

[CAE] LAB#1 : Estimation of Elastic Modulus

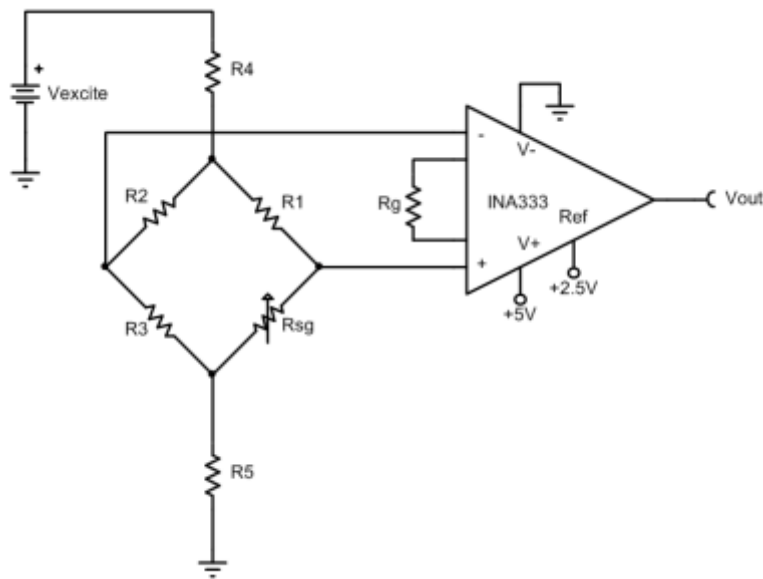
Student ID: 21900416

Author : Gyeonheal An

I. PreLAB

- 스트레인게이지

(1). 스트레인게이지의 게이지팩터에 대하여 조사 기술하라.



스트레인게이지는 물체가 외력의 작용을 받아 기계적인 형태의 변화가 일어났을 때 전기 신호를 이용하여 검출하는 센서이다.

스트레인게이지는 금속저항소자의 저항치 변화에 따라, 피측정물의 표면의 변형을 측정한다.

금속 재료가 외력에 따라 늘어나면 저항치가 증가하고, 줄어들면 저항치가 감소하는 특징을 가지고 있다.

$$R = \frac{L}{\sigma A} = \frac{\rho L}{wt}$$

rho는 비저항으로 어떤 물질이 전류의 흐름을 얼마나 거스르는지 나타내는 물체가 가지는 고유한 값이다.

위의 식을 전미분하게 된다면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\partial R &= \frac{L}{wt} \partial \rho + \frac{\rho}{wt} \partial L - \frac{\rho L}{w^2 t} \partial w - \frac{\rho L}{wt^2} \partial t \\ \partial R &= \frac{RL}{wt} \frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{\rho L}{wt} \frac{\partial L}{L} - \frac{\rho L}{wt} \frac{\partial w}{w} - \frac{\rho L}{wt} \frac{\partial t}{t} \\ \frac{\partial R}{R} &= \frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{\partial L}{L} - \frac{\partial w}{w} - \frac{\partial t}{t}\end{aligned}$$

$$\epsilon = \frac{dL}{L} \quad \text{and} \quad v = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \epsilon_y(1 + 2v)$$

이후 게이지 팩터값을 정의에 맞게 식을 정리해주면

$$GF = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L} \quad \text{and} \quad GF = \frac{d\rho/\rho}{\epsilon_y} + 1 + 2v$$

$$\pi = \frac{\Delta \rho/\rho}{\Delta L/L} > \text{piezoresistivity coefficient}$$

$$GF = 1 + 2v + \pi$$

(2). 스트레인게이지의 길이변화에 따른 저항변화로 전압을 측정하는 브릿지회로의 전압출력수식을 분석하라.

$$e_o = \frac{R_1 + R_2 + R_o}{R_o} \times \frac{R_4}{R_3} \times \frac{-R_6}{R_5} \times \frac{1}{1 + j\omega R_6 C} (e_1 - e_2)$$

$$; e_1 - e_2 = \frac{\Delta R}{4R} \times E$$

$$e_o = E \frac{\Delta R}{4R} G$$

이 때 G는 회로 증폭비이고 E는 bridge 회로의 전원 전압값이다.

$$\Delta R = \frac{4Re_o}{EG}$$

이를 통해 출력 전압을 안다면 저항 변화를 알 수 있고 이는 스트레인게이지 식에서 스트레인을 알 수 있다.

(3). 브릿지회로(전압=5V, 암저항=120옴) 및 증폭회로(1500배)에서 게이지가 달린 압에 100K 옴의 캘리브레이션 저항을 병렬로 연결하면 출력전압 e_{out} 은 몇 볼트(V)될지 계산하라.

$$R_{tot} = \frac{R_{cal} R}{R_{cal} + R} = 119.86 \, \Omega$$

$$e_{out} = E \times \frac{\Delta R}{4R} \times G = 5 \times \frac{120 - 119.86}{4 \times 120} \times 1500 = 2.1875 \, [V]$$

R1 = 캘리브레이션 저항

R2 = 암저항

E = 전압

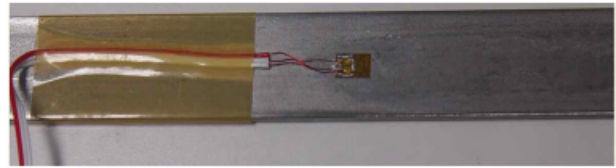
G = 증폭회로

따라서 출력전압은 2.1875 볼트 이다.

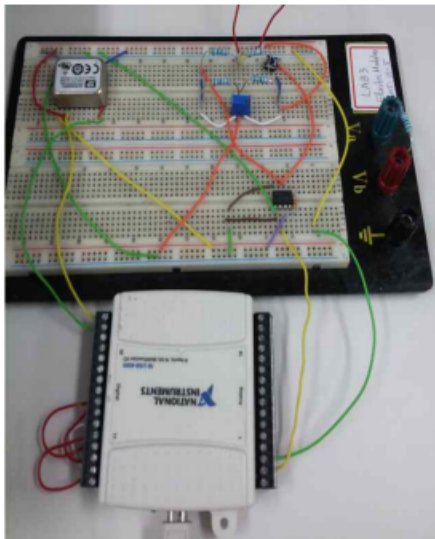
- 응력과 처짐



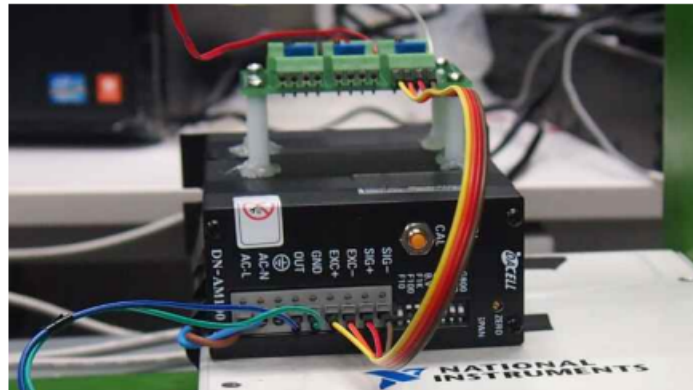
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig.1

(1) 재료의 항복관점(안전계수 2.5)에서 단순지지보인 길이 400mm인 스테인레스 스틸빔(SUS304)의 중앙에 매달 수 있는 무게(Kg)를 구하라. 빔의 폭은 20mm, 두께는 3mm이다.

단순 지지보에 걸리는 최대 굽힘 힘은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$M_{max} = \frac{1}{4}FL = \frac{1}{4} \times m \times 9.81 \times 0.4 = 0.981m$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{1}{12} \times 0.02 \times 0.003^3 = 4.5 \times 10^{-11}$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{0.981m \times \frac{1}{2} \times 0.003}{4.5 \times 10^{-11}} = 32.7m [Mpa]$$

스테인레스 스틸빔(SUS304)의 인장강도와 항복강도는 아래와 같다.

$$\sigma_{ut} = 520 [Mpa], \quad \sigma_e = 205 [Mpa]$$

이후 주어진 안전계수를 고려하면 최대 무게를 구할 수 있다.

$$SF = \frac{\sigma_e}{\sigma} = 2.5 \leq \frac{205 \times 10^6}{32.7 \times m \times 10^6}$$
$$\therefore m \leq 2.51 [kg]$$

따라서 중앙에 매달 수 있는 최대 무게는 2.51 kg이다.

(2) 위 단순지지보에서 중앙부의 처짐을 측정할 수 있는 다이얼게이지(Fig. 1)의 측정 범위가 7mm 이다. 중앙에 매달 수 있는 무게(kg)를 구하라.

단순 지지보의 중앙에 하중을 가했을 때 중앙부의 처짐을 계산하는 식은 아래와 같다.

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI}$$

여기서 스테인레스 스틸빔 (SUS304)의

$$E = 185 [Gpa], \quad I = \frac{bh^3}{12} = 4.5 \times 10^{-11} m^4, \quad L = 0.4m$$

이다.

$$\delta = \frac{P \times 0.4^3}{48 \times 185 \times 10^9 \times 4.5 \times 10^{-11}} \leq 0.007$$

$$\therefore P \leq 43.71 [N]$$

$$m = P/9.81 = 4.46 [kg]$$

따라서 중앙에 매달 수 있는 무게는 최대 4.46 kg 까지 이다.

II. Experimental Results

해당 시편에 사용된 재료는 AL-6061-T6 이고 시편의 스펙은 아래와 같다.

$$L : 400mm, \quad b : 20mm, \quad h : 3mm$$

$$\epsilon = \frac{\Delta R}{R} \times \frac{1}{GF} = \frac{4 \times e_o}{E \times G} \times \frac{1}{GF}$$

변형률을 계산하는 방법은 위와 같다. 이 때 실험에 사용된 게이지팩터 (GF), 증폭값 (G), 전압 (E)은 각각 2.1, 1500, 5 이다.

Table.1 단순지지보의 실험 기록표

하중 [kg]	굽힘모멘트 [N*m]	응력 [Mpa]	전압 [V]	변형률	처짐량 [mm]
0.2	0.1962	6.54	0.36	9.143E-5	-1.08
0.4	0.3924	13.08	0.93	2.36E-4	-2.15
0.6	0.5886	19.62	1.38	3.50E-4	-3.21
0.8	0.7845	26.15	1.85	4.69E-4	-4.27
1	0.981	32.7	2.38	6.04E-4	-5.31

III. Discussions

1. 조별 실험을 위해 결정한 최대하중의 크기의 적절성에 대해 논하라

이번 실험에 사용한 시편의 재료는 AL-6061-T6로 인장강도와 항복강도는 각각 310 [Mpa], 275 [Mpa]이며 탄성 계수는 69 [Gpa]이다.

이번 실험에서 시편에 최대로 가한 하중은 1 [kg]이었다. PreLAB에서 구한 방식과 마찬가지로 Al-6061-T6 재료의 항복 강도 관점에서 Safety Factor 2.5를 적용하여 중앙에 매달 수 있는 최대 무게는 3.36 kg 이다.

또한 다이얼게이지의 측정 가능 범위가 7mm라 할 때 Al-6061-T6 재료에서는 최대하중의 크기는 1.66 kg까지 가능하다.

따라서 이번 실험에서 사용된 하중 1kg은 두가지 측면에서 최대 하중 범위를 넘지 않으므로 사용하기에 적절하다.

2. 실험데이터의 노이즈에 대해 논하고 적용된 필터의 적정성에 대해 논하라

실험 데이터에 생길 수 있는 노이즈의 원인으로는 여러 요인들이 있지만 대표적으로 세 가지를 아래에 기술하였다.

- 기계적 진동 및 충격
- 전기적 노이즈
- 센서의 불안정성

이로 인한 노이즈를 제거하기 위해 해당 실험에 쓰인 기기에는 LPF(Low Pass Filter)가 적용되었으며 이는 외부 노이즈로 인해 생긴 빠른 주파수의 신호를 필터를 통해 제거하고 실험에 의한 낮은 주파수의 신호를 통과함으로써 온전한 실험 결과를 얻을 수 있다.

3. 처짐량 계측에서 구한 탄성계수와 변형률 계측에서 구한 탄성계수 값을 비교하고 재료 물성치의 기준값과 비교 및 논의하라.

- 처짐량 계측에서 탄성계수를 구하기 위해서는 아래의 식을 이용한다.

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI}, \quad E = \frac{PL^3}{48\delta I}$$

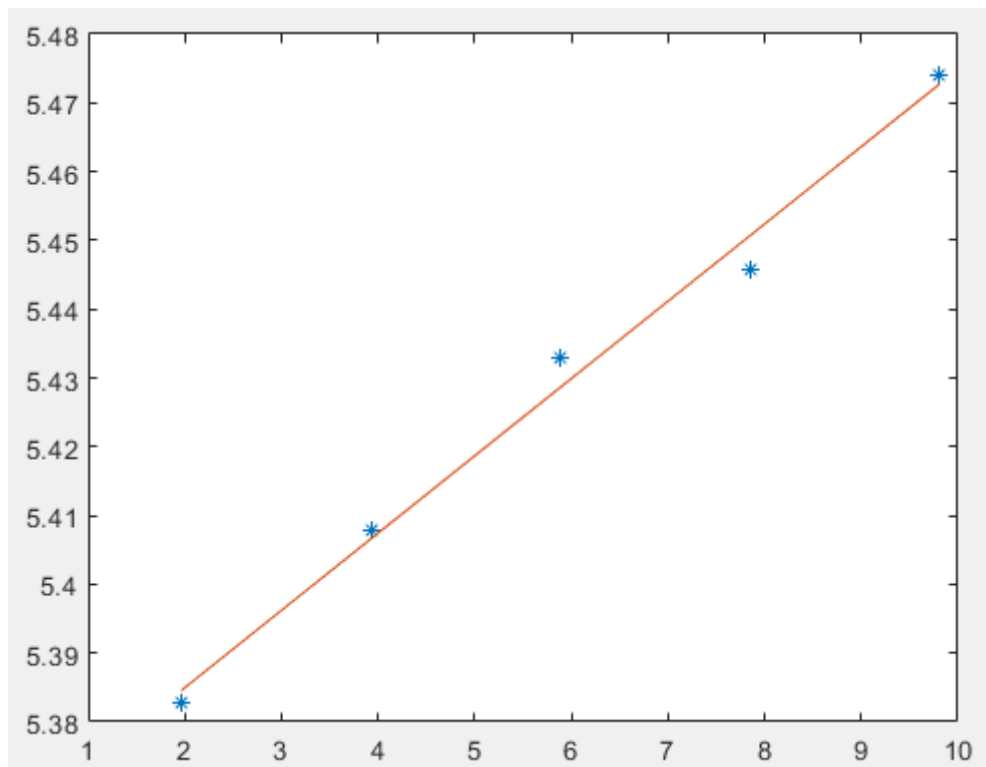


Fig. 2 처짐량 계측에서 구한 탄성계수의 선형회귀곡선(1차식) [MATLAB]

Matlab을 이용하여 선형회귀곡선 함수를 사용하여 탄성계수를 구한 결과 **E = 53.625 [Gpa]**가 나왔다.

- 변형률 계측에서 탄성계수를 구하기 위해서는 아래의 식을 이용한다.

$$\sigma = E\epsilon, \quad \sigma = \frac{Mc}{I}$$

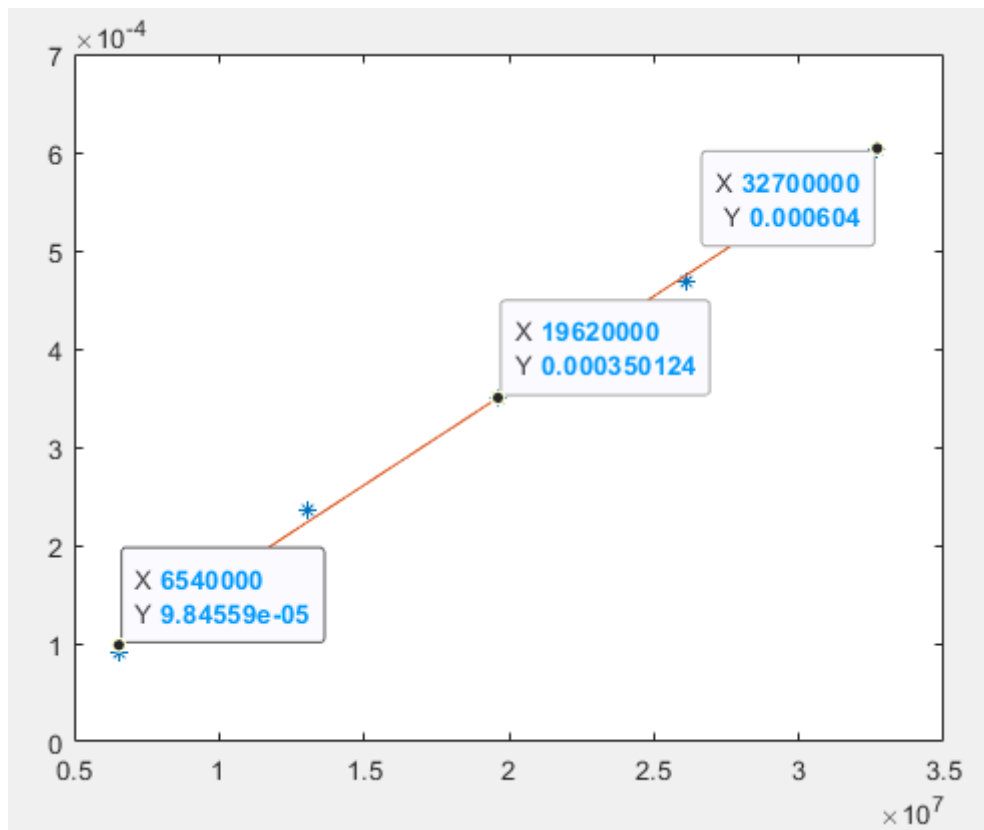


Fig. 3 변형률 계측에서 구한 탄성계수의 선형회귀곡선(1차식) [MATLAB]

Matlab을 이용하여 선형회귀곡선 함수를 사용하여 탄성계수를 구한 결과 **E = 68.9169 [Gpa]**가 나왔다.

처짐량 계측에서 도출된 탄성계수는 기존 AL-6061-T6의 탄성계수 (68.9 [Gpa])에 비해 작은 값이 나왔지만 변형률 계측에서 얻은 탄성계수는 AL-6061-T6가 가지고 있는 탄성계수와 동일하게 도출되었음을 알 수 있다.

4. Ansys 시뮬레이션 모델을 만들어 응력과 처짐을 해석하고, 세 개의 하중값에서 이론값 및 실험값과 시뮬레이션값을 비교하라

아래의 Table에서 응력값과 처짐값의 이론값은 각각

$$\sigma = \frac{Mc}{I}, \quad \delta = \frac{PL^3}{48EI}$$

위와 같이 구하였다.

실험에서 구한 응력값은

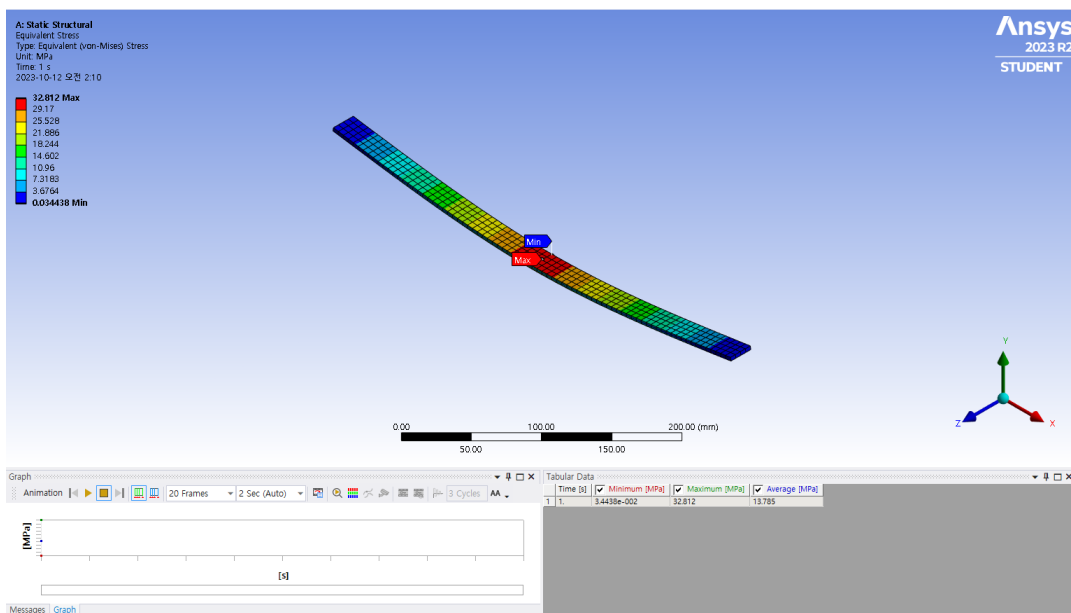
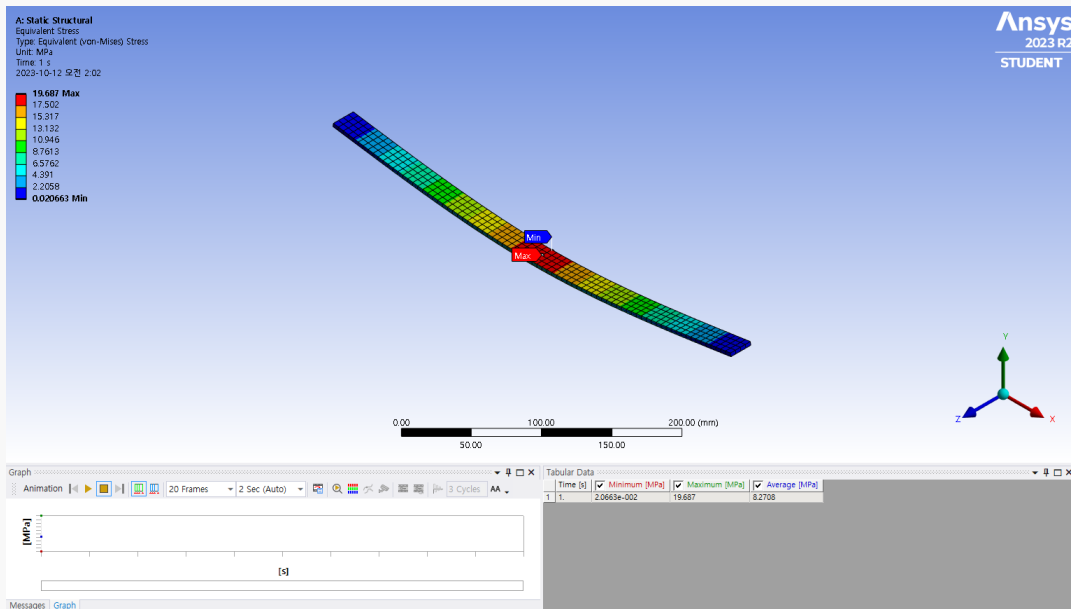
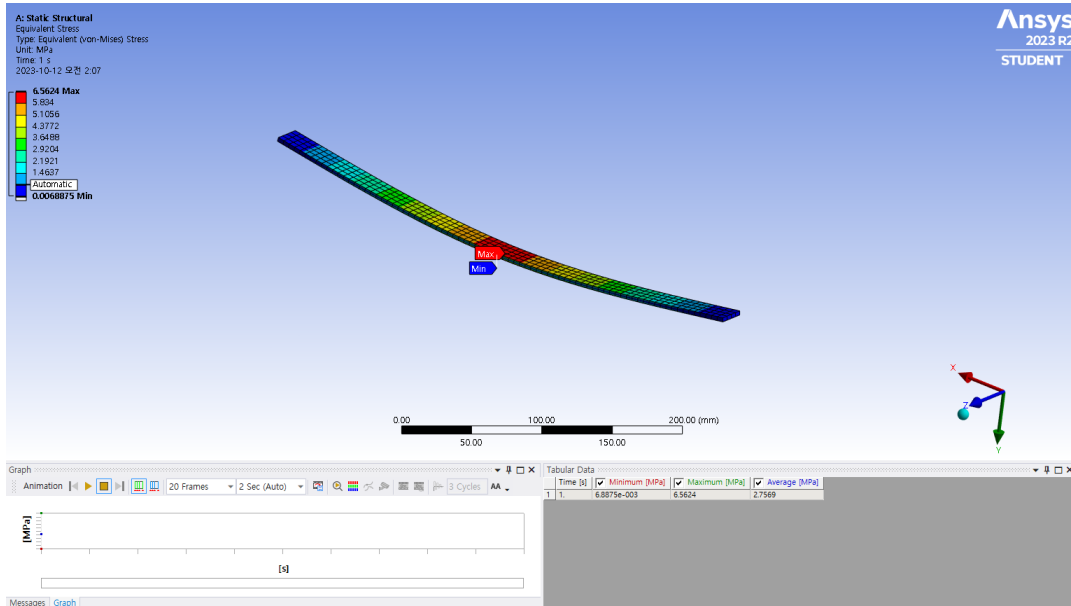
$$\sigma = E\epsilon$$

으로 구하였으며, 처짐량은 직접 측정한 값으로 Table 3에 기입하였다.

Table.2 이론-실험-시뮬레이션 응력값 비교

하중 [kg]	이론 [Mpa]	실험 (E=53.625)	실험 (E=68.9169)	시뮬레이션 (E=53.625)	시뮬레이션 (E=68.9)
0.2	6.54	4.9	6.3	6.5624	6.5624
0.6	19.62	18.77	24.12	19.687	19.687
1	32.7	32.39	41.63	32.812	32.812

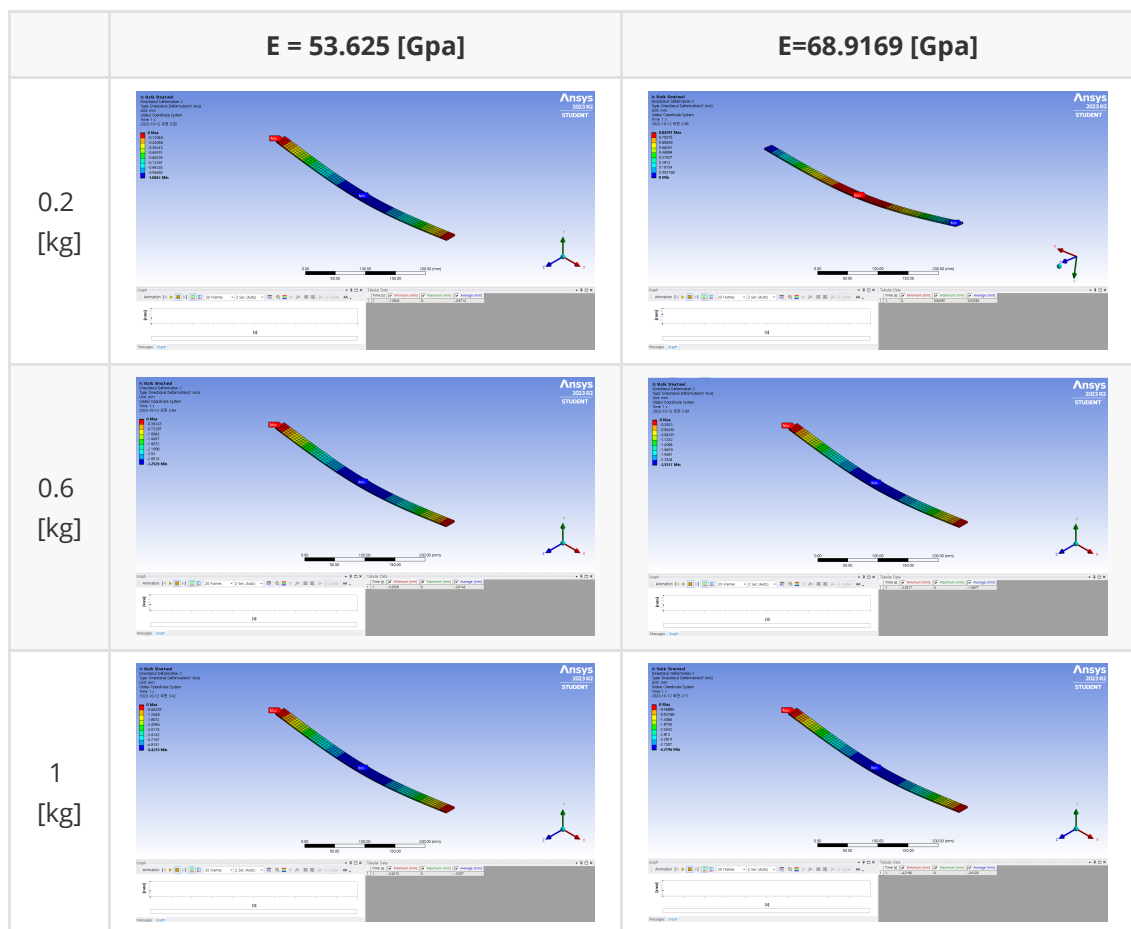
E = 68.9 [Gpa]



위와 같이 Discussion 3번에서 처짐량 계측과 변형률 계측의 선형회귀 분석을 이용하여 구한 탄성 계수를 실험값과 시뮬레이션 값에 각각 대입해 보았다. 실험값의 경우 0.2 kg 하중을 가했을 때를 제외하고 처짐량 계측을 통해 구한 탄성계수 (53.625)가 가장 이론값과 유사하였으며 시뮬레이션 결과는 탄성계수 값이 변화해도 응력이 변화하지 않는 것을 보고 Ansys 프로그램은 변형률로 응력을 구하지 않고 모멘트 식을 통해 구한다는 것을 알 수 있다.

Table.3 이론-실험-시뮬레이션 처짐값 비교

하중 [kg]	이론 (E = 53.625)	이론 (E = 68.9169)	실험	시뮬레이션 (E = 53.625)	시뮬레이션 (E = 68.9169)
0.2	-1.08	-0.84	-1.08	-1.0843	-0.84391
0.6	-3.25	-2.53	-3.21	-3.2529	-2.5317
1	-5.42	-4.22	-5.31	-5.4215	-4.2196



위와 같이 처짐량의 경우 Discussion 3번에서 처짐량 계측을 통해 얻은 탄성계수 (53.625)는 실험 값과 거의 유사하였고 시뮬레이션 값 역시 거의 동일하였다. 변형률 계측을 통해 얻은 탄성계수를 시뮬레이션에 적용한 경우 이론 값과 시뮬레이션 값이 일치함을 확인할 수 있었다. 결론적으로 해당 프로그램은 처짐량 공식을 이용하여 처짐 정도를 계산한다는 것을 확인할 수 있었다.

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Material Field Variables	Table			
3	Density	2.7	g cm ⁻³		
4	Isotropic Elasticity				
5	Derive from	Young's Modulus and Poisson...			
6	Young's Modulus	68.9	GPa		
7	Poisson's Ratio	0.33			
8	Bulk Modulus	6.7549E+10	Pa		
9	Shear Modulus	2.5902E+10	Pa		
10	Tensile Yield Strength	96	MPa		
11	Compressive Yield Strength	96	MPa		
12	Tensile Ultimate Strength	276	MPa		
13	Compressive Ultimate Strength	0	MPa		

Fig.4 AL-6061-T6 물성치

IV. Appendix

```

1      clc; clear; close all;
2
3      M = [0.1962; 0.3924; 0.5886; 0.7845; 0.981];
4
5      sigma = ( M * 0.5 * 0.003 ) / (4.5 * 10^-11);
6
7      % 처짐량 계측
8
9      P = 9.81 * [0.2 0.4 0.6 0.8 1];
10     L = 0.4;
11     delta = 10^-3 * [1.08 2.15 3.21 4.27 5.31];
12     I = 4.5*10^-11;
13
14     for i = 1:1:5
15         E(i) = (P(i)*L^3) / (48 * delta(i) * I) / 10E9;
16     end
17
18     plot(P, E, '*')
19
20     a = polyfit(P,E,1)
21     curve_lin= a(1).*P + a(2);
22     hold on
23     plot(P, curve_lin);
24
25     % 변형률 계측
26
27     epsilon = 10^-4 * [0.9143; 2.36; 3.50; 4.69; 6.04];
28     E = sigma ./ epsilon / 10^9;
29
30     plot(sigma, epsilon, '*')
31
32     a = polyfit(sigma,E,1)
33     curve_lin= a(1).*sigma + a(2);
34     hold on
35     plot(sigma, curve_lin);

```