

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Matemática
MA 3405 Estadística I-2025

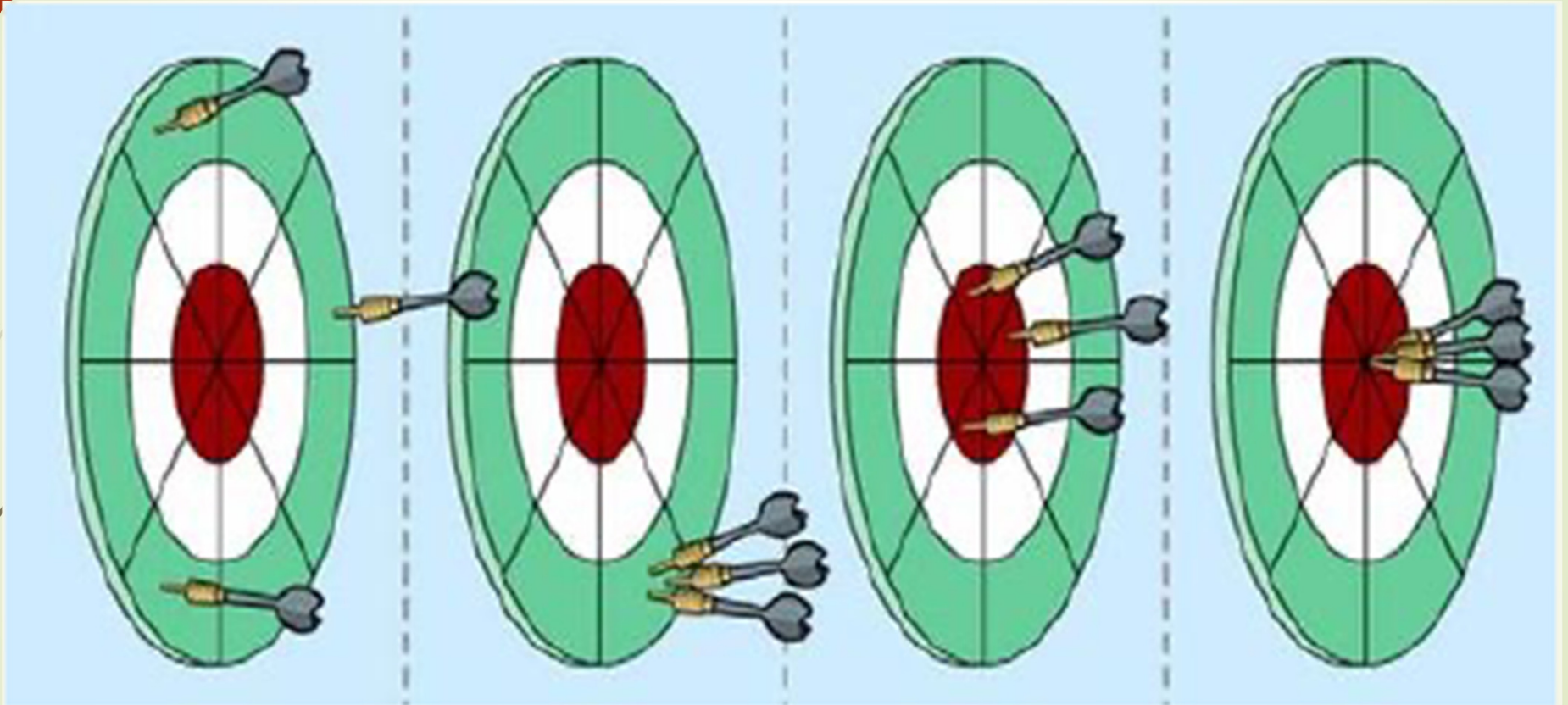
POBLACIÓN



Estimación puntual

TEC | Tecnológico
de Costa Rica

Salmos 91:10



Elenaalemany.com

Estimación Puntual




Estimación Puntual

Parámetro	Estimador	Estimación puntual
μ	\bar{X}	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
σ^2	S^2	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$
σ	S	$s = \sqrt{s^2}$
p	\hat{P}	$\hat{p} = \frac{b}{n}, b \text{ es el número de éxitos en la muestra}$

Estimación de máxima verosimilitud

La función de verosimilitud es la probabilidad de que una muestra aleatoria observada ocurra en función del parámetro desconocido.

Likelihood


$$L(\theta|x) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta)$$

La estimación de máxima verosimilitud consiste en maximizar la función de verosimilitud.

Ejercicios

La distribución de densidad de la variable aleatoria X viene dada por

$$f(x) = \frac{k}{3} \left(\frac{x}{3}\right)^{k-1} \quad \text{para } 0 \leq x \leq 3 \quad \text{y} \quad k \text{ constante.}$$

Dadas las observaciones $x_1 = 0,3$ $x_2 = 0,1$ $x_3 = 0,9$ encuentre la estimación de máxima verosimilitud de k .

$$k = \frac{1}{\ln 10}$$

Considere una muestra aleatoria $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, donde X es una variable aleatoria con distribución de probabilidad $f(x) = \frac{x e^{-\frac{x}{\omega}}}{\omega^2}$ con $x, \omega > 0$. Verifique que el estimador de máxima verosimilitud de ω es $\hat{\omega} = \frac{\bar{X}}{2}$.

(5 puntos)

Ejercicios

Determine el estimador de máxima verosimilitud para el parámetro λ de una variable aleatoria $X \sim P(\lambda)$ en una muestra aleatoria X_1, X_2, \dots, X_n .

Utilice este resultado para encontrar el valor x_5 de modo que $\lambda = 4$, en la muestra $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$, $x_4 = 3$ y x_5 . (8 puntos)

$$\Rightarrow x_5 = 13$$

Se observan $\{1, 3, 2, 2\}$ accidentes en 4 carreteras en una semana. Cuál es el valor esperado de accidentes en una semana?

Ejercicios

Quiz

[6 puntos] Para una variable aleatoria X con distribución exponencial ($Exp(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$) se determinó que la estimación de máxima verosimilitud para el parámetro λ es 5, en la muestra aleatoria $\{0.15, 0.18, 0.17, 0.22, z\}$. Determine el valor muestral z .

EXAMEN

[5 puntos] Una variable aleatoria X tiene una distribución con densidad

$$f(x) = \alpha^3 x^{\alpha^3 - 1}$$

para $0 \leq x \leq 1$, α constante. Dadas las observaciones $x_1 = 0.6$, $x_2 = 0.75$ y $x_3 = 0.88$, determine la estimación de máxima verosimilitud de α .

Gracias por su amable atención...

