

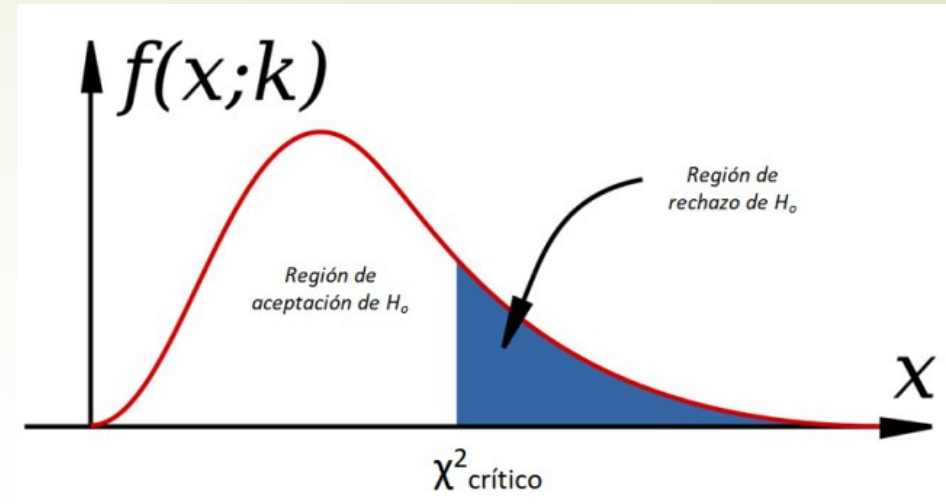
Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Matemáticas

Efesios 4:32

Pruebas de Hipótesis

Independencia

TEC | Tecnológico
de Costa Rica



Juan Pablo Prendas
I Semestre 2025

PH: Independencia

H_0 : X, Y son independientes.

H_1 : X, Y no son independientes.

	y_1	y_2	\dots	y_p	Total
x_1	o_{11}	o_{12}	\dots	o_{1p}	TX_1
x_2	o_{21}	o_{22}	\dots	o_{2p}	TX_2
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
x_m	o_{m1}	o_{m2}	\dots	o_{mp}	TX_m
Total	TY_1	TY_2	\dots	TY_p	n

$$P(X = x_i) \approx \frac{TX_i}{n} \quad P(Y = y_j) \approx \frac{TY_j}{n} \quad \longrightarrow \quad P(X = x_i \text{ y } Y = y_j) \approx \frac{o_{ij}}{n}$$

$$\frac{e_{ij}}{n} = P(X = x_i \text{ y } Y = y_j) = P(X = x_i) P(Y = y_j) \approx \frac{TX_i}{n} \frac{TY_j}{n}$$

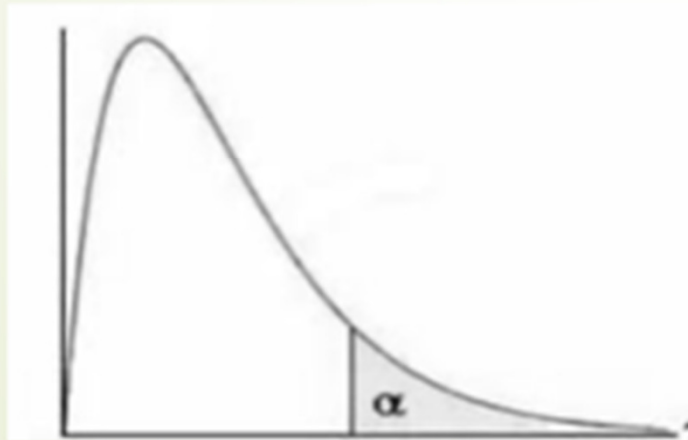
$$e_{ij} \geq 5, \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^p \frac{(O_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \quad v = (m-1)(p-1)$$

PH: Independencia

H_0 : X, Y son independientes.

H_1 : X, Y no son independientes.

$$\chi^2_{obs} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^p \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$



	y_1	y_2	\dots	y_p	Total
x_1	o_{11}	o_{12}	\dots	o_{1p}	TX_1
x_2	o_{21}	o_{22}	\dots	o_{2p}	TX_2
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
x_m	o_{m1}	o_{m2}	\dots	o_{mp}	TX_m
Total	TY_1	TY_2	\dots	TY_p	n

$$\chi^2_c = \chi^2_{1-\alpha}, \quad v = (m-1)(p-1)$$

valor P es $P(\chi^2 > \chi^2_{obs})$

Ejercicios

En una universidad se realiza un estudio para verificar si el tipo de trabajo (administrativo y docente) se relaciona con el grado de estrés (I, II y III) de los trabajadores. Para lo cual se elige una muestra aleatoria de 300 trabajadores y se clasifican en la tabla siguiente. (5 puntos)

	I	II	III
Administrativos	42	24	30
Docentes	54	78	72

Pruebe la hipótesis de que el tipo de trabajo afecta el grado de estrés del trabajador.

H_0 : El tipo de trabajo y el nivel de estrés son independientes

H_a : El tipo de trabajo si afecta el nivel de estrés

	I	II	III	Total
Administrativos	42	24	30	96
Docentes	54	78	72	204
Total	96	102	102	300



$e_{i,j}$	I	II	III
Administrativos	30.72	32.64	32.64
Docentes	65.28	69.36	69.36

$$P = 0.007566$$

Ejercicios

En una encuesta sobre la soda comedor EL COMELON, se les preguntó a 200 clientes su opinión sobre la variedad de los alimentos y su nivel de ingreso. Los resultados se resumen en la siguiente tabla de contingencia.

		Nivel de ingreso		
		Bajo	Medio	Alto
Variedad	Poco	3	10	27
	Regular	15	20	50
	Mucha	21	40	14

¿Existe evidencia de que la opinión que tiene un cliente sobre la variedad de los alimentos dependiente de su nivel de ingreso?

R/ Si, valor $P < 0.05$.

Examen

Un estudio sobre preferencia de plataformas de streaming *Retflix* y *Bisney +* pretende determinar si existe relación con la edad de los consumidores. La siguiente tabla resume los resultados obtenidos en una muestra aleatoria.

	Niños	Jóvenes	Adultos
Retflix	8	x	34
Bisney +	5	24	25

- a) [3 puntos] Si en una prueba de independencia se determinó que el valor esperado correspondiente a x es 19.34545455, calcule el valor de x .

$$x = 14$$

- b) [2 puntos] Dado que $\chi^2_{obs} = 4.661945498$, determine el mínimo valor de significancia para el cual se puede concluir que la preferencia de plataformas de streaming *Retflix* y *Bisney +* depende de la edad de los consumidores.

$$\alpha \geq 0.097201.$$

Gracias por su amable atención!



*Prueba de
Independencia*