

Probabilidades – II 2024

Elementos de Combinatoria

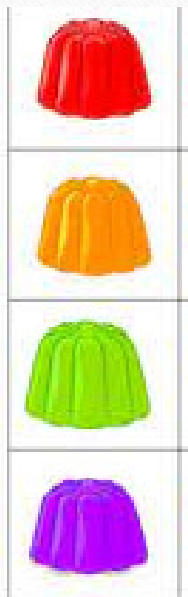
Génesis 13:16

Actividad: ¡¡Cuenta conmigo!!



¿De cuántas formas puede servirse los postres (no hay restricción de combinación)?

Actividad: ¡¡Cuenta conmigo!!



¿De cuántas formas pueden combinarse los sabores para servirse la gelatina con helado?

Principios de Conteo

Principio 1 (Regla de la Suma).

Si una operación puede realizarse en n formas y otra operación, independiente de la primera, puede realizarse en m formas, hay $n + m$ formas en las que pueden realizarse una de las dos operaciones.

En terminología de teoría de conjuntos:

$$\text{Si } (\forall i | 0 \leq i < j \leq n : A_i \cap A_j = \emptyset) \implies \left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \sum_{i=1}^n |A_i|. \quad (1)$$

Palabra clave **casos**

Los casos deben ser independientes (conjuntos disjuntos), de no ser así debe usarse 'inclusión exclusión'

Principios de Conteo

Principio 2 (Regla del producto).

Si una operación puede realizarse en n formas y otra operación, independiente de la primera, puede realizarse en m formas, hay nm formas en las que pueden realizarse las dos operaciones.

En terminología de teoría de conjuntos:

$$|A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n| = \prod_{i=1}^n |A_i|. \quad (2)$$

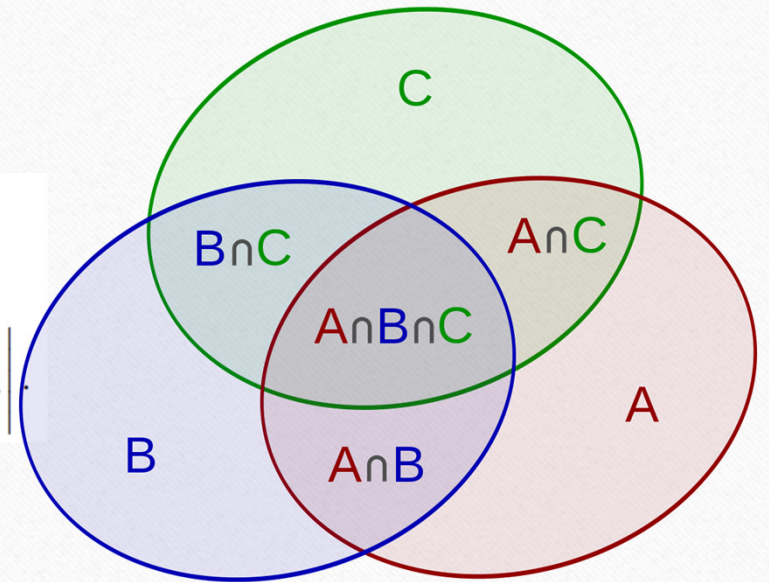
Palabra clave **etapas**

Para terminar el experimento deben completarse todas las etapas.

Principios de Conteo

Inclusión exclusión

$$\left| \bigcup_{1 \leq i \leq n} A_i \right| = \sum_{1 \leq i_1 \leq n} |A_{i_1}| - \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2}| + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < i_3 \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap A_{i_3}| - \dots + (-1)^{n+1} \left| \bigcap_{i=1}^n A_i \right|.$$



Principios de Conteo

► Principio del Complemento

Si se considera U como el conjunto universal y A cualquier otro conjunto, se tiene que $|\bar{A}| = |U| - |A|$

► Principio de Dirichlet (del Palomar)

Si se tienen n palomas ubicadas en m palomares y $n > m$, entonces hay por lo menos un palomar con dos o más palomas.

Permutaciones y combinaciones

El número de r-permutaciones de elementos tomados de un conjunto de cardinalidad n es

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Palabra asociada **junta**

El orden **ES** importante

Palabra asociada **muestra**

El orden **NO ES** importante

El número de r-combinaciones sobre un conjunto de r elementos es

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$

Diferencia entre combinar y permutar

COMBINACIONES



PERMUTACIONES



Algunas variantes

El número de permutaciones que se pueden obtener con r elementos, repetidos k_1, k_2, \dots, k_r veces, respectivamente es:

$$\frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_r)!}{k_1! k_2! \dots k_r!}.$$

Cuando algunos objetos están repetidos

Cuando todos los objetos están repetidos

El número de r -permutaciones con repetición, sobre un conjunto con n elementos es n^r .

Ejemplos (básicos)

Si se dispone de tres camisetas y cuatro pantalones diferentes, ¿de cuantas maneras puede vestirse usando una camiseta y un pantalón? R/12

De un grupo de 5 médicos especialistas, ¿cuántas comisiones (jefe, asistente 1, asistente 2) pueden formarse? R/60

De un grupo de 4 libros diferentes se escogerán 2 para decorar una mesa, ¿cuántas posibles escogencias existen? R/6

Ejemplos (básicos)

Si suponemos que una persona tiene solo 5 pantalones ¿cuántas camisas debe tener para asistir a su trabajo 22 días consecutivos sin repetir su forma de vestirse? R/5

Demuestre que si se escogen siete números del uno al doce sin repetirlos, dos de ellos sumarán trece.

¿Cuál es el número máximo de tiradas de un dado normal que debe realizarse hasta que obtener dos veces algún número en la cara hacia arriba? R/7

Ejemplos (con condiciones)

Las Parejas de esposos Solís, Martínez y Sandí van al cine y se ubican en 6 sillas consecutivas. ¿De cuántas maneras pueden ubicarse:

- | | |
|---|-------|
| 1. si no hay restricciones? | R/720 |
| 2. si la pareja Sandí se peleó a la entrada y no quieren sentarse juntos? | R/480 |
| 3. si las tres parejas quieren quedar juntas? | R/48 |
| 4. si las tres quieren quedar separadas? | R/240 |

Ejercicios

De un grupo de 7 médicos y 12 enfermeras, ¿cuántas grupos de 8 profesionales (3 médicos y 5 enfermeras) pueden formarse? R/27 720

¿Cuántos anagramas de la palabra MANUDO pueden formarse de manera que no aparezcan las sílabas MA, NU ni DO? R/426

Se van a formar números de seis cifras (pueden repetirse). ¿Cuántos de esos números tienen 3 dígitos pares y 3 dígitos impares? R/281 250

Distribuciones de objetos

La estrategia consiste en distribuir n objetos en r recipientes

Objetos pueden ser diferentes o idénticos

Las distribuciones no tienen que ser justas, es decir pueden quedar recipientes vacíos y alguno podría contener a todos los objetos.

Debe prestar atención a las condiciones que se pongan

Distribuciones de objetos

Objetos diferentes

$$r^n$$

Objetos idénticos

$$\binom{n+r-1}{r-1}$$

Debe suponerse suficiente capacidad y cantidad

Ejemplos

Siete bolitas idénticas se van a ubicar en 4 celdas ¿de cuántas maneras puede hacerse esta ubicación.?

R/120

Se tiran 7 dados, ¿cuántos resultados pueden ocurrir?

R/792

Se van a distribuir 40 estudiantes indistinguibles en 6 aulas, ¿de cuántas maneras puede hacerse la distribución si las dos primeras aulas no pueden quedar vacías, la tercer aula debe tener al menos 3 estudiantes y el aula 4 a lo sumo un estudiante?

R/156 066

Ejercicios

¿De cuántas maneras se pueden distribuir 5 libros distintos de probabilidad entre Jorge, Karla y Anthony si a cada uno le corresponde al menos un libro? R/150

La empresa ANTEL ha donado a la Universidad Bienestar Seguro 12 computadores idénticos y 5 impresoras distintas. Estas donaciones serán distribuidas entre los 4 laboratorios que posee la universidad

- a) ¿De cuántas maneras se pueden distribuir las donaciones en los 4 laboratorios? R/465 920
- b) ¿De cuántas maneras se pueden distribuir las donaciones en los 4 laboratorios si en el Laboratorio LAIMA deben poner exactamente dos impresoras y a lo sumo 4 computadores? R/90 450

Asignación 7

1. ¿Cuántos anagramas de 4 letras pueden formarse de la palabra MORADO ?
2. En un concurso hay 7 finalistas. Entre ellos se repartirán 3 obsequios distintos y 5 viajes idénticos a Cancún. De cuántas formas diferentes se pueden hacer la distribución si se quiere que
 - a) ningún finalista reciba más de un obsequio ni más de un viaje.
 - b) todos los finalistas reciban algún premio

**Gracias por su
amable atención!!**