

Instrucciones:

Nombre del estudiante: _____

Carné: _____ N° grupo: _____

Nombre del docente: _____

Pts

Nota:

1. Al inicio de la prueba debe completar la portada de su cuaderno de examen con su información personal (nombre completo, número de carné, profesor y número de grupo). Durante la prueba solo podrá tener: lápiz, tajador, borrador, lapicero, calculadora no programable y el cuadernillo o folleto de examen.
2. La prueba consta de tres secciones: selección única, respuesta corta y desarrollo; para un total de 14 preguntas numeradas de 1 a 14. Los procedimientos que requiera realizar para obtener la respuesta de cada una de las preguntas de selección única o de las tres primeras preguntas de respuesta corta NO serán tomados en cuenta a la hora de calificar la prueba. Para estas preguntas, al final de esta página se incluye la **tablas de respuestas**.
3. Cada estudiante deberá reportar las opciones marcadas para las preguntas de selección única (de la pregunta 1 a la pregunta 6) y el resultado de las primeras tres preguntas de respuesta corta (de la pregunta 7 a la pregunta 9) en la tabla de respuestas. La información registrada en esta es la **única** que utilizará el docente para calificarle estas preguntas. De la pregunta 10 a la pregunta 14 se calificarán lo escrito en el espacio correspondiente asignado a cada pregunta dentro del cuadernillo de examen. En caso de que requiera más espacio, puede usar los espacios en blanco que posee el cuadernillo del examen, en estos casos debe indicar el lugar en donde continúa el procedimiento de la pregunta, si aun así no es suficiente, levante la mano e indíquelo a la persona a cargo.
4. No debe desengrapar este enunciado. No se permiten dispositivos electrónicos con conectividad a internet. El examen debe ser resuelto con lapicero azul o negro. En caso de que en alguna pregunta utilice lápiz o que realice alteraciones con corrector o similar, pierde el derecho de realizar reclamos posteriores sobre la evaluación de dicha pregunta.
5. Al finalizar la prueba debe entregar el cuadernillo del examen, con la tabla de respuesta y los datos personales llenos, así como todos los procedimientos realizados desde la pregunta 10 a la 14.

Tablas de respuestas:

Selección única		Respuesta corta:
1. (A) (B) (C) (D)	5. (A) (B) (C) (D)	7. _____
2. (A) (B) (C) (D)	4. (A) (B) (C) (D)	8. _____
3. (A) (B) (C) (D)	6. (A) (B) (C) (D)	9. _____

Formas válidas de marcar ☒ ☒

Se recomienda marcar con lápiz las opciones y la respuesta corta, y pasar a lapicero antes de entregar la prueba. En caso que cambie de opinión en alguna pregunta, borre bien y agregue su nueva respuesta.

I. Selección única. (total de la sección: 6 puntos)

A continuación, se presentan 6 ítems de selección única, para cada uno de ellos seleccione, entre las 4 opciones, aquella que a su juicio responda correctamente a la pregunta o situación planteada. Debe reportar las opciones marcada en la **tabla de respuesta** de la primera página del examen.

1. [1 punto] Sean P , S y T proposiciones simples. Suponga que $(P \wedge \neg S) \rightarrow (\neg P \vee \neg T)$ es falso. Considere las siguientes afirmaciones:

I. La proposición $(P \wedge S \wedge T)$ es verdadera.

II. La proposición $(\neg P \vee S \vee \neg T)$ es falsa.

¿Cuál o cuáles son con certeza verdaderas?

A) Ambas.

B) Ninguna.

C) Solo la II.

D) Solo la I.

2. [1 punto] Sean S y Y dos proposiciones simples. Al utilizar las leyes de la lógica para simplificar la proposición compuesta $\neg S \wedge [\neg S \vee (Y \rightarrow S)]$ se obtiene como resultado:

A) $\neg S \wedge \neg Y$

B) $\neg S$

C) V_0

D) $\neg S \vee \neg Y$

3. [1 punto] Considere los conjuntos $A = \{2, 3, 5\}$ y $B = \{-1, 2, 5\}$, sobre los cuales se define las siguientes proposiciones:

I. $(\forall q \in A)(\exists z \in B)[3q - 2z \in \{-4, 7, 11\}]$

II. $(\forall c \in A)(\exists n \in B)[1 \leq cn < 10]$

De las proposiciones anteriores, ¿cuál o cuáles son con certeza verdaderas?

A) Solo la I.

B) Ninguna.

C) Ambas.

D) Solo la II.

4. [1 punto] Sean a , b y c número reales cuales quiera, y considere la ecuación $ax^2 + bx = c$. Sobre lo anterior considere las siguientes proposiciones:

P : La ecuación $ax^2 + bx = c$ tiene dos soluciones reales distintas.

S : $a \neq 0$

Y : $b^2 + 4ac \leq 0$

Considere la proposición “Una condición necesaria y suficiente para que la ecuación $ax^2 + bx = c$ tenga dos soluciones reales distintas es: $b^2 + 4ac > 0$ y $a \neq 0$ ”. La proposición anterior se simboliza como:

A) $(Y \leftrightarrow P) \wedge S$

B) $(\neg Y \leftrightarrow P) \wedge S$

C) $(\neg Y \wedge S) \leftrightarrow P$

D) $(Y \wedge S) \leftrightarrow P$

5. [1 punto] Sean B , C y M conjuntos arbitrarios y considere las siguientes afirmaciones:

I. La proposición $B \cap \overline{C} \subseteq M$ es equivalente a $(\forall x)[(x \in B \wedge x \notin C) \rightarrow x \in M]$.

II. La proposición $B \cap \overline{C} \not\subseteq M$ es equivalente a $(\exists x)[x \in B \wedge x \notin C \wedge x \notin M]$.

¿Cuál o cuáles son con certeza verdaderas?

A) Ambas.

B) Solo la II.

C) Solo la I.

D) Ninguna.

6. [1 punto] Sean A y D dos conjuntos definidos sobre un universo \mathcal{U} . Al utilizar las leyes de conjuntos para simplificar el conjunto $A \cup \overline{A \cap D}$ se obtiene como resultados:

A) $A \cup \overline{D}$

B) \emptyset

C) \mathcal{U}

D) \overline{D}

II. Respuesta corta. (total de la sección: 7 puntos)

A continuación, se presentan 4 ítems de respuesta corta. Resuelva cada uno de ellos y anote el resultado en la línea indicada. Para los primeros 3 ítems, debe reportar su respuesta en la **tabla de respuesta** de la primera página del examen.

7. [1 punto] Sean $A = \{-1, 3, 6\}$ y $B = \{-1, 6, 9\}$ conjuntos definidos sobre un universo $U = \{-1, 3, 6, 9, 11\}$. La representación por extensión del conjunto $A \times \overline{A \cup B}$ corresponde a: _____

8. [1 punto] Sean A y B conjuntos tales que $|A| = 6$, $|B| = 11$ y $|A - B| = 4$. Entonces, la cardinalidad del conjunto $P(B - A)$ está dada por: _____

9. [1 punto] Sean A y B conjuntos tales que $|B| = 22$ y $|A - B| = 7$. Entonces, la cardinalidad del conjunto $A \cup B$ está dada por: _____

10. [4 puntos] Sean N y T proposiciones simples. Considere la proposición compuesta $[(N \rightarrow T) \wedge N] \leftrightarrow \neg T$, para esta **complete la siguiente tabla de verdad** y determine si la proposición dada es tautología, falacia o eventualidad.

N	T	$\neg T$	$N \rightarrow T$	$(N \rightarrow T) \wedge N$	$[(N \rightarrow T) \wedge N] \leftrightarrow \neg T$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

La proposición es: _____

III. Desarrollo. (total de la sección: 12 puntos)

A continuación, se presentan 4 preguntas. Para cada una de ellas resuelva en el espacio en blanco lo solicitado. Justifique cada uno de los pasos que lo llevaron a obtener su respuesta.

11. [2 puntos] Considere los siguientes conjuntos: $A = \{2, 7, a\}$ y $B = \{2, b, c\}$. Realice las operaciones indicadas en $P(A - B) - \{7, a\}$ y exprese el conjunto en notación por extensión. Justifique su procedimiento.

12. [4 puntos] Considere las proposiciones P, Q, R, S, T y U proposiciones simples. Demuestre la validez de $P \wedge (T \vee U)$ a partir de las siguientes premisas. En cada paso debe indicar la ley de la lógica o la regla de inferencia empleada.

- | | | |
|----|----------------------------|---------|
| 1. | $\neg S$ | Premisa |
| 2. | $Q \rightarrow \neg P$ | Premisa |
| 3. | $R \rightarrow (T \vee U)$ | Premisa |
| 4. | $P \vee S$ | Premisa |
| 5. | $P \rightarrow (Q \vee R)$ | Premisa |
-

- 13. [3 puntos]** Sean A , B y C conjuntos cualesquiera sobre un universo \mathcal{U} . Demuestre que:

$$A \times \overline{B \cap C} \subseteq (A \times \overline{B}) \cup (A \times \overline{C})$$

- 14. [3 puntos]** Sean A , B y C conjuntos cualesquiera sobre un universo U . Muestre que:

$$(A \cup B) \subseteq C \Rightarrow \overline{C} \subseteq \overline{B}$$

Escriba la solución de las preguntas 13 y 14 a continuación: