Capítulo 2. Estimación de parámetros

Para estimar μ cuando $\bar{X}$ es normal y se conoce σ

Extremos del IC: $\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Tamaño de la muestra: $n \geq \dfrac{z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}{r^2}$

Para estimar μ cuando se desconoce σ y la población es normal

Extremos del IC: $\bar{x} \pm t_{\alpha/2,\nu}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$ con $\nu = n-1$

Para estimar p cuando la muestra es grande

Extremos del IC: $\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{pq}{n}}$

Tamaño de la muestra: $n \geq \dfrac{z_{\alpha/2}^2 pq}{r^2}$

Para estimar σ^2 cuando la población es normal

Extremos del IC: $\dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,\nu}} < \sigma^2 < \dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2,\nu}}$
con $\nu = n-1$

Capítulo 3. Estimación con dos poblaciones

Para estimar $\mu_1 - \mu_2$ cuando $\bar{X}_1$ y $\bar{X}_2$ son normales y se conocen σ_1 y σ_2

Extremos del IC: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}$

Tamaño de las muestras: $n \geq \dfrac{z_{\alpha/2}^2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{r^2}$

Para estimar $\mu_1 - \mu_2$ cuando las poblaciones son normales y se desconocen σ_1 y σ_2 pero se suponen iguales

Extremos del IC: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\dfrac{s_p^2}{n_1} + \dfrac{s_p^2}{n_2}}$

con $s_p^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

y $\nu = n_1 + n_2 - 2$

Para estimar $\mu_1 - \mu_2$ cuando se desconocen σ_1 y σ_2 y no se suponen iguales

Extremos del IC: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}$

con $\nu = \dfrac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$

Para estimar $p_1 - p_2$ cuando las muestras son grandes

Extremos del IC: $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n_1} + \dfrac{p_2 q_2}{n_2}}$

Tamaño de las muestras: $n \geq \dfrac{z^2_{\alpha/2}(p_1 q_1 + p_2 q_2)}{r^2}$

Para estimar σ_2^2/σ_1^2 cuando las poblaciones son normales

Extremos del IC: $\dfrac{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}{s_1^2} < \dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \dfrac{s_2^2}{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}$

o bien $\dfrac{s_2^2}{s_1^2 f_{1-\alpha/2,\nu_2,\nu_1}} < \dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \dfrac{s_2^2 f_{1-\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}{s_1^2}$

con $\nu_i = n_i - 1$

Capítulo 4. Pruebas de hipótesis con un parámetro

Para probar $H_0\colon \mu = \mu_0$ cuando la población es normal

Estadístico de prueba: $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ con $\nu = n - 1$

Tamaño de la muestra: $n \geq \dfrac{(|z_{\alpha/k}| + |z_\beta|)^2 \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$

donde k es el número de colas

Para probar $H_0\colon p = p_0$ cuando las muestras son grandes

Estadístico de prueba: $Z = \dfrac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$

Tamaño de la muestra: $n \geq \dfrac{(|z_{\alpha/k}|\sqrt{p_0 q_0} + |z_\beta|\sqrt{p_1 q_1})^2}{(p_1 - p_0)^2}$

donde k es el número de colas

Para probar $H_0\colon \sigma = \sigma_0$ cuando la población es normal

Estadístico de prueba: $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ con $\nu = n - 1$

Capítulo 5. Pruebas de hipótesis con dos poblaciones

Para probar $H_0\colon \mu_1 - \mu_2 = d_0$ cuando $\bar{X}_1$ y $\bar{X}_2$ son normales y se conocen σ_1 y σ_2

Estadístico de prueba: $Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

Tamaño de las muestras: $n \geq \dfrac{(|z_{\alpha/k}| + |z_\beta|)^2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{(d_1 - d_0)^2}$

donde k es el número de colas

Para probar $H_0\colon \mu_1 - \mu_2 = d_0$ cuando las poblaciones son normales y se desconocen σ_1 y σ_2 pero se suponen iguales

Estadístico de prueba: $T = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - d_0}{\sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_2}}}$

con $S_p^2 = \dfrac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$

y $\nu = n_1 + n_2 - 2$

Para probar $H_0\colon \mu_1 - \mu_2 = d_0$ cuando se desconocen σ_1 y σ_2, y no se suponen iguales

Estadístico de prueba: $$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - d_0}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$$
$$\text{con } \nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$$

Para probar $H_0\colon p_1 - p_2 = 0$ cuando las muestras son grandes

Estadístico de prueba: $$Z = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{P}\hat{Q}}{n_1} + \dfrac{\hat{P}\hat{Q}}{n_2}}} \text{ con } \hat{P} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

Tamaño de la muestra:

$$n \geq \frac{\left(|z_{\alpha/k}|\sqrt{\frac{1}{2}(p_1' + p_2')(q_1' + q_2')} + |z_\beta|\sqrt{p_1'q_1' + p_2'q_2'}\right)^2}{(p_1' - p_2')^2}$$

donde k es el número de colas

Para probar $H_0\colon p_1 - p_2 = d_0$ con $d_0 \neq 0$ cuando las muestras son grandes

Estadístico de prueba: $$Z = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2 - d_0}{\sqrt{\dfrac{\hat{P}_1\hat{Q}_1}{n_1} + \dfrac{\hat{P}_2\hat{Q}_2}{n_2}}}$$

Para probar $H_0\colon \sigma_1^2/\sigma_2^2 = r_0$ cuando las poblaciones son normales

Estadístico de prueba: $$F = \frac{S_1^2/S_2^2}{r_0} \text{ con } \nu_i = n_i - 1$$

Capítulo 6. Otros tipos de pruebas

Para probar bondad de ajuste cuando cada $e_i \geq 5$

Estadístico de prueba: $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \text{ con } \nu = k - 1$$

Para probar independencia cuando cada $e_{ij} \geq 5$

Estadístico de prueba: $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{f}\sum_{j=1}^{c} \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$
con $\nu = (f-1)(c-1)$, si $\nu \geq 2$.

Para probar $H_0\colon \mu_1 = \cdots = \mu_k$

Estadístico de prueba: $$F = \frac{S_1^2}{S^2} \text{ con } (k-1, N-k) \text{ g.l.}$$

donde
$$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij} - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \frac{T^2}{N}$$
$$SSA = \sum_{i=1}^{k} n_i(\bar{y}_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T^2}{N}$$
$$SSE = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij} - \bar{y}_i)^2 = SST - SSA$$
$$s_1^2 = \frac{SSA}{k-1} \text{ y } s^2 = \frac{SSE}{N-k}$$

Capítulo 7. Regresión lineal simple

Estimaciones puntuales de α y β en $\mu_{Y|x} = \alpha + \beta x$

Estimación de β: $$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Estimación de α: $$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n} = \bar{y} - b\bar{x}$$

Intervalos de confianza para α y β cuando se cumplen las hipótesis de regresión

IC para α: $$a \pm t_{\delta/2,\nu} s\sqrt{\frac{\sum x^2}{nS_{xx}}} \text{ con } \nu = n-2$$

IC para β: $$b \pm t_{\delta/2,\nu} s\sqrt{\frac{1}{S_{xx}}} \text{ con } \nu = n-2$$

donde
$$S_{xx} = \sum(x_i - \bar{x})^2 = (n-1)s_x^2 = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$$
$$S_{yy} = \sum(y_i - \bar{y})^2 = (n-1)s_y^2 = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}$$
$$S_{xy} = \sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}$$
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{S_{yy} - bS_{xy}}{n-2}$$

Para probar $H_0\colon \beta = \beta_0$ cuando se cumplen las hipótesis de regresión

Estadístico de prueba: $$T = (B - \beta_0)\frac{\sqrt{S_{xx}}}{S} \text{ con } \nu = n-2$$

Intervalo de confianza para $\mu_{Y|x}$ cuando se cumplen las hipótesis de regresión

Extremos del intervalo: $$\hat{y} \pm t_{\delta/2,\nu} s\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{S_{xx}}}$$
con $\nu = n-2$ y $\hat{y} = a + bx$

Intervalo de predicción para $Y|x$ cuando se cumplen las hipótesis de regresión

Extremos del intervalo: $$\hat{y} \pm t_{\delta/2,\nu} s\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{S_{xx}}}$$
con $\nu = n-2$ y $\hat{y} = a + bx$

Definición: coeficiente de correlación muestral

$$r = b\frac{s_x}{s_y} = b\sqrt{\frac{S_{xx}}{S_{yy}}}$$

Capítulo 8. Otros tipos de regresión

Para estimar $b_0 = \hat{\beta}_0$, ..., $b_k = \hat{\beta}_k$

Resolver $XX^tB = XY^t$
donde $(B)_i = b_i$ para $i = 0, \ldots, k$ (incógnitas)
$(X)_{ij} = x_{ij}$ para $i = 0, \ldots, k$ y $j = 1, \ldots, n$ (datos)
$(Y)_j = y_j$ para $j = 1, \ldots, n$ (datos)