

III Examen parcial

martes 10 de enero del 2023, prof. Juan J. Fallas

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo que debe presentar **todos** los pasos necesarios que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. No se acogerán reclamos en exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. Solo se permite el uso de la calculadora científica no programable y los instrumentos necesarios para escribir, borrar, y regla. No se permite el uso de celular durante el desarrollo de la prueba, manténgalo apagado o en silencio. No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico con conectividad a internet. Durante la prueba no se permite la consulta de ningún tipo de apunte o material.

1. Considere la función polinomial $g(x) = (-x + 2)^5(2x + 1)^2$ y determine:
 - a) [2 puntos] Las intersecciones de la gráfica de g con los ejes coordenados.
 - b) [1 punto] El comportamiento límite de la gráfica de g .
2. [2 puntos] Sea $k \in \mathbb{R}$. Considere el polinomio $P(x) = x^3 - kx^2 + 3x - 1$. Si se sabe que al dividir al polinomio $P(x)$ entre $(x + 2)$ se obtiene residuo -18 , entonces determine el valor de k .
3. [3 puntos] Realice la división $(-3x + 6x^4 + x^2 - 1) \div (3x^2 + 1)$ e indique cuál es el residuo y el cociente de dicha división.

4. [2 puntos] Indique el conjunto de los **posibles** ceros racionales del polinomio

$$P(x) = 8x^5 + 26x^4 + 39x^3 + 34x^2 + 16x + 3$$

Además, **sin evaluar directamente en el polinomio, ni hacer división sintética**, explique si es posible que el valor $x = \frac{3}{5}$ sea cero del polinomio $P(x)$.

5. [4 puntos] Factorice completamente al polinomio $Q(x) = 16 - 8x - 12x^2 + 10x^3 - 2x^4$, si se sabe que $x = 2$ es uno de sus ceros. Puede apoyarse con la calculadora, pero en el proceso debe realizar al menos dos divisiones sintéticas.

6. Considere la función racional $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 4}$ y responda lo siguiente:

- a) [2 puntos] ¿La gráfica de f posee una asíntota oblicua? Si sí, determine su ecuación.
- b) [1 punto] ¿La gráfica de f posee alguna asíntota vertical? Si sí, indique su ecuación y justifique.

7. [3 puntos] Realice la descomposición en fracciones parciales de la siguiente fracción racional

$$h(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 2x - 8}$$