

Probabilidades
Segundo examen parcial
I semestre - 2023

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre repuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable. No se permite ningún material adicional a los mencionados.

1. Considere la variable aleatoria discreta Y , cuya distribución de probabilidad se muestra a continuación:

$$f_Y(x) = k \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}, \text{ para } x \in \{1, 2, \dots\}.$$

- a) **[3 puntos]** Determine el valor de k .
- b) **[2 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que la variable Y tome valores superiores a 4?
- c) **[5 puntos]** Determine la función generadora de momentos para la variable Y , y úsela para calcular $Var(Y)$.
2. Para esta sede, suponga que el grupo de Probabilidades está formado por 40 estudiantes, y de estos, 22 viven actualmente fuera de la provincia. El profesor tomará una muestra aleatoria de 20 estudiantes.
- a) **[3 puntos]** Determine el rango y la distribución de probabilidad para la variable Z , correspondiente a la cantidad de estudiantes, de la muestra, que actualmente viven fuera de la provincia.
- b) **[2 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que, en dicha muestra, hayan entre 3 y 10 que actualmente viven fuera de la provincia?
3. En un concurso, nueve participantes deben seguir una rutina de ejercicios durante un mes para participar por premios.
- a) **[3 puntos]** En cada rutina se propone cierta cantidad de ejercicios para realizar. Cada ejercicio tiene una probabilidad de 0.4 de que se efectúe satisfactoriamente. Si el participante realiza más de 4 ejercicios en su rutina, entonces logrará terminar la rutina. ¿Cuál es la probabilidad de que un participante logre terminar la rutina?
- b) **[2 puntos]** Determine la probabilidad de que por lo menos 5 participantes terminen la rutina.

Continúa en la siguiente página.

4. Durante la explicación de un tema, la cantidad de veces que un profesor dice la expresión “¿verdad?” sigue una distribución de Poisson, con media 5 veces por minuto.
- a) **[2 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que diga menos de 15 veces la expresión mencionada en 10 minutos de explicación?
 - b) **[3 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que dos expresiones “¿verdad?” seguidas, durante la explicación, se den en menos de 10 segundos?
5. **[5 puntos]** Un experimento aleatorio se va a repetir hasta obtener un éxito y un fracaso consecutivos (sin importar el orden). Se sabe que la probabilidad de éxito es 0.2. Determine el rango y la distribución de probabilidad para la cantidad de repeticiones que se deben hacer hasta terminar dicho experimento.

Todo lo que existe o surge: lo pasado, lo presente y lo futuro tiene en sí la máxima certeza.

Jakob Bernoulli.