INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
MA 3405 ESTADÍSTICA

TIEMPO MÁXIMO: 40 MINUTOS
PUNTAJE MÁXIMO: 10 PUNTOS
I SEMESTRE 2025

III Prueba Corta

Instrucciones Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz, lapiceros de tinta borrable o que presenten algún tipo de alteración. Puede hacer uso de las fórmulas oficiales de la cátedra únicamente. No se permite el uso de calculadora programable. Se permite el uso discrecional de dispositivos electrónicos para la consulta de la aplicación *Probability Distributions* según las disposiciones comunicadas con anterioridad por la coordinación de la cátedra. Considere, de ser necesario, que las poblaciones son **normales**.

---

1. [**7 puntos**] Dos equipos de fútbol (L y H) tomaron muestras para comparar el tiempo que tiene sus jugadores compitiendo a nivel profesional. Los datos obtenidos se resumen en la tabla.

	n	$\overline{x}$	s
L	15	3.2	2.85
H	21	5.7	1.94

¿Puede concluirse con significancia de 5 % que los jugadores de H superan, en promedio, a los del equipo L en más de 2 años de experiencia competitiva?

Solución

En este ejercicio hay que hacer dos pruebas de hipótesis; una para determinar si las varianzas pueden suponerse iguales y otra para decidir sobre la afirmación.

$H_0 : \dfrac{\sigma_L^2}{\sigma_H^2} = 1$

$H_1 : \dfrac{\sigma_L^2}{\sigma_H^2} > 1$

$f_c = f_{0.95,14,20} = 2.224956$ y $f_{obs} = \dfrac{2.85^2}{1.94^2} \approx 2.1581733026$, por tanto las varianzas sobre el tiempo de experiencia competitiva pueden suponer iguales en los equipos L y H, con significancia de 5 %.

$H_0 : \mu_H - \mu_L = 2$

$H_1 : \mu_H - \mu_L > 2$

$$sp^2 = \frac{14 \cdot 2.85^2 + 20 \cdot 1.94^2}{34} \approx 5.558441176$$

$t_c = t_{0.95,34} = 1.690924$ y $t_{obs} = \dfrac{5.7 - 3.2 - 2}{\sqrt{5.558441176\left(\dfrac{1}{15} + \dfrac{1}{21}\right)}} \approx 0.6273321192$. Los datos no respaldan la afirmación con significancia de 5 %.

2. **[3 puntos]** Considere dos variables aleatorias normales X_1 y X_2, para las cuales $\sigma_1^2 = 4.41$ y $\sigma_2^2 = 12.96$. Si se quiere construir un intervalo de confianza de 90 % para $\mu_{X_1} - \mu_{X_2}$ con un error menor a 0.5 y que además n_2 sea el doble de n_1, determine el valor mínimo de n_1.

   Solución

   $$0.5 = 1.644854\sqrt{\frac{4.41}{n_1} + \frac{12.96}{2n_1}} \Rightarrow n_1 = \frac{2 \cdot 4.41 + 12.96}{2}\left(\frac{1.644854}{0.5}\right)^2 \approx 117.85352631812$$

   El tamaño de la muestra 1 debe ser de al menos 118 elementos.