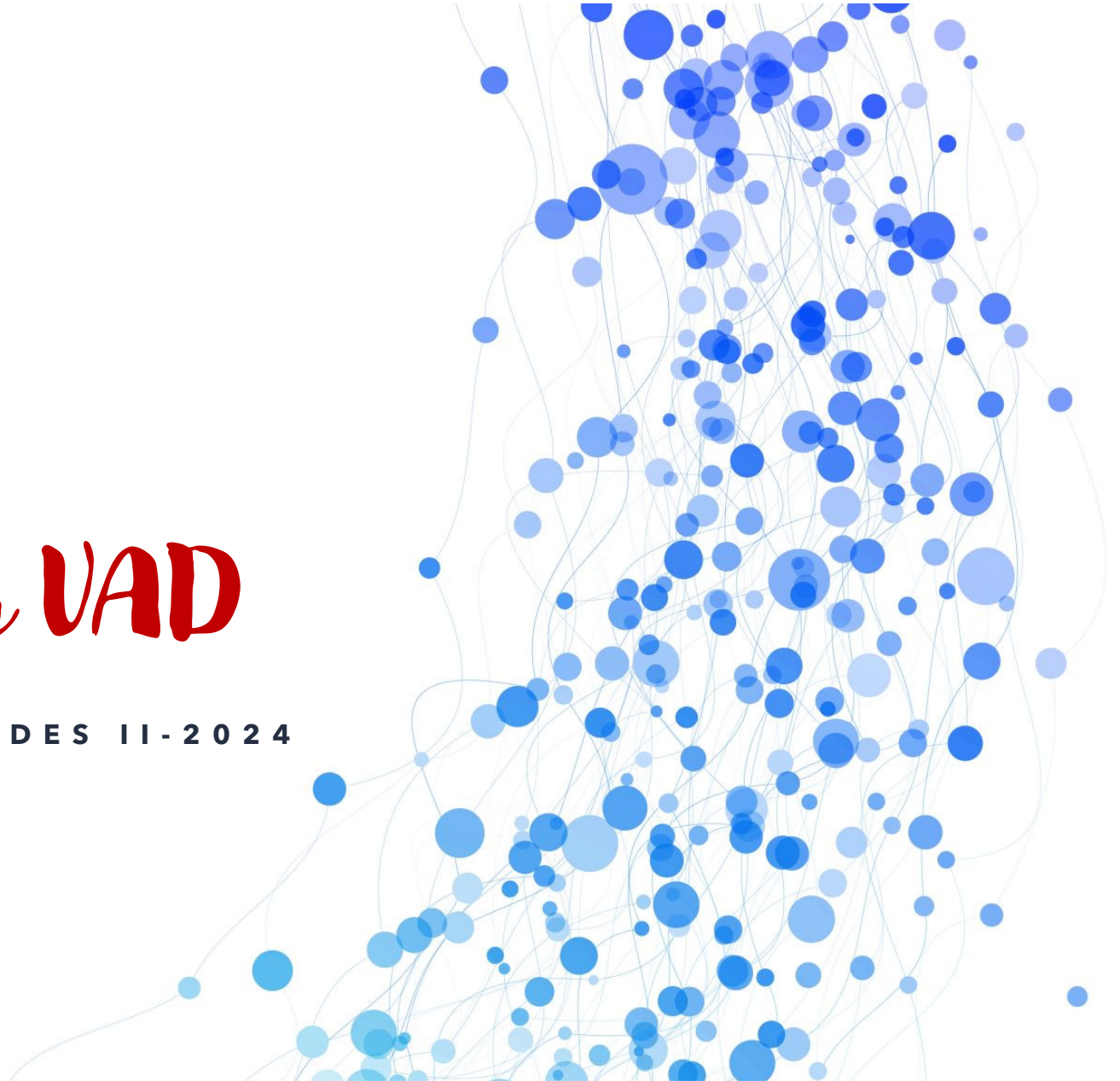


# Práctica VAD

MA 2404 PROBABILIDADES II-2024



A un centro hospitalario llegan 100 personas con síntomas de cierta enfermedad. Por limitaciones de espacio y médicos sólo se pueden evaluar a 30 de ellos al azar. Si en total 25 de los 100 pacientes en realidad tienen dicha enfermedad:

- (a) ¿cuál es el rango y la distribución de probabilidad de la variable aleatoria  $X$  que representa el total de personas con la enfermedad en la muestra?
- (b) ¿cuál es la probabilidad de que en ese día se detecten más de 12 casos de la enfermedad? 0.0068.

La probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado alterado es de  $\frac{2}{3}$ . Un participante en un concurso se considera ganador si al lanzar este dado sucesivamente obtiene un número par hasta después del segundo lanzamiento. De siete participantes que asistirán un día al concurso, ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos de los participantes sean ganadores? 0.177883.

Se ha publicado que la razón de personas que se infectan de una enfermedad en México sigue aproximadamente una distribución de Poisson, con un promedio de 15 personas infectadas por día.

- (a) Determine la probabilidad de que menos de 10 personas sean infectadas mañana en este país. 0.069853.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que se presenten más de 25 personas infectadas por la enfermedad en el siguiente fin de semana (sábado y domingo)? 0.006184.

Un experimento, cuyos resultados son Éxito ( $p$ ) y Fracaso ( $1 - p$ ), se repite varias veces hasta que se dé alguna de las siguientes condiciones:

- se acumulan dos Éxitos.
- hay dos Fracazos consecutivos.

(a) Determine el espacio muestral y la distribución de probabilidad para la variable aleatoria  $X$  que representa el total de repeticiones que se deben hacer para que el experimento termine.

(b) ¿Cuál es la  $E(X)$ , en términos de  $p$ ?

$$p^3 - 4p^2 + 3p + 2$$

Don Luis juega a los tiempos con mucha frecuencia, este sorteo paga 90 por uno, es decir si pega el número que compra ganas 90 colones por cada colón invertido. Cada vez que hay juego apuesta una cantidad fija a cada uno de 30 números distintos. Si él jugó durante 20 sorteos consecutivos, determine la esperanza para el total de ganancias de don Luis.

Un extraño virus se propaga con mucha rapidez en un país. Cuando una persona infectada entra en contacto con una no infectada la probabilidad de contagio es de 0.02. Si un infectado entra en contacto con 100 personas al día, ¿cuál es la probabilidad de que infecte a más de diez personas?

$$0.00001$$



A un centro hospitalario llegan 100 personas con síntomas de influenza porcina. Por limitaciones de espacio y médicos solo pueden ser evaluados a 30 de ellos al azar. Si en total 25 de los 100 pacientes tienen en realidad la influenza. Determine:

- (a) el rango y la distribución de probabilidad de la variable aleatoria  $X$  que representa el total de personas con influenza en la muestra.
- (b) la probabilidad de que ese día se detecten más de 12 casos con influenza. 0.00685

Se ha publicado que la cantidad de personas que se infectan de influenza porcina en el mundo sigue aproximadamente una distribución de Poisson, con un promedio de 45 personas infectadas por día.

- (a) Determine la probabilidad de que menos de 35 personas sean infectadas mañana a nivel mundial. 0.05404
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que se presenten más de 50 personas infectadas por influenza en el siguiente fin de semana (sábado y domingo)?

Determine la varianza de la variable aleatoria  $Y$ , si se sabe que  $Y = \frac{X}{4} - 7$ ,  $E(Y) = -6$  y  $E(X^2) = 17$ .

$\frac{1}{16}$

En un juego se lanzan 3 dados. Sea  $X$  una v.a.d. que corresponde al número de caras en las que se obtienen un 4 o un 5 como resultado.

- (a) Determine la función de distribución de probabilidad  $f_X(x)$ .
- (b) La función de distribución acumulada  $F_X(x)$ .

La probabilidad de ganar un juego es de 0.2. Cada juego cuesta 1 000 colones, y al ganar, se obtienen 4 750 colones.

- (a) De 25 juegos, determine la probabilidad de ganar al menos 10 de ellos. : 0.01733
- (b) ¿Cuánta es la cantidad de dinero que se espera ganar o perder al jugar 25 juegos? : -1250
- (c) ¿Cuál es la probabilidad de que se gane después del quinto intento? : 0.32768
- (d) Juan es muy metódico para jugar. Si el primer juego lo gana en el  $n$ -ésimo intento, entonces juega en total  $3n$  juegos. ¿Cuántas veces se espera que juegue Juan? : 15

Una fábrica de televisores conoce que la probabilidad de que un televisor falle en el primer año es de 0.01. En un año se fabrican 1 000 televisores para un hotel. Determine la probabilidad de que fallen entre 8 y 15 televisores. : 0.73327

Sea  $X$  una variable aleatoria discreta cuya función de distribución de probabilidad es:

$$f(x) = \begin{cases} k \cdot 4^{1-2x} & , \text{ si } x = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & , \text{ en cualquier otro caso} \end{cases}.$$

(a) Determine el valor de la constante  $k$  para que  $f$  sea realmente una función de probabilidad.  $k = \frac{15}{4}$

(b) Determine la función generadora de momentos para la función  $f$ .  $m_X(t) = \frac{15e^t}{16 - e^t}$

(c) Determine  $E(X)$  y  $Var(X)$ .  $\frac{16}{15}$   $\frac{16}{225}$

Sea  $X$  una variable aleatoria binomial con parámetros  $n$  y  $p$ , donde  $n$  es el número de experimentos de Bernoulli y  $p$  la probabilidad de éxito. Demuestre que:

$$P[X = k + 1] = P[X = k] \cdot \frac{p}{1 - p} \cdot \frac{n - k}{k + 1}.$$

Se ha determinado que Lionel Messi mete un gol de tiro libre en partidos oficiales con una probabilidad de  $p = 0.6$ . Calcular el número de tiros libres que debe ejecutar Messi para que obtenga una probabilidad de anotar de al menos el 95%.

4 tiros libres

\* En el banco, cada año escogen a 20 de los mejores concursantes, de los cuales 7 son mujeres y el resto hombres. De ellos se seleccionan al azar 8 para trabajar en San José, y el resto se reparten en otras sucursales. Una auditoría externa ha comenzado un estudio de equidad de género en las oficinas de la capital, y considera que existe una política injusta si de los funcionarios nuevos, a lo sumo la cuarta parte son mujeres; y si ello ocurre durante 3 años consecutivos, realiza una denuncia formal.

- (a) Determine la probabilidad de que en un año, el banco seleccione más de 2 mujeres, de las 8 personas seleccionadas para trabajar en San José.
- (b) Determine la probabilidad de que el banco pueda ser denunciado formalmente al finalizar el tercer año después de haber iniciado sus contrataciones.

0.60836

0.06007