

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г.  
ШУХОВА» (БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

**Лабораторная работа №4**

по дисциплине: Теория автоматов и формальных языков  
тема: «Нисходящая обработка контекстно-свободных  
языков»

Выполнил: ст. группы ПВ-223  
Дмитриев Андрей  
Александрович

Проверил:  
Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2024 г.

**Цель работы:** изучить и научиться применять нисходящие методы обработки формальных языков.

Вариант 2:

Вариант 2
1. $S \rightarrow S;O$
2. $S \rightarrow O$
3. $O \rightarrow Y[S]$
4. $O \rightarrow Y[S][S]$
5. $O \rightarrow a=E$
6. $Y \rightarrow a=a$
7. $Y \rightarrow a<a$
8. $Y \rightarrow !(Y)$
9. $E \rightarrow (E+E)$
10. $E \rightarrow (E^*E)$
11. $E \rightarrow a$

**Задание 1.** Преобразовать исходную КС-грамматику в LL(1)-грамматику (см. варианты заданий).

1.  $S \rightarrow S;O$
2.  $S \rightarrow O$
3.  $O \rightarrow Y[S]$
4.  $O \rightarrow Y[S][S]$
5.  $O \rightarrow a=E$
6.  $Y \rightarrow a=a$
7.  $Y \rightarrow a<a$
8.  $Y \rightarrow !(Y)$
9.  $E \rightarrow (E+E)$
10.  $E \rightarrow (E^*E)$
11.  $E \rightarrow a$

Устраним самолеворекурсивное правило  $S \rightarrow S;O$ :

- $$\begin{aligned} S &\rightarrow OS' \\ S' &\rightarrow ;OS' \\ S' &\rightarrow \epsilon \\ O &\rightarrow Y[S] \\ O &\rightarrow Y[S][S] \\ O &\rightarrow a=E \\ Y &\rightarrow a=a \\ Y &\rightarrow a<a \\ Y &\rightarrow !(Y) \\ E &\rightarrow (E+E) \\ E &\rightarrow (E^*E) \\ E &\rightarrow a \end{aligned}$$

Устраним левую рекурсию:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow OS' \\
S' &\rightarrow ;OS' \\
S' &\rightarrow \epsilon \\
O &\rightarrow Y[S] \\
O &\rightarrow Y[S][S] \\
O &\rightarrow a=E \\
Y &\rightarrow a=a \\
Y &\rightarrow a<a \\
Y &\rightarrow !(Y) \\
E &\rightarrow (E+E) \\
E &\rightarrow (E*E) \\
E &\rightarrow a
\end{aligned}$$

Имеются правила с идентичными префиксами, факторизуем эти правила:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow OS' \\
S' &\rightarrow ;OS' \\
S' &\rightarrow \epsilon \\
O &\rightarrow Y[S]O' \\
O' &\rightarrow [S] \\
O' &\rightarrow \epsilon \\
O &\rightarrow a=E \\
Y &\rightarrow aY' \\
Y' &\rightarrow =a \\
Y' &\rightarrow <a \\
Y &\rightarrow !(Y) \\
E &\rightarrow (EE' \\
E' &\rightarrow +E) \\
E' &\rightarrow *E) \\
E &\rightarrow a
\end{aligned}$$

Пересечение множеств ВЫБОР(  $O \rightarrow Y[S]O'$  ) и ВЫБОР(  $O \rightarrow a=E$  ) даёт непустое множество, устраним это недоразумение:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow OS' \\
S' &\rightarrow ;OS' \\
S' &\rightarrow \epsilon \\
O &\rightarrow aO1 \\
O &\rightarrow !(Y)[S]O' \\
O1 &\rightarrow Y'[S]O' \\
O1 &\rightarrow =E \\
O' &\rightarrow [S] \\
O' &\rightarrow \epsilon \\
Y &\rightarrow aY' \\
Y' &\rightarrow =a \\
Y' &\rightarrow <a \\
Y &\rightarrow !(Y) \\
E &\rightarrow (EE' \\
E' &\rightarrow +E) \\
E' &\rightarrow *E) \\
E &\rightarrow a
\end{aligned}$$

Пересечение множеств  $\text{ВЫБОР}(O1 \rightarrow Y'[S]O')$  и  $\text{ВЫБОР}(O1 \rightarrow =E)$  даёт непустое множество, факторизуем эти правила:

$S \rightarrow OS'$   
 $S' \rightarrow ;OS'$   
 $S' \rightarrow \epsilon$   
 $O \rightarrow aO1$   
 $O \rightarrow !(Y)[S]O'$   
 $O1 \rightarrow =O2$   
 $O1 \rightarrow <a[S]O'$   
 $O2 \rightarrow E$   
 $O2 \rightarrow a[S]O'$   
 $O' \rightarrow [S]$   
 $O' \rightarrow \epsilon$   
 $Y \rightarrow aY'$   
 $Y' \rightarrow =a$   
 $Y' \rightarrow <a$   
 $Y \rightarrow !(Y)$   
 $E \rightarrow (EE'$   
 $E' \rightarrow +E)$   
 $E' \rightarrow *E)$   
 $E \rightarrow a$

Пересечение множеств  $\text{ВЫБОР}(O2 \rightarrow E)$  и  $\text{ВЫБОР}(O2 \rightarrow a[S]O')$  даёт непустое множество, факторизуем эти правила и получим LL(1) грамматика:

$S \rightarrow OS'$   
 $S' \rightarrow ;OS'$   
 $S' \rightarrow \epsilon$   
 $O \rightarrow aO1$   
 $O \rightarrow !(Y)[S]O'$   
 $O1 \rightarrow =O2$   
 $O1 \rightarrow <a[S]O'$   
 $O2 \rightarrow (EE'$   
 $O2 \rightarrow aO3$   
 $O3 \rightarrow [S]O'$   
 $O3 \rightarrow \epsilon$   
 $O' \rightarrow [S]$   
 $O' \rightarrow \epsilon$   
 $Y \rightarrow aY'$   
 $Y' \rightarrow =a$   
 $Y' \rightarrow <a$   
 $Y \rightarrow !(Y)$   
 $E \rightarrow (EE'$   
 $E' \rightarrow +E)$   
 $E' \rightarrow *E)$   
 $E \rightarrow a$

**Задание 2.** Определить множества ПЕРВЫХ для каждого символа LL(1) грамматики.

Символ	ПЕРВ
S	a !
S`	; e
O	a !
O1	< =
O2	( a
O3	[ e
O`	[ e
Y	a !
Y`	= <
E	( a
E`	+ *

**Задание 3.** Определить множества СЛЕДУЮЩИХ для каждого символа LL(1)-грамматики.

Символ	СЛЕД
S	{ }
S`	{ }
O	; { }
O1	; { }
O2	; { }
O3	; { }
O`	; { }
Y	)
Y`	)
E	+ * )
E`	+ * )

**Задание 4.** Определить множество ВЫБОРА для каждого правила LL(1) грамматики.

Правило	ВЫБОР
$S \rightarrow OS'$	a !
$S' \rightarrow ;OS'$	;
$S' \rightarrow \epsilon$	{ }
$O \rightarrow aO1$	a
$O \rightarrow !(Y)[S]O'$	!
$O1 \rightarrow =O2$	=
$O1 \rightarrow <a[S]O'$	<
$O2 \rightarrow (EE'$	(
$O2 \rightarrow aO3$	a
$O3 \rightarrow [S]O'$	[
$O3 \rightarrow \epsilon$	; { }
$O' \rightarrow [S]$	[
$O' \rightarrow \epsilon$	; { }
$Y \rightarrow aY'$	a
$Y' \rightarrow =a$	=
$Y' \rightarrow <a$	<
$Y \rightarrow !(Y)$	!

$E \rightarrow (EE'$	$($
$E' \rightarrow +E)$	$+$
$E' \rightarrow *E)$	$*$
$E \rightarrow a$	$a$

**Задание 5.** Написать программу-распознаватель методом рекурсивного спуска.

Программа должна выводить последовательность номеров правил, применяемых при левом выводе обрабатываемой цепочки.

```
G_TERMINALS = ":[a=<!()+*";

class ParseException(Exception):
    def __init__(self):
        print("incorrect")

class Recurse:

    def __init__(self, chain: str):
        self.err_flag = False
        self.chain = chain + '|'
        self.non_term = {
            'S': self.S, # S
            'Z': self.St, # S`
            'O': self.O, # O
            '1': self.O1, # O1
            '2': self.O2, # O2
            '3': self.O3, # O3
            '0': self.Ot, # O`
            'Y': self.Y, # Y
            '7': self.Yt, # Y`
            'E': self.E, # E
            '8': self.Et, # E`
        }

    def S(self):
        CHANGE = {
            'a': 'OZ',
            '!': 'OZ',
        }
        try:
            in_sym = self.chain[0]
            print(f'S => {CHANGE[in_sym]}')
            self.parse(CHANGE[in_sym])
        except Exception:
            self.err_flag = True

    def St(self):
        CHANGE = {
            ';': ';OZ',
        }
        try:
            in_sym = self.chain[0]
            print(f'S` => {CHANGE[in_sym]}')
            self.parse(CHANGE[in_sym])
        except Exception:
            if self.chain[0] in '|':
                print(f'S` => e')
            else:
                self.err_flag = True

    def O(self):
        CHANGE = {
            'a': 'a1',
            '!': '!(Y)[S]O'
        }
        try:
```

```

        in_sym = self.chain[0]
        print(f'O => {CHANGE[in_sym]}')
        self.parse(CHANGE[in_sym])
    except Exception:
        self.err_flag = True

def O1(self):
    CHANGE = {
        '=': '=2',
        '<': '<a[S]0'
    }
    try:
        in_sym = self.chain[0]
        print(f'O1 => {CHANGE[in_sym]}')
        self.parse(CHANGE[in_sym])
    except Exception:
        self.err_flag = True

def O2(self):
    CHANGE = {
        '(': '(E8',
        'a': 'a3'
    }
    try:
        in_sym = self.chain[0]
        print(f'O2 => {CHANGE[in_sym]}')
        self.parse(CHANGE[in_sym])
    except Exception:
        self.err_flag = True

def O3(self):
    CHANGE = {
        '[': '[S]0'
    }
    try:
        in_sym = self.chain[0]
        print(f'O3 => {CHANGE[in_sym]}')
        self.parse(CHANGE[in_sym])
    except Exception:
        if self.chain[0] in ';|':
            print(f'O3 => e')
        else:
            self.err_flag = True

def Ot(self):
    CHANGE = {
        '[': '[S]'
    }
    try:
        in_sym = self.chain[0]
        print(f'O` => {CHANGE[in_sym]}')
        self.parse(CHANGE[in_sym])
    except Exception:
        if self.chain[0] in ';|':
            print(f'O` => e')
        else:
            self.err_flag = True

def Y(self):
    CHANGE = {
        'a': 'a7',
        '!': '!(Y)'
    }
    try:
        in_sym = self.chain[0]
        print(f'Y => {CHANGE[in_sym]}')
        self.parse(CHANGE[in_sym])
    except Exception:
        self.err_flag = True

```

```

def Yt(self):
    CHANGE = {
        '=': '=a',
        '<': '<a'
    }
    try:
        in_sym = self.chain[0]
        print(f'Y` => {CHANGE[in_sym]}')
        self.parse(CHANGE[in_sym])
    except Exception:
        self.err_flag = True

def E(self):
    CHANGE = {
        '(': '(E8',
        'a': 'a'
    }
    try:
        in_sym = self.chain[0]
        print(f'E => {CHANGE[in_sym]}')
        self.parse(CHANGE[in_sym])
    except Exception:
        self.err_flag = True

def Et(self):
    CHANGE = {
        '+': '+E)',
        '*': '*E)'
    }
    try:
        in_sym = self.chain[0]
        print(f'E` => {CHANGE[in_sym]}')
        self.parse(CHANGE[in_sym])
    except Exception:
        self.err_flag = True

def parse(self, u: str):
    if self.err_flag:
        return

    v = u
    while v:
        X = v[0]
        z = v[1::]
        if X in G_TERMINALS:
            if X != self.chain[0]:
                raise Exception
            else:
                self.chain = self.chain[1::]
        else:
            self.non_term[X]()
        v = z

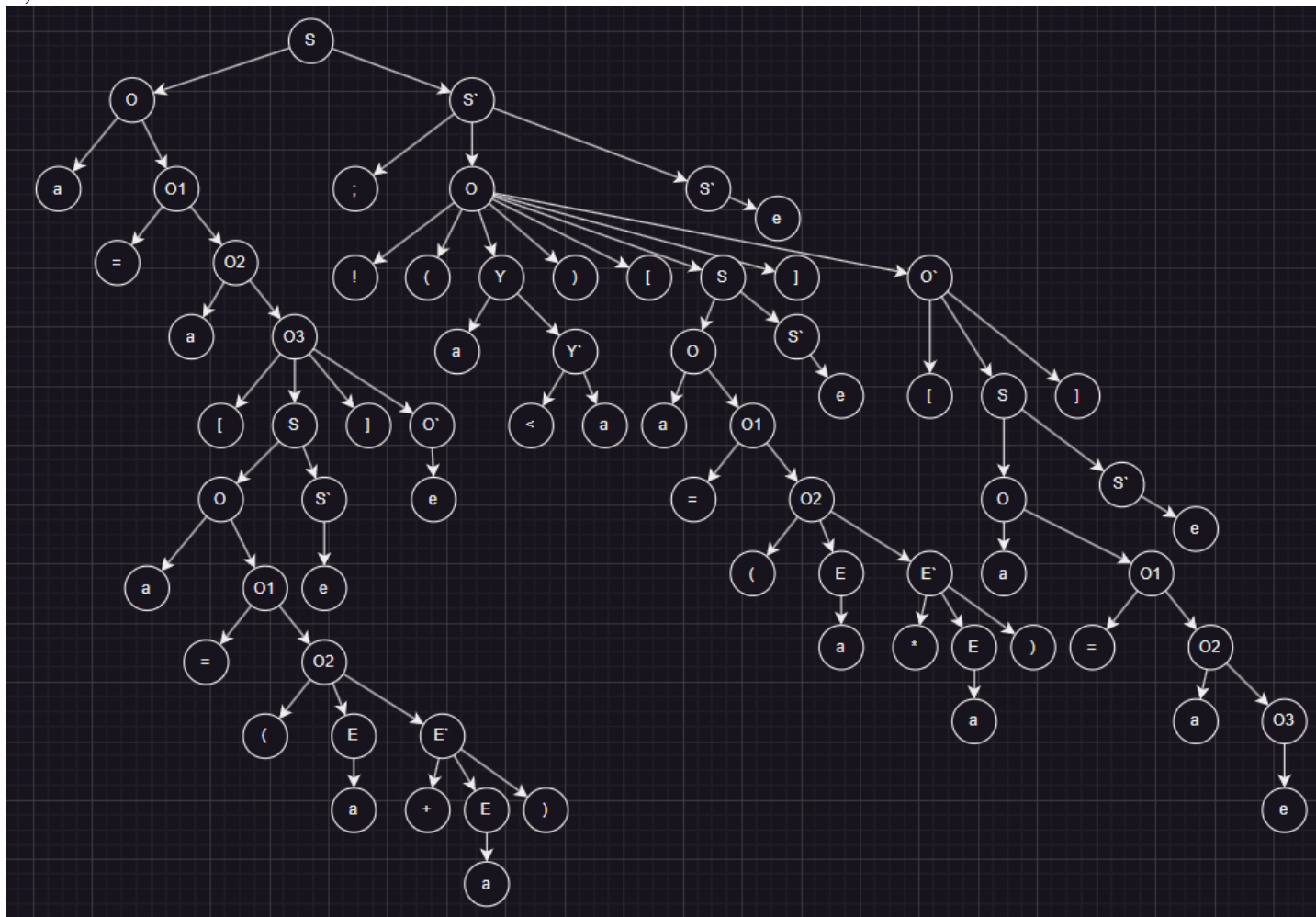
```

**Задание 6.** Сформировать наборы тестовых данных. Тестовые данные должны содержать цепочки, принадлежащие языку, заданному грамматикой, (допустимые цепочки) и цепочки, не принадлежащие языку. Для каждой допустимой цепочки построить дерево вывода и левый вывод. Каждое правило грамматики должно использоваться в выводах допустимых цепочек хотя бы один раз.



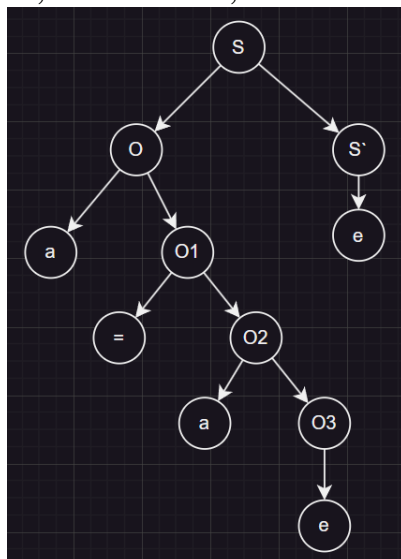
Допустимая цепочка:  $a=a[a=(a+a)];!(a<a)[a=(a*a)][a=a]$

Левый вывод:  $S \Rightarrow OS'; O \Rightarrow aO1; O1 \Rightarrow =O2; O2 \Rightarrow aO3; O3 \Rightarrow [S]O'; S \Rightarrow OS'; O \Rightarrow aO1; O1 \Rightarrow =O2; O2 \Rightarrow (EE'; E \Rightarrow a; E' \Rightarrow +E); E \Rightarrow a; S' \Rightarrow e; O' \Rightarrow e; S' \Rightarrow ;OS'; O \Rightarrow !(Y)[S]O'; Y \Rightarrow aY'; Y' \Rightarrow <a; S \Rightarrow OS'; O \Rightarrow aO1; O1 \Rightarrow =O2; O2 \Rightarrow (EE'; E \Rightarrow a; E' \Rightarrow *E); E \Rightarrow a; S' \Rightarrow e; O' \Rightarrow [S]; S \Rightarrow OS'; O \Rightarrow aO1; O1 \Rightarrow =O2; O2 \Rightarrow aO3; O3 \Rightarrow e; S' \Rightarrow e; S' \Rightarrow e$



Допустимая цепочка:  $a=a$

Левый вывод:  $S \Rightarrow OS'; O \Rightarrow aO1; O1 \Rightarrow =O2; O2 \Rightarrow aO3; O3 \Rightarrow e; S' \Rightarrow e$



Недопустимая цепочка:  $a=a[a=(a+a)];$

Недопустимая цепочка:  $a=a[$

Недопустимая цепочка:  $!(a<a$

**Задание 7.** Обработать цепочки из набора тестовых данных (см. п.6) программой-распознавателем.

```
S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> aO3
O3 -> [S]O`
S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> (EE`
E -> a
E` -> +E)
E -> a
S` -> e
O` -> e
S` -> ;OS`
O -> !(Y) [S]O`
Y -> aY`
Y` -> <a
S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> (EE`
E -> a
E` -> *E)
E -> a
S` -> e
O` -> [S]
S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> aO3
O3 -> e
S` -> e
S` -> e
correct

S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> aO3
O3 -> e
S` -> e
correct

S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> aO3
O3 -> [S]O`
O3 -> e
S` -> e
incorrect

S -> OS`
O -> !(Y) [S]O`
Y -> aY`
Y` -> <a
S` -> e
incorrect
```

**Задание 8.** Построить нисходящий МП-распознаватель по LL(1)-грамматике.

Имеем LL(1) грамматику:

1.  $S \rightarrow OS'$                       a !
2.  $S' \rightarrow ;OS'$                       ;
3.  $S' \rightarrow \epsilon$                        $\downarrow$  ]
4.  $O \rightarrow aO1$                       a
5.  $O \rightarrow !(Y)[S]O'$                       !
6.  $O1 \rightarrow =O2$                       =
7.  $O1 \rightarrow <a[S]O'$                       <
8.  $O2 \rightarrow (EE'$                       (
9.  $O2 \rightarrow aO3$                       a
10.  $O3 \rightarrow [S]O'$                       [
11.  $O3 \rightarrow \epsilon$                       ;  $\downarrow$  ]
12.  $O' \rightarrow [S]$                       [
13.  $O' \rightarrow \epsilon$                       ;  $\downarrow$  ]
14.  $Y \rightarrow aY'$                       a
15.  $Y' \rightarrow =a$                       =
16.  $Y' \rightarrow <a$                       <
17.  $Y \rightarrow !(Y)$                       !
18.  $E \rightarrow (EE'$                       (
19.  $E' \rightarrow +E$                       +
20.  $E' \rightarrow *E$                       \*
21.  $E \rightarrow a$                       a

МП-распознаватель:

	;	[	]	a	=	<	!	(	)	+	*	$\downarrow$
S				#1			#1					
S'	#2		#3									#3
O				#4			#5					
O1					#6	#7						
O2				#9				#8				
O3	#11	#10	#11									#11
O'	#13	#12	#13									#13
Y				#14			#17					
Y'					#15	#16						
E				#21				#18				
E'										#19	#20	
[		ВЫГ СД										
]			ВЫГ СД									
a				ВЫГ СД								
(								ВЫГ СД				
)									ВЫГ СД			
$\Delta$												ДОП

#1 ЗАМЕНИТЬ( S'O ), держать

#2 ЗАМЕНИТЬ( S'O ), сдвиг

#3 вытолкнуть, держать

#4 ЗАМЕНИТЬ( O1 ), сдвиг

#5 ЗАМЕНИТЬ( O`S[]Y( ), сдвиг  
 #6 ЗАМЕНИТЬ( O2 ), сдвиг  
 #7 ЗАМЕНИТЬ( O`S[a ), сдвиг  
 #8 ЗАМЕНИТЬ( E`E ), сдвиг  
 #9 ЗАМЕНИТЬ( O3 ), сдвиг  
 #10 ЗАМЕНИТЬ( O`S ), сдвиг  
 #11 вытолкнуть, держать  
 #12 ЗАМЕНИТЬ( ]S ), сдвиг  
 #13 вытолкнуть, держать  
 #14 ЗАМЕНИТЬ( Y` ), сдвиг  
 #15 ЗАМЕНИТЬ( а ), сдвиг  
 #16 ЗАМЕНИТЬ( а ), сдвиг  
 #17 ЗАМЕНИТЬ( )Y( ), сдвиг  
 #18 ЗАМЕНИТЬ( E`E ), сдвиг  
 #19 ЗАМЕНИТЬ( )E ), сдвиг  
 #20 ЗАМЕНИТЬ( )E ), сдвиг  
 #21 ЗАМЕНИТЬ( ), сдвиг

**Задание 9.** Написать программу-распознаватель, реализующую построенный нисходящий МП-распознаватель. Программа должна выводить на каждом шаге номер применяемого правила и промежуточную цепочку левого вывода.

```
G_TERMINALS = ";[]a=<!( )+*"
```

```

RULES = [
    ('S', 'OZ'),
    ('Z', ';OZ'),
    ('Z', ''),
    ('O', 'a1'),
    ('O', '! (Y) [S] 0'),
    ('1', '=2'),
    ('1', '<a[S] 0'),
    ('2', '(E8'),
    ('2', 'a3'),
    ('3', '[S] 0'),
    ('3', ''),
    ('0', '[S] '),
    ('0', ''),
    ('Y', 'a7'),
    ('7', '=a'),
    ('7', '<a'),
    ('Y', '! (Y) '),
    ('E', '(E8'),
    ('8', '+E'),
    ('8', '*E'),
    ('E', 'a')
]

```

```

class MP:
    TABLE = {
        'S': {
            'a': RULES[0],
            '!': RULES[0]
        },
        'Z': {
            ';': RULES[1],
            ']': RULES[2],
            '|': RULES[2],

```

```

    },
    'O': {
        'a': RULES[3],
        '!': RULES[4]
    },
    '1': {
        '=': RULES[5],
        '<': RULES[6],
    },
    '2': {
        '(': RULES[7],
        'a': RULES[8],
    },
    '3': {
        ';': RULES[10],
        '[': RULES[9],
        ']': RULES[10],
        '|': RULES[10],
    },
    '0': {
        ';': RULES[12],
        '[': RULES[11],
        ']': RULES[12],
        '|': RULES[12],
    },
    'Y': {
        'a': RULES[13],
        '!': RULES[16]
    },
    '7': {
        '=': RULES[14],
        '<': RULES[15]
    },
    'E': {
        '(': RULES[17],
        'a': RULES[20]
    },
    '8': {
        '+': RULES[18],
        '*': RULES[19]
    }
}

def _print_rule(self, rule: (str, str)):
    print(f'{rule[0]} -> {rule[1]} if rule[1] else "e"')

def check(self, chain: str):
    stack = ['|', 'S']
    chain += '|'
    indexInSym = 0
    run_flag = True
    while run_flag:
        X = stack[-1]
        if (X in G_TERMINALS) or (X == '|'):
            if X == chain[indexInSym]:
                stack.pop()
                indexInSym += 1
            else:
                raise Exception
        else:
            try:
                rule: (str, str) = MP.TABLE[X][chain[indexInSym]]
                stack.pop()
                stack += rule[1][::-1]
                self._print_rule(rule)
            except:
                raise Exception

    run_flag = (X != '|')

```

**Задание 10.** Обработать цепочки из набора тестовых данных (см. п.6) программой-распознавателем.

```
S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> aO3
O3 -> [S]O`
S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> (EE`
E -> a
E` -> +E)
E -> a
S` -> e
O` -> e
S` -> ;OS`
O -> !(Y)[S]O`
Y -> aY`
Y` -> <a
S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> (EE`
E -> a
E` -> *E)
E -> a
S` -> e
O` -> [S]
S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> aO3
O3 -> e
S` -> e
S` -> e
correct

S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> aO3
O3 -> e
S` -> e
correct

S -> OS`
O -> aO1
O1 -> =O2
O2 -> aO3
O3 -> [S]O`
O3 -> e
S` -> e
incorrect

S -> OS`
O -> !(Y)[S]O`
Y -> aY`
Y` -> <a
S` -> e
incorrect
incorrect
```

**Вывод:** в ходе работы изучены и применены нисходящие методы обработки формальных языков.