$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

Método del pivote

$$= a\begin{bmatrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{bmatrix} - b\begin{bmatrix} e & g & h \\ i & k & l \\ m & o & p \end{bmatrix} + c\begin{bmatrix} e & f & h \\ i & j & l \\ m & n & p \end{bmatrix} - d\begin{bmatrix} e & f & g \\ i & j & k \\ m & n & o \end{bmatrix}$$

$$= a\left(f\begin{bmatrix} k & l \\ o & p \end{bmatrix} - g\begin{bmatrix} j & l \\ n & p \end{bmatrix} + h\begin{bmatrix} j & k \\ n & o \end{bmatrix}\right) - b\left(e\begin{bmatrix} k & l \\ o & p \end{bmatrix} - g\begin{bmatrix} i & l \\ m & p \end{bmatrix} + h\begin{bmatrix} i & k \\ m & o \end{bmatrix}\right)$$
$$+ c\left(e\begin{bmatrix} j & l \\ n & p \end{bmatrix} - f\begin{bmatrix} i & l \\ m & p \end{bmatrix} + h\begin{bmatrix} i & j \\ m & n \end{bmatrix}\right) - d\left(e\begin{bmatrix} j & k \\ n & o \end{bmatrix} - f\begin{bmatrix} i & k \\ m & o \end{bmatrix} + g\begin{bmatrix} i & j \\ m & n \end{bmatrix}\right)$$

$$= a(fkp - flo - gjp + gln + hjo - hkn) - b(ekp - elo - gip + glm + hio - hkm)$$
$$+ c(ejp - eln - fip + flm + hin - hjm) - d(ejo - ekn - fio + fkm + gin$$
$$- gjm)$$

$$= afkp - aflo - agjp + agln + ahjo - ahkn - bekp + belo + bgip - bglm - bhio + bhkm$$
$$+ cejp - celn - cfip + cflm + chin - chjm - dejo + dekn + dfio - dfkm$$
$$- dgin + dgjm$$

$$= afkp + agln + ahjo - ahkn - aflo - agjp + belo + bgip + bhkm - bekp - bglm - bhio$$
$$+ cejp + cflm + chin - celn - cfip - chjm + dekn + dfio + dgjm - dejo$$
$$- dfkm - dgin$$

Método de la lluvia

1. ¿Es posible aplicar el método de la lluvia para una matriz 4x4?

No es posible aplicar el método de la lluvia a una matriz 4x4 de forma directa, ya que no se pueden definir productos diagonales de forma equivalente

2. Método alternativo para calcular el determinante

Se aplica el método de pivoteo para reducir la matriz 4×4 submátrices 3×3. Luego, se usa la expansión por cofactores, eliminando una fila y columna para obtener menores 3×3. Una vez obtenidas estas submátrices, se aplica el método de la lluvia para calcular sus determinantes. Finalmente, se combinan los determinantes de las submátrices multiplicados por el coeficiente de la expansión de cofactores.

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

$$= a\begin{bmatrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{bmatrix} - b\begin{bmatrix} e & g & h \\ i & k & l \\ m & o & p \end{bmatrix} + c\begin{bmatrix} e & f & h \\ i & j & l \\ m & n & p \end{bmatrix} - d\begin{bmatrix} e & f & g \\ i & j & k \\ m & n & o \end{bmatrix}$$

$$= a\begin{bmatrix} f & g & h & f & g \\ j & k & l & j & k \\ n & o & p & n & o \end{bmatrix} - b\begin{bmatrix} e & g & h & e & g \\ i & k & l & i & k \\ m & o & p & m & o \end{bmatrix} + c\begin{bmatrix} e & f & h & e & f \\ i & j & l & i & j \\ m & n & p & m & n \end{bmatrix} - d\begin{bmatrix} e & f & g & e & f \\ i & j & k & i & j \\ m & n & o & m & n \end{bmatrix}$$

$$= a(fkp + gln + hjo - hkn - flo - gpj) - b(ekp + glm + hio - hkm - elo - gip) + c(ejp + flm + hin - hjm - eln - fip) - d(ejo + fkm + gin - gjm - ekn - fio)$$

$$= afkp + agln + ahjo - ahkn - aflo - agpj - bekp - bglm - bhio + bhkm + belo + bgip + cejp + cflm + chin - chjm - celn - cfip - dejo - dfkm - dgin + dgjm + dekn + dfio$$

$$= afkp + agln + ahjo - ahkn - aflo - agpj + bhkm + belo + bgip - bekp - bglm - bhio + cejp + cflm + chin - chjm - celn - cfip + dgjm + dekn + dfio - dejo - dfkm - dgin$$

Comprobación

Método de pivote Método de la lluvia

$$afkp + agln + ahjo - ahkn - aflo - agjp + belo + bgip + bhkm - bekp - bglm - bhio + cejp + cflm + chin - celn - cfip - chjm + dekn + dfio + dgjm - dejo - dfkm - dgin = afkp + agln + ahjo - ahkn - aflo - agpj + bhkm + belo + bgip - bekp - bglm - bhio + cejp + cflm + chin - chjm - celn - cfip + dgjm + dekn + dfio - dejo - dfkm - dgin$$

$\therefore$ *Con ello se demuestra que utilizar el método del pivote y la lluvia es lo mismo para mátrices de* $3x3$