

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA  
MA0101: MATEMÁTICA GENERAL  
ESCUELA DE MATEMÁTICA  
ESCUELA DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

I SEMESTRE, 2023  
TIEMPO: 2 HORAS Y 20 MIN  
PUNTAJE TOTAL: 23 pts

Tercer examen parcial  
Formulario 1

11,5/23  
Nota: 50

Instrucciones:

1. El examen consta de **seis** preguntas de selección única con un valor de un punto cada una y **seis** preguntas de desarrollo cuyo valor se indica en el enunciado respectivo.
2. La prueba consta de dos secciones de preguntas de: selección única y desarrollo. Los procedimientos que requiera realizar para obtener la respuesta correcta de cada una de las preguntas de selección única NO serán tomados en cuenta a la hora de calificarle la prueba. En la última página se le incluyen dos gráficas de funciones trigonométricas que pueden serle útiles.
3. Después de esta lista de instrucciones se le incluye el espacio para que anote su información personal y una tabla para que escriba la opción correcta para cada una de las preguntas de selección única. La información registrada por su parte en dicha tabla es la **única** que utilizará el docente para calificarle la sección de selección única. En caso que desee cambiar una opción o respuesta en la tablas proceda a tacharla y escribir la nueva respuesta debajo de la casilla correspondiente.
4. Las preguntas de desarrollo debe resolverlas en este mismo enunciado. En caso que requiera más espacio puede utilizar hojas adicionales, pero debe pedir autorización al aplicador y graparlas inmediatamente a este enunciado, dado que no se permite tener hojas sueltas durante la aplicación de la prueba.
5. No se permite traer ningún tipo de material como cuadernos o apuntes de cualquier índole. Solo se permiten los instrumentos básicos para escribir y borrar, así como el uso de calculadora científica no programable y regla.
6. No debe desengrapar este enunciado. No se permiten dispositivos electrónicos con conectividad a internet. El examen debe ser resuelto con lapicero azul o negro. En caso de que en alguna pregunta utilice lápiz o que realice alteraciones con corrector o similar, pierde el derecho de realizar reclamos posteriores sobre la evaluación de dicha pregunta.
7. Al finalizar la prueba debe entregar el presente documento, luego proceda a firmar la lista de asistencia y luego retirarse del aula.

Número de carnet: [redacted], Número de grupo: [redacted]

Nombre completo: [redacted]

Nombre del profesor: [redacted]

Tabla 1: Respuestas de la sección de selección única

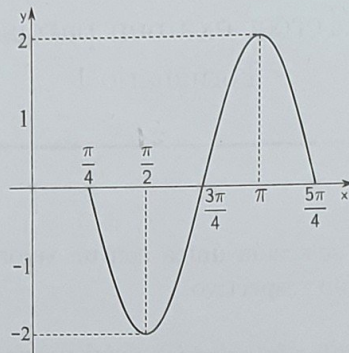
Número de pregunta	1	2	3	4	5	6
Opción	B	D	A	C	A	D

X X ✓ X X X



# I. Selección única. (total de la sección: 6 puntos)

1. [1 punto] Considere la gráfica adjunta de un periodo completo de una curva sinusoidal.



Con certeza se puede asegurar que su amplitud  $A$  y su periodo  $P$  son:

A)  $A = 4$  y  $P = \frac{\pi}{4}$

C)  $A = 4$  y  $P = \pi$

~~B)  $A = 2$  y  $P = \frac{\pi}{4}$~~

D)  $A = 2$  y  $P = \pi$

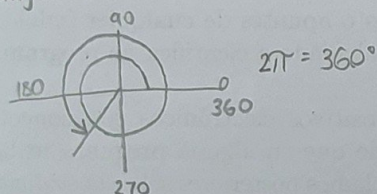
2. [1 punto] Suponga que un ángulo negativo de medida  $\beta$  en posición estándar y con lado terminal en el tercer cuadrante determina un ángulo de referencia de  $70^\circ$ , ¿cuál es el valor en radianes del ángulo  $\beta$ ?

A)  $-\frac{11\pi}{18}$  ~~110°~~  $\times$  ángulo ref =  $70^\circ$

C)  $-\frac{8\pi}{9}$   $160^\circ$   $\times$

B)  $-\frac{25\pi}{18}$   $250^\circ$

~~D)  $-\frac{10\pi}{9}$   $200^\circ$~~



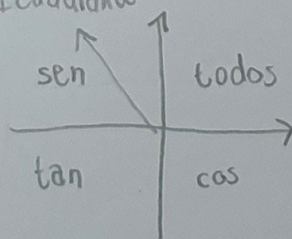
3. [1 punto] Si  $\tan \alpha = -\frac{5}{3}$  y  $\cos \alpha < 0$ , entonces  $\sec \alpha$  es igual a

~~A)  $-\frac{\sqrt{34}}{3}$~~

C)  $\frac{3}{\sqrt{34}}$

B)  $-\frac{5}{\sqrt{34}}$

D)  $-\frac{\sqrt{34}}{5}$



$$\sec = \frac{1}{\cos}$$

$$\tan = \frac{\text{sen}}{\cos}$$

$$\text{sen} = 5$$

$$\cos = -3$$



4. [1 punto] Para la función  $f: ]-\frac{5\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[ \rightarrow \mathbb{R}$  cuyo criterio es  $f(x) = \sin x$ , analice las siguientes proposiciones:

I. El valor  $y = \frac{1}{2}$  tiene 3 preimágenes.

$(0, \frac{1}{2})$

$$] -\frac{5\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$$

$$f(x) = \sin(x)$$

$$f(x) = \sin(30) = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \sin(150) = \frac{1}{2}$$

II. La gráfica de  $f$  interseca al eje  $X$  en  $(\pi, 0)$ .

A) Ninguna.

~~C)~~ Solo la II.

B) Ambas.

D) Solo la I.

5. [1 punto] Considere las siguientes afirmaciones sobre ciertas funciones trigonométricas inversas.

I. La gráfica de la función  $f(x) = \arctan(x)$  posee asíntotas verticales. ~~X~~

II. El dominio de la función  $g(x) = \arcsen(x)$  es  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ .

De las afirmaciones anteriores son VERDADERAS:

~~A)~~ Solamente la II.

C) Solamente la I.

B) Ambas.

D) Ninguna.

6. [1 punto] Uno de los puntos en donde la gráfica de la función  $f$  definida por  $f(x) = \tan x$  interseca a uno de los ejes coordenados es:

A)  $(0, -2\pi)$  ~~X~~

C)  $(-2\pi, 0)$

B)  $(0, \frac{3\pi}{2})$  ~~X~~

~~D)~~  $(\frac{3\pi}{2}, 0)$

$$x = \log_3(y)$$

## II. Desarrollo. (total de la sección: 17 puntos)

7. [2 puntos] Considere la función  $h: D_h \rightarrow \mathbb{R}$  con  $h(x) = 1 - \log_3(2x - 1)$ . Determine el criterio de  $h^{-1}$ .

$$\begin{aligned} \log_3(27) &= 3 \\ 3^3 &= 27 \\ \log_2(8) &= 3 \\ 2^3 &= 8 \end{aligned}$$

$$1,5$$

$$\begin{aligned} y &= 1 - \log_3(2x - 1) \\ &= y - 1 = -\log_3(2x - 1) \\ &= 3^{y-1} = -2x - 1 \quad \text{X} \\ &= 3^{y-1} + 1 = -2x \\ &= \frac{3^{y-1} + 1}{-2} = x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -3^{y-1} + 1 = x \\ &= \frac{-3^{y-1} + 1}{-2} = h^{-1} \\ &\text{con } \mathbb{R} \rightarrow D_h \end{aligned}$$



8. [2 puntos] Considere la función  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con criterio  $g(x) = 8^x + 5 \cdot 8^x - 24$ . Determine los puntos de intersección de la gráfica de la función con el eje X.

0,5

$$y = 8^x + 5 \cdot 8^x - 24$$

$$0 = 8^x + 5 \cdot 8^x - 24$$

$$24 = 8^x + 5 \cdot 8^x$$

$$\frac{24}{5} = 8^x + 8^x$$

$$= \frac{24}{5} = 2 \cdot 8^x$$

$$= \frac{24}{5} = 8^x$$

$$= \frac{12}{5} = 8^x$$

$$= \log_8 \left( \frac{12}{5} \right) = x$$

$$R \cap X = \left( \log_8 \left( \frac{12}{5} \right), 0 \right)$$

9. [3 puntos] Verifique la siguiente identidad trigonométrica:  $\frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} = -\cos(2x)$

$$= \frac{\frac{\sin(x)}{\cos(x)} - \frac{\cos(x)}{\sin(x)}}{\frac{\sin(x)}{\cos(x)} + \frac{\cos(x)}{\sin(x)}}$$

$$= \frac{\frac{\sin^2(x) - \cos^2(x)}{\cos(x) \sin(x)}}{\frac{\sin^2(x) + \cos^2(x)}{\cos(x) \sin(x)}}$$

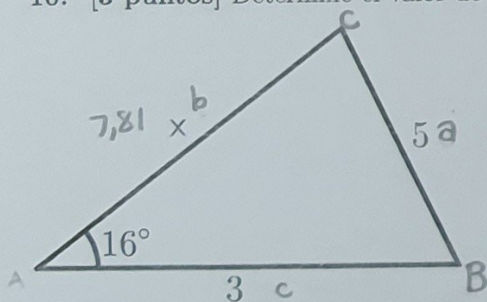
$$= \frac{\sin^2(x) - \cos^2(x)}{\sin^2(x) + \cos^2(x)}$$

$$= \frac{\frac{\sin(x) \cdot \sin(x) - \cos(x) \cdot \cos(x)}{\cos(x) \cdot \sin(x)}}{\frac{\sin(x) \cdot \sin(x) + \cos(x) \cdot \cos(x)}{\cos(x) \cdot \sin(x)}}$$

$$= \frac{-\cos(2x)}{1} = -\cos(2x)$$

$$= -\cos(2x)$$

10. [3 puntos] Determine el valor de  $x$  según la información mostrada en la figura adjunta.



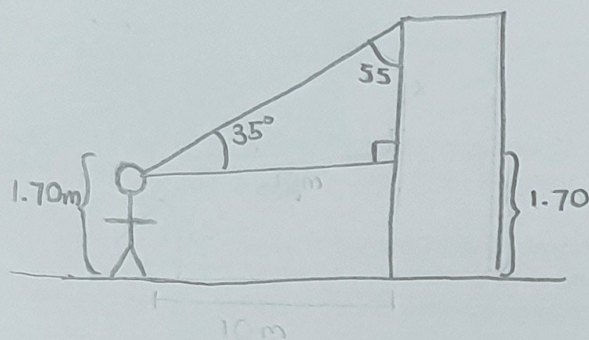
$$5^2 = 3^2 + x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \cdot \cos(16)$$

Según la calculadora.  
 $x = 7,81$

3



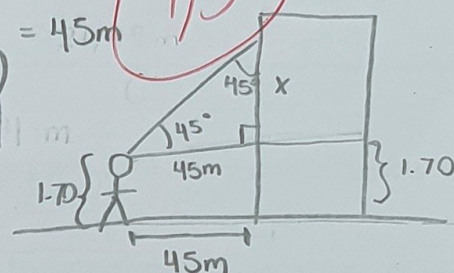
11. [4 puntos] Un observador de 1.70m de estatura se encuentra de pie sobre el mismo plano horizontal de un edificio y eleva su mirada hacia la azotea de este con un ángulo de  $35^\circ$ . Si se desplaza 10m en línea recta hacia la base del edificio, el ángulo de elevación hacia la azotea ahora es de  $45^\circ$ . Determine la altura del edificio y la distancia a la que se encontraba inicialmente el observador de la base del edificio.



$$\frac{45}{\sin(45^\circ)} = \frac{x}{\sin(45^\circ)} = 45m$$

$$h = 45 + 1.70 = 46.7m$$

$$d = 45 + 10 = 55m$$



12. [3 puntos] Resuelva en  $\mathbb{R}$  la siguiente ecuación:  $\sin x \cdot [2 \cos(x) + 1] = 0$

•  $\sin(x) = 0$

$\sin^{-1}(x) = 0 \Rightarrow$  No se puede, el seno solo toma valores de 1 a -1.

•  $2 \cdot \cos(x) + 1 = 0$

$2 \cdot \cos(x) = -1$

$\cos(x) = -1/2 \checkmark$

$x_1 = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, \forall k \in \mathbb{R}$

$x_2 = \frac{4}{3}\pi + 2k\pi, \forall k \in \mathbb{R}$

$S = \left\{ \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, \frac{4}{3}\pi + 2k\pi \mid \forall k \in \mathbb{R} \right\}$

Gráficas de apoyo

