

Probabilidades
Reposición
I semestre - 2024

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre repuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable. No se permite ningún material adicional a los mencionados, salvo las tablas de distribuciones que se entregarán en el examen. No puede intercambiar ningún material durante la aplicación de la prueba.

1. En un taller de reparación de computadoras, si Ronny repara una computadora, la probabilidad de que vuelva al taller en el período de garantía de la reparación es de 0.15, mientras que cuando la reparación la hace Fernanda, esta probabilidad es de 0.015.
 - a) [3 puntos] Si Fernanda y Ronny reciben la misma cantidad de computadoras, y hoy se recibió una computadora por motivo de garantía ¿cuál es la probabilidad de haya sido reparada por Ronny?
 - b) [3 puntos] Si el administrador del taller desea que no más del 5 % de las computadoras vuelvan al taller en periodo de garantía, determine qué porcentaje de las computadoras debe entregar a Ronny para que repare y qué porcentaje a Fernanda.
2. Se tienen diez libros y dos cajas. En cada caja se puede almacenar cualquier cantidad de libros. ¿De cuántas maneras se puede hacer la repartición de todos los libros en las dos cajas si
 - a) [2 puntos] los libros se suponen iguales y cada caja tiene una cantidad par de libros?
 - b) [2 puntos] los libros se suponen distintos y cada caja debe tener al menos dos libros?
 - c) [2 puntos] los libros se suponen distintos y se debe dejar un libro por fuera?
3. Sea X una variable aleatoria discreta, con distribución de probabilidad asociada de criterio:
$$f_X(k) = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^k, \text{ con } k = 0, 1, 2, \dots$$
 - a) [2 puntos] Verifique que f_X es distribución de probabilidad.
 - b) [4 puntos] Determine $E(e^{tX})$, donde t es una constante.

Continúa en la siguiente página.

4. Sea Y una variable aleatoria continua, con distribución de probabilidad asociada de criterio:

$$f_Y(x) = \begin{cases} kx^3 & , \text{ con } \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 3 & , \text{ con } 1 \leq x < k \\ 0 & , \text{ en cualquier otro caso} \end{cases}.$$

a) [3 puntos] Determine el valor de k .

b) [5 puntos] Determine $Var(X)$.

5. El número de personas que llaman, por hora, a una radio para participar en una rifa para ganar entradas para el próximo concierto de Timbiriche sigue una distribución de Poisson, con media 6 llamadas por hora.

a) [2 puntos] Determine la probabilidad de que, en tres horas, se reciban menos de 16 llamadas.

b) [4 puntos] Una hora se considera muy buena si se reciben más de 10 llamadas. En las próximas ocho horas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 3 se consideren muy buenas?

c) [2 puntos] Determine la probabilidad de que el tiempo acumulado de las próximas tres llamadas sea inferior a 20 minutos.

6. Para cierta marca de bombillas LED, se recolectó evidencia de que la duración media de su vida útil es de 25 000 horas, con una desviación estándar de 1 000 horas.

a) [3 puntos] Si se compra un paquete de 50 bombillas LED, ¿cuál es la probabilidad de que la vida útil en conjunto sea superior a 1 255 000 horas?

b) [3 puntos] Si en la caja del paquete de 50 bombillas se coloca la oferta: "si en un paquete, la vida útil promedio no supera c horas, la empresa le da un descuento en la próxima compra", ¿cuál es el valor c de forma que el 95 % de los paquetes NO califiquen para la oferta?

La Teoría de la Probabilidad, como disciplina matemática, puede y debe ser desarrollada a partir de axiomas, de la misma manera que la Geometría o el Álgebra.

Andréi Kolmogórov.