

TAREA 2

Instrucciones:

A continuación, se le presentan seis ejercicios de desarrollo, resuelva cada uno de los ejercicios en grupos de a lo sumo 3 personas. La solución debe de ser correcta, clara y ordenada en un cuaderno de examen o bien en hojas blancas. Posterior a ello, debe de escanear el documento y subir la solución en formato pdf en el Tec Digital en el espacio designado para esto.

Dispone hasta el **Jueves 25 de abril, antes de las 11:45pm** para adjuntar la solución en el Tec Digital, posterior a la fecha y hora no se aceptan soluciones por ningún otro medio. (33 puntos)

1. Si se sabe que

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

entonces:

- (a) Determine una serie de potencia para la función:

$$f(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{x}$$

[4 puntos]

- (b) Determine una aproximación para la integral:

$$\int_0^{1/3} f(x) dx$$

con un error menor o igual a 0.0000001.

[4 puntos]

2. Considere la ecuación

$$x^7 - x^6 - x + 1 = 0$$

Compruebe que la suma de las soluciones complejas de la ecuación anterior, es igual a cero.

[4 puntos]

3. Considere los complejos z_1, z_2 tal que la parte imaginaria de z_1 es positiva. Determine los valores de z_1, z_2 que satisfacen de forma simultánea las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} z_1 \text{ es la raíz cuadrada de } 2i \\ \text{Arg}(\overline{z_1} \cdot z_2) = \frac{3\pi}{4} \\ \left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \sqrt{2} \end{cases}$$

[5 puntos]

4. Resuelva en \mathbb{C} la ecuación

$$z^3 + 2i = -2\sqrt{3}$$

y represente las soluciones en un mismo gráfico complejo.

[4 puntos]

5. Considere las matrices cuadradas del mismo orden A, B, X , con $A - B$ invertible, tales que $XA^T = I + (BX^T)^T$

(a) Use las operaciones con matrices y sus propiedades para despejar X en términos de las matrices I, A y B (no use sistemas de ecuaciones).

[4 puntos]

(b) Utilizando lo que obtuvo en la parte anterior, determine X si

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 5 & -4 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ -1 & 1 & -4 \\ -4 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

[3 puntos]

6. Considere el sistema

$$\begin{cases} x - ay - a^2z & = 1 - a \\ ax + ay + a^2z & = a \\ (a + 1)x + ay + (a + a^2)z & = a + 1 \end{cases}$$

donde $a \in \mathbb{R}$. Determine el o los valores de a para que el sistema anterior:

- (a) Tenga solución única.
- (b) Tenga infinita soluciones
- (c) No tenga soluciones.

se debe de justificar la respuesta en cada caso.

[5 puntos]
