院/系 ________ 年级 ________ 专业 ________ 姓名 ________ 学号 ________

答 题 勿 超 装 订 线

安徽大学 2021—2022 学年第一学期

《概率论与数理统计 A》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、单选题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1. 设 X,Y 是相互独立的两个随机变量，它们的分布函数分别是 $F_X(x)$，$F_Y(y)$，则随机变量 $Z=\max(X,Y)$ 的分布函数为 (　　).

A. $F_Z(z)=\max\{F_X(z),F_Y(z)\}$　　B. $F_Z(z)=\max\{|F_X(z)|,|F_Y(z)|\}$

C. $F_Z(z)=F_X(z)F_Y(z)$　　D. $F_Z(z)=1-\{1-F_X(z)\}\{1-F_Y(z)\}$

2. 设随机变量 X,Y 的方差存在且不为零，则 $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$ 是 X 和 Y (　　).

A. 不相关的充分条件，但不是必要条件　　B. 独立的充分而非必要条件

C. 独立的充分必要条件　　D. 不相关的充分必要条件

3. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 已知，σ^2 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，则下列样本函数中不是统计量的是 (　　).

A. $\sum_{i=1}^{n}(\frac{X_i-\mu}{\sigma})^2$　　B. $\max_{1\le i\le n} X_i$

C. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$　　D. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

4. 设总体 $X\sim N(\mu,1)$，X_1,X_2 是从总体中抽取的简单随机样本，则以下估计量中有效的是 (　　).

A. X_1+X_2　　B. $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2$

C. $\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$　　D. $\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2$

5. 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验，如果在显著性水平 0.05 下，接受假设 $H_0:\mu=\mu_0$，那么在显著性水平 0.10 下，下列结论正确的是 (　　).

A. 必接受 H_0　　B. 可能接受也可能拒绝 H_0

C. 必拒绝 H_0　　D. 不接受也不拒绝 H_0

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6. 设一批产品共有 a 件正品，b 件次品，每次抽取一件，抽出后不再放回，则第 k 次 $(1\le k\le a+b)$ 抽到次品的概率为__________.

7. 设 X 为离散型随机变量，且有概率分布律：$P(X=k)=C(\frac{2}{3})^k$，$k=0,1,2,3$，则常数 $C=$ __________.

8. 设 $X\sim B(10,0.4)$（二项分布），利用切比雪夫不等式，估计 $P(|X-4|<2)\ge$ ________.

9. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，则 $\frac{X_2^2+\cdots+X_n^2}{(n-1)X_1^2}\sim$ __________分布（标注自由度）.

10. 设总体服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中抽取容量为 16 的样本，u_α 是标准正态分布的上侧 α 分位数，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间长度是 ______________.
$(\Phi(1.96)=0.975,\Phi(1.65)=0.95)$.

三、计算题（每小题 10 分，共 60 分）

得 分	

11. 市场上出售的某种商品由三个厂家同时供货，其供应量第一厂家为第二厂家的两倍，第二、第三厂家相等，且第一、第二、第三厂家的次品率依次为2%，2%，4%.

(1) 问市场上随机购买一件商品为次品的概率?

(2) 若在市场上随机购买一件商品为次品，问该件商品是第一厂家生产的概率为多少?

12. 连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} A+Be^{-x^2/2}, & x>0, \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

求：(1) 常数 A,B；(2) X 的概率密度函数；(3) 概率 $P(1<X<2)$.

13. 已知随机变量 $X\sim N(0,1)$，求 $Y=|X|$ 的概率密度函数.

14. 设二维离散型随机变量 (X,Y) 联合分布列为

X \ Y	1	2	3
1	1/6	1/9	1/18
2	1/3	a	b

其中a,b为某待定常数.

（1）求在$Y=2$的条件下X的条件分布；

（2）问a,b取何值时，X与Y独立?

答 题 勿 超 装 订 线

15. 设二维随机变量X和Y的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} kxy, & 0\le x\le y\le 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

（1）求常数k的值；

（2）求概率$P(X+Y\ge 1)$；

（3）求X,Y的边缘密度函数.

16．已知三个随机变量X、Y和Z，满足$E(X)=1$，$E(Y)=2$，$E(XY)=5$，$D(X)=9$，$D(Y)=4$，$D(Z)=1$，$\rho_{XZ}=-\dfrac{1}{3}$，$\rho_{YZ}=\dfrac{1}{4}$.

求：（1）ρ_{XY}；（2）$D(X+Y+Z)$；（3）$D(X-2Y+3Z)$.

四、解答题（每小题10分，共10分）

得 分	

17. 设总体X具有几何分布，分布列为：

$$P(X=k)=(1-p)^{k-1}p \quad (k=1,2,\cdots;0<p<1)$$

（1）求p的矩估计；

（2）求p的最大似然估计.