

IV Prueba Corta

Instrucciones Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz, lapiceros de tinta borrable o que presenten algún tipo de alteración. Puede hacer uso de las fórmulas oficiales de la cátedra únicamente. No se permite el uso de calculadora programable. Se permite el uso discrecional de dispositivos electrónicos para la consulta de la aplicación *Probability Distributions* según las disposiciones comunicadas con anterioridad por la coordinación de la cátedra. Considere, de ser necesario, que las poblaciones son **normales**.

1. [4 puntos] Se lanza un dado 180 veces y se registran los resultados en la tabla siguiente.

Resultado	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	25	32	28	40	18	37

¿Sugieren estos resultados que el dado es ilegal?

Solución

X : resultado en tirada del dado

$$H_0 : X \sim f_X(x) = \frac{1}{6}$$

$$H_1 : X \approx f_X(x) = \frac{1}{6}$$

R	1	2	3	4	5	6
o	25	32	28	40	18	37
e	30	30	30	30	30	30

$$\chi_{obs}^2 = \frac{5^2 + 2^2 + 2^2 + 10^2 + 12^2 + 7^2}{30} = \frac{163}{15} \approx 10.86666667.$$

$P = P(\chi^2 > 10.86666667)$, $\nu = 5 \approx 0.05409$. Por tanto, los resultados no evidencian que el dado esté cargado de alguna forma. Sin embargo, es importante notar que apenas es posible sostener que el dado no es ilegal (con un nivel de significancia de 6 % o más la conclusión sería otra).

2. [2 puntos] Se quiere realizar una prueba de análisis de varianza (ANOVA) para una variable aleatoria normal X , la cual se divide en 3 categorías según el atributo Y . Para contrastar la hipótesis $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$, se tomó una muestra aleatoria de 18 datos, en la que hubo presencia de todas las categorías y se obtuvo que $f_{obs} = 7.494377$. Según esta información, con un nivel de significancia de 0.1, ¿puede concluirse que los valores promedio en todas las categorías son iguales?

Solución

$f_c = f_{0.9,2,16} = 2.668171 < f_{obs} = 7.494377$. Por tanto, la hipótesis se rechaza. NO puede concluirse que el valor promedio sea igual en todas las categorías con significancia 0.1.

3. [4 puntos] Considere que la variable aleatoria X se agrupa en tres atributos X_1 , X_2 y X_3 . De forma similar Y se agrupa en Y_1 , Y_2 y Y_3 . Para una muestra aleatoria de 100 datos, los valores observados se resumen en la tabla siguiente.

	X_1	X_2	X_3
Y_1	a	10	5
Y_2	10	b	4
Y_3	2	3	c

Además, se dispone de algunos valores esperados para esa misma muestra (se muestran en la tabla siguiente).

	X_1	X_2	X_3
Y_1	14.8	?	?
Y_2	?	6	?
Y_3	?	?	?

Calcule el valor de χ_{obs}^2 para una prueba de independencia de estos atributos.

Solución

Debe suceder que $(a + 12)(a + 15) = 1480 \Rightarrow a = 25$ y $(b + 13)(b + 14) = 600 \Rightarrow b = 11$. Luego, por complemento $c = 30$. La tabla de valores esperados completa es

	X_1	X_2	X_3
Y_1	14.8	9.6	15.6
Y_2	9.25	6	9.75
Y_3	12.95	8.4	13.65

$$\text{Con esto, } \chi_{obs}^2 = \frac{(25 - 14.8)^2}{14.8} + \frac{(10 - 9.6)^2}{9.6} + \frac{(5 - 15.6)^2}{15.6} + \frac{(10 - 9.25)^2}{9.25} + \frac{(11 - 6)^2}{6} + \frac{(4 - 9.75)^2}{9.75} + \frac{(2 - 12.95)^2}{12.95} + \frac{(3 - 8.4)^2}{8.4} + \frac{(30 - 13.65)^2}{13.65} \approx 54.18183843$$