# Estadística – I 2025

Estadística Inferencial

(Parámetros y Estimadores)

Salmos 91:10

# Un reporte rápido…

Preparen un reporte con la siguiente información

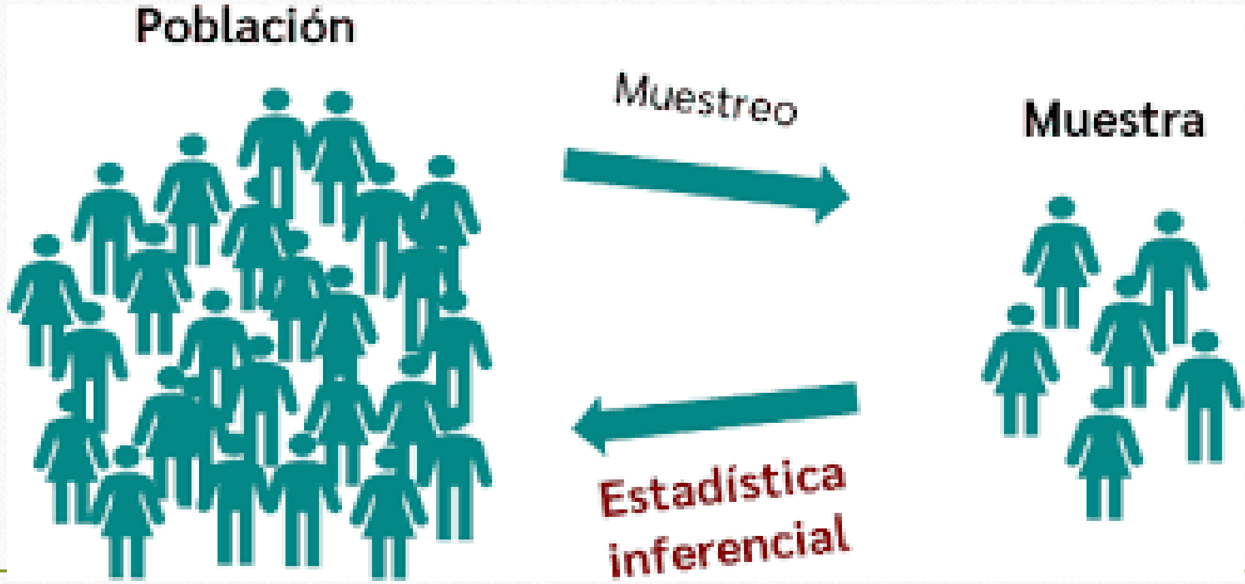
Edad promedio

Proporción de **Cartaguitos**

Porcentaje de Josefinos

# Población y Muestra

**Muestra**: Subconjunto de la población ⊂ **Población**: Totalidad de unidades estadísticas



# Muestras

Se utilizan cuando la población es infinita, muy grande o de difícil acceso.

Lo ideal es que fuese representativa PERO no lo son en la mayoría de los casos.

Su uso introduce lo que se conoce como ERROR DE MUESTREO.

Un ERROR DE MUESTREO solo puede medirse si el muestreo es aleatorio.

Algunos muestreos aleatorios son: simple al azar, sistemático, por conglomerados y estratificado.

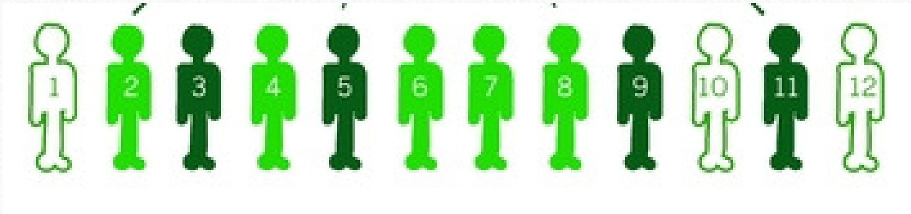
# Estadística Inferencial

Es el proceso probabilístico de hacer conclusiones sobre la población a partir de información tomada de una muestra.

No se puede hacer inferencias en muestreos no aleatorios.

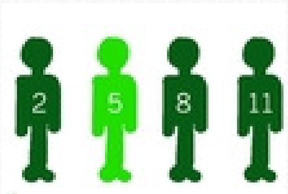
# Parámetros y estimadores

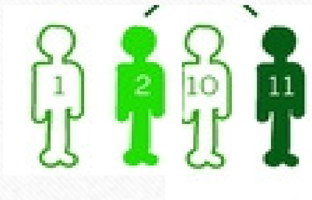
**Parámetro**: Valor poblacional

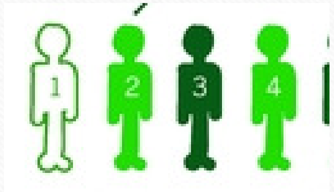


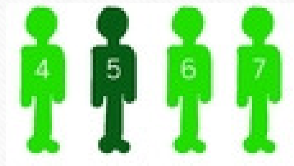

$\theta$

**Estimador o estadístico**: Función obtenida a partir de valores muestrales




$$\underbrace{\theta_1 \qquad \theta_2 \qquad \theta_3 \qquad \theta_n}_{\hat{\theta}}$$

# Estimación de Parámetros

## Puntual

Utiliza un valor muestral para inferir el parámetro

## Por Intervalo

Utiliza un valor muestral y un radio para cubrir el error de muestreo para inferir el parámetro

## Pruebas de Hipótesis

Una afirmación se somete a una prueba para determinar si puede sostenerse o debe rechazarse

# Características de estimadores

Considere $\hat{\theta}_1$ un estimador para el parámetro $\theta$. Se dice que $\hat{\theta}_1$ es

- **insesgado** si $E(\hat{\theta}_1) = \theta$. de lo contrario se dice que es **sesgado**

- **más eficiente que** $\hat{\theta}_2$ si $\eta = \dfrac{ECM(\hat{\theta}_1)}{ECM(\hat{\theta}_2)} < 1$,

$$ECM(\hat{\theta}) = E((\hat{\theta} - \theta)^2) \text{ o bien } ECM(\hat{\theta}) = Var(\hat{\theta})$$

- **consistente** si $\forall\, \varepsilon > 0$ se cumple que $\lim\limits_{n \to +\infty} P\left(|\hat{\theta}_n - \theta| \leq \varepsilon\right) = 1$

# Ejemplo

1. Considere las variables aleatorias $X_1, X_2$ y$X_3$ con la condición $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Si se definen tres estimadores para $\mu$ como

$$\hat{\mu}_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6} \qquad \hat{\mu}_2 = \frac{4X_2 - X_3}{3} \qquad \hat{\mu}_3 = \overline{X}$$

Determine cuál de ellos es el mejor estimador para $\mu$. (8 puntos)

# Ejemplo

6. [**4 puntos**] Considere las variables aleatorias independientes $X$ y $Y$ de modo que $X \sim N(3\theta, 25)$ y $Y \sim B(\theta, 0.25)$. Determine cuál de los siguientes estimadores es mejor para estimar el parámetro $\theta$.

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X - 4Y}{2} \qquad \hat{\theta}_2 = \frac{X}{6} + 2Y$$

# Ejercicio

3. **[5 puntos]** Considere las variables aleatorias independientes $X$ y $Y$ de modo que $X \sim N(k\theta, 49)$ y $Y \sim B(\theta, 0.25)$. Determine el valor del número real $k$ de modo que el estimador $\hat{\theta} = \dfrac{X - kY}{2}$ sea insesgado para estimar el parámetro $\theta$.

**[3 punto]** Considere una variable aleatoria $X$ tal que $X \sim U[\theta, \theta+1]$, determine si el estimador $\hat{\theta} = \overline{X} - \dfrac{1}{2}$ es insesgado para $\theta$. Calcule la varianza de $\hat{\theta}$. **Recordar:** Si $X \sim U[a, b]$ entonces $E(X) = \dfrac{a+b}{2}$ y $Var(X) = \dfrac{(b-a)^2}{12}$

# Uso de la app Probability Distributions

1. Utilice el app Probability Distribucions para determinar los siguientes valores

   (a) $\chi^2_{0.025,24}$ — $R/\quad 12.4012$
   (b) $t_{0.2,44}$ — $R/\quad -0.849867$
   (c) $t_{0.98,6}$ — $R/\quad 2.61224$
   (d) $f_{0.975,4,6}$ — $R/\quad 6.227$

3. Para cada una de las variables indicadas, determine la probabilidad solicitada utilizando el app Probability Distribucions y verifique que el valor encontrado se encuentra en el intervalo dado en la respuesta.

   (a) $F \sim f(48, 20)$, $\quad P(F > 2)$ — $R/\quad ]0.025, 0.05[$
   (b) $F \sim f(2, 10)$, $\quad P(F > 0.03)$ — $R/\quad ]0.95, 0.975[$
   (c) $t \sim t(12)$, $\quad P(t > 1.8)$ — $R/\quad ]0.04, 0.05[$
   (d) $\chi^2 \sim \chi^2(20)$, $\quad P(\chi^2 < 19)$ — $R/\quad ]0.2, 0.8[$
   (e) $F \sim f(14, 20)$, $\quad P(F > 0.57)$ — $R/\quad ]0.1, 0.9[$

Gracias por su amable atención!!