

安徽大学 2021—2022 学年第一学期

《概率论与数理统计 A》考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、单选题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分

- 如果 $P(AB) = 0$, 则下列选项正确的是 ().
 A. A 与 B 不相容
 B. \bar{A} 与 \bar{B} 不相容
 C. $P(A - B) = P(A)$
 D. $P(A - B) = P(A) - P(B)$
- 设 X 的概率密度函数为 $\varphi(x)$, 且 $\varphi(-x) = \varphi(x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数, 则对任意实数 a , 下列选项正确的是 ().
 A. $F(-a) = 1 - \int_0^a \varphi(x) dx$
 B. $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a \varphi(x) dx$
 C. $F(-a) = F(a)$
 D. $F(-a) = 2F(a) - 1$
- 设 X, Y 是相互独立的两个随机变量, 它们的分布函数分别是 $F_X(x)$, $F_Y(y)$, 则随机变量 $Z = \min(X, Y)$ 的分布函数为 ().
 A. $F_Z(z) = \max\{F_X(z), F_Y(z)\}$
 B. $F_Z(z) = \min\{F_X(z), F_Y(z)\}$
 C. $F_Z(z) = F_X(z)F_Y(z)$
 D. $F_Z(z) = 1 - \{1 - F_X(z)\}\{1 - F_Y(z)\}$
- 简单随机样本 X_1, X_2, \dots, X_n 取自总体 X , 且 $EX = \mu$, $DX = \sigma^2$, 则 () 是总体方差 σ^2 的无偏估计.
 A. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
 B. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n (X_i - \bar{X})^2$
 C. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \bar{X})^2$
 D. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
- 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $EX = 3$, $DX = 4$, $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数, 则 $P(-1 \leq X \leq 1) =$ ().

- A. $\Phi(-\frac{1}{2}) - \Phi(-1)$ B. $\Phi(1) - \Phi(-1)$ C. $\Phi(2) - \Phi(1)$ D. $\Phi(-2) - \Phi(-4)$

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得分	
----	--

6. 三个人独立地向某一目标进行射击，已知各人能击中的概率分别为 $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ ，则三人各射击一次，目标能被击中的概率是_____.
7. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松 (Poisson) 分布，且已知 $E[(X-1)(X-2)]=1$ ，则 $\lambda=$ _____.
8. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是 n 个独立同分布的随机变量， $EX_i = \mu, DX_i = 8, i=1, 2, \dots, n$ ，利用切比雪夫不等式，估计 $P(|\bar{X} - \mu| \geq 4) \leq$ _____.
9. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $\frac{X}{P} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \end{vmatrix}, \frac{Y}{P} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \end{vmatrix}$ ，则 $P(X=Y)=$ _____.
10. 设总体服从正态分布 $N(\mu, 0.2^2)$ ，从中抽取容量为 16 的样本，样本均值 $\bar{x} = 2.125$ ， u_α 是标准正态分布的上侧 α 分位数，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是_____.
- ($\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.65) = 0.95$).

三、计算题（每小题 10 分，共 60 分）

得分	
----	--

11. 某批产品中，甲、乙、丙三个车间生产的产品分别占 20%、35%、45%，各车间产品的次品率分别为 5%、2%、4%，现从中任取一件.
- (1) 求取到的是次品的概率；
- (2) 若已知取到的是次品，求它是乙车间生产的概率.

12. 设随机变量 $X \sim E(3)$, 其概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases},$$

求: (1) $P(3 < X < 9)$;

(2) 随机变量 X 的分布函数 $F(x)$.

13. 已知 $X \sim U(0,1)$, 试求 $Y = 1 - X$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

14. 设随机变量 Y 服从参数为 $\lambda = 1$ 的指数分布, 令

$$X_k = \begin{cases} 0, & \text{若 } Y \leq k, \\ 1, & \text{若 } Y > k, \end{cases} \quad k = 1, 2.$$

求: (1) (X_1, X_2) 的联合分布列;

(2) 求在 $X_2 = 0$ 的条件下 X_1 的条件分布列.

15. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, 0 < y < 2x, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 分别求 X 与 Y 的边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$.

(2) 判定 X 与 Y 的独立性.

16. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自均匀分布总体 $U(0, \theta)$ 的简单随机样本，其中 $\theta > 0$ 未知，试求参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

四、证明题（每小题 10 分，共 10 分）

得分	
----	--

17. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且分别服从参数为 λ_1 与 λ_2 的泊松分布，试证： $X + Y$ 服从参数为 $\lambda_1 + \lambda_2$ 的泊松分布.