I. Selección única. (total de la sección: 7 puntos)

A continuación, se presentan 7 ítems de selección única, para cada uno de ellos seleccione, entre las 4 opciones aquella que a su juicio responda correctamente a la pregunta o situación planteada. Debe reportar las opciones marcad en la **tabla de respuesta** de la primera página del examen.

1. **[1 punto]** Sean P, S y T proposiciones simples. Si se sabe que $(P \vee \neg S)$ **es falsa** y $[(P \vee \neg S) \leftrightarrow \neg T]$ **es fals** entonces con certeza se cumple que:

$P = F$ $F \Leftrightarrow V \equiv F$

$S = V$ $\neg S = F$

$T = F$

$\neg T = V$

A) P es falsa, S es verdadera y T es falsa.

B) $(P \vee T \vee \neg S)$ es verdadera.

C) P es falsa, S es verdadera y T es verdadera.

D) $(P \vee \neg S \vee \neg T)$ es falsa.

2. **[1 punto]** Sean Q y T dos proposiciones simples. Al utilizar las leyes de la lógica para simplificar la proposici compuesta $\neg Q \vee (Q \wedge T)$ se obtiene como resultado:

$\neg Q \vee (Q \wedge T)$

$(\neg Q \vee Q) \wedge (\neg Q \vee T)$

$V_0 \wedge (\neg Q \vee T)$

A) V_0

B) $\neg Q$ X

C) F_0 X

D) $\neg Q \vee T$

3. **[1 punto]** Considere los conjuntos $A = \underbrace{\{-7, -3, 3\}}_{m}$ y $B = \underbrace{\{5, 6, 9\}}_{x}$, sobre los cuales se define las siguien proposiciones:

I. $(\forall y \in A)(\exists z \in B)[\{y, z\} \in G]$, donde $G = \{\{-7, 9\}, \{-3, 5\}, \{3, 9\}\}$?

II. $(\forall m \in A)(\exists x \in B)[(x + m) \in \{2, 11\}]$

De las proposiciones anteriores, ¿cuál o cuáles son con certeza verdaderas?

I) $[\{y, z\} \in G]$

$-7 \quad 5$

$-3 \quad 6$ X

$3 \quad 9$

II) $[(x+m) \in \{2, 11\}]$

$-7 + 9 = 2$

$-3 + 5 = 2$

$3 + x = 11 / 2$

A) Ambas.

B) Solo la I.

C) Ninguna.

D) Solo la II.

Scanned with CamScanner

4. **[1 punto]** Considere los conjuntos $A = \overbrace{\{-5, 1, 8\}}^{n}$ y $B = \overbrace{\{-1, 2, 5\}}^{p}$, sobre los cuales se define las siguientes proposiciones:

A Existe un solo w para todo z

I. $(\exists w \in A)(\forall z \in B)[(w, z) \in H]$, donde $H = \{(1, -1), (1, 2), (8, 5)\}$ ×

II. $(\exists n \in A)(\forall p \in B)[p - n$ es un número negativo$]$

De las proposiciones anteriores, ¿cuál o cuáles son con certeza verdaderas?

A) Ninguna.

B) Solo la I.

C) Solo la II.

D) Ambas.

I)$[(w,z) \in H]$ X

II) $[p-n$ es un número negativo$]$

$-1-8=-9$

$2-8=-6$

$5-8=-3$

5. **[1 punto]** Sean P, Q y Y tres proposiciones lógicas cualesquiera. Considere las siguientes afirmaciones:

I. La proposición $\neg(P \wedge Q) \rightarrow Y$ es equivalente a $(P \wedge Q) \vee Y$. (ID)

II. La proposición $P \vee (P \wedge Q)$ es equivalente a $P \wedge Q$.

Con certeza, ¿cuál o cuáles afirmaciones son verdaderas?

II) $P \vee (P \wedge Q)$ × Absorción

A) Solo la II.

B) Ninguna.

C) Ambas.

D) Solo la I.

6. **[1 punto]** Sean Q, T y X tres proposiciones lógicas cualesquiera. De las premisas:

1. $\neg Q \rightarrow T$ Premisa
2. $X \wedge \neg T$ Premisa

Se puede concluir que:

A) $\neg Q \vee \neg X$

B) $Q \wedge \neg X$

C) $Q \vee \neg X$

D) $\neg Q \wedge \neg X$

de 3. por simp

4) $\neg T$

de 4) y 1) por MT y DN

5) Q

de 5) por adi

6) $Q \vee \neg X$

Scanned with CamScanner

7. **[1 punto]** Sea B y M conjuntos no vacíos. Considere las siguientes proposiciones:

I. Si $\{z\} \in P(M)$, entonces $z \subseteq M$. Conjunto $A \subseteq B = \{x / x \in A \Rightarrow x \in B\}$

X II. Si $X \in P(B)$, entonces $(\forall w)\,[w \in X \to w \in B]$. Partes $P(x) = \{$

¿Cuál o cuáles afirmaciones son con certeza verdaderas?

A) Ambas. X

B) Solo la II. X

C) Solo la I.

D) Ninguna.

II. Respuesta corta. (total de la sección: 3 puntos)

A continuación, se presentan 3 ítems de respuesta corta. Resuelva cada uno de ellos y anote el resultado en la lín indicada. Debe reportar su respueta en la **tabla de respuesta** de la primera página del examen.

8. **[1 punto]** Considere los conjuntos $A = \{-1, \{2\}\}$ y $B = \{\{-1, \{2\}\}\}$. La presentación por extensión del conjun $(A \cup B) - \{-1, 2, \{-1, 2\}\}$, corresponde a: $\{x \in A \lor x \in B\} - \{-1, 2, \{-1, 2\}\}$

9. **[1 punto]** El conjunto: $P(\{\varnothing, -1\})$ expresado por extensión corresponde a: $\{x / x \subseteq \{\varnothing, -1\}\}$

Scanned with CamScanner

10. **[1 punto]** El conjunto que resulta de realizar la operación: $\{9, \{7\}\} \times \{7, 6\}$ corresponde a: ____________

$\{\{9,7\}, \{9,6\}, \{\{7\},7\}, \{\{7\},6\}$

III. Desarrollo. (total de la sección: 16 puntos)

A continuación, se presentan 5 preguntas. Para cada una de ellas resuelva en el espacio en blanco lo solicitado. Justifique cada uno de los paso que lo llevaron a obtener su respuesta.

11. **[4 puntos]** Sean P y Q proposiciones simples. Construya la tabla de verdad para la proposición compuesta $[P \to (Q \wedge \neg P)] \leftrightarrow P$. Determine si la proposición dada es tautología, falacia o eventualidad.

4

P	$\neg P$	Q	$Q \wedge \neg P$	$P \to (Q \wedge \neg P)$	$[P \to (Q \wedge \neg P)] \leftrightarrow P$
V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	F
F	V	F	F	V	F

$\therefore$ La proposición dada es una falacia.

12. **[3 puntos]** Sean A y B conjuntos arbitrarios tal que: $|A| = 19$ y $|B - A| = 6$. Determine la cardinalidad del conjunto $(A \cup B) \times \mathcal{P}(A)$. Justifique.

Producto cartesiano ?
$(a,b)\ \{a \in A \wedge b \in B\}$

$A \cap B\ \{x \in A \wedge x \in B\}$

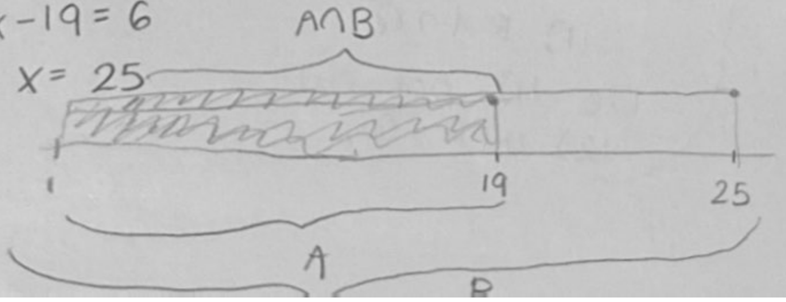
$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
$19 + 25 - 6$
38
$(A \cup B) = 38$

$P(A) = 2^{|A|}$
$= 2^{19}$

$|B - A| = 6$
$|x - 19 = 6$
$x = 25$

$\therefore (A \cup B) \times P(A) = \{38, 2^{19}\}$

no es conjunto



Scanned with CamScanner

13. **[3 puntos]** Sean B y D dos conjuntos definidos sobre un universo $\mathcal{U}$. Use las leyes de conjuntos para simplific completamente el siguiente conjunto:

$$[A \cup \overline{B \cup A}] \cap \overline{B}$$

En cada paso debe justificar indicando la ley de conjunto utilizada.

$\Rightarrow [A \cup \overline{B} \cap \overline{A}] \cap \overline{B}$ (DM)

$\Rightarrow [A \cup (\overline{A} \cap \overline{B})] \cap \overline{B}$ (Conm)

$\Rightarrow [\mathcal{U} \cap \overline{B}] \cap \overline{B}$ (Inverso)

$\Rightarrow \overline{B} \cap \overline{B}$ (Neutro)

$\therefore \overline{B}$ (idempotencia)

14. **[3 puntos]** Considere las proposiciones simples P, Q, R, S y T. Demuestre la validez de $\neg T$ a partir de l siguientes premisas. En cada paso debe indicar la ley de la lógica o la regla de inferencia empleada.

1.	$\neg P \to Q$	Premisa
2.	$\neg(P \vee \neg R)$	Premisa
3.	$S \vee \neg(R \wedge Q)$	Premisa
4.	$T \to \neg S$	Premisa
	$\therefore \neg T$	

$\neg P \equiv \neg q$ MT
$q \to P$

De 12) y 3) por SD
13) S
De 13) y 4) por MT
14) $\neg T$

De 2) por ID
5) $\cancel{\neg(P \to \neg R)}$ $\neg(\neg P \to \neg R)$ $\cancel{\neg(\neg P) \vee Q}$)
De 5) por DN
6) $\neg P \to R$
De 6) y 1) por MT
7) $\neg Q \to \neg R$
De 7) por $\neg$
8) $\neg(Q \to R)$
De 8) por conm
9) $\neg(R \to Q)$
De 9) por ID
10) $\neg(\neg R \vee Q)$
De 10) por DM
11) $R \wedge \neg Q$
De 11) por adi
12) $\neg(R \wedge Q)$

Scanned with CamScanner

15. **[3 puntos]** Sean A, B y C conjuntos cualesquiera. Muestre que:

$$\underbrace{A \times (C - B)}_{\text{hipótesis}} \subseteq \underbrace{A \times \overline{B}}_{\text{probar}}$$

Sea $(x,y) \in A \times (C-B)$

$(x,y) \Rightarrow (x \in A \wedge y \in (C-B))$ por def P.C

$\Rightarrow (x \in A \wedge (y \in C \wedge y \notin B))$ por def dif.

$\Rightarrow x \in A \wedge y \notin B$ por simpl, asoc, conm.

$\Rightarrow x \in A \wedge y \in \overline{B}$

1,0

$\Rightarrow (x,y) \in \underbrace{(\cancel{x \in A \wedge y \notin B})}_{A \times \overline{B}}$ por P.C

$\therefore A \times \overline{B}$ por def P.C y compl.

?