
Probabilidades
Segundo examen parcial
I semestre - 2024

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre repuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable. No se permite ningún material adicional a los mencionados.

1. Para una empresa de servicio de entregas a domicilio, cada repartidor tiene un salario semanal base de 50 000 colones, más una cantidad X , en miles de colones, correspondiente a una variable aleatoria discreta con distribución de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{kx + 2}{5} & , \text{ si } x \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ 0 & , \text{ en cualquier otro caso} \end{cases}$$

- a) [2 puntos] Determine el valor de k .
- b) [4 puntos] Determine la varianza para el salario semanal esperado por un repartido de la empresa.
2. Una pieza de los motores producidos en una fábrica de automóviles tiene un porcentaje de fallo del 1.3 %. Para garantizar la calidad del producto, se toma un lote de 60 de esas piezas para inspeccionarlas.
- a) [2 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo 2 piezas estén defectuosas?
- b) [2 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 57 piezas **NO** estén defectuosas?
3. La sucursal de un banco en un centro comercial del país trabaja los siete días de la semana. El número de transacciones de más de cuatro millones de colones que se realizan, diariamente, en esa sucursal sigue una distribución de Poisson, con un promedio de 3 transacciones por día.
- a) [2 puntos] Calcule la probabilidad de que el fin de semana (sábado y domingo) se reciban más de 4 transacciones mayores a cuatro millones de colones.
- b) [2 puntos] Calcule la probabilidad de que en esta semana se reciban de 13 a 14 transacciones de más de cuatro millones de colones.
- c) [1 punto] Un día se considera poco rentable si se reciben menos de 2 transacciones superiores a cuatro millones de colones. Determine la probabilidad de que un día sea poco rentable.

Continúa en la siguiente página.

4. **[3 puntos]** Doña Laura juega a los tiempos con mucha frecuencia. Este sorteo paga 70 por uno, es decir, si compra el número ganador, gana 70 colones por cada colón invertido. Cada vez que hay sorteo (en un sorteo solo hay un número ganador), doña Laura apuesta 200 colones a cada uno de 15 números distintos entre 100 posibles. Si ella jugó durante 20 sorteos consecutivos, determine la esperanza para el total de ganancias de doña Laura.
5. **[6 puntos]** Una partida de un juego consiste en sacar, sin reposición, 4 bolitas de una urna que contiene: 4 bolitas negras y 6 blancas. Una partida se gana si se sacan más bolitas negras que blancas. Si una persona decide repetir la partida hasta ganar la primera vez, determine la probabilidad de que juegue menos de 4 veces.
6. **[6 puntos]** Considere la variable aleatoria discreta Z , cuya distribución de probabilidad está dada por la función de criterio:

$$f_Z(x) = 216 \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}, \text{ si } x \in \{1, 2, 3, \dots\}.$$

Determine la función generadora de momentos de Z , y utilícela para calcular $E(Z)$ y $Var(Z)$.

Todo lo que existe o surge: lo pasado, lo presente y lo futuro tiene en sí la máxima certeza.

Jakob Bernoulli.