

## VI Prueba Corta

---

**Instrucciones** Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz, lapiceros de tinta borrrable o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable. No se permite el uso de dispositivos electrónicos con conectividad.

---

1. [5 puntos] Se considera que el tiempo de vida de una pieza de computadora sigue una distribución exponencial. Si se sabe que la probabilidad que esta pieza supere las 100 horas de uso es de 0.9, ¿cuál es el rango teórico de tiempo para el 5 % de las piezas con mayor esperanza de vida?

### Solución

$X$ : tiempo de vida (horas) de una pieza de computadora.  $x \sim \text{Exp}(\lambda)$

$$P(X > 100) = e^{-100\lambda} = 0.9 \Rightarrow \lambda = \frac{-\ln 0.9}{100}$$

$$P(X > t) = e^{t \frac{\ln 0.9}{100}} = 0.9 \frac{t}{100} = 0.05 \Rightarrow t = \frac{100 \cdot \ln 0.05}{\ln 0.9} \approx 2843.315881$$

× } ×

2. [5 puntos] Una batería para un dispositivo electrónico dura por un tiempo Gamma con promedio 2 meses y varianza 2 meses<sup>2</sup>. En un total de 100 de estas baterías determine la probabilidad de que más de 20 duren menos de 30 días.

### Solución

$X$ : duracion de la batería (meses) del dispositivo.  $X \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$

$$\frac{\mu}{\sigma} = \beta = 1 \Rightarrow \alpha = 2$$

$$P(X < 1) = F(1, 2) = 0.2642$$

$Y$ : cantidad de baterías que duran menos de 1 mes de 100.  $Y \sim b(y, 100, 0.2642)$

$$P(Y > 20) = \sum_{y=21}^{100} \binom{100}{y} 0.2642^y 0.7358^{100-y} \approx 0.9130281574$$

⊗ } ⊗

3. [5 puntos] Un futbolista logra dirigir a marco el 70 % de los cobros de tiro libre que ejecuta. Se espera que este futbolista ejecute 25 tiros libres en los partidos de la cuadrangular final del campeonato. Calcule la probabilidad de que más de 10 de estos tiros libres vayan directo al marco. Compare este resultado con la aproximación normal.

### Solución

0.99822, 0.9998

$X$ : cantidad de tiros dirigidos al arco de 25.  $X \sim b(y, 25, 0.7)$

$$P(X > 10) = \sum_{x=11}^{25} \binom{25}{x} 0.7^x 0.3^{25-x} \approx 0.9982215951$$

$P(X > 10) \approx P(X' > 9.5)$ , por Yates con  $X' \sim N(17.5, 5.25)$

$$P(X > 10) \approx P(X' > 9.5) \approx 1 - \Phi\left(\frac{9.5 - 17.5}{\sqrt{5.25}}\right) = 1 - \Phi(-3.49) \approx 1 - 0.000242 = 0.999758$$

⊗ } ⊗