

**Probabilidades**  
**Reposición**  
**II semestre - 2023**

*Instrucciones:* Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre repuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable. No se permite ningún material adicional a los mencionados, salvo las tablas de distribuciones aprobadas por la Cátedra de Probabilidades. Estas tablas no pueden tener ningún tipo de alteración. No puede intercambiar ningún material durante la aplicación de la prueba.

1. Marcia construye números de 3 dígitos distintos tomados todos del conjunto  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ .
  - a) **[2 puntos]** Determine la cantidad de números que puede formar si no tiene más restricciones.
  - b) **[3 puntos]** ¿Cuántos números puede construir Marcia si deben contener al menos uno de los dígitos 0 o 2?
  - c) **[3 puntos]** Determine la cantidad de números que puede formar si debe incluir el 2 y el 3 en cualquier posición, pero el 2 debe ir a la izquierda del 3.
2. Luis lanza 10 dados idénticos de seis caras sobre una mesa. Si en más de 5 dados obtiene más de 4 puntos, entonces gana esa partida.
  - a) **[3 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de ganar una partida?
  - b) **[3 puntos]** Determine la probabilidad de que en las próximas 8 partidas, Luis gane 3 o más veces.
  - c) **[3 puntos]** Si Luis decide jugar hasta ganar una partida, ¿cuál es la esperanza para el total de veces que Luis **no gana**?
3. **[4 puntos]** Suponga que  $X_1, X_2, \dots, X_{67}$  son variables aleatorias continuas que siguen una distribución normal, con medias  $\mu_{X_1} = 1, \mu_{X_2} = 2, \dots, \mu_{X_{67}} = 67$ , y todas con la misma varianza 3. Se define la variable aleatoria  $T = X_1 + X_2 + \dots + X_{67}$ . Determine el intervalo, centrado en la media, que contenga el 50 % de los valores de  $T$ .

**Continúa en la siguiente página.**

4. Manuel lanza un dado de seis caras sobre una mesa.
- a) **[2 puntos]** Determine la media y la varianza para el total de puntos que Manuel obtiene.
  - b) **[3 puntos]** Determine la probabilidad de que, al lanzar el dado 50 veces, Manuel acumule más de 160 puntos.
  - c) **[5 puntos]** Manuel quiere lanzar el dado 200 veces. Plantee la sumatoria, y luego use alguna aproximación posible para calcular la probabilidad de obtener más de 30 veces una cara con 6 puntos.
5. Las interrupciones no críticas en un sistema de transmisión siguen una distribución de Poisson, con promedio una interrupción por minuto.
- a) **[2 puntos]** Determine la probabilidad de que haya 6 interrupciones en un periodo de 5 minutos.
  - b) **[3 puntos]** Determine la probabilidad de que haya que esperar 5 minutos para que se hayan acumulado 6 interrupciones.
6. **[4 puntos]** Un estudio determinó sobre las causas de estafa en la página de un banco. El 40 % de las personas estafadas no cerraron su sesión correctamente, el 25 % compartieron la clave y el resto tenían una clave fácil de predecir. Además, el 80 % de los que no cerraron la sesión correctamente hace transacciones diarias, al igual que el 70 % de los que compartieron la clave. Suponga que el 30 % de las personas que hacen transacciones diarias tenían una clave fácil de predecir. Si una persona fue estafada porque tenía una clave fácil de predecir, ¿cuál es la probabilidad de que realice transacciones diariamente?

*La Teoría de la Probabilidad, como disciplina matemática, puede y debe ser desarrollada a partir de axiomas, de la misma manera que la Geometría o el Álgebra.*

Andréi Kolmogórov.