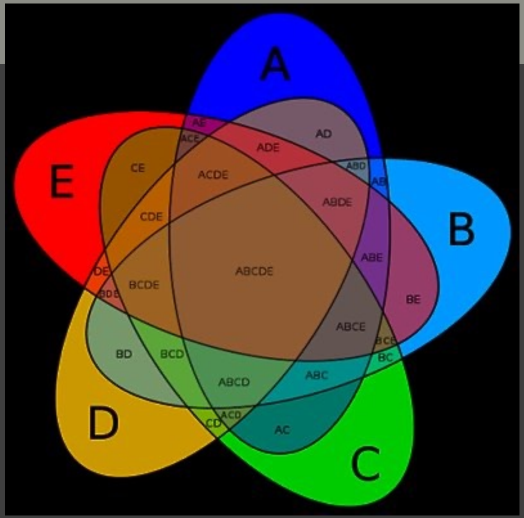
# TEORÍA DE CONJUNTOS




Probabilidades II-24

# Nociones y notaciones

Es usual que los conjuntos se representen por letras mayúsculas $A, B, C, \ldots$ y los elementos por letras minúsculas, $a, b, c \ldots$. Se usa la notación $x \in A$ para indicar que el elemento $x$ pertenece al conjunto $A$, es decir $x$ es uno de los elementos de $A$, y la notación $x \notin A$ para indicar que el elemento $x$ no pertenece al conjunto $A$.

Leer e interpretar!!!!

$$A \subseteq B \equiv \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$$

$$A \nsubseteq B \equiv \exists x(x \in A \wedge x \notin B)$$

$$A = B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

$$A = \emptyset \; si \; \forall x(x \notin A)$$

# Operaciones

Si $A$ y $B$ son conjuntos se define el conjunto unión de $A$ con $B$ por:

$$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}.$$

Si $A$ y $B$ son conjuntos se define el conjunto intersección de $A$ con $B$ por:

$$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}.$$

# Operaciones

Si $A$ y $B$ son conjuntos se define el conjunto diferencia de $A$ con $B$ por:

$$A \setminus B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}.$$

Si $\Omega$ es un conjunto y $A \subset \Omega$ se define el conjunto complemento de $A$ respecto a $\Omega$ por

$$\sim A = \Omega \setminus A.$$

# Propiedades

**Propiedades de la Unión**

- Conmutatividad $A \cup B = B \cup A$.
- Asociatividad $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.
- Identidad $A \cup \emptyset = A$.
- Medio Excluido $\Omega = A \cup \sim A$.
- Otras $A \subseteq A \cup B$.

**Propiedades de la Intersección**

- Conmutatividad $A \cap B = B \cap A$.
- Asociatividad $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.
- Identidad $A \cap \Omega = A$.
- Contradicción $A \cap \sim A = \emptyset$.
- Otras $A \cap B \subseteq A$.

# Propiedades

- Distributividad
  - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
  - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- Leyes de De Morgan
  - $\sim (A \cup B) = \sim A \cap \sim B$.
  - $\sim (A \cap B) = \sim A \cup \sim B$.
- Absorción
  - $A \cup (A \cap B) = A$.
  - $A \cap (A \cup B) = A$.
- Otras
  - $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
  - $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

# Propiedades: Cardinalidad

- Si $A \subseteq B \Rightarrow |A| \leq |B|$
- Si $A \cap B = \emptyset \Rightarrow |A \cup B| = |A| + |B|$
- Si $|A| = n \Rightarrow |P(A)| = 2^n$
- Si $|A| = n, |B| = m \Rightarrow |A \times B| = mn$

# Ejercicios

Dados los conjuntos $A$ y $B$ exprese $A \cup B$ primero como unión de tres conjuntos disjuntos y segundo como unión de dos conjuntos disjuntos.

Sean $A, B, C$ conjuntos cualesquiera. Probar:

- $A \cup (A \cap B) = A$
- $A \cup B = B \cup (A \setminus B)$ y $B \cap (A \setminus B) = \emptyset$

Dada la siguiente lista de relaciones establezca si son verdaderas y dé una explicación al respecto.

- $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus (B \cup C)$ F
- $\overline{(A \cup B)} \cap C = C \setminus C \cap (A \cup B)$ V

- $A \cup (A \cap B) = A$

Doble inclusión

$A \subseteq A \cup (A \cap B) \ldots propiedad$

$x \in A \cup (A \cap B)$
$\rightarrow x \in A \vee x \in A \cap B$
$\rightarrow x \in A \vee (x \in A \wedge x \in B)$
$\rightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B)$
$\rightarrow x \in A$

$A \cup (A \cap B) \subseteq A$

- $A \cup B = B \cup (A \setminus B)$ y $B \cap (A \setminus B) = \emptyset$

Prueba directa

$B \cup (A - B) = B \cup (A \cap \overline{B})$
$= (B \cup A) \cap (B \cup \overline{B})$
$= (A \cup B) \cap \Omega$
$= A \cup B$

$B \cap (A - B) = B \cap (A \cap \overline{B}) = (B \cap A) \cap \overline{B}$
$= A \cap (B \cap \overline{B}) = A \cap \varnothing = \varnothing$

# Ejercicios

Para disfrutar el último partido de la selección nacional, un grupo de estudiantes del TEC organizan una carne asada, a la que llevan pollo, carne de res y carne de cerdo. Indique cuál pudo haber sido es el mayor y el menor número de estudiantes que participaron en la carne asada si se sabe que:

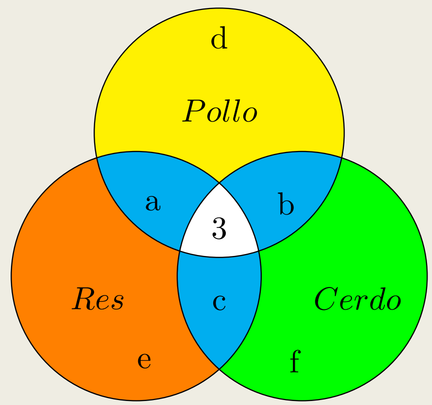
i. cada participante comió al menos de un tipo de carne.

i. 8 de los participantes comieron pollo.

iii. 12 de los participantes comieron carne de res.

iv. 9 de los participantes comieron carne de cerdo.

v. Solo 3 personas comieron los tres tipos de carne.




$$T = a + b + c + d + e + f + 3$$

$T$ es mínimo si $d = e = f = 0$, 13 es la cantidad mínima

$$T = 23 - a - b - c$$

$T$ es máximo si $a = b = c = 0$ a lo sumo asistieron 23

¿Dónde te ubicas?


*Gracias por su atención!*