

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Matemáticas

Efesios 4:32

Pruebas de Hipótesis

Bondad de ajuste

TEC | Tecnológico
de Costa Rica



Juan Pablo Prendas
I Semestre 2025

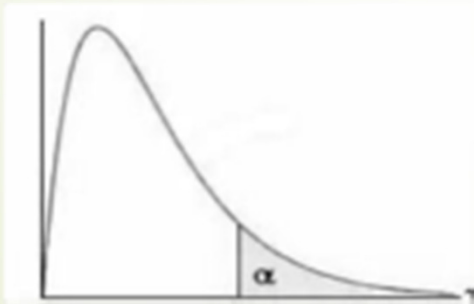
PH: Bondad de ajuste

$H_0 : X$ sigue la distribución f_x $X \sim f_x$

$p_1 = \frac{e_1}{n}, p_2 = \frac{e_2}{n}, \dots, p_k = \frac{e_k}{n}$. p_i es la probabilidad del valor o clase i -ésima y e_i es el valor esperado.

$e_i = np_i$ y si $e_i \geq 5$ para $i = 1, 2, 3, \dots, k$,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} \quad v = k - 1$$



$$\chi_c^2 = \chi_{1-\alpha, k-1}^2$$

valor P es $P(\chi^2 > \chi_{obs}^2)$

$$\chi_{obs}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i}$$

Ejercicios

Con el objetivo de redactar un informe anual del curso de Estadística se registraron las ausencias por semana durante todo el año lectivo (38 semanas).

Ausencias	0	1	2	3	4 o más
Frecuencia	6	9	10	6	7

Con una significancia de 5 %, ¿puede concluirse que el número de ausencias por semana sigue una distribución Poisson $\left(P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}\right)$ con media 1.94? (5 puntos)

H_0 : El número de ausencias por semana se ajustan a una distribución $P(1.94)$

H_1 : El número ausencias por semana no se ajustan a una distribución $P(1.94)$

	0	1	2	3	4 o más
o_i	6	9	10	6	7
e_i	5.461	10.594	10.276	6.645	5.024

Ejercicios

- [5 puntos] Las seis caras de un dado están numeradas del 1 al 6 (como es lo usual). Para estudiar si el dado está equilibrado, se tira 600 veces, dando la siguiente tabla, en la que se resumen las frecuencias observadas de cada cara

Cara	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	95	80	115	105	95	110

¿Hay suficiente evidencia para decidir que el dado está equilibrado?

Examen

[5 puntos] Una variable aleatoria X se define como la estatura en metros de los habitantes adultos de una ciudad costarricense. Para realizar un estudio en esta ciudad se desea determinar si se puede suponer que la variable X sigue una distribución normal con media 1.76 metros y desviación estándar 0.1 metros, por lo que realizó un muestreo y se obtuvieron los siguientes datos

Estatura	Frecuencia
$x < 1.45$	2
$1.45 \leq x < 1.55$	4
$1.55 \leq x < 1.65$	41
$1.65 \leq x < 1.75$	110
$1.75 \leq x < 1.85$	121
$1.85 \leq x < 1.95$	48
$1.95 \leq x$	9

¿Qué puede concluirse sobre la normalidad de la variable aleatoria X con significancia de 8%?

$$\chi_c^2 = 9.836591 \quad \chi_{obs}^2 = 0.4564489476,$$

Examen

[2 puntos] Se afirma que el número de artículos defectuosos en una fábrica en la ciudad de Limón sigue una distribución f . El número X de artículos defectuosos para una muestra de 60 artículos y su frecuencia esperada se muestran a continuación.

X	0	1	2	3	4 o más
Frecuencia esperada	28.32	21.24	7.98	1.98	0.48

Con un nivel de significancia de 5 %, determine el valor de χ_c^2 .

5.991465.

Examen

[5 puntos] A unas fiestas patronales llevaron un juego de ruleta, la cual está dividida en 10 sectores de igual tamaño marcados con colores y cada color tiene asociado un premio. De los 10 sectores hay 4 pintados de color amarillo (A), 3 de color verde (V), 2 de color blanco (B) y uno de color naranja (N). Algunos jugadores se han quejado de que es muy difícil obtener premios que valgan la pena porque seguramente la ruleta está desequilibrada a favor del dueño del juego. Verifique si hay evidencia suficiente para verificar ese posible desequilibrio, a partir de una muestra aleatoria de 300 veces que se ha girado la ruleta, observándose las siguientes frecuencias:

Color	A	V	B	N
Frecuencia observada	100	95	65	40

Examen

[3 puntos] Para una variable aleatoria X se desea determinar si sigue una distribución de probabilidad $f_X(x)$. En la tabla se muestran valores de X y sus valores esperados según f_X .

X	0	1	3	4	5	7
<i>Valores esperados</i>	1.15	3.2	7.8	8.6	3.85	2.4

Si se utiliza una significancia de 5% y se sabe que hubieron 27 observaciones, calcule el valor crítico para la variable χ^2 asociado a esta prueba.

5.991465.

Gracias por su amable atención!

