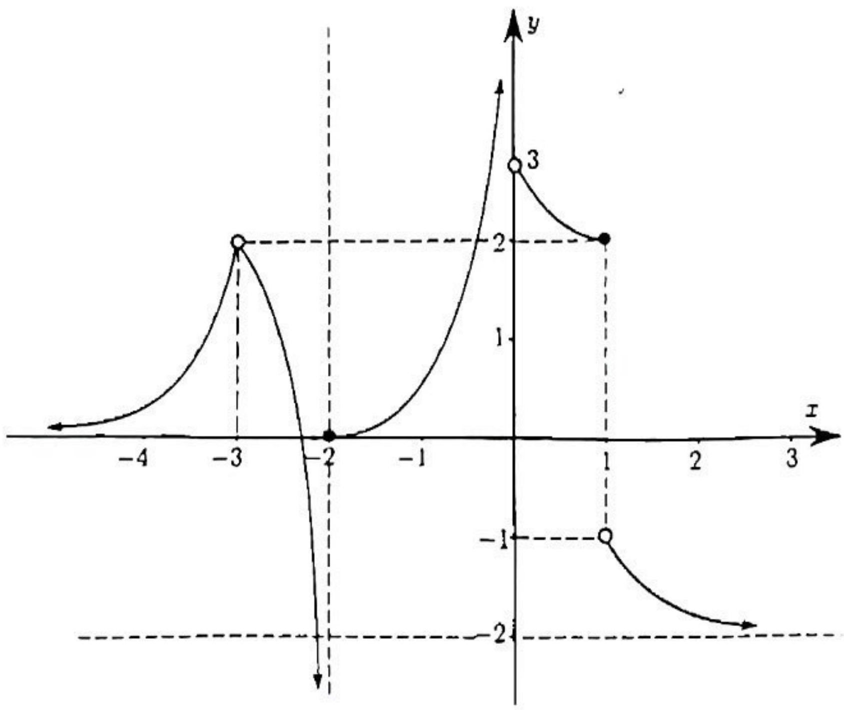
Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Matemática
Escuela de Ciencias Naturales y Exactas
MA1102 Cálculo diferencial e integral

II semestre 2023
Tiempo: 2 horas y 30 min
Puntaje Total: 32 pts

Primer Examen Parcial

Instrucciones: Debe incluir todo el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada y utilice cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se acogerán apelaciones en exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable ni el uso de dispositivos electrónicos con conectividad inalámbrica durante el desarrollo de la prueba.

#1. Considere la gráfica de la función f.



Determine en cada caso la información que se le solicita. **3 Pts**

a) El valor de k para el cual $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = k$

b) El valor de a para el cual $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = -\infty$

c) ¿Existe $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$? Justifique.

d) ¿Existe $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{f(x)-f(-3)}{x+3}$? Justifique.

Continúa en la siguiente página...

#2. Calcule, si existe, el siguiente límite (No utilice la regla de L'Hôpital)

$$\lim_{y\to 2} \frac{y-2}{\sqrt{y-1}+2\sqrt[4]{y-1}-3}$$

Sugerencia: Haga la sustitución $u = \sqrt[4]{y-1}$ **4 Pts**

#3. Calcule, si existen, los siguientes límites (sin utilizar la regla de L'Hôpital)

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)-\sqrt{\cos(2x)}}{x\operatorname{sen}(x)}$ **Sugerencia:** $\cos(2x) = \cos^2(x) - \operatorname{sen}^2(x)$ **4 Pts**

b) $\displaystyle\lim_{u\to 3} \frac{2-|4-2u|}{u^3-27}$ **4 Pts**

c) $\displaystyle\lim_{x\to 3^-} 4^{1/\ln(7-2x)}$ **3 Pts**

d) $\displaystyle\lim_{y\to -\infty} \frac{2y+\sqrt{y^2+1}}{y^2+1}$ **3 Pts**

#4. Determine todos los valores de a, b, c de tal modo que la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2+b & \text{si} \quad x<0 \\ 3b-1 & \text{si} \quad x=0 \\ 2x+c & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

sea continua en $x = 0$. **4 Pts**

#5. Calcule (no simplifique), la primera derivada de la función f definida por: **5 Pts**

$$f(x) = \frac{5^{\sec(1-2x)} - 4\tan^2(x+2)}{\ln(x)}$$

#6. Si F y g son funciones derivables en $\mathbb{R}$ y c una constante, use la **definición de derivada** para verificar que si $F(x) = g(x) + c$, entonces $F'(x) = g'(x)$. **2 Pts**