Práctica para el segundo examen parcial (compilación de exámenes presenciales).

Curso: MA0101 Matemática General.

Enunciados

1. La ecuación de una recta perpendicular a la recta con ecuación $-5x + 2y = 5$ corresponde a

(A) $y = -\frac{2}{5}x + \frac{5}{2}$

(B) $y = -\frac{5}{2}x - \frac{2}{5}$

(C) $y = \frac{5}{2}x - \frac{2}{5}$

(D) $y = \frac{2}{5}x + \frac{5}{2}$

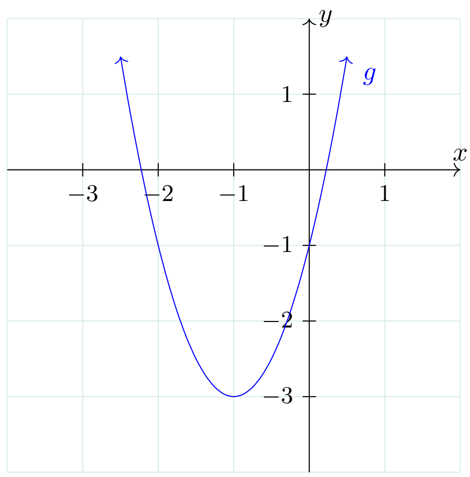
$Y = \frac{5X+5}{2}$

$m_\perp = -\frac{2}{5}$

2. Considere la función cuadrática g, cuya gráfica se muestra a continuación:

$V = (-1, -3)$

$a > 0$



De acuerdo con dicha gráfica, un posible criterio para la función g corresponde a

(A) $g(x) = 2(x-1)^2 - 3$

(B) $g(x) = -2(x-1)^2 - 3$

(C) $g(x) = 2(x+1)^2 - 3$

(D) $g(x) = -2(x+1)^2 - 3$

3. La función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = x^2 - 4x + 3$ es creciente en el intervalo

(A) $[-2, +\infty[$

(B) $]-\infty, 2]$

$a > 0$

$f \nearrow : \left[\frac{-b}{2a}, +\infty\right[$

(C) $[2, +\infty[$

(D) $]-\infty, -2]$

4. Los puntos de intersección entre la recta de ecuación $x + y = 1$, y la parábola de ecuación $y = x^2 + 1$ corresponden a

(A) $(-2, 3)$ y $(1, 2)$

(B) $(2, -1)$ y $(-1, 2)$

(C) $(1, 2)$ y $(0, 1)$

(D) $(-1, 2)$ y $(0, 1)$

$1 - X = X^2 + 1$

$\Rightarrow 0 = X^2 + X$

5. Si f es una función lineal tal que $f(2) = 1$ y $f(-1) = 0$, entonces la pendiente de su criterio corresponde a

(A) $-\frac{1}{3}$

(B) -3

(C) 3

(D) $\frac{1}{3}$

$m = \frac{0-1}{-1-2} = \frac{1}{3}$

6. Considere la función polinomial g, cuya gráfica se muestra a continuación:

par

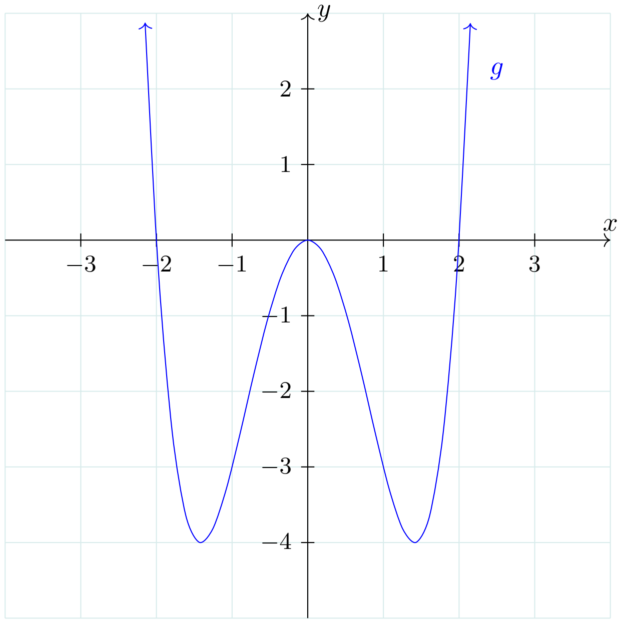
impar

0 0

$x(x-2)(x+2)$

$= x^2(x^2-4)$

$= x^4 - 4x^2$



Un posible criterio para la función g corresponde a

(A) $g(x) = x^4 - 4x^2$

(B) $g(x) = x^5 + 4x^3$

(C) $g(x) = x^4 + 4x^2$

(D) $g(x) = x^5 - 4x^3$

7. El residuo que se obtiene al realizar la operación $\left(x^3 + x^2 + 1\right) \div (x - 2)$ corresponde a

(A) -3

(B) 7

$2^3 + 2^2 + 1 = 13$

(C) 13

(D) 3

8. Considere la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = x^2 - 4x + 11$. El criterio de la función f expresado en su forma normal corresponde a

(A) $f(x) = (x - 2)^2 + 7$

(B) $f(x) = (x - 4)^2 + 7$

$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$

$= (x-2)^2 + 7$

(C) $f(x) = (x - 2)^2 + 11$

(D) $f(x) = (x - 4)^2 + 11$

9. Considere la función polinomial g, cuya gráfica se muestra a continuación:

impar

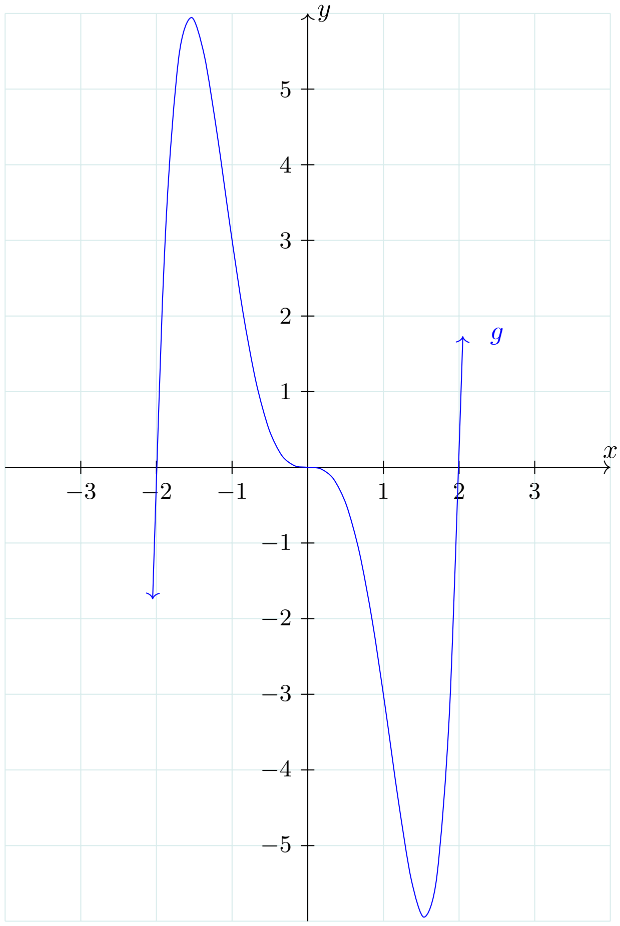
impar

0 0

$x(x-2)(x+2)$

$= x^3(x^2-4)$

$= x^5-4x^3$



Un posible criterio para la función g corresponde a

(A) $g(x) = x^4 - 4x^2$

(B) $g(x) = x^5 + 4x^3$

(C) $g(x) = x^4 + 4x^2$

(D) $g(x) = x^5 - 4x^3$

10. La ecuación de una recta perpendicular a la recta con ecuación $3x + 2y = 6$, y que pasa por el punto $(1, 3)$ corresponde a

$m = -\frac{3}{2}$

$m_{\perp} = \frac{2}{3}$

(A) $y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

(B) $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

(C) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$

(D) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$

$y-3 = \frac{2}{3}(x-1)$

11. El dueño de una fábrica de refrescos sabe que su ganancia G, en miles de colones semanales, viene dada por $G(x) = -0{,}01x^2 + 9x - 1296$, donde x representa la cantidad de cajas de refrescos vendidas por semana. El número de cajas que se deben vender semanalmente para obtener una ganancia máxima corresponde a

(A) 900

$\frac{-b}{2a} = \frac{-9}{2 \cdot -0{,}01} = 450$

(C) 450

(B) 529

(D) 729

12. Si la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = mx + 7$, pasa por el punto $(-3, 2)$, entonces el valor de m corresponde a

(A) $-\frac{5}{3}$

$2 = -3m + 7$

(C) -3

(B) 3

$\Rightarrow m = 3$

(D) $\frac{5}{3}$

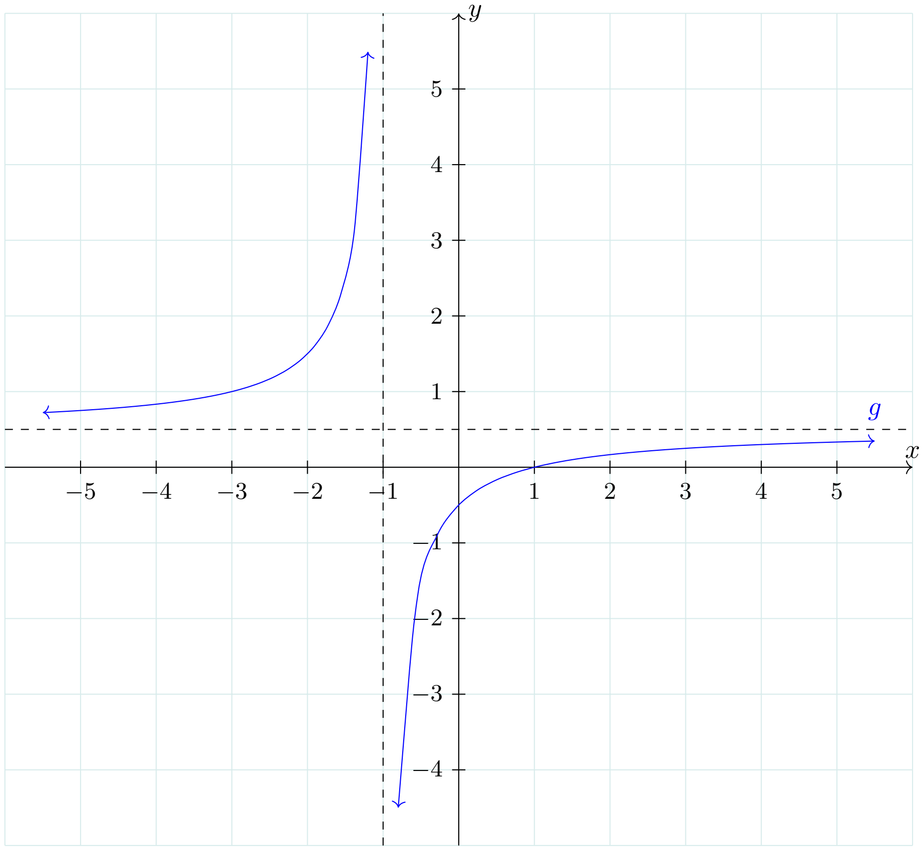
13. Considere la función racional g, cuya gráfica se muestra a continuación:

$x \neq -1$

$\frac{P(x)}{(x+1)}$

$\frac{P(x)}{(x+1)^2}$

$g(1) = 0$



Un posible criterio para la función g corresponde a

(A) $g(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{2x^2 - 2}$

(C) $g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$

(B) $g(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$

(D) $g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{2x^2 + 4x + 2}$

14. El residuo que se obtiene al realizar la operación $\left(x^3 - 1\right) \div \left(x^2 + 2\right)$ corresponde a

(A) $-2x - 1$ (C) $2x + 1$

(B) $-2x + 1$ (D) $2x - 1$

$$\begin{array}{l|l} x^3 + 0\cdot x^2 + 0\cdot x - 1 & x^2 + 0\cdot x + 2 \\ \underline{-x^3 - 0\cdot x^2 - 2x} & x \\ \quad\quad -2x - 1 & \end{array}$$

15. Si se sabe que la función $f :]-\infty, 0] \to [0, +\infty[$, con criterio $f(x) = x^2 - 2$, posee inversa, entonces el criterio de f^{-1} corresponde a

$y = x^2 - 2$

(A) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-2}$ (C) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x+2}$

$\Rightarrow \sqrt{y+2} = |x|$

(B) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-2}$ (D) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+2}$

$\Rightarrow x = -\sqrt{y+2}$

16. El número de manzanas producidas por cada árbol en una huerta de manzanos depende de la densidad con que estén plantados los árboles. Si n árboles se plantan en un acre de terreno, entonces cada árbol produce $900 - 9n$ manzanas.

(a) Determine una función que modele el número de manzanas producidas por acre en términos de n.

(b) ¿Cuántos árboles deben plantarse por acre para obtener la máxima producción de manzanas?

(c) Determine la máxima producción de manzanas por acre.

17. Considere la función $h : \mathbb{R} - \{0, 2\} \to \mathbb{R}$, con criterio $h(x) = \dfrac{2x-6}{x^2-2x}$. Determine la descomposición en fracciones parciales del criterio de h.

18. Considere la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 + 4x - 1}{x^2+1}$. Determine la ecuación de la asíntota diagonal (oblicua) de la gráfica de la función f.

19. Una sala de eventos tiene una capacidad para 250 personas. Al presupuestar el costo de una actividad, se toma en cuenta el alquiler de la sala y de la comida. Si el presupuesto se relaciona de manera lineal con el número de personas que participan en la actividad, y para una actividad con 70 personas el costo es de 935 000 colones, mientras que para una con 120 personas es de 1 560000 colones:

(a) exprese el presupuesto P, en colones, en función del número x de personas.

(b) ¿cuál es el presupuesto de una actividad para 150 personas?

20. Considere la función $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $g(x) = -3x^2 + 12x - 10$.

(a) Exprese el criterio de g en su forma normal.

(b) Determine el ámbito de g.

(c) Determine todos los intervalos en que g es decreciente.

21. Considere la función $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = -3x^3 - 7x^2 + 4$. Factorice completamente el polinomio $P(x)$ asociado a la función h.

22. Considere la función $f : \mathbb{R} - \{1, -3\} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = \dfrac{-2x+14}{x^2+2x-3}$. Determine la descomposición en fracciones parciales del criterio de f.

16. El número de manzanas producidas por cada árbol en una huerta de manzanos depende de la densidad con que estén plantados los árboles. Si n árboles se plantan en un acre de terreno, entonces cada árbol produce $900 - 9n$ manzanas.

(a) Determine una función que modele el número de manzanas producidas por acre en términos de n.

(b) ¿Cuántos árboles deben plantarse por acre para obtener la máxima producción de manzanas?

(c) Determine la máxima producción de manzanas por acre.

Sol.

a) $P(n) = n(900 - 9n) = 900n - 9n^2$

b) $-\frac{b}{2a} = \frac{-900}{2 \cdot -9} = 50$

R/ Se deben plantar 50 árboles por acre.

c) $-\frac{\Delta}{4a} = P\left(\frac{-b}{2a}\right) = 900 \cdot 50 - 9 \cdot 50^2$

$= 22\,500$

R/ Se producen 22 500 manzanas.

17. Considere la función $h : \mathbb{R} - \{0, 2\} \to \mathbb{R}$, con criterio $h(x) = \dfrac{2x-6}{x^2-2x}$. Determine la descomposición en fracciones parciales del criterio de h.

Sol.

$$h(x) = \frac{2x-6}{x^2-2x} = \frac{2x-6}{x(x-2)}$$

$$= \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2}$$

$$= \frac{A(x-2)+Bx}{x(x-2)}$$

$$\Rightarrow 2x-6 = A(x-2) + Bx$$

- Si $x=0$

$$\Rightarrow -6 = -2A \Rightarrow A = 3$$

- Si $x=2$

$$\Rightarrow -2 = 2B \Rightarrow B = -1$$

R/ $$h(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{x-2}$$

18. Considere la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 + 4x - 1}{x^2 + 1}$. Determine la ecuación de la asíntota diagonal (oblicua) de la gráfica de la función f.

Sol.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -x^2 & +4x & -1 & x^2 + 0\cdot x + 1 \\
\cline{5-5}
-x^3 & -0\cdot x^2 & -x & & x - 1 \\
\hline
0 & -x^2 & +3x & -1 & \\
 & +x^2 & -0\cdot x & +1 & \\
\hline
 & 0 & +3x & +0 &
\end{array}
$$

R/ $y = x - 1$

20. Considere la función $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $g(x) = -3x^2 + 12x - 10$.

(a) Exprese el criterio de g en su forma normal.

(b) Determine el ámbito de g.

(c) Determine todos los intervalos en que g es decreciente.

Sol.

a

$$g(x) = a(x-h)^2 + k$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

$$= -3\left(x + \frac{12}{2\cdot(-3)}\right)^2 - \frac{\left(12^2 - 4\cdot(-3)\cdot(-10)\right)}{4\cdot(-3)}$$

$$= -3(x-2)^2 + 2$$

b $A_g = \left]-\infty, 2\right]$

c $g\searrow : \left[2, +\infty\right[$

21. Considere la función $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = -3x^3 - 7x^2 + 4$. Factorice completamente el polinomio $P(x)$ asociado a la función h.

Sol.

$$D_{-3} = \{\pm 1, \pm 3\}$$

$$D_4 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\}$$

$$D_{\frac{4}{-3}} = \left\{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{4}{3}\right\}$$

Ceros: $-1, -2, \frac{2}{3}$

Así,

$$f(x) = -3\,(x+1)(x+2)\left(x - \frac{2}{3}\right)$$

$$= (x+1)(x+2)(2-3x)$$

22. Considere la función $f : \mathbb{R} - \{1, -3\} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = \dfrac{-2x+14}{x^2+2x-3}$. Determine la descomposición en fracciones parciales del criterio de f.

Sol.

$$f(x) = \frac{-2x+14}{x^2+2x-3}$$

$$= \frac{-2x+14}{(x-1)(x+3)}$$

$$= \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3}$$

$$= \frac{A(x+3)+B(x-1)}{(x-1)(x+3)}$$

$$\Rightarrow \quad -2x+14 = A(x+3) + B(x-1)$$

- Si $x = 1$

$$12 = 4A \Rightarrow A = 3$$

- Si $x = -3$

$$20 = -4B \Rightarrow B = -5$$

R/ $f(x) = \dfrac{3}{x-1} - \dfrac{5}{x+3}$