院/系＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 2019—2020 学年第 2 学期

《 离散数学》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号＿＿＿＿＿＿

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								
阅卷人								

一、单选题（每小题 2 分，共 20 分）　　得分＿＿

1、设 $<G,\circ>$ 为群，其中 G 是实数集，运算 $\circ$ 为 $a\circ b=a+b+k$，k 为 G 中固定常数，则在群 $<G,\circ>$ 中，关于运算 $\circ$ 的幺元以及元素 x 的逆元分别为（　　）

A. e 和 $-x$　B. $-e$ 和 $k-x$　C. k 和 $x-2k$　D. $-k$ 和 $-(x+2k)$

2、设 f 是 $<G,*>$ 到 $<H,\otimes>$ 的群同态，那么下列命题错误的是（　　）

A. 同态 f 的核是 $<G,*>$ 的正规子群　B. $<f(G),\otimes>$ 的幺元必是 $<H,\otimes>$ 的幺元

C. $<f(G),\otimes>$ 的零元可以不是 $<H,\otimes>$ 的零元　D. 同态象 $<f(G),\otimes>$ 是 $<H,\otimes>$ 的子群

3、设 $f:R_1\to R_2$ 是环同态满射，$f(a)=b$，那么下列结论错误的是（　　）

A. 若 a 是零元，则 b 是零元　B. 若 a 是幺元，则 b 是幺元

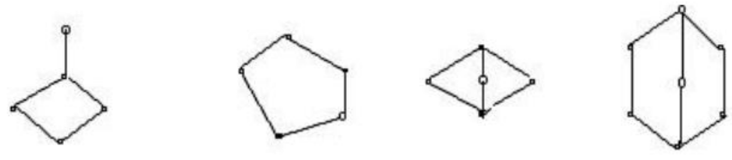
C. 若 a 不是零因子，则 b 不是零因子　D. 若 R_2 是不交换的，则 R_1 不交换

4. 设 R 为实数集合，$M_2(R)=\left\{\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b\end{pmatrix}\middle| a,b\in R, R\text{为实数域}\right\}$ 关于矩阵的乘法运算（　　）

A. 可交换且有幺元　B. 可交换且无幺元

C. 不可交换且有幺元　D. 不可交换且无幺元

5. 下面哈斯图为分配格的是（　　）



A.　B.　C.　D

6. 在布尔代数 $\langle B,*,\oplus,',0,1\rangle$ 中任取两元素 a,b，下列命题与 $a\le b$ 不一定等价的是（　　）

A. $a*b=a$　B. $a\oplus b=b$　C. $a*b'=0$　D. $a\oplus b'=1$

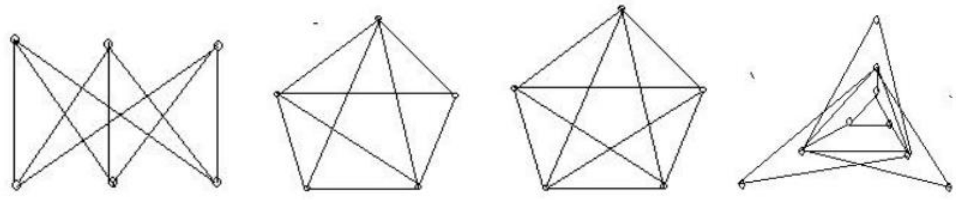
7．布尔代数 $<B,*,\oplus,',0,1>$ 上定义的 n 元布尔表达式所对应的不同主析取范式总个数为（　　）

A. 2^n　　B. $|B|^{|B|^n}$　　C. $|B|^{2^n}$　　D. $|B|^n$

8．设 G 是连通平面图，G 中有 6 个顶点 8 条边，则 G 的面的数目是（　　）

A．2 个　　B．4 个　　C．3 个　　D．5 个

9．下列各图不是哈密尔顿图的为（　　　）



A.　　　　B,　　　　C.　　　　D

10．完全二部图 $K_{4,5}$ 删去（　　　）条边可以得到树。

A．4　　B．10　　C．5　　D．12

二、判断题（对的打 √，错的打×，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．在代数系统中，一个元素的逆元不一定是唯一。（　　）

2．若环 R 满足左消去律，那么 R 必定没有右零因子。（　　）

3．不满足分配率的格（非分配格）同样也满足模不等式。（　　）

4．无向简单图 G 的极小支配集必为 G 的极大独立集。（　　）

5．任何树（2 个顶点以上）的点连通度和边连通度都是 1。（　　）

三、填空题（每小空 2 分，共 20 分）

得 分	

1. 设 Z 是整数集，在 Z 上定义二元运算 $*$ 为 $a*b=a+b+a\times b$，其中 $+$ 和 $\times$ 是数的加法和乘法，则代数系统 $<Z,*>$ 的幺元是__________，零元是__________。

2. 设 $N_{12}=\{0,1,...,11\}$，$+_{12}$ 为模 12 加法，则群 $<N_{12},+_{12}>$ 中元素 7 的阶为__________，元素 4 确定的子群 $H=\{0,3,6,9\}$ 的陪集为__________。

3. 布尔代数 $<\rho(\{a,b,c\}),\bigcap,\bigcup>$ 中，原子为__________，$\{a,b\}$ 的补元为__________。

4. 设图 G 的邻接矩阵为 $M=\begin{bmatrix}0&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$，则 G 的可达性矩阵为__________。

5. 设 e 为无向完全图 K_4 的一条边，则 $K_4-\{e\}$ 的连通度为________，匹配数为_______。

6. 若一棵树有 2 个结点度数为 2，一个结点度数为 3，3 个结点度数为 4，其余是叶结点，则该树有___

__个叶结点。

四、解答题（每小题 10 分, 共 30 分）

得 分	

1. 给定集合 $G=\{\pi_1,\pi_2,\pi_3,\pi_4,\pi_5,\pi_6\}$，其中，

$$\pi_1=\begin{pmatrix}1&2&3\\1&2&3\end{pmatrix},\qquad \pi_2=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&1&3\end{pmatrix},\qquad \pi_3=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix},$$

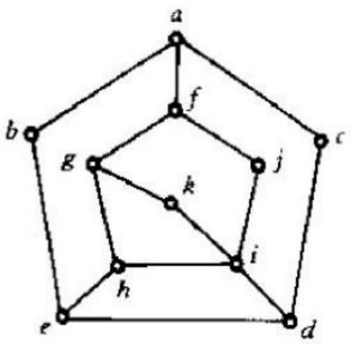
$$\pi_4=\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix},\qquad \pi_5=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix},\qquad \pi_6=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{pmatrix}。$$

G 在合成运算$\circ$下组成的群$<G,\circ>$，试求$<G,\circ>$的所有正规子群和每个正规子群的陪集。

2. 设布尔代数$\langle\{0,a,b,1\},*,\oplus,',0,1\rangle$上的布尔表达式$f(x_1,x_2,x_3)=a*x_1\oplus b*x_2*x_3$，试求其主析取范式和主合取范式。

3. 求图G（如下图所示）的支配数$\gamma_0(G)$、点覆盖数$\alpha_0(G)$、边覆盖数$\alpha_1(G)$、独立数$\beta_0(G)$、匹配数$\beta_1(G)$、点连通度$\kappa_0(G)$、边连通度$\kappa_1(G)$、点色数$\chi_0(G)$、边色数$\chi_1(G)$，结果填入下表。并给出图G的邻接矩阵A（结点与自身邻接，结点次序按字母顺序）。

$\gamma_0(G)$	$\alpha_0(G)$	$\alpha_1(G)$	$\beta_0(G)$	$\beta_1(G)$	$\kappa_0(G)$	$\kappa_1(G)$	$\chi_0(G)$	$\chi_1(G)$



五、证明题（每小题10分，共20分）

1. 设$F=\{a+b\sqrt{3}i \mid a,b\in Q\}$，其中$i$为虚数单元，$+$和$*$为常规的复数加法和乘法，试证明$<F,+,*>$是一个域。

2. 证明若G是每个区域至少由k（$k \ge 3$）条边围成的连通平面图，其中n、m分别是图G的顶点数和边数，则$m \le \frac{k(n-2)}{k-2}$。

线

答 题 勿 超 装 订 线

订

装