

Estadística – I 2025

Estimación para una diferencia de
proporciones

I Juan 5:14

IC: Diferencia de proporciones

Para dos v.a $B_1 \sim b(x; n_1, p_1)$ y $B_2 \sim b(x; n_2, p_2)$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

con np y n(1-p) grandes

Tamaño mínimo de muestra

$$n \geq \frac{z_{\alpha/2}^2 (p_1 q_1 + p_2 q_2)}{r^2}$$

p de referencia o p=0.5

Ejemplo

VI. [4 puntos] Como parte de un estudio sobre destinos turísticos se registró la cantidad de personas que eligieron alguna playa para pasar sus días de vacaciones. Se obtuvo que 80 de 100 adultos escogieron la playa, mientras que solo 7 de 95 jóvenes (adultos jóvenes y niños) prefieren un tipo de destino diferente. Se puede concluir que la preferencia por la playa como destino de vacaciones es menor en la población adulta? **R/]0.0319, 0.2206[**

$$\widehat{p}_a = \frac{80}{100} \quad 1 - \widehat{p}_a = \frac{20}{100} \quad n_a(1 - \widehat{p}_a) = 20$$

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.25 \Rightarrow z_{\alpha/2} = -1.959964$$

$$\widehat{p}_j = \frac{88}{95} \quad 1 - \widehat{p}_j = \frac{7}{95} \quad n_j(1 - \widehat{p}_j) = 7$$

$$\frac{88}{95} - \frac{80}{100} \pm -1.959964 \sqrt{\frac{80 \cdot 20}{100^3} + \frac{88 \cdot 7}{95^3}} \Rightarrow]0.03194251378, \quad 0.2206890652 [$$

Actualmente existe un proyecto de ley sobre ajuste tributario. En una encuesta, en la ciudad A se encuentra que 164 de 250 ciudadanos están a favor del proyecto, y en la ciudad B , que x de 240 lo apoyan. Con estos datos, se obtuvo un IC para la diferencia de proporciones de apoyo al proyecto entre las dos ciudades (la proporción en A menos la proporción en B), este es

$$] 0.0709767, 0.216023[$$

Determine el valor de x .

$$\widehat{p}_a = \frac{164}{250} \quad \widehat{p}_b = \frac{x}{240}$$

$$\widehat{p}_a - \widehat{p}_b = \frac{164}{250} - \frac{x}{240}$$

$$C = \frac{0.0709767 + 0.216023}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{164}{250} - \frac{x}{240} = 0.14349985$$

$$\Rightarrow x = 123.000036$$

Determine el nivel de confianza del IC dado.

$$z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\widehat{p}_1 \widehat{q}_1}{n_1} + \frac{\widehat{p}_2 \widehat{q}_2}{n_2}} = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{164 \cdot 86}{250^3} + \frac{123 \cdot 117}{240^3}} = \frac{0.216023 - 0.0709767}{2} \Rightarrow z_{\alpha/2} = -1.64499738484$$

$$\Rightarrow 1 - \alpha = 0.90003$$

PH: Diferencia de proporciones

$$H_0: p_1 - p_2 = 0$$

Las proporciones poblacionales son iguales.

$$Z = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{\frac{\hat{P}\hat{Q}}{n_1} + \frac{\hat{P}\hat{Q}}{n_2}}}$$

$$\hat{P} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

- Muestras grandes $np_i, nq_i \geq 5$

$$n \geq \frac{\left(|z_{\alpha/k}| \sqrt{\frac{1}{2}(p'_1 + p'_2)(q'_1 + q'_2)} + |z_{\beta}| \sqrt{p'_1 q'_1 + p'_2 q'_2} \right)^2}{(p'_1 - p'_2)^2}$$

Tamaño mínimo de muestra

k : número de colas

Ejercicios

Un comentarista deportivo indica que los jugadores de la selección de fútbol de Brasil, fallan (proporcionalmente) más penales que los jugadores de la selección de Argentina. Al consultar algunos registros históricos, se observa que los jugadores de la selección de Argentina fallaron 7 de los últimos 100 penales lanzados, mientras que los jugadores de Brasil fallaron 6 de los últimos 80 penales lanzados.

- a) **[4 puntos]** Indique si se puede concluir con un nivel de significancia del 8%, que los datos contradicen la afirmación del comentarista.
- b) **[4 puntos]** Determine el tamaño de la muestra necesaria para realizar la prueba de hipótesis sobre la afirmación del comentarista, con un nivel de significancia de 0,05 y una potencia de 0,9 para el caso en que el porcentaje real de fallos de Argentina y Brasil es del 7% y el 10%, respectivamente.

Ejercicios

El pueblo C tiene problemas con el fumado en adolescentes. En una muestra de 60 hombres adolescentes se observó que 40 fuman, y en una muestra de 45 mujeres adolescentes se observó que 39 fuman. El sacerdote del pueblo afirma que en estos tiempos son más las mujeres adolescentes que fuman que hombres adolescentes. ¿Los datos apoyan la afirmación del sacerdote? $R/$ Si.

Ejercicios

. De una muestra de 100 acciones de la bolsa de valores A, 32 tuvieron ganancia el martes pasado. Una muestra de 100 acciones de la bolsa de valores B indica que 27 obtuvieron ganancia ese mismo día. Ante estos resultados, una persona afirma que hay una mayor proporción de acciones que obtuvieron ganancia en la bolsa A, con respecto a la otra bolsa, el martes pasado. Utilice $\alpha = 0.04$.

- (a) ¿Hay evidencia que respalde la afirmación de esta persona? *R/* Valor $p = 0.223627$. No hay evidencia a favor de la afirmación
- (b) ¿De qué tamaño deberán haberse tomado las muestras si se desea hacer el contraste de hipótesis con un nivel de significancia de $\alpha = 0.04$ y una potencia de 80% cuando el 30% de las personas obtuvo ganancia de la bolsa A y el 25% en B? *R/* $n \geq 1068.85$

Gracias por su
amable atención!!

