
Probabilidades
Segundo examen parcial
II semestre - 2023

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre repuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable. No se permite ningún material adicional a los mencionados.

1. Una pequeña tienda de donas cerca de la universidad vende, en promedio, 15 donas por hora. Suponga que la cantidad de donas vendidas por hora sigue una distribución de Poisson.
 - a) **[2 puntos]** Determine la probabilidad de vender al menos 10 donas por hora.
 - b) **[3 puntos]** Suponga que un día particular, la tienda pasa abierta durante 5 horas seguidas. ¿Cuál es la probabilidad de que vendan a lo sumo 50 donas en ese día?
2. Una fábrica de bombillos ha detectado que su máquina más nueva fabrica los bombillos con un porcentaje de 95 % de que no esté dañado.
 - a) **[3 puntos]** Si se compraron 50 bombillos, ¿cuál es la probabilidad de que más de 3 bombillos salgan dañados?
 - b) **[3 puntos]** Rodolfo compró suficientes bombillos para abastecer el edificio de aulas. Empieza a colocarlos hasta encontrar uno dañado. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el dañado antes de poner el bombillo número 30?
3. Conteste lo que se le solicita.
 - a) **[3 puntos]** En una urna hay 20 bolitas, de las cuales 8 son rojas y 12 son azules. Se extraen aleatoriamente 5 bolitas sin reemplazo. Calcule la probabilidad de que exactamente 3 de las bolitas extraídas sean rojas.
 - b) **[2 puntos]** En una urna hay 20 bolitas, de las cuales 8 son rojas y 12 son azules. Se extraen aleatoriamente 5 bolitas con reemplazo. Calcule la probabilidad de que exactamente 3 de las bolitas extraídas sean rojas.
4. Considere la variable aleatoria discreta X , tal que $E(X) = 4$ y $Var(X) = 1$. Considere las nuevas variables $Y = 3X^2 - 4X + 2$ y $Z = 4 - 3X$.
 - a) **[3 puntos]** Determine $E(Y)$.
 - b) **[2 puntos]** Determine $Var(Z)$.

Continúa en la siguiente página.

5. **[3 puntos]** Considere la variable aleatoria discreta X , tal que su función generadora de momentos está dada por el criterio:

$$m_X(t) = \frac{e^t}{3} + \frac{2e^{2t}}{3}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Determine $E(X)$ y $Var(X)$ a partir de esta generadora de momentos.

6. Un juego llamado “Zodiaco de Estrategia” tiene una mecánica de juego única. En cada turno, un jugador lanza un dado especial con 12 caras, numeradas del 1 al 12. En este dado, cada cara es igualmente probable. Dependiendo del número obtenido, el jugador avanza cierta cantidad de casillas en el tablero del juego, de la siguiente manera:

- Si se obtiene un número del 1 al 4, el jugador avanza 1 casilla.
- Si se obtiene un número del 5 al 8, el jugador avanza 2 casillas.
- Si se obtiene un número del 9 al 11, el jugador avanza 3 casillas.
- Si se obtiene un 12, el jugador avanza 4 casillas.

- a) **[3 puntos]** Determine la distribución de probabilidad para la variable aleatoria discreta correspondiente a la cantidad de casillas que un jugador avanza en un solo turno.
- b) **[3 puntos]** Terminando su tercer turno de un juego, ¿cuántas casillas avanza un jugador, en promedio?

Todo lo que existe o surge: lo pasado, lo presente y lo futuro tiene en sí la máxima certeza.

Jakob Bernoulli.