15/16

Instituto Tecnológico de Costa Rica

Centro académico de Alajuela

MA-3405. Estadísticas

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Proyecto sobre Regresión

Estudiantes:

Profesor:

Juan Pablo Prendas Rojas

Fecha de entrega:

24/06/25

Fórmulas:

$$Sxx = \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$$

$$Syy = \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n}$$

$$Sxy = \Sigma xy - \frac{(\Sigma x)*(\Sigma y)}{n}$$

$$r^2 = \left(\frac{Sxy}{\sqrt{Sxx*Syy}}\right)^2$$

$$\beta = \frac{n*\Sigma x_1 y_1 - \Sigma x_1 * \Sigma y_1}{n*\Sigma x_1^{\ 2} - (\Sigma x_1)^2}$$

$$\alpha = \frac{\Sigma y_1 - \beta*\Sigma x_1}{n}$$

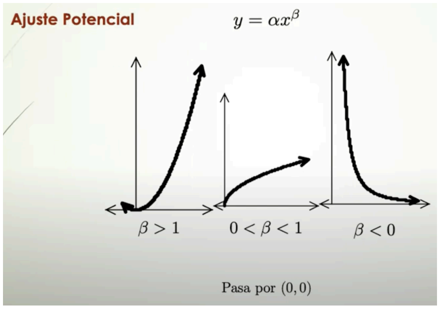
$$SCE = \Sigma(y_i - a - bx_i)^2$$

$$s^2 = \frac{\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

$$b \pm t_{\frac{\alpha}{2}, v}\, s\sqrt{\frac{1}{Sxx}}\ con\ v = n - 2$$

Ajuste potencial:

$$y = \alpha x^{\beta}$$

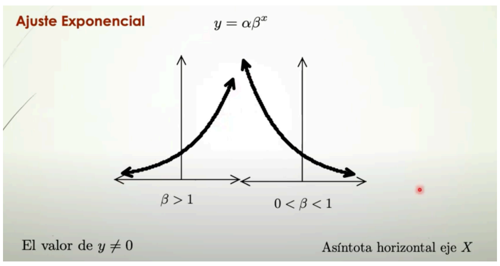


- $ln(y) = ln(\alpha) + \beta * ln(x)$

$$\ln y = \ln \alpha + \beta \ln x$$
$$y_1 = \ln y, x_1 = \ln x$$
$$\alpha_1 = \ln \alpha, \beta_1 = \beta$$

Ajuste exponencial:

$$y = \alpha\beta^{x}$$

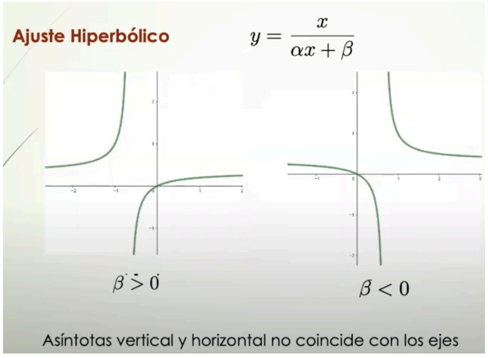


- $ln(y) = ln(\alpha) + x * ln(\beta)$

$$\ln y = \ln \alpha + x \ln \beta$$
$$y_1 = \ln y, x_1 = x$$
$$\alpha_1 = \ln \alpha, \beta_1 = \ln \beta$$

Ajuste hiperbólico:

$y = \frac{x}{\alpha x + \beta}$

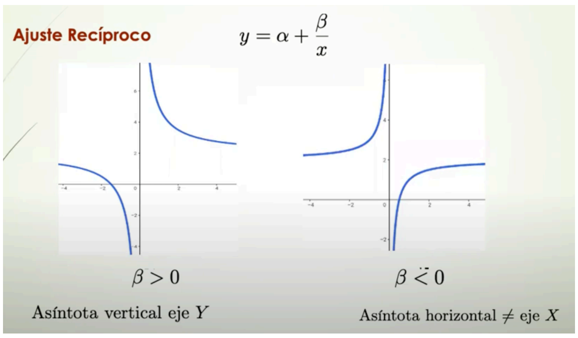


- $\frac{1}{y} = \alpha + \beta(\frac{1}{x})$

$$\frac{1}{y} = \alpha + \beta \left(\frac{1}{x}\right)$$
$$y_1 = \frac{1}{y}, x_1 = \frac{1}{x}$$
$$\alpha_1 = \alpha, \beta_1 = \beta$$
Se tiene el modelo
$$y_1 = \alpha_1 + \beta_1 x_1$$

Ajuste recíproco:

$y = \alpha + \frac{\beta}{x}$



- $y = \alpha + \beta(\frac{1}{x})$

$$y = \alpha + \beta\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$y_1 = y, x_1 = \frac{1}{x}$$
$$\alpha_1 = \alpha, \beta_1 = \beta$$

Informe de resultados:

- Ejercicio 1: [4 puntos] En la base de datos que se adjunta considere Y 1 la variable que se desea estimar y X1 la variable independiente. Determine la recta de ajuste lineal del tipo y = 50 + bx.

Como ya se da el valor de alfa, que en este caso de 50, se hace uso de mínimos cuadrados.

$$SCE = \Sigma(y_i - a - bx_i)^2$$

Luego, con la condición se deriva en términos de b.

$$-2\Sigma(y_i - 50 - bx_i)x_i = 0$$

Se despeja:

$$\frac{\Sigma x_i y_i - 50\Sigma x_i}{\Sigma x_i^2} = b$$

Y se tiene como resultado:

-1,993571501

1. **[4 puntos]** En la base de datos que se adjunta considere $Y1$ la variable que se desea estimar y $X1$ la variable independiente. Determine la recta de ajuste lineal del tipo $y = 50 + bx$.

Para este ejercicio se debe hacer uso de los mínimos cuadrados, ya que el alpha tiene una condición, que sea 50.

$$SCE = \Sigma(y_i - a - bx_i)^2$$

Se debe de derivar e igualar a 0.

$$-2\Sigma(y_i - 50 - bx_i)x_i = 0$$

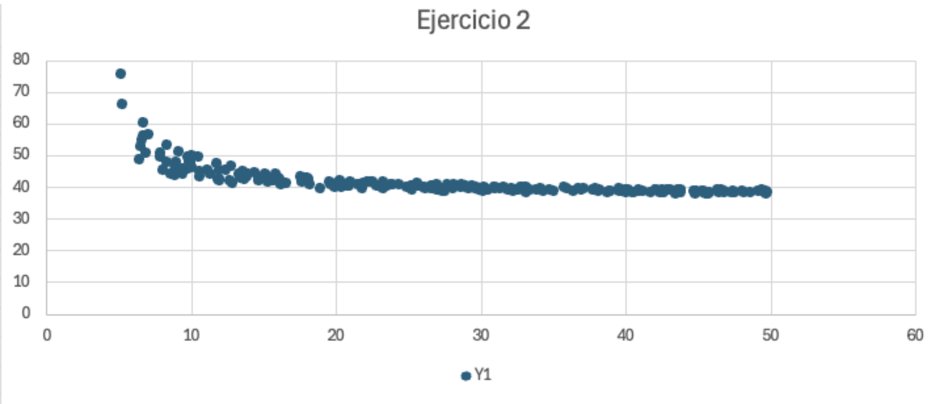
Simplificando se tiene:

$$\frac{\Sigma x_i y_i - 50\Sigma x_i}{\Sigma x_i^2} = b$$

b	
	-1,993571501

Ejercicio 2:

a) [3 puntos] Haga una exploración (gráfica, numérica y teórica) de los datos para decidir cuál modelo de regresión NO lineal es el más adecuado para estos datos.



Potencial			
	Sxx	$= \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$	-880,9188833
y=αx^β			
ln(y)=ln(α)+β*ln(x)	Syy	$= \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n}$	-1536,767203
	Sxy	$= \Sigma xy - \frac{(\Sigma x)*(\Sigma y)}{n}$	-11,33027257
	r^2	$= \left(\frac{Sxy}{\sqrt{Sxx*Syy}}\right)^2$	0,00009483

Hiperbólica			
	Sxx	$= \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$	0,283315847
y=x/(αx+β)			
1/y=α+β*(1/x)	Syy	$= \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n}$	0,0010163
	Sxy	$= \Sigma xy - \frac{(\Sigma x)*(\Sigma y)}{n}$	-0,01619295
	r^2	$= \left(\frac{Sxy}{\sqrt{Sxx*Syy}}\right)^2$	0,910666053

Exponencial			
Y=αβ^x	Sxx	$= \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$	-880,9188833
ln(y)=ln(α)+xln(β)	Syy	$= \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y^2)}{n}$	-1536,767203
	Sxy	$= \Sigma xy - \frac{(\Sigma x)*(\Sigma y)}{n}$	-222,0951767
	r^2	$= (\frac{Sxy}{\sqrt{Sxx*Syy}})^2$	0,036436298

Recíproca			
Y= α+ β/x	Sxx	$= \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$	0,283315847
Y= α +1/x* β	Syy	$= \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n}$	5027,001161
	Sxy	$= \Sigma xy - \frac{(\Sigma x)*(\Sigma y)}{n}$	34,62905775
	r^2	$= (\frac{Sxy}{\sqrt{Sxx*Syy}})^2$	0,84197946

Dada a la exploración, por el coeficiente de determinación (r^2) más cercano a 1, es el ajuste hiperbólico.

b) [4 puntos] Determine la ecuación de ajuste NO lineal para estos datos. Debe ser consistente con la decisión tomada en la parte a. Además, el ajuste debe realizarse mediante el proceso de linealización del modelo (mediante una transformación).

Cómo se eligió el modelo hiperbólico se linealiza la fórmula $y = \frac{x}{\alpha x+\beta}$ tomando $1/y = y_1$ y $1/x = x_1$.

$$\frac{1}{y} = \alpha + \beta\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$y_1 = \frac{1}{y}, x_1 = \frac{1}{x}$$
$$\alpha_1 = \alpha, \beta_1 = \beta$$
Se tiene el modelo
$$y_1 = \alpha_1 + \beta_1 x_1$$

$\beta = \frac{n*\Sigma x_1 y_1 - \Sigma x_1 * \Sigma y_1}{n*\Sigma x_1^{\,2} - (\Sigma x_1)^2}$	-0,05716
$\alpha = \frac{\Sigma y_1 - \beta * \Sigma x_1}{n}$	0,027083

y = x / (0,027083x -0,057155)

Teniendo como resultado $y = \frac{x}{0{,}027083x - 0{,}057155}$

Ejercicio 3:

c) [5 puntos] Calcule un intervalo del 96% para el parámetro β del ajuste realizado en la parte b.

β *tiene extremos* $b \pm t_{\delta/2,n-2}\left(s\sqrt{\frac{1}{S_{xx}}}\right)$.		Recordando el valor de Sxx = 0,283315847		
		V =	237	
		Usando la aplicación se busca el valor de t:		
		t=	-2,065114	
$s^2 = \frac{\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$	=	0,0000003830805		
S =	0,000619	0,00233	-0,00247	

Primero se debe de sacar el t, este se consulta con la app, este da -2.065. Para luego calcular el s^2 con la fórmula de la imagen. Ya con estos datos se puede saber que el intervalo es -0,00247 . 0,00233.

Estos no son los valores correctos. En el .xlxs puede ver que el error fue agrapar la resta por que eso le da prioridad de cálculo (la prioridad la tiene el producto)