
**Probabilidades
Reposición
I semestre - 2023**

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre repuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable. No se permite ningún material adicional a los mencionados, salvo las tablas de distribuciones aprobadas por la Cátedra de Probabilidades. Estas tablas no pueden tener ningún tipo de alteración. No puede intercambiar ningún material durante la aplicación de la prueba.

1. **[3 puntos]** En cierta región del país un puente está en mal estado. La cantidad de reclamos formales que reciben al correo electrónico de la Municipalidad sigue una distribución de Poisson, con media 5 reclamos por hora. La Defensoría ha concluido que si debe esperar menos de 90 minutos para obtener los próximos 10 reclamos, entonces harán un proceso judicial. ¿Cuál es la probabilidad de que inicien dicho proceso?
2. **[4 puntos]** Suponga que la probabilidad de que una mujer costarricense de cierta edad tenga cáncer de mama sin haber presentado síntomas es de 0.8 %. Si tiene cáncer y se realiza la mamografía, la probabilidad de salir positiva es del 90 %, pero el 7 % de las mujeres sanas dan positivo en este examen. Suponga que una mujer decide hacerse la mamografía y el resultado es positivo, entonces ¿cuál es la probabilidad de que la mujer tenga cáncer?
3. **[4 puntos]** Considere una baraja americana de cartas: 52 cartas en total, 13 espadas, 13 corazones, 13 tréboles y 13 diamantes. Cada uno de los cuatro “palos” de 13 cartas tiene la siguiente numeración: As, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K. Si se toman 5 cartas al azar, ¿de cuántas maneras diferentes se puede obtener tres cartas con igual número y las otras dos también con igual número? El orden de las cartas es irrelevante.
4. **[5 puntos]** Un pequeño agricultor se dedica a la producción de cierto tipo de sandías. Estas frutas tienen un peso medio de 850 gramos y una desviación estándar de 100 gramos. El agricultor empaca las sandías en cajones de 40 sandías para llevarlas a la Feria de Agricultor, donde las vende a 1000 colones el kilogramo. ¿Cuál es la probabilidad de que se tenga un ingreso superior a los 35000 colones por la venta de todas las sandías de un cajón?

Continúa en la siguiente página.

5. En un salón de clase hay 16 mujeres y 4 hombres. Se va a formar un grupo, de manera aleatoria y sin orden, compuesto por 10 personas del salón.
- [2 puntos]** Determine el rango y la distribución de probabilidad para la variable cantidad de hombres en el grupo.
 - [2 puntos]** Determine la probabilidad de que haya más de 6 mujeres en dicho grupo.
6. Tres amigos participaron en un concurso y ganaron 10 entradas para el siguiente Clásico y 9 celulares distintos. ¿De cuántas maneras pueden repartir los premios si a cada amigo le corresponde al menos
- [2 puntos]** dos entradas?
 - [3 puntos]** un celular?
7. La nota del examen final de un curso tiene como media 75 y varianza 64. Suponga que dichas calificaciones siguen una distribución normal.
- [2 puntos]** Si un estudiante se escoge al azar, ¿cuál es la probabilidad de que saque una nota mayor o igual que 70?
 - [4 puntos]** ¿Cuántos estudiantes debe tener un grupo para que la probabilidad de tener una nota promedio entre 70 y 80 sea 95 %?
8. **[4 puntos]** Considere la variable aleatoria discreta X , cuya distribución de probabilidad tiene criterio:

$$f_X(x) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x, \quad x \in \{0, 1, 2, \dots\}.$$

Determine el criterio de la función generadora de momentos, y utilícela para calcular $Var(X)$.

La Teoría de la Probabilidad, como disciplina matemática, puede y debe ser desarrollada a partir de axiomas, de la misma manera que la Geometría o el Álgebra.

Andréi Kolmogórov.