Ana Isabel Loera Gil Matricula: 1960117

Investigación de operaciones

Problema 6

Durante la construcción de una casa, se deben recortar seis viguetas de 24 pies cada una a la longitud correcta de 23 pies. La operación de recortar una vigueta implica la siguiente secuencia:

Operación	Tiempo (segundos)
1. Colocar la vigueta en caballetes de aserrar	15
2. Medir la longitud correcta (23 pies)	5
3. Marcar la línea de corte para la sierra circular	5
4. Recortar la vigueta a la longitud correcta	20
5. Apilar las viguetas recortadas en un área designada	20

Intervienen tres personas: Dos deben realizar al mismo tiempo las operaciones 1, 2 y 5, y un cortador se ocupa de las operaciones 3 y 4. Hay dos pares de caballetes de aserrar donde se colocan las viguetas sin recortar, y cada par puede manejar tres viguetas. Sugiera un buen plan para recortar las seis viguetas.

Parámetros

n=6 (número total de viguetas a recortar), t1=15 seg (Tiempo para colocar una vigueta en los caballetes, t2=5 seg (tiempo para medir la longitud correcta), t3=5 seg (tiempo para marcar la línea de corte), t4=20 seg (tiempo para recortar la vigueta), t5=20 seg (tiempo para aplicar las viguetas recortadas), número de trabajadores, par de caballetes

Variables de decisión

$$x_{ij} = si\ la\ vigueta\ i\ se\ coloca\ en\ el\ par\ de\ caballetes\ j, 0\ en\ caso\ contrario\ (i = 1, \dots, 6; j = 1,2)$$

$$S_i = Tiempo\ en\ el\ que\ la\ operación\ de\ corte\ inicia\ para\ la\ vigueta\ i$$

$$C_i = Tiempo\ en\ el\ que\ la\ vigueta\ i\ esta\ completamente\ procesada$$

Función objetivo

$$\min T_{total}$$

Donde:

$$T_{total} = \max(C_i), \forall i \in \{1, \dots, 6\}$$

Restricciones

Capacidad de los caballetes

$$\sum_{i \in S_k} x_i \leq 3, \quad \forall k \in \{1, 2\}$$

Donde

$$x_i = 1 \; si \; la \; vigueta \; i \; esta \; en \; el \; par \; de \; caballetes \; k$$

$$S_k \; es \; el \; conjunto \; de \; viguetas \; procesadas \; en \; el \; par \; de \; caballetes \; k$$

Restricción de Trabajadores en Operaciones 1, 2 y 5

$$\sum_{i \in W_t} y_i \leq 2, \quad \forall t$$

Donde

$$y_i = 1 \; si \; la \; vigueta \; i \; esta \; siendo \; trabajda \; en \; el \; tiempo \; t$$

$$W_t \; es \; el \; conjunto \; de \; viguetas \; en \; proceso \; en \; tiempo \; t$$

Restricción de Secuencia entre Operaciones

Cada operación debe comenzar después de que termine la anterior en la misma vigueta

$$T_i^2 \geq T_i^1 + d_1$$

$$T_i^3 \geq T_i^2 + d_2$$

$$T_i^4 \geq T_i^3 + d_3$$

$$T_i^5 \geq T_i^4 + d_4$$

$$C_i \geq T_i^5 + d_5$$

Restricción de Apilado

$$T_i^5 \geq T_i^4 + d_4$$

No puede haber más de 2 viguetas siendo apiladas simultáneamente

$$\sum_{i \in A_t} z_i \leq 2, \quad \forall t$$

Donde

$z_i = 1$ si la vigueta i está siendo apilada en el tiempo t.

A_t es el conjunto de viguetas en proceso de apilado en tiempo t.

Solución

Dos trabajadores (T1 y T2) hacen colocación (15s) y medición (5s) en paralelo.

Un cortador realiza marcado (5s) y corte (20s) en secuencia.

Luego, los trabajadores apilan (20s) la vigueta.

El primer lote de tres viguetas termina en:

15+5+5+20+20=65 segundos

El segundo lote de tres viguetas inicia después de que el primer lote libera los caballetes, es decir, tras 65 segundos.

Como hay dos lotes, el tiempo total óptimo es:

65+65=130 segundos

Problema 7

Se construye una pirámide bidimensional con cuatro capas. La capa inferior tiene 4 puntos, la siguiente 3 puntos, luego 2, y la última capa tiene un solo punto. Invierta la pirámide para que la capa inferior tenga 1 punto y la superior 4, cambiando la posición de los puntos.

Determine el número mínimo de movimientos necesarios para invertir la pirámide.

<u>Parámetros</u>

Estructura inicial de la pirámide (capas), estructura final deseada

<u>Variables de decisión</u>

$$x_{ij} = numero\ de\ puntos\ que\ se\ mueven\ de\ la\ capa\ i\ en\ la\ estructura\ inical\ a\ la$$
$$capa\ j\ estructura\ final\ donde\ i,j \in \{1,2,3,4\}$$

<u>Función objetivo</u>

$$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} x_{ij}$$

<u>Restricciones</u>

Conservación de los puntos en cada capa inicial

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = P_i^{inicial}\ \forall i \in \{1,2,3,4\}$$

Conservación de los puntos en cada capa final

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = P_i^{final}\ \forall i \in \{1,2,3,4\}$$

$$x_{ij} \geq 0\ \forall i,j \in \{1,2,3,4\}$$

Solución optima

Número mínimo de movimientos=10

Problema 8

Tiene cuatro cadenas de tres eslabones cada una y desea conectarlas para formar un brazalete. Romper un eslabón cuesta 2 centavos, y soldarlo nuevamente cuesta 3 centavos. (a) Identifique dos soluciones factibles y evalúelas. (b) Determine el costo mínimo para hacer el brazalete.

Parámetros

Costo de romper un eslabón, costo de soldar un eslabón, número de cadenas iniciales, número de eslabones por cadena

Variables de decisión

$$x_i = representa\ si\ es\ el\ eslabón\ es\ roto\ x_i = 1\ o\ no\ x_i = 0$$

$$y_j = representa\ si\ se\ realiza\ una\ soldadura\ en\ la\ posicion\ \ y_j = 1\ o\ no\ y_j = 0$$

Función objetivo

$$\min z = 2\sum_{i=1}^{n} x_i + 3\sum_{j=1}^{m} y_j$$

Donde:

- n: número total de eslabones (12 en este caso).
- m: número máximo de soldaduras posibles.

Restricciones

Unir todas las cadenas en un solo brazalete

$$\sum_{j=1}^{m} y_j \geq k - 1$$

Relación entre eslabones rotos y soldaduras realizadas

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{j=1}^{m} y_j$$

$$x_i, y_j \in \{0,1\}, \forall i, j$$

Solución 1

Romper un eslabón en cada una de las primeras tres cadenas.

Soldar los eslabones rotos para conectar cada cadena a la siguiente.

Costo:

Costo de romper 3 eslabones=$3\times2=6$centavos.

Costo de soldar 3 eslabones=$3\times3=9$centavos.

Costo total: $6+9=15$centavos.

Solución 2

Romper un eslabón en cada cadena (4 rupturas).

Usar los 4 eslabones rotos para soldar cada cadena con la siguiente y cerrar el brazalete.

Costo:

Costo de romper 4 eslabones=$4\times2=8$centavos.

Costo de soldar 4 eslabones=$4\times3=12$centavos.

Costo total: $8+12=20$centavos.

Solución óptima

La Estrategia 1 es la solución óptima, ya que minimiza el costo total.

Número de rupturas: 3.

Número de soldaduras: 3.

Costo mínimo total: 15 centavos.

Problema 9

Considere una tabla rectangular de 11 filas y 9 columnas, con cuadros numerados del 1 al 99. Cada cuadro tiene una recompensa oculta entre 0 y 20 dólares. Un jugador elige un número, y su recompensa se determina restando la suma de los dígitos del número elegido al número mismo. Diseñe una asignación de valores a los cuadros que minimice las recompensas, asegurándose de no asignar $0 a todos los cuadros

<u>Parámetros</u>

Dimensiones de la tabla, recompensa de un cuadro, recompensas posibles

<u>Variables de decisión</u>

$$x_k: valor\ asignado\ al\ cuadro\ k\ donde\ k\ \in \{1,2,\ldots,99\}$$

<u>Función objetivo</u>

$$\min z = \sum_{k=1}^{99} x_k$$

<u>Restricciones</u>

Calculo de recompensa

$$x_k = k - S(k), \forall k \in \{1,2,\ldots,99\}$$

Recompensa mínima

$$\sum_{k=1}^{99} 1\,(x_k > 0) \geq 1$$

Donde $1(x_k > 0) \geq 1$ es una variable indicadora que toma el valor de 1 si $x_k > 0$ y 0 en caso contrario

Restricción de dominio

$$0 \leq x_k \geq 20, \forall k$$