УДК 532.546:949.8

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ СИЛ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВОДОНАСЫЩЕННОСТИ ВБЛИЗИ НЕФТЯНЫХ СКВАЖИН

О. Б. Бочаров, И. Г. Телегин

(Институт водных и экологических проблем СО РАН, Новосибирск;
Тюменский государственный нефтегазовый университет; Российский научный центр, компания «Бейкер Хьюз БВ»)

Ключевые слова: ***водонасыщенность, нефтеотдача, краевые условия, двухфазная фильтрация***
Key words: ***water saturation, oil recovery, boundary conditions, two-phase filtration***

Для учета двухфазности потоков, капиллярных и гравитационных сил при гидродинамическом моделировании нефтяных месторождений используется модель фильтрации Маскета-Леверетта (МЛ модель) [1]. Общие свойства решений различных краевых задач для этой модели в области течения анализировались в [2-4]. С развитием методов повышения нефтеотдачи и инверсии данных скважинного каротажа большой интерес вызывает детализация процессов, происходящих в окрестности скважин, то есть граничные свойства решений. МЛ модель позволяет использовать богатый набор возможных краевых условий, описанных в частности в [4-5]. В работе [5] исследовалось влияние некоторых граничных условий на распределение водонасыщенности в окрестности нагнетательных скважин.

В данной работе изучается влияние уклонов продуктивных слоев на распределение водонасыщенности вблизи добывающих скважин в зависимости от используемых краевых условий для изотермической модели фильтрации Маскета-Леверетта.

1. Уравнение МЛ-модели

В одномерном случае, при заданной суммарной скорости фильтрации $v(t)$, уравнение для водонасыщенности в МЛ модели можно записать [3]:

$$m\frac{\partial s}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}(K_0 a_0(-\frac{\partial p_c}{\partial x}-f_1)-v(t)b)\equiv-\frac{\partial v_1}{\partial x}, \tag{1}$$

где $x\in[0,L]$ – пространственная переменная, t – время, S – динамическая водонасыщенность порового пространства, определяемая по формуле $S=(S_1-S_1^0)/(1-S_1^0-S_2^0)$, S_i – истинная насыщенность флюидом порового пространства (индекс i=1 соответствует воде, а i=2 – нефти), S_i^0 – остаточная насыщенность, $m=m_0(1-S_1^0-S_2^0)$ – эффективная пористость, $a_0(s)=k_2 b/\mu_2$, $b\equiv b_1=\frac{k_1}{k_1+\mu k_2}$, $b_i(s)=\frac{k_i/\mu_i}{(k_1/\mu_1+k_2/\mu_2)}$ – доля i-й фазы в потоке, $\mu=\mu_1/\mu_2$, μ_i – вязкость i-й фазы, $k_i(s)$ – относительные фазовые проницаемости, v_i – скорости фильтрации, $v=v_1+v_2$, m_0 – пористость, K_0 – тензор абсолютной проницаемости, $p_c(s)=\gamma(m_0/K_0)^{1/2}j(s)$ – капиллярное давление, $j(s)$ – функция Леверетта, γ – коэффициент поверхностного натяжения, $f_1=(\rho_1-\rho_2)\vec{g}\cdot\vec{e}_X$, $\vec{g}\cdot\vec{e}_X=g\cdot\cos(\vec{g},\vec{e}_X)$, $\vec{e}_X$ – орт оси OX, $\vec{g}$ – вектор ускорения свободного падения, g – ускорение свободного падения.

Свойства функциональных параметров МЛ модели, а также качественные свойства её решений описаны [3,4,6]. Вопросы построения и свойств численных решений классической задачи вытеснения для уравнения (1) подробно рассмотрены в работах [2,4,8], где сравниваются решения в условиях несжимаемости жидкостей ($\rho_i=const$), в негоризонтальном $\vec{g}\neq\vec{0}$, несжимаемом ($m_0=const$), однородном ($K_0=const$) нефтяном пласте при задании для уравнения (1) различных начально-краевых условий.

Положив $v(t)=V_0=const$, введем безразмерные величины: $\bar{x}=x/L$, $\bar{t}=tV_0/(mL)$. Черта над $\bar{x}$, и $\bar{t}$ в дальнейшем опускается, уравнение (1) запишется в [8]:

$$\frac{\partial s}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon a\frac{\partial u(s)}{\partial x}-Ga-b)\equiv-\frac{\partial v_1}{\partial x}, \tag{2}$$

где $\varepsilon=\gamma(m_0K_0)^{1/2}/(V_0L\mu_2)$ – капиллярный параметр, $a(s)=k_2b$, $u(s)=-j$, $G=K_0(\rho_1-\rho_2)\vec{g}\cdot\vec{e}_x/(V_0\mu_2)$. При $\varepsilon=0$ будем иметь модель Баклея-Леверетта.

2. Постановка начально-краевой задачи

Начальные условия для водонасыщенности задаем в виде

$$s(x,0)=s_0(x).$$

Краевые условия для водонасыщенности на входе.

Классический вариант условия: на входе в пласт задается водонасыщенность:

$$s|_{x=0}=1, \tag{3а}$$

что соответствует поступлению в пласт только смачивающей фазы.

Другой вариант, если вместо насыщенности на нагнетательной скважине задаётся расход вытесняющей фазы:

$$v_1|_{x=0}=-(\varepsilon a\frac{\partial u}{\partial x}-Ga-b)|_{x=0}=1. \tag{3б}$$

Данное условие позволяет изучать динамику изменения s(x,t) при $x=0$ во времени.

Краевые условия для водонасыщенности на выходе.

На выходе, как правило, используется условие $\frac{\partial s}{\partial x}|_{x=0}=0$. Это условие реализует разные гипотезы об условиях вытекания:

- пренебрежение градиентом капиллярного давления по сравнению с градиентами давления в фазах [2];
- истечение фазы пропорционально её подвижности ($c_i = K_0 k_i(s)/\mu_i$)[7];
- вариант условия свободного истечения в задачах гидродинамики [9].

В более общем виде данное условие можно записать следующим образом:

$$\varepsilon a \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=1} = 0. \tag{4а}$$

Фактически это соответствует пренебрежению капиллярными силами в окрестности нефтяной скважины.

С другой стороны, известно, экспериментально установленное явление, называемое «концевым» эффектом [1,2], которое заключается в том, что смачивающая фаза не вытекает из гидрофильного пласта до того момента, пока её насыщенность на выходе не достигает максимально возможного значения, равного 1. При этом происходит выравнивание давлений в фазах согласно свойству функции Леверетта $j(1)=0$. В момент достижения этого значения, смачивающая фаза прорывается с дальнейшим сохранением на выходе постоянного значения ее насыщенности. То есть, если t' – момент прорыва, то на эксплутационной скважине имеем условие:

$$v_1|_{x=1} = 0, \quad \text{при } t < t' \; ; \tag{4б}$$
$$s|_{x=1} = 1, \quad \text{при } t > t' \; .$$

Данное краевое условие (4б) является более сложным по сравнению с условием (4а).

Для получения краевого условия на выходе часто используется гипотеза о пропорциональности расходов фазы v_i функции b_i (доля фазы в общем потоке жидкости по модели Баклея-Леверетта):

$$v_i|_{x=1} = b_i v.$$

С учетом обезразмеривания эти уравнения можно переписать в виде ($b \equiv b_i$):

$$v_1|_{x=1} = b|_{x=1} = -(\varepsilon a \frac{\partial u}{\partial x} - Ga - b)|_{x=1}.$$

В итоге приходим к условию:

$$(\varepsilon a \frac{\partial u}{\partial x} - Ga)|_{x=1} = 0\,. \tag{4в}$$

Данное уравнение при $G=0$ (отсутствие гравитационного влияния) переходит в более простое (4а).

В работе [4], для вывода граничного условия используется гипотеза о том, что доля фазы в суммарном потоке на выходе из пористой среды пропорциональна ее подвижности:

$$\frac{v_2}{v_1}\Big|_{x=1} = \frac{K_0 k_2/\mu_2}{K_0 k_1/\mu_1} \; .$$

Выражая v_2 и подставляя в равенство $v = v_1 + v_2$, получим следующее выражение:

$$v|_{x=1} = v_1\left(1 + \frac{k_2/\mu_2}{k_1/\mu_1}\right).$$

Отсюда, как и ранее, опять приходим к (4в).

Мы рассмотрим при условии (3б) на входе, варианты (4а), (4б) и (4в) на выходе. Получаем 3 начально-краевых задачи: ***вариант 1*** – (3б), (4а), ***вариант 2*** – (3б), (4б) и ***вариант 3*** – (3б), (4в). Анализ решений данных задач, при отсутствии гравитационных сил ($G=0$) с акцентом на поведение решения вблизи нагнетательной скважины $x=0$ представлен в работе [5].

3. Численный алгоритм

Введем сетку ω с распределенными узлами $\omega_{h\tau} = \{x_i = ih,\ t^n = n\tau,\ \ i = 0,...,N,\ n = 0,1,2,...\}$, $h = 1/N$ – шаг по пространственной координате, $\tau = Kh^2$ – шаг по временной переменной, K – число Куранта. Шаг h брался равным 0,005 ($N=200$), а $\tau = 0{,}00025$. В дальнейшем при записи разностных схем используются обозначения, принятые в работе [10].

Уравнение для s(x,t) аппроксимировалось неявной разностной схемой первого порядка:

$$\frac{s_i^{n+1} - s_i^n}{\tau} = \frac{\varepsilon}{h}(a_{i+1/2}^n u_{x,i}^{n+1} - a_{i-1/2}^n u_{\bar{x},i}^{n+1}) - (Ga)_{\overset{o}{x},i}^n - b_{\bar{x},i}^{n+1},\ i = \overline{1,N-1}, n = 0,1,..; s_i^0 = 0, i = \overline{0,N}. \tag{5}$$

Краевое условие (4б) аппроксимировалось следующим образом:

$$\frac{h}{2}\frac{s_0^{n+1} - s_0^n}{\tau} = 1 + \varepsilon a_{1/2}^n u_{\bar{x},1}^{n+1} - Ga_{1/2}^n - b_{1/2}^{n+1}.$$

Краевое условие (4а) заменялось разностным уравнением:

$$\frac{s_N^{n+1} - s_N^n}{\tau} = -\frac{2\varepsilon}{h} a_{N-1/2}^n u_{\bar{x},N}^{n+1} - Ga_{\bar{x},N}^n - b_{\bar{x},N}^{n+1}.$$

Нелинейное условие (4б) аппроксимировалось разностной системой:

$$\begin{cases} s_N^{n+1} = 1,\ t > t' \\ \dfrac{h}{2}\dfrac{s_N^{n+1} - s_N^n}{\tau} = -\varepsilon a_{N-1/2}^n u_{\bar{x},1}^{n+1} + Ga_{N-1/2}^n + b_{N-1/2}^{n+1}\ ,\ t < t'. \end{cases}$$

Для краевого условия (4в) использовалось соотношение:

$$\frac{h}{2}\frac{s_N^{n+1} - s_N^n}{\tau} = -\varepsilon a_{N-1/2}^n u_{\bar{x},1}^{n+1} + Ga_{N-1/2}^n - \frac{(b_N^{n+1} - b_{N-1}^{n+1})}{2}\,,$$

где $a_{i+1/2}^n = a((s_i^n + s_{i+1}^n)/2)$. **Система уравнений (5) решалась методом правой прогонки. Для нелинейных функций** $b(s)$ **и** $u(s)$ **применялась линеаризация по Ньютону:**

$$f(s_i^{n+1}) = f(s_i^n) + \frac{df(s_i^n)}{ds} \cdot (s_i^{n+1} - s_i^n)\ .$$

На каждом временном шаге вычисляли основные характеристики процесса вытеснения: положение $x_c(t)$ – фронтовой водонасыщенности в БЛ модели s_c, которая определяется решением нелинейного уравнения $\frac{db(s_c)}{ds} - \frac{b(s_c)}{s_c} = 0$ с помощью метода деления пополам. Также контролировалась обводненность пласта $\eta(t) = 100\% \int_0^1 s(x,t)dx$. В расчетах использовались модельные параметры и данные:

$$k_1 = s^2,\ k_2 = (1-s)^2,\ j = (1-s)/(0{,}9+s),\ \rho_1/\rho_2 = 1{,}25,\ \mu = 0{,}1.$$

Далее на рисунках (1-5) тонкими линиями обозначены решение s(x,t) и характеристики с использованием условия (4а), точками – результаты расчета с использованием условия (4б), толстыми – решения, полученные с использованием условия (4в).

4. Заводнение продуктивного слоя сверху

Приведены решения, полученные для вариантов 1, 2 и 3 при $\varepsilon = 0{,}1$ и $G = 0{,}5 \geq 0$, то есть заводнение ведётся с верхнего края пласта (см. рис. 1). Выведены графики, характеризующие поведение решения вблизи нефтяной скважины (см. рис. 2). После подхода фронта вытеснения к добывающей скважине ($t = t_f$) для всех 3-х вариантов насыщенность достаточно быстро выходит на значение, близкое к фронтовой ($s_c = 0{,}3015$). Далее графики существенно расходятся. Капиллярное запирание (4б) приводит к быстрому росту *S* до 1. Условие свободного выхода (4а) дает профиль $s(1,t)$ соответствующий пространственному распределению насыщенности в пласте. Условие (4в) реализует процесс всплытия более легкой нефти после достижения водой скважины. В результате чего ее обводненность увеличивается по сравнению с вариантом свободного выхода фаз (см. рис. 2). То есть условие (4в), в данном случае, осуществляет как бы «гравитационное запирание» более легкой фазы. Экстремум водонасыщенности в точке x=1 (см. рис.1) объясняется использованием краевого условия $(\varepsilon a \frac{\partial u}{\partial x} - Ga)|_{x=1} = 0,$ которое приводит к следующему выражению: $\frac{\partial s}{\partial x} = G/(-\varepsilon \cdot \frac{dj}{ds})$. Так как по свойствам функции Леверетта, $\frac{dj}{ds} < 0$, а $G > 0$, то в точке $x = 1$ значения производной $\frac{\partial s}{\partial x}$ становятся положительными, что и приводит к формированию максимума.

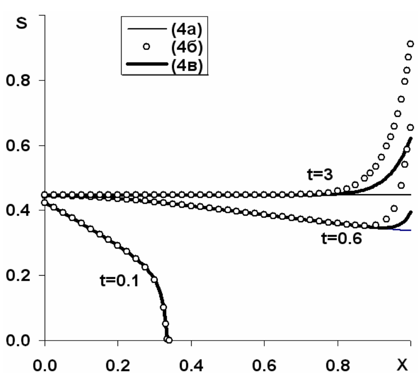

Рис.1. Распределение s(x,t) при G=0,5

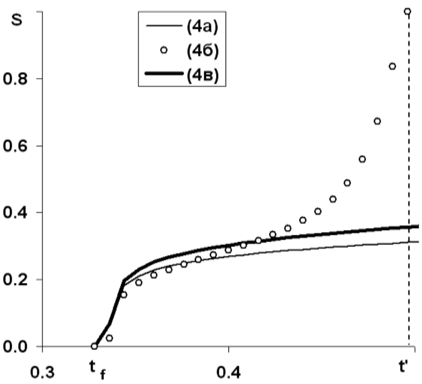

Рис.2. Графики s(1,t) к рис.1

5. Заводнение продуктивного слоя снизу

Приведены графики s(x,t) и s(1,t) соответственно для вариантов 1, 2 и 3 при $G = -0{,}5 \leq 0$, то есть заводнение ведётся с нижней части слоя (см. рис. 3, 4). После подхода фронта вытеснения ($t = t_f$), учет гравитационного всплытия нефти условием (4в) приводит к меньшей обводненности добывающей скважины по сравнению с условием свободного выхода (4а), то есть имеет место эффект, обратный предыдущей задаче: происходит гравитационное запирание тяжелой фазы (см. рис.4). Следует отметить, что в данных условиях, в период времени между подходом фронта вытеснения t_f и моментом прорыва воды t' по условию (4б), взаимодействие гравитационных и капиллярных сил выглядит нагляднее, более растянутым по времени. В задаче п. 4 «условие капиллярного запирания» (4б) быстро обеспечивает наибольшую обводненность добывающей скважины. Здесь же (см. рис. 4) при данном соотношении ε и G, до определенной обводненности, гравитационное запирание более тяжелой фазы (вода) мощнее, чем капиллярное запирание. В результате накопление воды на выходе при условии (4 в) происходит быстрее.

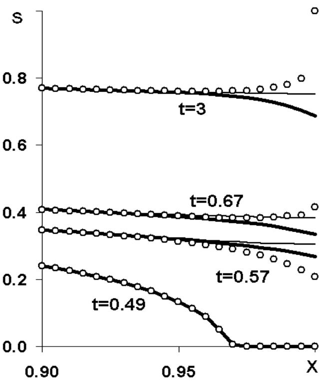

Рис. 3. Распределение s(x, t) при G = -0,5

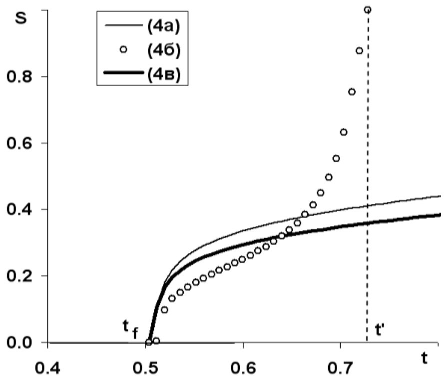

Рис. 4. Графики s(1,t) к рис. 3

6. Капиллярно-гравитационное взаимодействие на выходе

Взаимодействие капиллярных и гравитационных сил в окрестности нефтяной скважины можно проследить по графикам (см. рис. 5-8).

Приведено отклонение обводненностей пласта при применении условий (4б) $-\eta_{б}$ и (4в) $-\eta_{в}$ от соответствующего параметра η_a, при $t=1>>t'$ в процентах: $z_{в}=100(\eta_a(1)-\eta_{в}(1))/\eta_a(1)$, $z_{б}=100(\eta_a(1)-\eta_{б}(1))/\eta_a(1)$ (см. рис. 5, 6), то есть $z_{б}$ характеризует влияние гравитации при условии капиллярного запирания (4б), $z_{в}$ при использовании условия выхода по подвижностям (4в). Условие (4в) более чувствительно к уклону пласта, а именно: при смене знака G, $z_{в}$ также меняет знак, в то время как $z_{б}$ меняет только модуль (см. рис.5), хотя и значительно. Условие (4 в) более симметрично влияет на решение при смене знака G (см. рис. 5, 6).

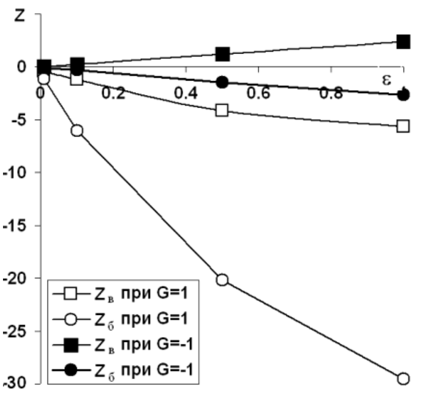

Рис. 5. Влияние капиллярных сил на обводненность при различных G

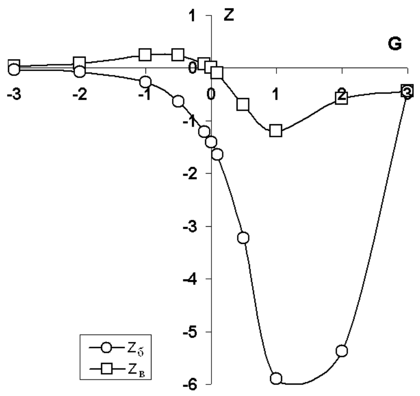

Рис. 6. Влияние наклона пласта на обводненность при $\varepsilon = 0{,}1$

Приведено сравнение поведения водонасыщенности на выходе из пласта при условиях (4 а) – свободный выход и (4 в) – выход пропорционально подвижностям при различных ε (см. рис. 7) и G (см. рис. 8).Динамику по величине капиллярных сил можно наблюдать лишь при малых $\varepsilon < 0{,}2$ (см. рис.7). В дальнейшем наблюдается выход на ассимптотический режим, определяемый величиной G. Гравитационные силы сильнее влияют на решение при условии (4а), потому, что оно выключает капиллярные силы на выходе.

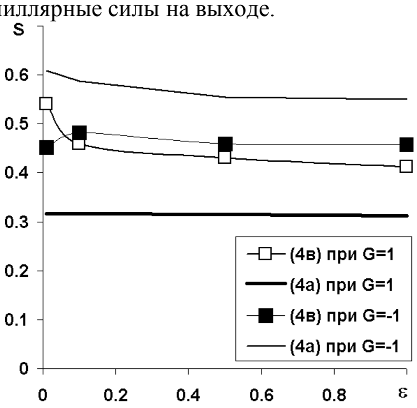

Рис.7. Влияние капиллярных сил на динамику s(1,1) при $|G|=1$

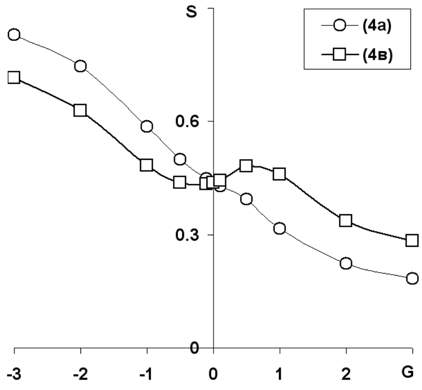

Рис.8. Влияние гравитации на s(1,1) при $\varepsilon = 0{,}1$

При $|G|>1$ водонасыщенности, полученные при условиях (4а) и (4в) ведут себя подобным образом (см. рис. 8). При $|G|<1$ условие (4в) дает большую свободу к взаимодействию капиллярных и гравитационных сил. Наблюдаются симметричные по знаку G локальные экстремумы.

Проведённые численные эксперименты показывают, что различные гидродинамические и математические условия на скважинах приводят к разным пространственным и временным распределениям водонасыщенности в прискважинных областях. Это может оказать влияние на интерпретацию данных каротажа и на создание проектных документов разработки месторождений.

Условие капиллярного запирания в виде (4б) очень жестко воздействует на решение, задавливая возможное проявление других эффектов. Для данного класса задач, вероятно, наиболее адекватными являются условия выхода пропорционально подвижностям (4в).

Список литературы

1. Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. – М.: Мир, 1964.
2. Швидлер М. И., Леви Б. И. Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей.– М.: Недра, 1970. - 156 с.
3. Доманский А. В. Исследование методов повышения нефтегазоотдачи. - Южно-Сахалинск: Изд-во СахГУ, 2000. - 152 с.
4. Коновалов А. Н. Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. - Новосибирск: Наука, СО АН, 1988. - 166 с.
5. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Влияние граничных условий на водонасыщенность вблизи скважин. // Известия вузов. Нефть и газ. - 2011. - № 2.- С.18-25.
6. Антонцев С. Н., Кажихов А. В., Монахов В. Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей.– Новосибирск: СОАН СССР, Наука, 1983. - 316 с.
7. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Сравнительный анализ некоторых разностных схем для задач двухфазной фильтрации без учета капиллярных сил // Вычислительные технологии. 2003. Том 8. № 4. - С. 23-31.
8. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Численное исследование неизотермической фильтрации несмешивающихся жидкостей в гравитационном поле // Теплофизика и Аэромеханика. 2004. Том 11. № 2. - С. 281-290.
9. Роуч П. Вычислительная гидродинамика.- М.: Мир, 1980. - 616 с.
10. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. - М: Наука. 1971.- 552 с.

Сведения об авторах

Телегин Игорь Григорьевич, *к.ф.-м.н., доцент, Тюменский государственный нефтегазовый университет, тел.:8(3452)632391, e-mail: igtelegin@yandex.ru*

Бочаров Олег Борисович, *к.ф.-м.н., доцент, Институт водных и экологических проблем СО РАН, тел.: 8(383)3332808, e-mail:bob@ad-sbras.nsc.ru*

Teleguin I. G., *Candidate of Science, associate professor, Tyumen State Oil and gas University, phone: 8(3452)632391, e-mail: igtelegin@yandex.ru*

Bocharov O. B., *Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, associate professor, Institute of water and ecology problems, SB RAS, phone: 8(383)3332808, e-mail:bob@ad-sbras.nsc.ru*