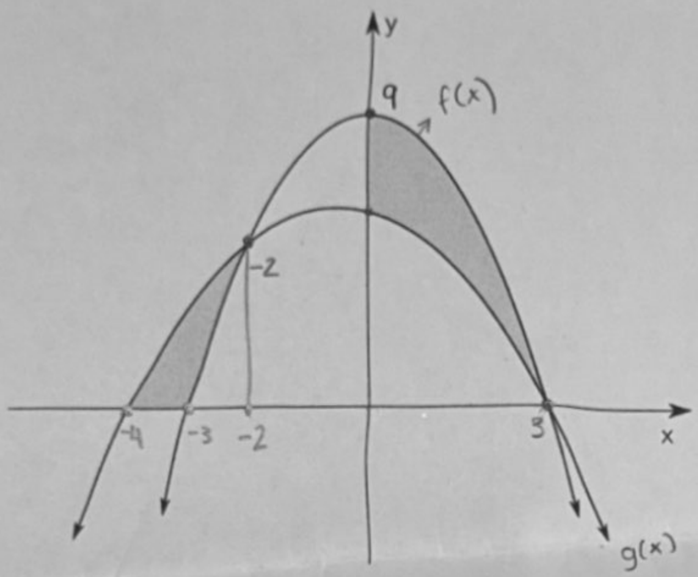
Continúa en la página siguiente . . .

#4. Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ derivable tal que $f(x)\neq 0$, que satisface $f^2(x)=\int_0^x 4t\cdot 3^{t^2}\cdot f(t)\,dt$ y $f(0)=\frac{1}{\ln 3}$. Determine la fórmula para $f(x)$. **3 Pts**

#5. En la siguiente figura se muestran las gráficas de las funciones

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=9-x^2 \qquad \text{y} \qquad g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+6$$

Plantee (**no calcule**) las integrales que permitan determinar el área de la región destacada. **5 Pts**



#6. Determine si la integral $\int_0^{+\infty}\frac{\cos(x)}{e^{\operatorname{sen}(x)}}\,dx$ converge o diverge. En caso de ser convergente calcule su valor. **4 Pts**