

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ВОДОНАСЫЩЕННОСТЬ ВБЛИЗИ СКВАЖИН

О. Б. Бочаров, И. Г. Телегин

(Институт водных и экологических проблем СО РАН, Новосибирск;
Тюменский государственный нефтегазовый университет)

*Ключевые слова: водонасыщенность, нефтеотдача, нефтяной пласт,
модели фильтрации, капиллярное запирание*

Key word: water saturation, oil recovery, oil stratum, flow models, capillary locking-up

При математическом моделировании разработки нефтяных месторождений, как правило [1], используется модель двухфазной фильтрации Баклея-Лeverетта (БЛ - модель). В этой модели не учитываются процессы, происходящие в нефтяном пласте, в частности, пренебрегается влияние капиллярных сил. В БЛ – модели краевые условия для водонасыщенности $s(x,t)$ на нагнетательных и добывающих скважинах определяются однозначно. Однако в ряде случаев роль капиллярных и прочих эффектов является определяющей. В этом случае необходимо использовать более сложную модель Маскета-Лeverетта (МЛ - модель). Эта модель реализуется квазилинейной эллиптико- параболической системой дифференциальных уравнений с возможным вырождением на решении. Усложнение модели приводит к более богатому набору возможных начально-краевых задач [2-4].

Нами изучается распределение водонасыщенности вблизи скважин в зависимости от используемых краевых условий для изотермической и неизотермической моделей фильтрации.

Уравнения МЛ-модели.

Фильтрация двух несмешивающихся жидкостей в не деформируемой пористой среде, как правило, описывается с помощью модели Маскета-Лeverетта [5,6], состоящей из двух уравнений неразрывности фаз:

$$\frac{\partial(m_0 \rho_i s_i)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i \vec{v}_i) = 0, i = 1, 2, \quad (1)$$

уравнения полного насыщения порового пространства $s_1 + s_2 = 1$ и двух уравнений движения в форме обобщенных законов Дарси:

$$\vec{v}_i = -(K_0 k_i(s) / \mu_i) \cdot (\operatorname{grad} p_i - \rho_i \vec{g}), i = 1, 2, \quad (2)$$

где ρ_i – плотность i -й фазы, p_i – давление в i -й фазе, μ_i – вязкость, S – динамическая водонасыщенность порового пространства, определяемая по формуле $s = (s_1 - S_1^0) / (1 - S_1^0 - S_2^0)$, s_i – истинная насыщенность флюидом порового пространства (индекс $i=1$ соответствует воде, а $i=2$ – нефти), S_i^0 – остаточная насыщенность, $k_i(s)$ – относительные фазовые проницаемости, \vec{v}_i – скорость фильтрации i -ой фазы, m_0 – пористость, K_0 – тензор абсолютной проницаемости, \vec{g} – вектор ускорения свободного падения. Система (1)–(2) дополняется уравнениями состояния

$$\rho_i = \text{const}, \mu_i = \text{const}, i = 1, 2 \quad (3)$$

и капиллярной разности давлений:

$$p_2 - p_1 = p_c(s) = \gamma(m_0 / K_0)^{1/2} j(s), \quad (4)$$

где p_c – капиллярное давление, $j(s)$ – функция Лeverетта, γ – коэффициент поверхностного натяжения. Свойства функциональных параметров МЛ модели, а также качественные свойства её решений описаны в [5,6].

Уравнение для температуры, преобразование уравнений, обезразмеривание.

Рассмотрим фильтрацию несжимаемых жидкостей ($\rho_i = \text{const}$), в негоризонтальном $\vec{g} \neq \vec{0}$, несжимаемом ($m_0 = \text{const}$), однородном ($K_0 = \text{const}$) нефтяном пласте. Из уравнений (1), после сокращения на ρ_i и суммирования получим уравнение для суммарной скорости фильтрации:

$$\operatorname{div}(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \equiv \operatorname{div}(\vec{v}) = 0, \quad \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2. \quad (5)$$

В одномерном случае при заданной скорости фильтрации $v(t)$ система (1)–(5) после преобразований сводится к одному уравнению для динамической водонасыщенности:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_0 a (\frac{\partial p_c}{\partial x} + f_1) - v(t)b) \equiv -\frac{\partial v_1}{\partial x}, \quad (6)$$

где $x \in [0, L]$ – пространственная переменная, $m = m_0(1 - S_1^0 - S_2^0)$ – эффективная пористость, $a(s) = -k_2 b / \mu_2$, $b(s) = k_1 / (k_1 + \mu k_2)$ – доля вытесняющей фазы в потоке (функция Баклея-Лeverетта), $\mu = \mu_1 / \mu_2$, $f_1 = (\rho_1 - \rho_2) \vec{g} \cdot \vec{e}_x$, $\vec{g} \cdot \vec{e}_x = g \cdot \cos(\vec{g}, \vec{e}_x)$, \vec{e}_x – орт оси ОХ, \vec{g} – ускорение свободного падения.

В работе [7] для учета температурных эффектов описана неизотермическая модель двухфазной фильтрации, в которой уравнение для водонасыщенности остается в виде (6), а уравнение для температуры, общей для обеих фаз и пористого скелета, имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} - v \theta), \quad (7)$$

где $\theta \in (\theta_{\min}, \theta_{\max})$ – температура, $\lambda(s, \theta) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \lambda_i / (\rho_i c_{pi})$ – коэффициент температуропроводности смеси, $\alpha_1 = m_0 s_1$ – объемная концентрация воды, $\alpha_2 = m_0(1 - s_1)$ – нефти, $\alpha_3 = 1 - m_0$ – порового пространства, $c_{pi} = \text{const}$ – теплоемкость фазы при постоянном давлении, $\lambda_i = \lambda_i(\theta)$ – коэффициенты теплопроводности фаз. Уравнения (1) – (5) и (7) составляют неизотермическую модель Маскета – Леверетта (МЛТ- модель).

Положив $V(t) = V_0 = \text{const}$, введем безразмерные величины: $\bar{x} = x/L$, $\bar{t} = tV_0/(mL)$, $\bar{\theta} = (\theta - \theta_{\min})/(\theta_{\max} - \theta_{\min})$, $\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_0$, где $\lambda_0 = \lambda(0, \theta_{\min})$. Черта над \bar{x} , \bar{t} , $\bar{\theta}$ и $\bar{\lambda}$ в дальнейшем опускается. В силу доказанного в [7] принципа максимума θ_{\max} и θ_{\min} достигаются на границах области при $x = 0$ и $x = 1$. Система (6)–(7) тогда запишется в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_c a \frac{\partial p}{\partial x} - Ga - b) \equiv -\frac{\partial v_1}{\partial x}; \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_\theta \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} - m\theta), \end{cases} \quad (8)$$

где $\varepsilon_c = \Gamma^*(m_0 k_0)^{1/2}/(V_0 L M^*)$ – капиллярный параметр, $a = k_2 b / \mu_2^*$, $p(s, \theta) = -j\gamma^*$, $G(x) = K_0(\rho_1 - \rho_2) \vec{g} \cdot \vec{e}_x / (V_0 M^*)$, $\varepsilon_\theta = m \lambda_0 / (V_0 L)$, $\gamma^* = \gamma / \Gamma^*$, $\mu = \mu_1^* / \mu_2^*$, $\mu_2^* = \mu_2 / M^*$, $\mu_1^* = \mu_1 / M^*$, $\Gamma^* = \max_{\theta \in [0,1]}(\gamma(\theta))$, $M^* = \max_{\theta \in [0,1]}(\mu_2(\theta))$. Звездочки при μ_1^* , μ_2^* и γ^* в дальнейшем опускаются. При $\varepsilon_c = 0$ будем иметь неизотермическую модель Баклея-Леверетта (БЛТ).

Постановка задачи.

Начально-краевые условия для температуры. В нагнетательную скважину ($x = 0$) подается вода с заданной температурой, на эксплуатационной скважине ($x = 1$) происходит свободный вынос тепла. В начальный момент задано распределение температуры в пласте. Эти предположения соответствуют следующей начально-краевой задаче:

$$\theta|_{x=0} = \theta_n, \quad \varepsilon_\theta \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}|_{x=1} = 0; \quad \theta(x, 0) = \theta_0, \quad x \in (0, 1). \quad (9)$$

Начальные условия для водонасщенности будем задавать в виде $s(x, 0) = s_0(x)$.

Краевые условия для водонасыщенности.

Классический вариант условий: на входе в пласт задается водонасыщенность:

$$s|_{x=0} = 1, \quad (10a)$$

что соответствует поступлению в пласт только смачивающей фазы. На выходе, как правило, используется условие

$\frac{\partial s}{\partial x}|_{x=0} = 0$. Это условие реализует разные гипотезы об условиях вытекания:

- пренебрежение градиентом капиллярного давления по сравнению с градиентами давления в фазах [2];
- истечение фазы пропорционально её подвижности ($K_0 k_i(s) / \mu_i$) [2,6];
- вариант условия свободного истечения в задачах гидродинамики [8].

В общем случае данное условие можно представить в виде

$$\varepsilon_c a \frac{\partial p}{\partial x}|_{x=1} = 0. \quad (11a)$$

Фактически это соответствует пренебрежению капиллярными силами в окрестности эксплуатационной скважины.

Другой вариант, если вместо насыщенности на нагнетательной скважине задаётся расход вытесняющей фазы:

$$v_1|_{x=0} = -(\varepsilon_c a \frac{\partial p}{\partial x} - Ga - b) = 1. \quad (10b)$$

Данное условие позволяет следить за динамикой $s(x, t)$ при $x = 0$ во времени.

С другой стороны, известно, экспериментально установленное явление, называемое "концевым" эффектом [2,6]. Он заключается в том, что смачивающая фаза не вытекает из гидрофильного пласта до того момента, пока её насыщенность на выходе не достигает максимально возможного значения, равного 1. При этом происходит выравнивание давлений в фазах, согласно свойству функции Леверетта $j(s)$. В момент достижения этого значения, смачивающая фаза прорывается с дальнейшим сохранением на выходе постоянного значения ее насыщенности, то есть, если t' – момент прорыва, то на эксплуатационной скважине имеем следующее условие:

$$v_1|_{x=1} = 0, \quad \text{при } t < t'; \quad (11b)$$

$$s|_{x=1} = 1, \quad \text{при } t > t'.$$

Данное краевое условие (11b) является более сложным по сравнению с условием (11a).

При условии (10b) на входе мы рассмотрим оба варианта (11a) и (11b) на выходе. Добавляя сюда возможность подачи горячей или холодной воды, получим 4 начально-краевые задачи: *вариант 1* – (10b), (11a), горячая вода, *вариант 2* – (10b), (11a), холодная вода, *вариант 3* – (10b), (11b), горячая вода, *вариант 4* – (10b), (11b), холодная вода.

Численный алгоритм.

Введем сетку ω с распределенными узлами:

$\omega_{h\tau} = \{x_i = ih, t^n = n\tau, i = 0, \dots, N, n = 0, 1, 2, \dots\}$, $h = 1/N$ – шаг по пространственной координате, $\tau = Kh^2$ – шаг по временной переменной, K – число Куранта. Шаг h брался равным 0,005 ($N = 200$), а $\tau = 0,00025$. В дальнейшем при записи разностных схем используются обозначения, принятые в [9,10].

Схема для θ аппроксимировалась неявной разностной схемой первого порядка:

$$\begin{cases} \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\tau} = \frac{\varepsilon_\theta}{h} (\lambda_{i+1/2}^n \theta_{x,i}^{n+1} - \lambda_{i-1/2}^n \theta_{\bar{x},i}^{n+1}) - m \theta_{\bar{x},i}^{n+1}, \theta_i^0 = \theta_0, i = \overline{1, N}; \theta_0^n = \theta_0^{n+1} = \theta_1; \\ \frac{\theta_N^{n+1} - \theta_N^n}{\tau} = -\frac{2\varepsilon_\theta}{h} \lambda_{N-1/2}^n \theta_{\bar{x},N}^{n+1} - m \theta_{\bar{x},N}^{n+1}, n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (12)$$

где $\lambda_{i+1/2}^n = \lambda((s_i^n + s_{i+1}^n)/2, (\theta_i^n + \theta_{i+1}^n)/2)$.

Система (12) решалась методом правой прогонки. По аналогии с (12) аппроксимировалось и уравнение для водонасыщенности:

$$\begin{aligned} \frac{s_i^{n+1} - s_i^n}{\tau} &= \frac{\varepsilon_c}{h} (a_{i+1/2}^n p_{x,i}^{n+1} - a_{i-1/2}^n p_{\bar{x},i}^{n+1}) - (Ga_{o,i}^n - b_{\bar{x},i}^{n+1}), i = 1, \dots, N-1, n = 0, 1, 2, \dots; \\ s_i^0 &= 0, i = \overline{0, N}; \end{aligned} \quad (13)$$

краевое условие (10б) аппроксимировалось следующим образом:

$$\frac{h}{2} \frac{s_0^{n+1} - s_0^n}{\tau} = 1 + \varepsilon_c a_{1/2}^n p_{\bar{x},1}^{n+1} - Ga_{1/2}^n - b_{1/2}^{n+1};$$

краевое условие (11а) заменялось разностным уравнением:

$$\frac{s_N^{n+1} - s_N^n}{\tau} = -\frac{2\varepsilon_c}{h} a_{N-1/2}^n p_{\bar{x},N}^{n+1} - Ga_{\bar{x},N}^n - b_{\bar{x},N}^{n+1};$$

нелинейное условие (11б) аппроксимировалось разностным уравнением при

$$\begin{cases} s_N^{n+1} = 1; t < t' \\ \frac{h}{2} \frac{s_N^{n+1} - s_N^n}{\tau} = -\varepsilon_c a_{N-1/2}^n p_{\bar{x},1}^{n+1} + Ga_{N-1/2}^n + b_{N-1/2}^{n+1}; t > t' \end{cases},$$

где $a_{i+1/2}^n = a((s_i^n + s_{i+1}^n)/2, (\theta_i^{n+1} + \theta_{i+1}^{n+1})/2)$. Для численного решения системы (13) применялся метод правой прогонки.

Задачи (12) – (13) решались последовательно: полученное из (12) значение θ^{n+1} использовалось при решении (13). Для нелинейных функций $b(s, \theta)$ и $p(s, \theta)$ применялась линеаризация по Ньютону:

$$f(s_i^{n+1}, \theta_i^{n+1}) = f(s_i^n, \theta_i^{n+1}) + f'_s(s_i^n, \theta_i^{n+1}) \cdot (s_i^{n+1} - s_i^n).$$

Схемы для каждого уравнения неявные, но их последовательное решение вносит элемент явности в схемы (12) – (13). Это ведет к проблеме подбора временного шага для устойчивого счета и сходимости итерационного процесса. На каждом временном шаге по формуле трапеций вычислялась обводненность пласта $\eta(t) = 100\% \int_0^1 s(x, t) dx$.

В расчетах использовались модельные параметры и данные: $k_1 = s^2$, $k_2 = (1-s)^2$, $j = (1-s)/(0,9+s)$, $\rho_1/\rho_2 = 1,25$, $\varepsilon_\theta = 0,000001$, $m = 0,36$, $G = 0$, $\mu_1 = 0,1$, $\mu_2 = \mu_{2\max} + (\mu_{2\min} - \mu_{2\max})\theta$, $\gamma = \gamma_{\max} + (\gamma_{\min} - \gamma_{\max})\theta$, $\gamma_{\max} = 1$, $\gamma_{\min} = 0,2$, $\lambda_1 = 0,644 \text{ Bm}/(\text{м} \cdot \text{K})$, $\lambda_2 = 0,08 \text{ Bm}/(\text{м} \cdot \text{K})$, $\lambda_3 = 2,40 \text{ Bm}/(\text{м} \cdot \text{K})$, $\rho_1 = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$, $\rho_2 = 730 \text{ кг}/\text{м}^3$, $\rho_3 = 4216 \text{ кг}/\text{м}^3$, $c_{p1} = 4071 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$, $c_{p2} = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$, $c_{p3} = 920 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$.

При нагнетании горячей воды полагалось $\mu_{2\min} = 0,25$, $\mu_{2\max} = 1$, а при нагнетании холодной соответственно 1 и 4.

На рисунках толстыми линиями обозначены решения $s(x, t)$, полученные в неизотермическом случае, тонкими – результаты расчета по изотермической модели, тонкими линиями с кружками – температурные профили, $\mu \equiv \mu_2$.

Использование краевых условий свободного выхода.

Приведены, полученные решения при $\varepsilon_c = 0,1$ с нагнетанием горячей воды (рис.1). При этом использовались условия *варианта 1*. Представлены решения, относящиеся к закачке холодной воды, *вариант 2*, (рис.3, 4).

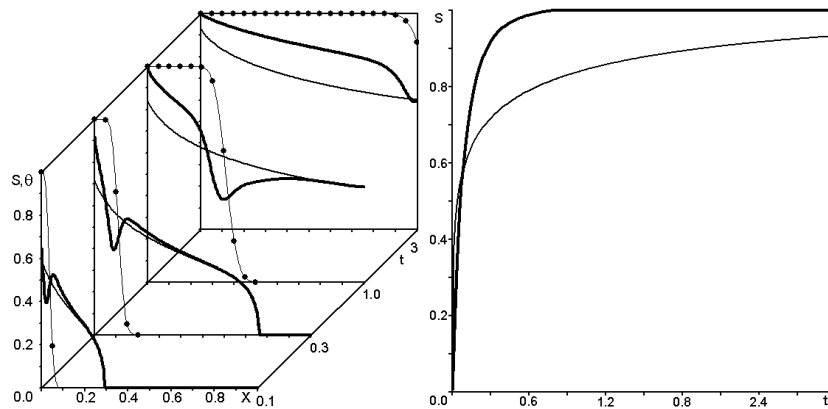


Рис.1. Распределение $s(x,t)$ и $\theta(x,t)$,
вариант 1

Рис.2. Графики $s(0,t)$ к рис. 1

Представлено поведение водонасыщенности на эксплуатационной скважине для вариантов 1, 2 (рис.5, 6). Результаты расчётов показывают, что при использовании горячего раствора или вытеснителя поведение водонасыщенности на нагнетательной и эксплуатационной скважинах более динамично, и она растёт быстрее.

Использование краевого условия капиллярного запирания.

В вариантах 1 и 2 использовалось достаточно простое краевое условие на эксплуатационной скважине. Более сложное условие (11 б) серьезно влияет на структуру решения водонасыщенности. Так, на рисунке 7 приведены решения при $\varepsilon = 0,1$ с нагнетанием горячей воды. При этом использовались условия (10 б) на левом конце и (11 б) на правом конце (вариант 3, жирные линии). Сравнение проводилось с решениями варианта 1 (тонкие линии). Соответственно на рисунке 8 приведены графики, полученные при использовании условий (10 б) на левом конце и (11 б) на правом конце, при закачке холодной воды (вариант 4, жирные линии). Сравнение проводилось с решениями варианта 3 (тонкие линии). Решения с использованием условий капиллярного запирания отличаются от решений варианта 1 только в малой окрестности эксплуатационной скважины и после подхода к ней воды (см. рис. 7, 8).

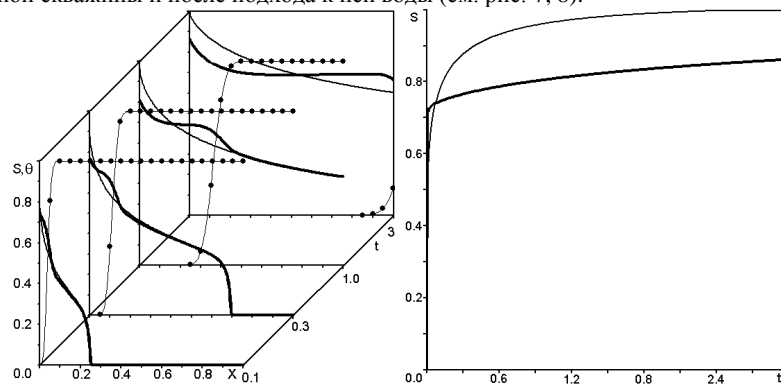


Рис. 3. Распределение $s(x,t)$ и $\theta(x,t)$,
вариант 2

Рис. 4. Графики $s(0,t)$ к рис. 3

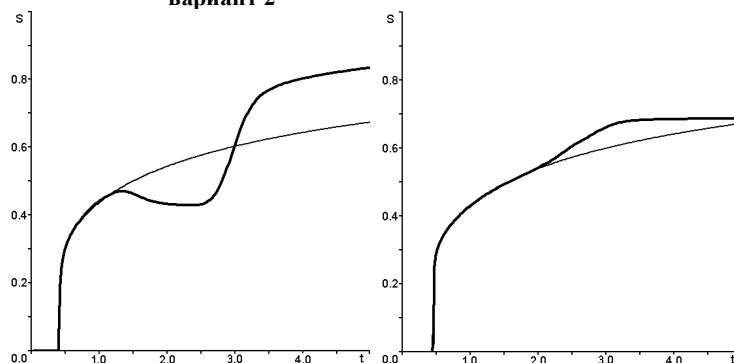


Рис. 5. Графики $s(1,t)$ к рис. 1

Рис. 6. Графики $s(1,t)$ к рис. 3

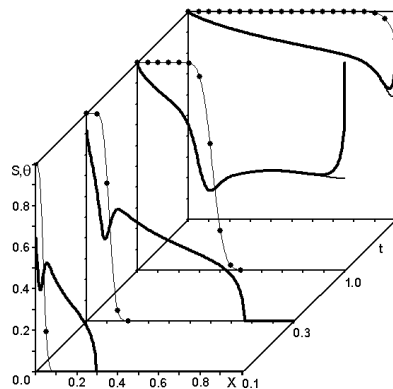


Рис. 7. Нагнетание горячей воды (вар. 3)

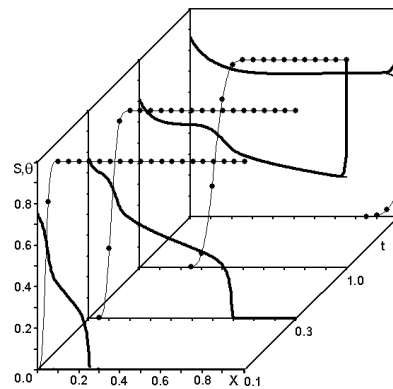


Рис. 8. Нагнетание холодной воды (вар. 4)

Влияние различных факторов на поведение $s(x,t)$ на нагнетательной скважине.

Представлены графики $s(0,t)$ для варианта 1, при учете различных температурных эффектов (рис. 9). Соответственно приведены графики $s(0,t)$ для варианта 2 при учете и неучете влияния температуры на вязкость и капиллярные силы (рис. 10).

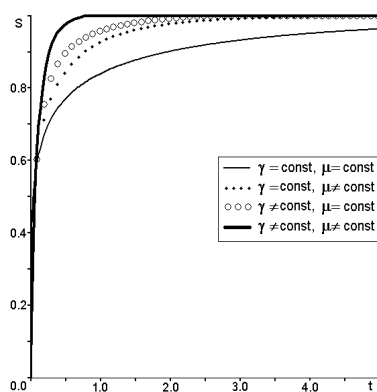


Рис.9. Графики $s(0,t)$ к варианту 1

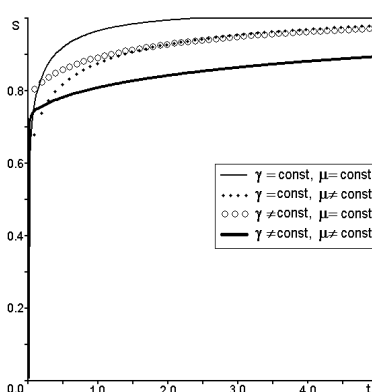


Рис. 10. Графики $s(0,t)$ к варианту 2

Влияние различных факторов на поведение $s(x,t)$ на добывающей скважине.

Выведены графики $s(1,t)$ для вариантов 1-2, при учете и неучете влияния температуры на вязкость и капиллярное давление (см. рис. 9-10).

Условие с капиллярным запираем при обычных параметрах быстро выводит насыщенность на правом конце на 1 и влияние горячего вытеснителя не наблюдается. Только при малых скоростях нагнетания и соответственно при больших капиллярных числах заметно различие в поведении водонасыщенности при разной температуре. Так, (рис. 13) приведены графики $s(1,t)$ для варианта 3 при $\varepsilon = 5$, соответственно (рис. 14) представлены графики $s(1,t)$ для варианта 4.

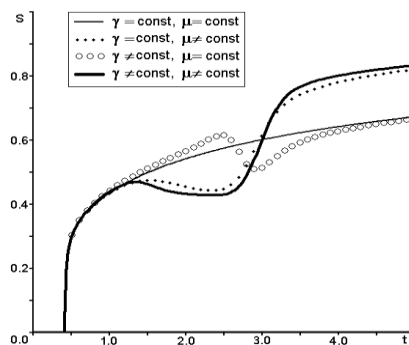


Рис. 11. Графики $s(1,t)$ к варианту 1

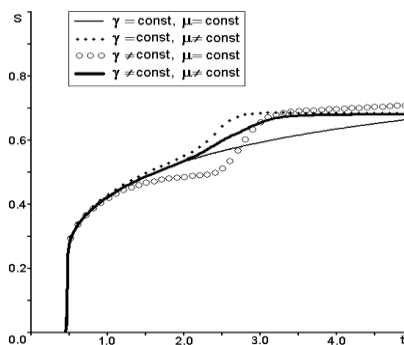


Рис. 12. Графики $s(1,t)$ к варианту 2

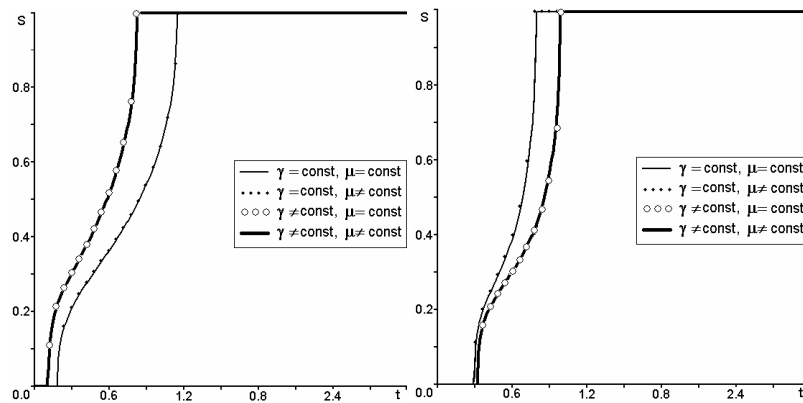


Рис. 13. Графики $s(t)$ к варианту 3

Рис. 14. Графики $s(t)$ к варианту 4

Выводы

Приведённые численные эксперименты показывают, что различные гидротермические условия на скважинах приводят к разным пространственным и временным распределениям водонасыщенности в прискважинных областях. Это может оказать влияние на интерпретацию данных каротажа и на разработку стратегий эксплуатации месторождений.

Список литературы

1. Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. - М.: Мир, 1964.
2. Швидлер М. И., Леви Б. И. Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей. - М.: Недра, 1970. - 156 с.
3. Антонцев С. Н., Доманский А. В., Пеньковский В. И. Фильтрация в прискважинной зоне пласта и проблемы интенсификации притока. - Новосибирск: ИГиЛ СО АН, 1989.
4. Доманский А. В. Исследование методов повышения нефтегазоотдачи. - Южно-Сахалинск: Изд-во СахГУ, 2000. - 152 с.
5. Антонцев С. Н., Кажихов А. В., Монахов В. Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. - Новосибирск: СОАН СССР, Наука, 1983. - 316 с.
6. Коновалов А. Н. Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. - Новосибирск: Наука, СО АН, 1988. - 166 с.
7. Бочаров О. Б., Монахов В. Н. Краевые задачи неизо термической двухфазной фильтрации в пористых средах. // Сб.н.тр. Динамика сплошной среды. ИГиЛ СО РАН. 1988. Вып.86. - С.47-59.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. - М.: Мир, 1980. - 616 с.
9. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. - М.: Наука. 1971. - 552 с.
10. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Сравнительный анализ некоторых разностных схем для задач двухфазной фильтрации без учета капиллярных сил // Вычислительные технологии. 2003. Том 8. № 4. - С. 23-31.

Сведения об авторах

Телегин И. Г., к.ф.-м.н., доцент, Тюменский государственный нефтегазовый университет, тел.:8(3452)632391, e-mail: igtelegin@yandex.ru

Бочаров О. Б., к.ф.-м.н., доцент, Институт водных и экологических проблем СО РАН, тел.:8(383)3332808, e-mail:bob@ad-sbras.nsc.ru

Telegin I. G., Candidate of Science, associate professor, Tyumen State Oil and gas University, phone: 8(3452)632391, e-mail: igtelegin@yandex.ru

Bocharov O.B., Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, associate professor, Institute of water and ecology problems, SB RAS, phone: 8(383)3332808, e-mail:bob@ad-sbras.nsc.ru