Ana Isabel Loera Gil Matricula: 1960117

Investigación de operaciones

Problema 4

Cuatro personas (Amy, Jim, John y Kelly) desean cruzar un rio utilizando una canoa que solo puede llevar a dos personas a la vez. Amy puede remar en 1 minuto, Jim en 2 minutos, John en 5 minutos y Kelly en 10 minutos. Si dos personas cruzan juntas, el tiempo está determinado por la persona más lenta. Determine el menor tiempo necesario para que las cuatro personas crucen el rio.

Parámetros

$$t_i = tiempos\ individuales\ para\ cruzar\ el\ río$$

$$t_1 = 1\ minuto\ Amy$$

$$t_2 = 2\ minutos\ Jim$$

$$t_3 = 5\ minutos\ John$$

$$t_4 = 10\ minutos\ Kelly$$

$$C = 2\ capacidad\ máxima\ de\ la\ canoa$$

Variables de decisión

$$x_{ij} = Variable\ binaria\ que\ indica\ si\ las\ personas\ i\ y\ j\ cruzan\ juntas\ el\ río\ (con\ i, j \in \{Amy, Jim, John, Kelly\}\ y\ i \neq j$$

$$r_i = indica\ si\ la\ persona\ i\ regresa\ sola\ con\ la\ canoa\ después\ de\ un\ cruce\ (0\ o\ 1)$$

$$t_{ij} = tiempo\ de\ toma\ el\ cruce\ de\ i\ y\ j\ (determinado\ por\ la\ persona\ mas\ lenta)$$

$$t_i = tiempo\ de\ toma\ el\ regreso\ de\ la\ persona\ i$$

Función objetivo

$$\min T = \sum_{i,j} t_{ij} * x_{ij} + \sum_i t_i * r_i$$

Restricciones

Todos deben cruzar el río

$$\sum_{j \neq i} x_{ij} \geq 1 \forall \in \{Amy, Jim, John, kelly\}$$

La canoa solo puede llevar dos personas a la vez en un cruce

$$x_{ij} \leq 1 \forall i, j \ tal \ que \ i \neq j$$

El tiempo de cada cruce está determinado por la persona más lenta

$$t_{ij} = \max \left(tiempo_i, tiempo_j \right)$$

La canoa debe regresar después de cada cruce

$$\sum_i r_i = numero \ de \ regresos \ necesarios$$

<u>Valores óptimos</u>

Cruce 1: Amy (1 min) y Jim (2 min) cruzan juntos → Tiempo = 2 min (Jim es el más lento).

Regreso 1: Amy regresa sola → Tiempo = 1 min.

Cruce 2: John (5 min) y Kelly (10 min) cruzan juntos → Tiempo = 10 min (Kelly es la más lenta).

Regreso 2: Jim regresa solo → Tiempo = 2 min.

Cruce Final: Amy (1 min) y Jim (2 min) cruzan juntos → Tiempo = 2 min.

Suma total: 2+1+10+2+2=17minutos.

Todos cruzan el rio al menos una vez

La canoa nunca llevo más de dos personas

Solo una persona regresó después de cada cruce

Problema 5

En un juego de beisbol, Jim es el lanzador y Joe es el bateador. Jim puede lanzar una bola rápida o una curva al azar. Joe predice el tipo de lanzamiento con diferentes promedios de bateo según la combinación.

(a) Defina las alternativas para este caso.

<u>Parámetros</u>

Tipos de lanzamientos de Jim: bola rápida o curva, Promedios de bateo de Joe, Resultados del juego.

Variables de decisión

$Probabilidad\ de\ lanzar\ bola\ rápida\ o\ curva\ (Jim)$: Sea p la probabilidad de Jim de lanzar una bola rápida, y 1−p la probabilidad de lanzar una curva.

$Probabilidad\ de\ predecir\ bola\ rápida\ o\ curva\ (Joe)$: Sea q la probabilidad de Joe de predecir una bola rápida, y 1−q la probabilidad de predecir una curva.

Función objetivo

Supongamos que el problema está modelado como un juego de suma cero, donde la matriz de pagos representa los promedios de bateo de Joe. Denotemos la matriz de pagos como:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$a_{ij}\ representael\ promedio\ de\ bateo\ de\ Joe\ si\ Jim\ elige\ la\ estrategia$$

$$i\ (1{:}\ bola\ rápida, 2{:}\ curva)$$

$$y\ Joe\ elige\ la\ estrategia\ j\ (1{:}\ predecir\ bola\ rápida, 2{:}\ predecir\ curva).$$

La función objetivo de Jim (minimizar el promedio de bateo de Joe) se calcula como el valor esperado del rendimiento de Joe:

$$\min f_{jim}(p,q) = pqa_{11} + p(1-q)a_{12} + (1-p)qa_{21} + (1-p)(1-q)a_{22}$$

La función objetivo de Joe (maximizar su promedio de bateo) es exactamente la misma fórmula, pero con signo opuesto porque es un juego de suma cero:

$$\max f_{joe} = -f_{jim}$$

Restricciones

$$0 \le p \le 1{:}\ Jim\ debe\ elegir\ una\ combinación\ probabilística\ válida$$

$$0 \le q \le 1{:}\ Joe\ debe\ elegir\ una\ combinación\ probabilística\ válida$$

(b) Determine la función objetivo para el problema y explique cómo difiere de la optimización común (maximización o minimización) de un criterio.

En problemas de optimización comunes, se busca maximizar (o minimizar) una función objetivo única para alcanzar el mejor resultado posible.

En este caso, se busca encontrar un punto de equilibrio, donde ambos jugadores adopten estrategias que les garanticen el mejor resultado posible dado lo que hace el oponente. Este tipo de optimización se enfoca en decisiones interdependientes, no individuales.