

Probabilidades
Tercer examen parcial
II semestre - 2023

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre repuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable y las tablas dispuestas por la Cátedra. No se permite ningún material adicional a los mencionados.

1. **[3 puntos]** Determine el valor de a , de forma que la distribución de probabilidad para la variable aleatoria continua X tenga criterio:

$$f_X(k) = \begin{cases} \frac{k}{(ak^2 + 1)^2} & , \text{ si } k \geq 0 \\ 0 & , \text{ si } k < 0 \end{cases}$$

2. El peso de las piñas de una cierta finca sigue una distribución desconocida, con un media de 1.85 kilogramos y una desviación estándar de 0.2 kilogramos.

- a) **[3 puntos]** Si se empacan en paquetes de 50 piñas para la exportación, ¿cuál es la probabilidad de que, en un paquete escogido al azar, el peso sea inferior a los 90 kilogramos?
- b) **[3 puntos]** Si se empacan en paquetes de 50 piñas para la exportación, ¿cuál es la probabilidad de que, en un paquete escogido al azar, el peso promedio por piña sea de por lo menos 1.89 kilogramos?

3. Considere la variable aleatoria continua Y , la cual sigue una distribución normal, con media μ_Y desconocida y varianza $\sigma_Y^2 = 400$.

- a) **[3 puntos]** Si se sabe que $P[Y > 20] = 0.3$, determine μ_Y .
- b) **[5 puntos]** Suponiendo que $\mu_Y = 10$, determine un valor c tal que

$$P[\mu_X - c < X < \mu_X + c] = 0.1 .$$

Continúa en la siguiente página.

4. [4 puntos] Se sabe que el número de artículos producidos en una fábrica durante una semana es una variable aleatoria con media 500 artículos y varianza de 25 artículos². Utilizando la desigualdad de Chebyshev, acote inferiormente la probabilidad de que la producción de esta semana esté entre 490 y 510 artículos.
5. [4 puntos] Una batería para un dispositivo electrónico tiene una duración que sigue una distribución Gamma, con media 2 meses y varianza 2 meses². En un total de 100 de estas baterías, determine la probabilidad de que más de 20 duren menos de 1 mes.
6. [5 puntos] Se quiere estudiar la probabilidad de ganar un peluche en una máquina de garra. Para esto, se realizaron 70 intentos, y se obtuvo que la probabilidad de ganar al menos 10 peluches es de 30 % (suponga que solo se puede ganar un peluche por intento). Determine la probabilidad de ganar un peluche.

Sugerencia: aproxime la binomial por medio de la normal.

No es el conocimiento, sino el acto de aprendizaje, y no la posesión, sino el acto de llegar allí, que concede el mayor disfrute.

Carl Friedrich Gauss.