

学号
姓名
专业
年级
院/系

线
订
装
超
勿
题
答

安徽大学 20 22 —20 23 学年第 2 学期

《 离散数学（下） 》期末考试试卷（B 卷）
（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号 _____

| | | | | | |
|-----|---|---|---|---|----|
| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得 分 | | | | | |
| 阅卷人 | | | | | |

一、简答题（每小题 10 分，共 30 分）

得 分

1. 设 $\langle S, * \rangle$ 是代数系统， $*$ 运算表如下。指出该代数是否存在幺元、零元？它们分别是什么？指出各元素的逆元是否存在？它们分别是什么？

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| * | a | b | c | d | e |
| a | a | a | a | a | a |
| b | a | d | e | c | b |
| c | a | e | d | b | c |
| d | a | c | b | e | d |
| e | a | b | c | d | e |

院/系 _____ 年级 _____ 专业 _____ 姓名 _____ 学号 _____

答 题 勿 超 装 订 线

2. 设 $N_{16} = \{0, 1, \dots, 15\}$, $+_{16}$ 是模16加法, 求群 $\langle N_{16}, +_{16} \rangle$ 的所有子群及其对应的所有陪集。

3. 设 $L = \langle S, \leq \rangle$, $S = \{1, 3, 4, 12\}$, \leq 表示整除关系。回答以下问题:

- (1) 该偏序集合是不是格? 如果是请写出代数格的形式。
- (2) 该偏序集合是否是布尔代数, 请给出依据。

二、计算题（每小题 10 分，共 30 分）

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

1. 设 $G = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4\}$ 为含有 4 个四元置换的集合，其中

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \pi_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \pi_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix},$$

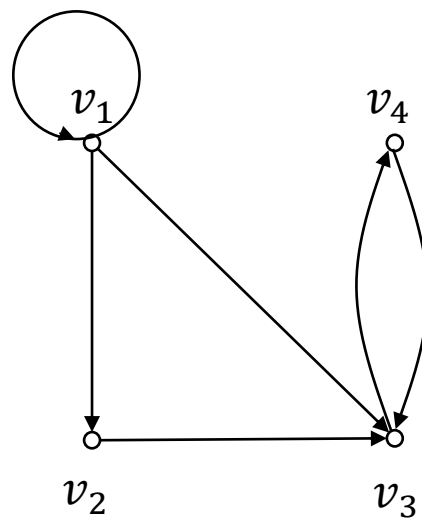
则 G 在合成运算 \circ 下构成群 $\langle G, \circ \rangle$ 。

求群 $\langle G, \circ \rangle$ 的所有正规子群及对应的商群，给出各商群的运算表。

2. 下图给出了有向图 G

(1) v_1 到 v_4 , v_4 到 v_3 长度为3的通路各为多少条?

(2) 长度等于4的通路总数为多少条?



3. 将二元素布尔代数上的布尔表达式

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \oplus x_2)' \oplus (x_1' * x_3)$$

化成主析取范式 and 主合取范式。

三、证明题（每小题 10 分，共 30 分）

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

1. 设 h 是从群 $\langle G, *, e \rangle$ 到 $\langle G', *, e' \rangle$ 的同态, 证明: 核 $\ker(h)$ 形成群 $\langle G, *, e \rangle$ 的子群。

2. 设 $F = \{ a + b\sqrt{3}i \mid a, b \in Q \}$, 其中 i 为虚数单元, $+$ 和 $*$ 为常规的复数加法和乘法, 试证明 $\langle F, +, * \rangle$ 是一个域。

院/系 _____ 年级 _____ 专业 _____ 姓名 _____ 学号 _____

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

3. 证明: n 个顶点和 k 个连通分支的简单图的边 m 满足 $n - k \leq m$ 。

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

四、综合应用题（每小题 10 分，共 10 分）

1. 现在有 a, b, c, d, e, f, g, 7 个人, 已知下列事实:

- a 会讲英语;
- b 会讲英语和汉语;
- c 会讲英语、意大利语和俄语;
- d 会讲日语和汉语;
- e 会讲德语和意大利语;
- f 会讲法语、日语和俄语;
- g 会讲法语和德语.

问能否将这 7 个人安排就座圆桌旁, 使得每个人都能与两边的人交谈?