Instituto Tecnológico de Costa Rica Escuela de Matemática MA 3405 Estadística TIEMPO MÁXIMO: 40 MINUTOS PUNTAJE MÁXIMO: 12 PUNTOS I SEMESTRE 2025

II Prueba Corta

Instrucciones Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz, lapiceros de tinta borrable o que presenten algún tipo de alteración. Puede hacer uso de las fórmulas oficiales de la cátedra únicamente. No se permite el uso de calculadora programable. Se permite el uso discrecional de dispositivos electrónicos para la consulta de la aplicación *Probability Distributions* según las disposiciones comunicadas con anterioridad por la coordinación de la cátedra. Considere, de ser necesario, que las poblaciones son **normales**.

1. Los siguientes datos corresponden a una muestra aleatoria de notas obtenidas en el examen de incorporación a un colegio profesional.

84	52	70	65	97	77	44	89
89	50	48	90	66	86	85	72

a) [3 puntos] Construya un intervalo de confianza del 98 % para la calificación promedio en el examen de incorporación a este colegio profesional.

Solución

Con los datos se obtiene $\bar{x} = 72.75$ y s = 17.09775814. Además, $t_{0.01,15} = -2.60248$.

Con esto
$$72.75 \pm -2.60248 \cdot \frac{17.09775814}{4} \Rightarrow]61.62585658, 83.87414342[$$

 \times \rangle \rtimes

b) [3 puntos] Un periodista determinó, de manera correcta, que un intervalo de confianza para el porcentaje de estudiantes que aprueban el examen corresponde a]0.3764, 0.8736[. ¿Cuál fue el nivel de confianza utilizado por el periodista? Considere que la nota mínima de aprobación es 70.

Solución

De la muestra se sigue que $\hat{p} = \frac{10}{16}$.

Luego, debe suceder que
$$\frac{10}{16}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{10\cdot 6}{16^3}}=0.3764\Rightarrow \alpha/2\approx 0.019987\Rightarrow 1-\alpha=0.960026$$

2. [4 puntos] Un médico afirma que la desviación estándar de los pesos de los niños no llega ser 3 kilogramos. Para analizar esta afirmación se realizó una prueba de hipótesis con 10 niños y se obtuvo que el valor crítico de la prueba es $\sigma_c = 2.04161$. Calcule la potencia de la prueba si el valor de la desviación estándar es realmente de 1.5

Solución

$$H_0: \sigma = 3$$

$$H_1: \sigma < 3 \leftarrow \text{Afirm}.$$

$$\beta = P(H_0|\sigma = 1.5) = P(s > 2.04161|\sigma = 1.5) = P\left(\chi^2 > \frac{9 \cdot 2.04161^2}{1.5^2}\right), v = 9$$

$$\Rightarrow \beta = P(\chi^2 > 16.67268557), v = 9 \approx 0.054095$$

$$\Rightarrow 1 - \beta = \approx 0.945905$$