Práctica para el tercer examen parcial (compilación de exámenes presenciales).

Curso: MA0101 Matemática General.

Enunciados

1. La expresión $\log_3(9)^{a+b}$ es equivalente a

   (A) $3a+b$

   (B) $3a+3b$

   (C) $2a+b$

   (D) $2a+2b$

2. Al realizar la suma de fracciones:
$$\frac{1}{\operatorname{sen}(2\theta)}+\frac{\cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)},$$
   y simplificarla aplicando una identidad trigonométrica apropiada, se obtiene una nueva fracción cuyo **numerador** corresponde a

   (A) $1+2\cos(\theta)$

   (B) $1+2\operatorname{sen}^2(\theta)$

   (C) $1+2\cos^2(\theta)$

   (D) $1+2\operatorname{sen}(\theta)$

3. Considere la función $g:\mathbb{R}\to\,]-\infty,2[$, con criterio $g(x)=2-e^{x+3}$. Si se sabe que g posee inversa, entonces el criterio de g^{-1} corresponde a

   (A) $g^{-1}(x)=\ln(2-x)+3$

   (B) $g^{-1}(x)=\ln(x-2)-3$

   (C) $g^{-1}(x)=\ln(2-x)-3$

   (D) $g^{-1}(x)=\ln(x-2)+3$

4. Considere la función $f:D_f\to\mathbb{R}$, definida en su dominio máximo, con criterio $f(x)=5+\log(x-3)$ se cumple que

   (A) $y=5$ es asíntota horizontal a la gráfica de f

   (B) $x=3$ es asíntota vertical a la gráfica de f

   (C) $y=3$ es asíntota horizontal a la gráfica de f

   (D) $x=5$ es asíntota vertical a la gráfica de f

5. La vida media de una sustancia es el tiempo requerido para que dicha sustancia decaiga desde una cantidad inicial de materia, hasta la mitad. Al considerar una cantidad inicial de 100 mg de cesio-137, se sabe que la cantidad de materia presente luego de t años es:
$$m(t)=100e^{-0{,}0231t},$$
   con m en mg. Entonces, la vida media del cesio-137, aproximadamente en años, corresponde a

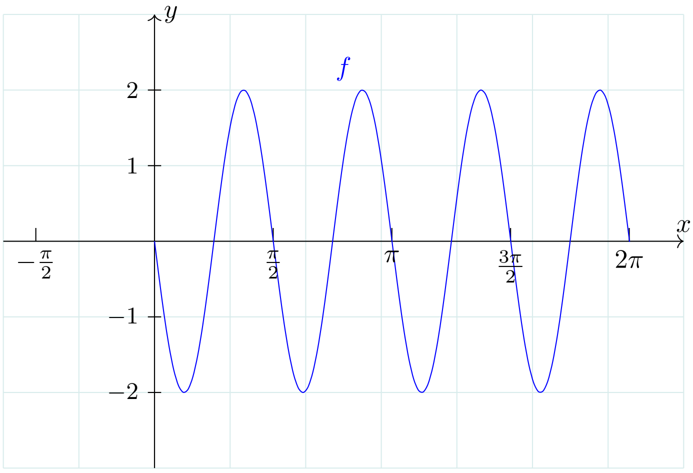
   (A) 30

   (B) 28

   (C) 29

   (D) 32

6. En el siguiente plano cartesiano aparece la gráfica de una función sinusoidal f, como se muestra a continuación:



Tomando en cuenta el periodo de la función, un posible criterio para f corresponde a

(A) $f(x) = \operatorname{sen}\left(4\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

(B) $f(x) = \operatorname{sen}\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

(C) $f(x) = 2\operatorname{sen}\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

(D) $f(x) = 2\operatorname{sen}\left(4\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

7. Si el ángulo θ (en posición estándar o normal) mide $\frac{8\pi}{3}$ radianes, la medida, en radianes, de otro ángulo β coterminal con θ corresponde a

(A) $\frac{23\pi}{3}$

(B) $\frac{17\pi}{3}$

(C) $\frac{20\pi}{3}$

(D) $\frac{5\pi}{3}$

8. Sea α un ángulo en posición normal o estándar, cuyo lado final contiene al punto P de coordenadas $\left(-\frac{6}{7}, \frac{\sqrt{13}}{7}\right)$. Como el punto P está en la circunferencia trigonométrica, entonces $\tan(\alpha)$ es igual a

(A) $-\frac{\sqrt{13}}{7}$

(B) $-\frac{6\sqrt{13}}{13}$

(C) $-\frac{\sqrt{13}}{6}$

(D) $-\frac{7\sqrt{13}}{13}$

9. Si $\operatorname{sen}(t) = \frac{2}{5}$, con $\frac{\pi}{2} < t < \pi$, entonces $\cos(t)$ es igual a

(A) $-\frac{\sqrt{29}}{5}$

(B) $\frac{\sqrt{29}}{5}$

(C) $-\frac{\sqrt{21}}{5}$

(D) $-\frac{\sqrt{21}}{5}$

10. Al aplicar una identidad trigonométrica apropiada y simplificar la expresión:

$$\frac{\operatorname{sen}(x+y) - \cos(x)\cdot\operatorname{sen}(y)}{\cos^2(y)},$$

el **numerador** de la expresión resultante corresponde a

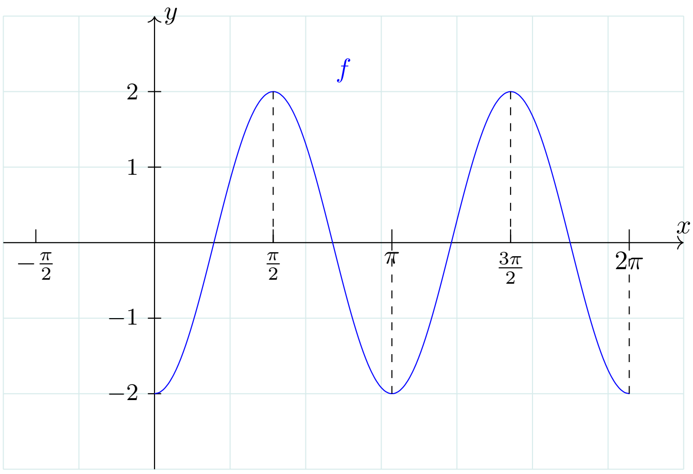
(A) $\cos(x)$

(B) $\operatorname{sen}(x)$

(C) $\operatorname{sen}(y)$

(D) $\cos(y)$

11. En el siguiente plano cartesiano aparece la gráfica de una función sinusoidal f, como se muestra a continuación:



Tomando en cuenta el periodo de la función, un posible criterio para f corresponde a

(A) $f(x) = 2\operatorname{sen}\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

(B) $f(x) = \operatorname{sen}\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

(C) $f(x) = \operatorname{sen}\left(4\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

(D) $f(x) = 2\operatorname{sen}\left(4\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

12. La primera componente de un punto en la circunferencia trigonométrica, ubicado en el IV cuadrante, es $\frac{1}{3}$. El valor de la segunda componente corresponde a

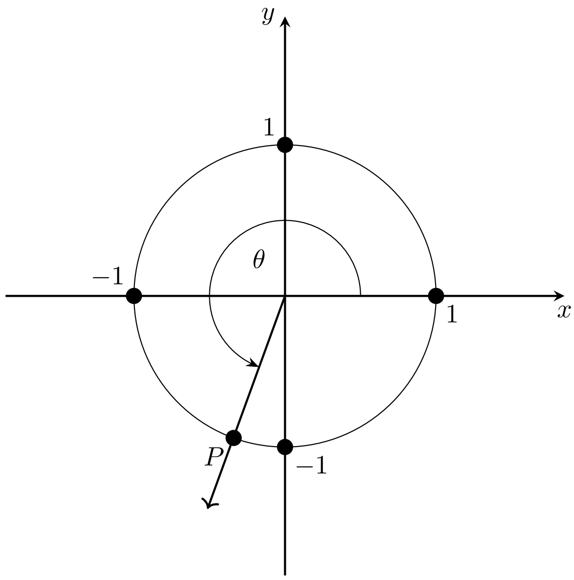
(A) $-\sqrt{\frac{2}{3}}$

(B) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(C) $-\sqrt{\frac{8}{9}}$

(D) $\sqrt{\frac{8}{9}}$

13. Considere la siguiente imagen:



Si $P\left(-\frac{2}{\sqrt{13}}, -\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$, entonces el valor de $\cos^2(\theta)$ corresponde a

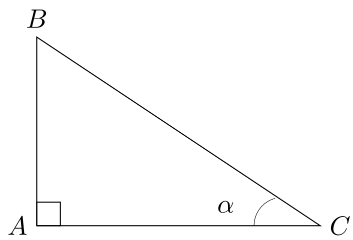
(A) $\frac{9}{13}$

(B) $\frac{4}{13}$

(C) $\frac{2}{13}$

(D) $\frac{3}{13}$

14. Considere el triángulo $\triangle CAB$, recto en A, tal como se muestra en la figura:



Si se sabe que $AB = 2$, $AC = 3$ y $m\angle ABC = \alpha$, entonces se puede asegurar que

(A) $\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{2}{3}$

(B) $\cos(\alpha) = \frac{3}{2}$

(C) $\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{3}{\sqrt{13}}$

(D) $\cos(\alpha) = \frac{3}{\sqrt{13}}$

15. Con una malla de 25 metros se desea cercar un terreno que tenga forma de triángulo y usando la totalidad de la malla. Si P, Q y R son los vértices del terreno triangular, tales que la distancia entre P y Q es de 5 metros, $PR = QR$ y $m\angle PRQ = \theta$, entonces $\cos(\theta)$ corresponde a

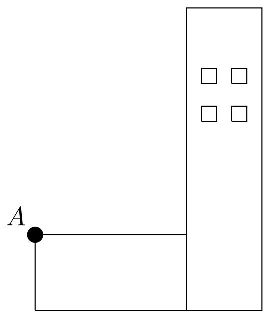
(A) $\frac{7}{8}$

(B) $\frac{7}{4}$

(C) $-\frac{7}{8}$

(D) $-\frac{7}{4}$

16. Desde un punto A ubicado a 2 metros sobre el plano horizontal en que se encuentra la base de un edificio, se observa la parte más alta del edificio, con un ángulo de elevación de 60°.



Si la distancia del punto A al edificio es de 7 metros, la altura del edificio, en metros, corresponde a

(A) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

(B) $\frac{7\sqrt{3}}{3} + 2$

(C) $7\sqrt{3}$

(D) $7\sqrt{3} + 2$

17. Considere las siguientes afirmaciones de la función definida en su dominio máximo, con criterio $f(x) = \arctan(x)$:

I. La gráfica de f es estrictamente decreciente.

II. El dominio máximo de f es $[-1, 1]$.

III. El ámbito o rango de f es $[0, \pi]$.

Con base en las afirmaciones anteriores, se puede asegurar que son **verdaderas**

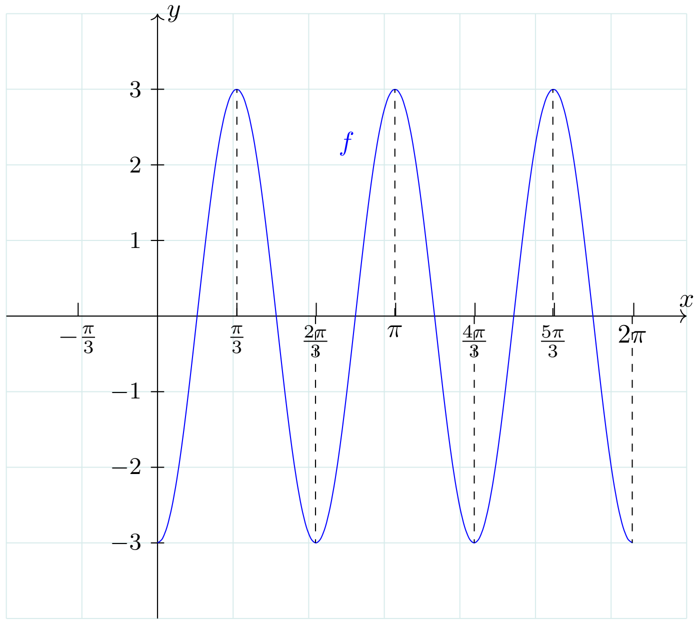
(A) ninguna

(B) la I solamente

(C) la II solamente

(D) la III solamente

18. En el siguiente plano cartesiano aparece la gráfica de una función cosenoidal f, como se muestra a continuación:



Con certeza, se puede asegurar que la amplitud A y el periodo P de la gráfica de la función f corresponden a

(A) $A = 6$ y $P = \dfrac{2\pi}{3}$

(B) $A = 6$ y $P = \dfrac{\pi}{3}$

(C) $A = 3$ y $P = \dfrac{2\pi}{3}$

(D) $A = 3$ y $P = \dfrac{\pi}{3}$

19. Considere la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = 9^x - 3 \cdot 3^x + 2$. Determine los puntos de intersección con el eje x de la gráfica de la función f.

20. Resuelva, en $\mathbb{R}$, las siguientes ecuaciones:

(a) $\log_3(x+1) + \log_3(x+9) = 2$

(b) $\cos(x) \cdot [2\cos(x) + 1] = 0$

21. Dos personas salen simultáneamente desde un mismo punto, con rutas aproximadamente rectilíneas y sobre un terreno plano, que forman un ángulo de 50° entre ellas. Si al transcurrir una hora la primera persona ha recorrido 5 km y entre ellas hay una distancia de 12 km, ¿qué distancia aproximada ha recorrido la segunda persona?

22. Un cultivo empieza con 8 600 bacterias, y después de una hora la cantidad de bacterias es 10 000.

(a) Determine un modelo exponencial $n(t) = n_0 \cdot e^{rt}$, para el número de bacterias en el cultivo después de t horas.

(b) ¿Después de cuántas horas se duplicará el número inicial de bacterias?

23. Verifique la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{1}{1-\operatorname{sen}(\theta)} - \frac{1}{1+\operatorname{sen}(\theta)} = \frac{2\tan(\theta)}{\cos(\theta)}\ .$$

24. Determine el conjunto solución de la ecuación:

$$2 \cdot \operatorname{sen}(x) \cdot \tan(x) - \tan(x) = 0 \ , x \in [0, 2\pi[\ .$$

25. Considere la función $h : D_h \to \mathbb{R}$, con $h(x) = 1 - \log_2(x+4)$.

   (a) Determine el conjunto D_h, correspondiente al dominio máximo de h.

   (b) Sabiendo que h es biyectiva, determine el criterio de h^{-1}.

   (c) Determine los puntos de intersección de h con los ejes coordenados.

   (d) Trace la gráfica de h (debe graficar la asíntota).