



北京杏林睿光科技有限公司 (RealLight®)

# 氦氛雷射綜合實驗

RLE-CA02

## 實 驗 講 義

版本：2019

發佈日期：2019 年 8 月

# 前 言

本實驗用氦氖雷射結構新穎，可以開放展示、與教學知識點結合緊密、功率適中、模式好，特別適合雷射原理課程基礎實驗教學。RealLight<sup>®</sup>推出的氦氖雷射在國內獨家配置數位光斑輪廓儀，可以同時觀測縱模和橫模的分佈，雷射可連續改變腔型、模式等參數，優良的雷射腔鏡調整架極大地降低了氦氖雷射的調整難度。

# 目 錄

前 言 .....	II
實驗 1 氦氖雷射共振腔模擬和調整實驗 .....	1
1.1 引言 .....	1
1.2 實驗目的 .....	1
1.3 實驗原理 .....	1
1.4 儀器清單 .....	3
1.5 實驗內容 .....	3
1.6 實驗報告 .....	6
實驗 2 共焦球面掃描干涉儀調整實驗 .....	7
2.1 引言 .....	7
2.2 實驗目的 .....	7
2.3 實驗原理 .....	7
2.4 儀器清單 .....	11
2.5 實驗內容 .....	11
2.6 實驗報告 .....	13
實驗 3 氦氖半外腔等效腔長測量實驗 .....	14
3.1 引言 .....	14
3.2 實驗目的 .....	14
3.3 實驗原理 .....	14
3.4 儀器清單 .....	16
3.5 實驗內容 .....	16
3.6 實驗報告 .....	17
實驗 4 雷射橫模變換與參數測量實驗 .....	19
4.1 引言 .....	19
4.2 實驗目的 .....	19
4.3 實驗原理 .....	19
4.4 儀器清單 .....	21
4.5 實驗內容 .....	22
4.6 實驗報告 .....	23
實驗 5 氦氖雷射縱模正交偏振與模式競爭觀測實驗 .....	24
5.1 引言 .....	24
5.2 實驗目的 .....	24
5.3 實驗原理 .....	24
5.4 儀器清單 .....	28
5.5 實驗內容 .....	28
5.6 實驗報告 .....	29
實驗 6 高斯光束基本參數測量實驗 .....	31
6.1 引言 .....	31
6.2 實驗目的 .....	31
6.3 實驗原理 .....	31

6.4 實驗儀器.....	34
6.5 實驗內容.....	34
實驗 7 高斯光束的傳播特性實驗.....	38
7.1 引言.....	38
7.2 實驗目的.....	38
7.3 實驗原理.....	38
7.4 實驗儀器.....	43
7.5 實驗內容.....	43
實驗 8 高斯光束擴束及準直實驗.....	47
8.1 引言.....	47
8.2 實驗目的.....	47
8.3 實驗原理.....	47
8.4 實驗儀器.....	49
8.5 實驗內容.....	50
實驗 9 光束品質分析實驗.....	53
9.1 引言.....	53
9.2 實驗目的.....	53
9.3 實驗原理.....	53
9.4 實驗儀器.....	56
9.5 實驗內容.....	56
實驗 10 雷射共振腔設計實驗.....	60
10.1 實驗內容.....	60
10.2 儀器清單.....	60
注意事項.....	60
參考文獻.....	60
版權聲明.....	61

## 實驗 1 氦氖雷射共振腔模擬和調整實驗

### 1.1 引言

氦氖雷射是研製成功的第一種氣體雷射，由雷射放電管、共振腔和增益介質三部份組成。其工作原理是以四能級方式工作的，產生雷射的是氖原子，氦原子只是把它吸收的能量共振轉移給氖原子，起很好的媒介作用。當氦氖原子氣體在放電管中時，通過電子碰撞的激發，氦原子由基態躍遷到亞穩態能級，處於這一能級的原子與氖原子碰撞時，將能量傳遞給氖原子，使其向不同的能態躍遷，從而不同波長的雷射。也是最常用的一種，通常在可見光頻段（632.8nm）工作，其他還有 1.1523  $\mu\text{m}$  及 3.3913  $\mu\text{m}$ ，但不常用。功率一般約數毫瓦，連續發光。因為製造方便、較便宜、可靠，所以使用較多。由於單色性好，相干長度可達數十米以致數百米。

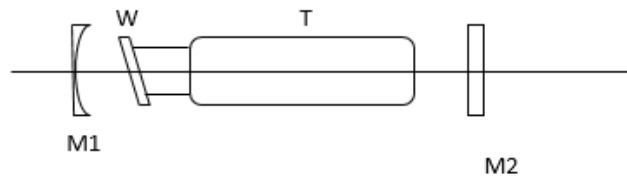
### 1.2 實驗目的

1. 理解雷射共振原理；
2. 掌握雷射共振腔的調節方法；
3. 學會測量雷射光斑功率大小；

### 1.3 實驗原理

氦氖雷射（簡稱 He-Ne 雷射）由光學共振腔（輸出鏡與全反鏡）、增益介質（密封在玻璃管裡的氦氣、氖氣）、激發系統（雷射電源）構成。對 He-Ne 雷射而言增益介質就是在毛細管內按一定的氣壓充以適當比例的氦氖氣體，當氦氖混合氣體被電流激發時，與某些譜線對應的上下能級的粒子數發生反轉，使介質具有增益。介質增益與毛細管長度、內徑粗細、兩種氣體的比例、總氣壓以及放電電流等因素有關。對共振腔而言，腔長要滿足頻率的駐波條件，

共振腔鏡的曲率半徑要滿足腔的穩定條件。總之腔的損耗必須小於介質的增益，才能建立雷射振盪。



射振盪。

图 1-1 氦氖半外腔雷射原理图

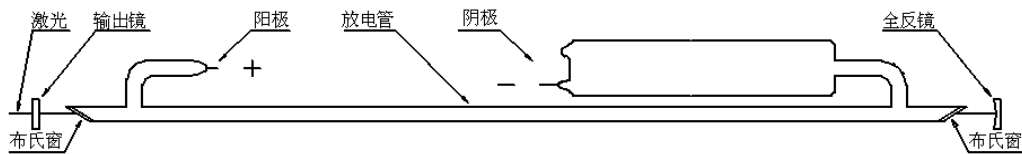


图 1-2 氦氖外腔雷射原理图

### 氦氖雷射分三種：

內腔式 He-Ne 雷射的腔鏡封裝在雷射管兩端 半外腔 He-Ne 雷射，其放電管 T 的右端和輸出腔鏡 M2 封接，左端是一布儒斯特窗片，偏振平行於入射面的光無損耗的通過布儒斯特窗，因此輸出光為平行於入射面的線偏振光。調節 M1，使之與 M2 嚴格平行，雷射出光，獲得大功率輸出。外腔式 He-Ne 雷射的雷射管、輸出鏡及全反鏡是安裝在調節支架上。調節支架能調節輸出鏡與全反鏡之間平行度，使雷射工作時處於輸出鏡與全反鏡相互平行且與放電管垂直的狀態。在雷射管的陰極、陽極上串接著鎮流電阻，防止雷射管在放電時出現閃爍現象。如圖 1-2 所示。氦氖雷射激發系統採用開關電路的直流電源，體積小，份量輕，可靠性高，可長時間運行。

### 氦氖雷射中單模雷射的輸出功率：

雷射穩定後，其飽和增益係數應等於總損耗係數，即：

$$G(v, I_v) = a - \frac{1}{2l} \ln(R_1 R_2) \quad (1-1)$$

為除反射鏡損耗外其他的總損耗係數，為放電管長度， $R_1 R_2$  為兩反射鏡的反射率。

一般情況下，He-Ne 雷射的一端為全反射，另一端為部分反射，設透過率為 T，忽略反射鏡的吸收和散射損耗時， $R_2 = 1 - T$ 。由於 He-Ne 雷射的 T 和 都很小，則有：

$$\begin{aligned} -\ln(R_1 R_2) &= -\ln(1-T) \approx T \\ a_c &= 1 - e^{-2al} \approx 2al \end{aligned} \quad (1-2)$$

$a_c$  是除透射損耗外，光在共振腔內往返一次的總損耗百分數。He-Ne 雷射中，包括以下損耗：

- 1、共振腔反射鏡的吸收和散射損耗
- 2、全反射鏡的透射損耗
- 3、腔內光學元件（入 Brewster 窗）來的附加損耗
- 4、光通過毛細管後的繞射損耗
- 5、共振腔調整得不好造成的損耗

做近似代換後得到：

$$2G(\nu, I_\nu)l = a_c + T \quad (1-3)$$

將此式帶入到上節的增益係數公式，就可以在  $a_c$  和  $T$  已知的情況下求出。於是輸出功率也就確定了。

由於該式不容易求解，因此引入圖解法，引入激發參數  $\beta$ 。

$$\beta = 2G_m l / (a_c + T) \quad (1-4)$$

由  $\beta$  能圖解法計算出  $I_{\nu 0}$ ，再根據下式計算出輸出功率  $P$

$$P = A I_{\nu 0}^+ \quad (1-5)$$

$A$  為光束的有效橫截面積。一般情況下，雷射束受共振腔內振盪光束模體積的限制，不能充滿整個放電毛細管。對雷射有貢獻的只是模體積內的那部分氣體原子。因此  $A$  應為毛細管的橫截面積乘以一個係數。


$I_{\nu 0}^+$ ：工作在中心頻率處沿著雷射輸出方向傳播的光。


## 1.4 儀器清單

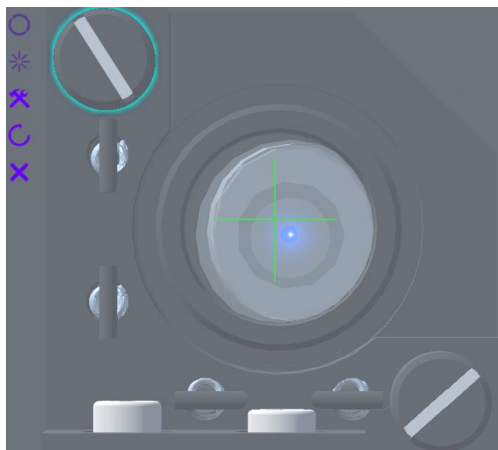
## 1.5 實驗內容

虛擬部分：

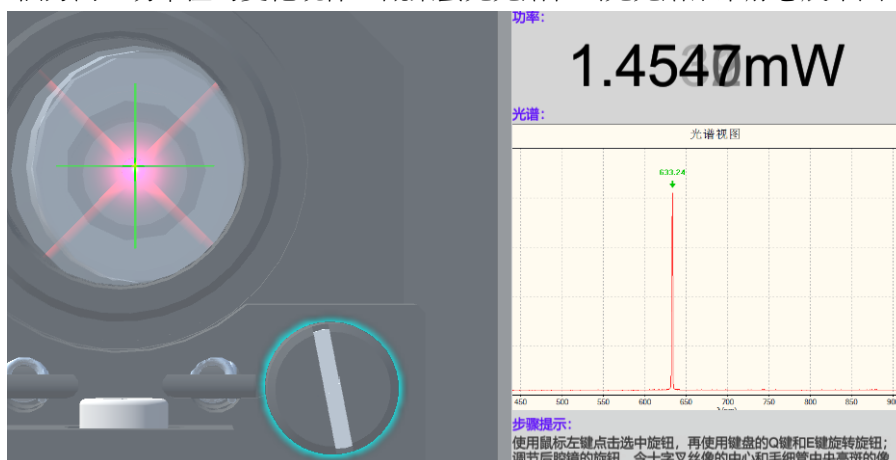
1. 打開實驗虛擬模擬軟體觀察試驗系統模型，熟悉實驗器件結構，在軟體中通過滑鼠左鍵


拖拽旋轉模型，滾輪可放大和縮小視野，點擊  按鈕可打開雷射外殼觀察內部構造，其餘操作請閱讀軟體操作說明；

2. 點擊  按鈕進入實驗調節虛擬，在右側介面根據右下角操作提示，操作軟體，觀看即時動畫，瞭解實驗過程和基本操作；
3. 首先點擊“通過小孔觀察”按鈕使視野調整到十字尺規板的小孔處，然後點擊“打開檯燈”和打開“雷射管電源按鈕”，準備進行腔鏡調節的模擬；
4. 點擊“調節旋鈕”按鈕，等待後腔鏡的調節旋鈕出現在視野中，此時使用滑鼠左鍵點擊旋鈕使其高亮顯示，然後使用鍵盤 Q 鍵和 E 鍵旋轉旋鈕，模擬實驗中十字尺規的調節，如下圖所示；



5. 點擊“開始測量功率和光譜”按鈕可顯示功率值的即時類比數值，在調節十字尺規時觀察各個方向上功率值的變化規律，觀察螢光光譜和出光光譜結果靜態展示圖；



6. 在雷射出光後嘗試繼續調節旋鈕，使功率值最大，點擊“關閉測量”按鈕後，可再次點擊  圖示切換視角，觀察整個實驗系統。

#### 實驗部分：

- 1、根據氦氖雷射共振腔調整與功率測量實驗裝配圖安裝所有的器件。



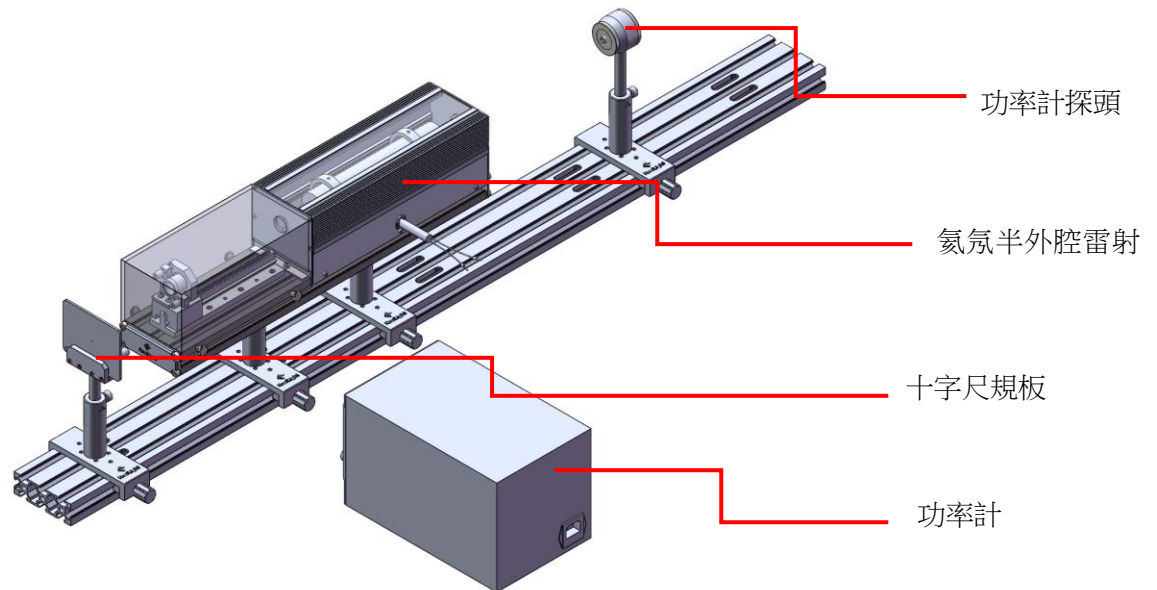


圖 1-3 氦氖雷射共振腔調整與功率測量實驗

- 2、找出護目鏡確認眉心處有印字 He-Ne 632.8nm OD=2，而非 OD=5，OD 表 Optical Density，OD2 表透光率是 1%，OD5 表 0.001%，所以 OD5 已經過度衰減了，在這實驗戴上 OD5 會導致就算已經 Lasing，我們仍然什麼都看不到。
- 3、使用檯燈照亮十字尺規板，尺規線朝向半外腔雷射。
- 4、通過尺規板中心小孔，目視氦氖雷射毛細腔。調整尺規板小孔的位置，使得自己可以看到毛細管中發光的 He-Ne 氣體所產生的大亮斑，調整尺規板位置盡量使大亮斑成同心圓，這時看著亮斑左右移動尺規板座，你會發現當時眼睛適應光線後，大亮斑中還有一個不太明顯的小亮斑在立體的移動，這是毛細管另一端的反射鏡所反射回來的小光點，移動調整尺規板座，我們將小亮斑調整到大亮斑的正中心，這時候理想上，我們的小孔是在毛細管指的路徑上。
- 5、接下來要調反射鏡的平行度，調整半外腔雷射後腔鏡旋鈕，此時操作者

通過尺規板小孔可以看見經照亮的十字尺規板圖案反射到半外腔雷射後腔鏡表面上的像，若此時鏡面是絕對平行的，則透過毛細腔路徑上的小孔所看到後腔鏡所反射的尺規板十字應該要是在正中央，若不是則代表鏡面是傾斜的，調整後腔鏡鏡架旋鈕，將尺規像交點與毛細管內亮斑重合。

6、反復調節，直至雷射出光，出光時會很亮，但因為雷射通過全反射鏡以及護目鏡已經衰減非常多(總合應該是 OD4 以上)，所以同學不用擔心造成傷害。(但請注意：雷射出光後，禁止在尺規板小孔處再做觀察。)一出光後操作者可站起來調整反射鏡，並輔以功率計監測，將輸出功率調至最大。

7、使用功率計測量雷射的功率。

8、改變後腔鏡位置後，重複 2-6 步操作。

9、更換其他曲率的後腔鏡後重複 2-7 步操作。

10、若要用電腦監控功率計，請打開電腦裡桌面的功率計軟體，一開始會它會說連接失敗，這不管他，程式開了之後，順著功率檢測的頁面往右找到連接頁面，將 COM1 改成 COM3，然後再連接，若不行則將功率計電源重開一次。

## 1.6 實驗報告

雷射出光後，微調後腔鏡鏡架旋鈕，直至雷射功率達到最大值。

## 實驗 2 共焦球面掃描干涉儀調整實驗

### 2.1 引言

共焦球面掃描干涉儀器是一種解析度很高的分光儀器，已成為雷射技術中一種重要的測量設備。實驗中用它將頻率差異很小（幾十或幾百 MHz），用眼睛和一般光譜儀器不能分辨的所有縱模、橫模展現成頻譜圖來進行觀測的。它在實驗中起著不可替代的重要作用。

### 2.2 實驗目的

1. 瞭解共焦球面掃描干涉儀的結構；
2. 掌握測量共焦球面掃描干涉儀兩個重要性能參數的方法；
3. 測量雷射縱模；

### 2.3 實驗原理

共焦球面掃描干涉儀結構：

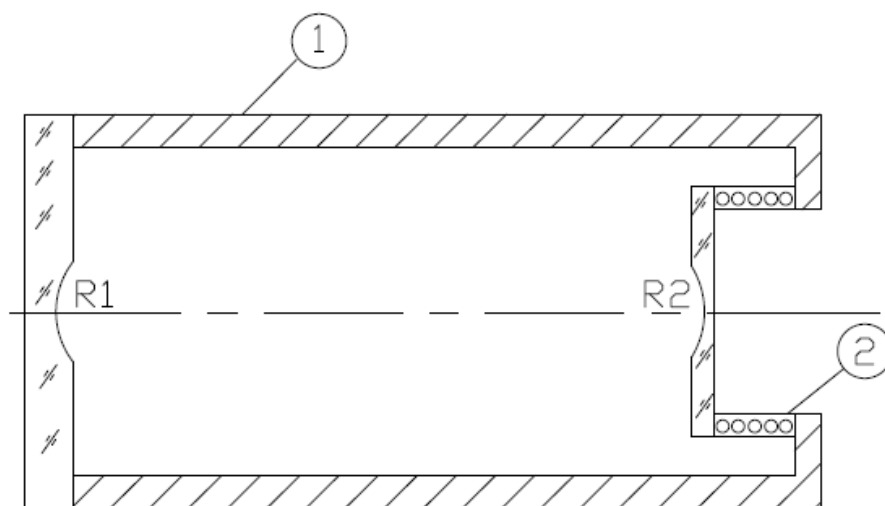


圖 2-1 共焦球面掃描干涉儀原理結構圖

共焦球面掃描干涉儀是一個無源共振腔。由兩塊球形凹面反射鏡構成共焦腔，即兩塊鏡的曲率半徑和腔長相等 ( $R_1 = R_2 = l$ )。反射鏡一塊是固定不變的，

另一塊固定在可隨外加電壓而變化的壓電陶瓷上。如上圖所示，圖中①為由低膨脹係數製成的間隔圈，用以保持兩球形凹面反射鏡  $R_1$  和  $R_2$  總處在共焦狀態。②為壓電陶瓷環，其特性是若在環的內外壁上加一定數值的電壓，環的長度將隨之發生變化，且長度的變化與外加電壓的幅度成線性關係，這正是掃描干涉儀被用來掃描的基本條件。由於長度的變化量很小，仍為波長數量級，它不足以改變腔的共焦狀態。

掃描干涉儀有兩個重要的性能參數，即自由光譜範圍和精細常數，以下分別對它們進行討論。

### 自由光譜範圍

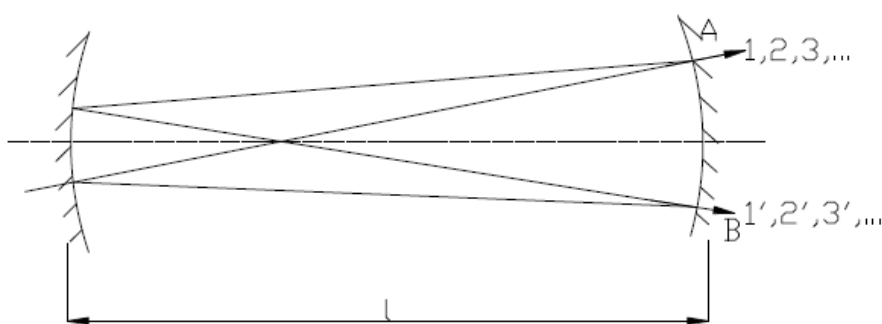


圖 2-2 雷射在共焦腔內的反射路徑

當一束波長為  $\lambda_a$  的雷射以近光軸方向入射干涉時，在忽略球差的條件下，在共焦腔中徑四次反射一閉合路徑，呈 x 形，光程近似為  $4l$ 。見圖 2-2 所示，一束光將有 1, 1' 兩組透射光，若  $m$  是光線在腔內往返的次數，則 1 組經歷了  $4m$  次反射後，1' 組經歷了  $4m+2$  次反射。設反射鏡的反射率為  $R$ ，透射率為  $T$ ，1, 1' 兩組透射光強分別為：

$$I_1 = I_0 \left( \frac{T}{1-R^2} \right) \left[ 1 + \left( \frac{2R}{1-R^2} \right)^2 \sin^2 \alpha \right]^{-1} \quad (2-1)$$

$$I_{1'} = R^2 I_1 \quad (2-2)$$

式中  $I_0$  是入射光強， $\alpha$  是往返一次所形成的位相差，即

$$\alpha = 2\mu l \frac{2\pi}{\lambda_a} \quad (2-3)$$

$\mu$  為腔內介質的折射率

當  $\alpha = k\pi$  ( $k$  為任意整數) 時即

$$4\mu l = k\lambda_a \quad (2-4)$$

此時模  $\lambda_a$  將產生相干透射，而其他波長的模則相互抵消 ( $k$  為掃描干涉儀的干涉序數，是一個整數)。同理，外加電壓又可使腔長變化到  $l_d$ ，使模  $\lambda_d$  符合共振條件，極大透射，而  $\lambda_a$  等其他模又相互抵消。因此，極大透射的波長值和腔長值一一對應。只要有一定幅值的電壓來改變腔長，就可以使雷射全部不同波長 (或頻率) 的模依次產生相干極大透射，形成掃描。但值得注意的是，若一個確定的腔長有可能使幾個不同波長的模同時產生相干極大，造成重序。例如，當腔長變化到可使  $\lambda_d$  極大時， $\lambda_a$  會再次出現極大，有

$$4l_d = k\lambda_d = (k+1)\lambda_a \quad (2-5)$$

即  $K$  序中的  $\lambda_d$  和  $k+1$  序中的  $\lambda_a$  同時滿足極大條件，兩種不同的模同時掃描，迭加在一起，因此掃描干涉儀本身在一個不重序的最大波長差或頻率差， $\Delta\lambda_{S.R}$  或者  $\Delta\nu_{S.R}$  表示。

由於  $\lambda_d$  與  $\lambda_a$  間相差很小，可共用  $\lambda$  近似表示：

$$\Delta\lambda_{S.R} = \frac{\lambda_a^2}{4l} \quad (2-6)$$

用頻率表示，即為：

$$\Delta\nu_{S.R} = \frac{c}{4l} \quad (2-7)$$

在模式分析實驗中，由於我們不希望出現重序現象，故選用掃描干涉儀時，必須首先知道它的  $\Delta\nu_{S.R}$  和待分析的雷射頻率  $\Delta\nu$ ，並且使  $\Delta\nu_{S.R} > \Delta\nu$  才能保證在頻譜面上不重序，即腔長和模的波長或頻率間是一一對應關係。

自由光譜範圍還可用腔長的變化量來描述，即腔長變化量為  $\frac{\lambda}{4}$  時所對應的掃

描範圍。當共焦腔腔長變化為  $\frac{\lambda}{4}$  時，波長  $\lambda$  的模可再次透過干涉儀。當滿足  $\Delta\nu_{S.R} > \Delta\nu$  條件後，如果外加電壓足夠大，可使腔長的變化量是  $\frac{\lambda}{4}$  的  $i$  倍時，那麼將會掃描出  $i$  個干涉序，雷射的所有模將週期性地重複出現在干涉序列  $k, k+1, \dots, k+i$  中，如下圖：

本實驗中，用示波器觀察氦氖雷射的縱模分佈，如下圖所示。

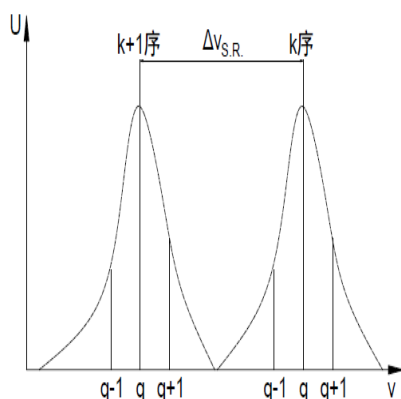


圖 2-3 縱模序列示意圖

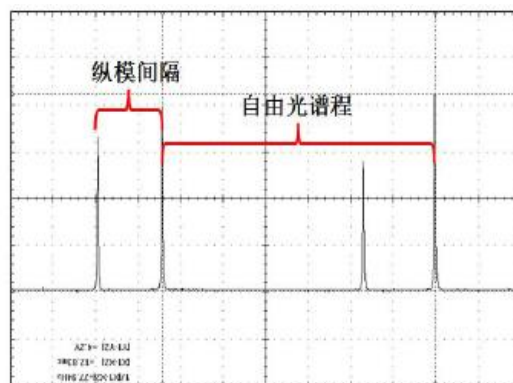


圖 2-4 示波器輸出圖像

這時觀察到的縱模分佈，橫軸並非頻率軸，而是時間軸。這時用來衡量縱模間隔的是時間差  $\Delta x$ 。設兩個縱模時間間隔為  $\Delta x_1$ ，自由光譜程時間間隔為  $\Delta x_2$ 。

本實驗中氦氖內腔雷射的縱模間隔可用以下公式求得：

$$\Delta\nu_1 = \frac{c}{2L} \quad (2-8)$$

已知  $L=250\text{mm}$ 。

所以自由光譜  $\Delta\nu_{S.R}$  可用下式求得：

$$\Delta\nu_{S.R} = \Delta\nu_1 \cdot \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \quad (2-9)$$

## 精細常數

精細常數  $F$  是用來表徵掃描干涉儀分辨本領的參數。它的定義是：自由光譜範圍與最小解析度極限寬度之比，即在自由光譜範圍內能分辨的最多的譜線數目。精細常數的理論公式為：



$$F = \frac{\pi R}{1 - R} \quad (2-10)$$

其中， $R$  為凹面鏡的反射率，從(2-10)式可以知道， $F$  只與鏡片的反射率有關，實際上還與共焦腔的調整精度、鏡片加工精度、干涉儀的入射和出射光孔德大小及使用時的準直精度等因素有關。因此精細常數的實際值應由實驗來確定，根據精細常數的定義

$$F = \frac{\Delta\lambda_{S-R}}{\delta\lambda} \quad (2-11)$$

式中， $\delta\lambda$  是儀器的頻寬，指干涉儀透射峰的頻率寬度，也是干涉儀所能分辨出的最小波長差。則可以認為  $\delta\lambda$  是干涉儀所能分辨出的最小波長差，同時也是干涉儀所能分辨出的最小頻差。

## 2.4 儀器清單

## 2.5 實驗內容

1. 根據共焦球面干涉儀調整實驗裝配圖安裝所有的組件；

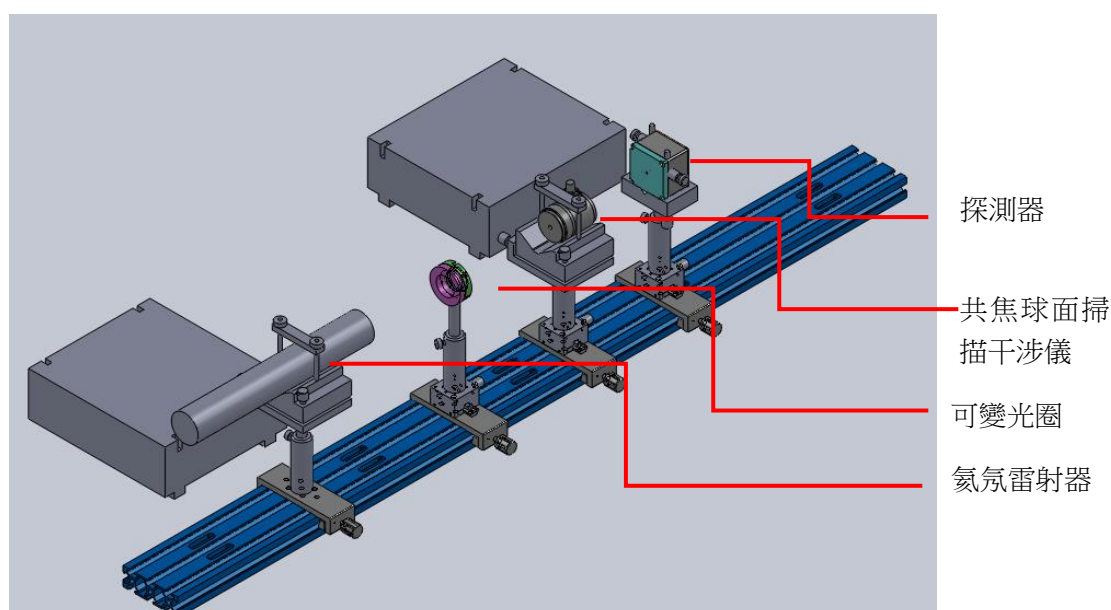


圖 2-4 共焦球面干涉儀調整實驗裝配圖

2. 將所有器件調整至同心等高；

3. 使用 usb 資料線連接共焦球面掃頻干涉儀控制器和電腦, 控制器的三角波輸出接干涉儀探頭, 控制器鋸齒波檢測輸出口接示波器通道 1; 光信號探測器的信號輸出接示波器通道 2。

4. 打開各儀器電源, 打開掃頻干涉儀控制器軟體, 打開連接開關, 信號類型選擇“三角波輸出”, 設置輸出幅度和頻率, 介面如下圖所示(注: 為了保護器件安全輸出電壓可接範圍為 0-99v, 頻率可以調節範圍為 0-60Hz)。調整示波器通道 1 和通道 2 為直流耦合, 觸發通道為通道 1, 調整合適的掃描時間與信號幅度;



5. 打開示波器信號探測通道的“信號反向功能”;
6. 調整共焦腔, 使得共焦腔內內腔鏡反射的一個較大散射光斑與一個小光斑發射在可變光圈上, 並與可變光圈基本同心;
7. 調整共焦腔支架旋鈕, 使得共焦腔後端輸出光斑重合;
8. 調整探測器位置使得示波器輸出的探測信號最強;
9. 繼續微調共焦腔支架旋鈕, 使得示波器信號通道探測的信號峰值最窄;



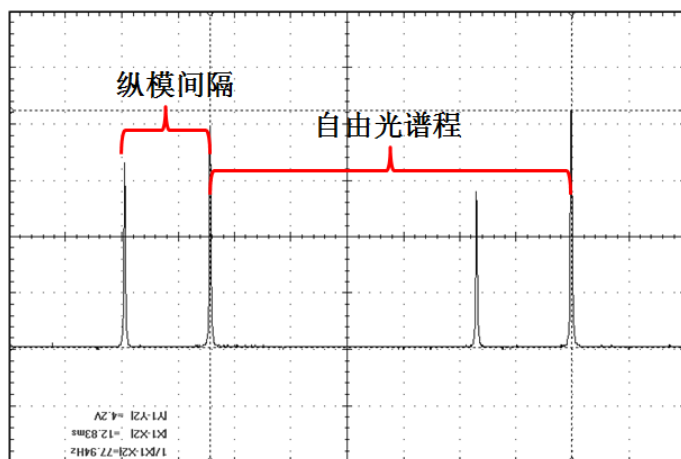


圖 2-5 示波器輸出圖像

10. 在軟體“輸出電壓”處點擊“+”“-”號或直接輸入電壓值設置輸出三角波幅度，也可以直接拖動下方的滑動條調整掃頻干涉儀的調製幅度，確保在一個鋸齒波週期內出現兩個序列的縱模分佈；

11. 使用示波器的游標測量功能，測量縱模間隔  $\Delta x_1$  和週期間隔  $\Delta x_2$  ；

12. 根據已知被測氦氖雷射腔長為 250mm，根據公式  $\Delta \nu_1 = \frac{c}{2L}$  和  $\Delta \nu_{S.R} = \Delta \nu_1 \cdot \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ ，計算共焦球面掃描干涉儀自由光譜區；

13. 根據公式  $\Delta \nu_{S.R} = \frac{c}{4l}$ ，計算共焦球面掃描器的腔長。（腔長參考值為 30.2mm）；

## 2.6 實驗報告

縱模間隔 $\Delta x_1$	週期間隔 $\Delta x_2$	$\Delta \nu_{S.R}$	共焦球面掃描器腔長

## 實驗 3 氦氖半外腔等效腔長測量實驗

### 3.1 引言

雷射模式是雷射技術中的一個重要的基本概念，在諸多雷射的生產和應用中，都需要先知雷射的模式，例如：在精密測量、全像技術等工作需要基橫模輸出的雷射，而在雷射穩頻和雷射測距工作中，不僅需要基橫模而且需要單縱模運行的雷射。然而，雷射模式所涉及的理論性很強，理論課講到的結論一般是通過複雜的教學推到得到的，很抽象，必須借助實驗環節，而且不能像傳統雷射實驗那樣，僅把雷射作為一特殊光源，更側重于該優質光源的應用，應該把雷射打開，在嚴格的實驗條件下，通過對雷射內部的各組成器件進行調節分析，才能深刻的理解雷射模式概念，以便更好的進行模式分析，掌握模式選擇。

### 3.2 實驗目的

- 1、瞭解雷射縱模與橫模的區別。
- 2、掌握改變雷射縱模的方法。

### 3.3 實驗原理

#### 雷射模的形成

雷射的三個基本組成部分是增益介質、共振腔和激發能源。如果用某種激發方式，將介質的某一對能級間形成粒子數反轉分佈，由於自發輻射和受激輻射的作用，將有一定頻率的光波產生，在腔內傳播，並被增益介質逐漸增強、放大。被傳播的光波決不是單一頻率的（通常所謂某一波長的光，不過是光中心波長而已）。因能級有一定寬度，所以粒子在共振腔內運動受多種因素的影響，實際雷射輸出的光譜寬度是自然增寬、碰撞增寬和多普勒增寬迭加而成。不同類型的雷射，工作條件不同，以上諸影響有主次之分。例如低氣壓、小功率的 He-Ne 雷射 6328 埃譜線，則以多普勒增寬為主，增寬線型基本呈高斯函數分佈，寬度約為 1500MHz，只有頻率落在展寬範圍內的光在介質中傳播時，光強將獲得不同程度的放大。但只有單程放大，還不足以產生雷射，還需要有共振腔對它進行光學反饋，使光在多次往返傳播中形成穩定持續的振盪，才有雷射輸出的可能。而形成持續振盪的條件是，光在共振腔中往返一周的光程差應是

波長的整數倍即

$$2\mu L = q\lambda_q \quad (3-1)$$

這正是光波相干極大條件，滿足此條件的光將獲得極大增強。式中， $\mu$  是折射率，對氣體， $\mu \approx 1$ ， $L$  是腔長， $q$  是正整數，每一個  $q$  對應縱向一種穩定的電磁場分佈，叫一個縱模， $q$  稱作縱模序數。是一個很大的數，通常我們不需要知道它的數值。而關心的是有幾個不同的  $q$  值，即雷射有幾個不同的縱模。從式(3-1)中，我們還可以看出，這也是駐波形成的條件，腔內的縱模是以駐波形式存在的， $q$  值反映的恰是駐波波腹的數目。縱模的頻率為

$$\nu_q = q \frac{c}{2\mu L} \quad (3-2)$$

同樣，一般我們不去求它，而關心的是相鄰兩個縱模的頻率間隔

$$\Delta\nu_{\Delta q=1} = \frac{c}{2\mu L} \approx \frac{c}{2L} \quad (3-3)$$

從式中看出，相鄰縱模頻率間隔和雷射的腔長成反比。即，腔越長， $\Delta\nu_{\text{縱}}$  越小，滿足振盪條件的縱模個數越多；相反腔越短， $\Delta\nu_{\text{縱}}$  越大，在同樣的增寬曲線範圍內，縱模個數就越少，因而用縮短腔長的辦法是獲得單縱模運行雷射的方法之一。

以上我們得出縱模具有的特徵是：相鄰縱模頻率間隔相等；對應同一橫模的一組縱模，它們強度的頂點構成了多普勒線型的輪廓線。

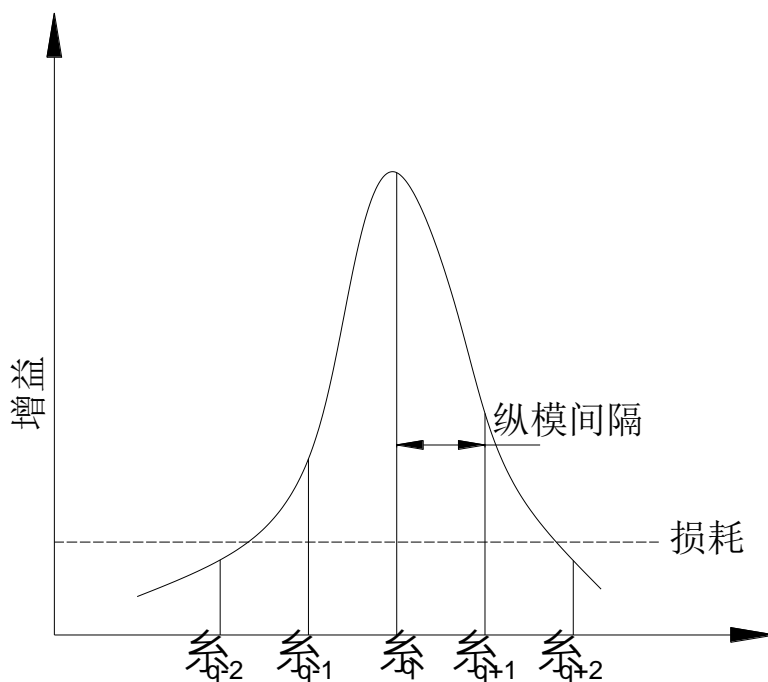


图 3-1 縱模间隔

任何事物都具有兩重性，光波在腔內往返振盪時，一方面有增益，使光不斷增

強，另一方面也存在著不可避免的多種損耗，使光能減弱。如介質的吸收損耗、散射損耗、鏡面透射損耗和放電毛細管的繞射損耗等。所以不僅要滿足共振條件，還需要增益大於各種損耗的總和，才能形成持續振盪，有雷射輸出。如圖 3-1 所示，圖中，增益線寬內雖有五個縱模滿足共振條件，但只有三個縱模的增益大於損耗，能有雷射輸出。對於縱模的觀測，由於  $\lambda$  值很大，相鄰縱模頻率差異很小，眼睛不能分辨，必須藉用一定的檢測儀器才能觀測到。

**單縱模選取的方法：**

- 1、短腔法；
- 2、Fabry - Pérot 標準具法；
- 3、三反射鏡法。

### 半外腔氦氖雷射腔長的計算

設內腔氦氖雷射的縱模時間間隔為  $\Delta t_1$ ，半外腔氦氖雷射腔長的縱模時間間隔為  $\Delta t_2$ 。而內腔氦氖雷射的腔長  $L_1$  是已知的，所以其縱模間隔也是可以計算出來的。

如果保持掃頻干涉儀的參數不變，半外腔氦氖雷射腔長  $L_2$  與內腔氦氖雷射的腔長  $L_1$  存在以下關係：

$$L_2 = L_1 \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \quad (3-4)$$

## 3.4 儀器清單

## 3.5 實驗內容

- 1、根據氦氖雷射模式分析與等效腔長測量實驗裝配圖安裝所有的器件。

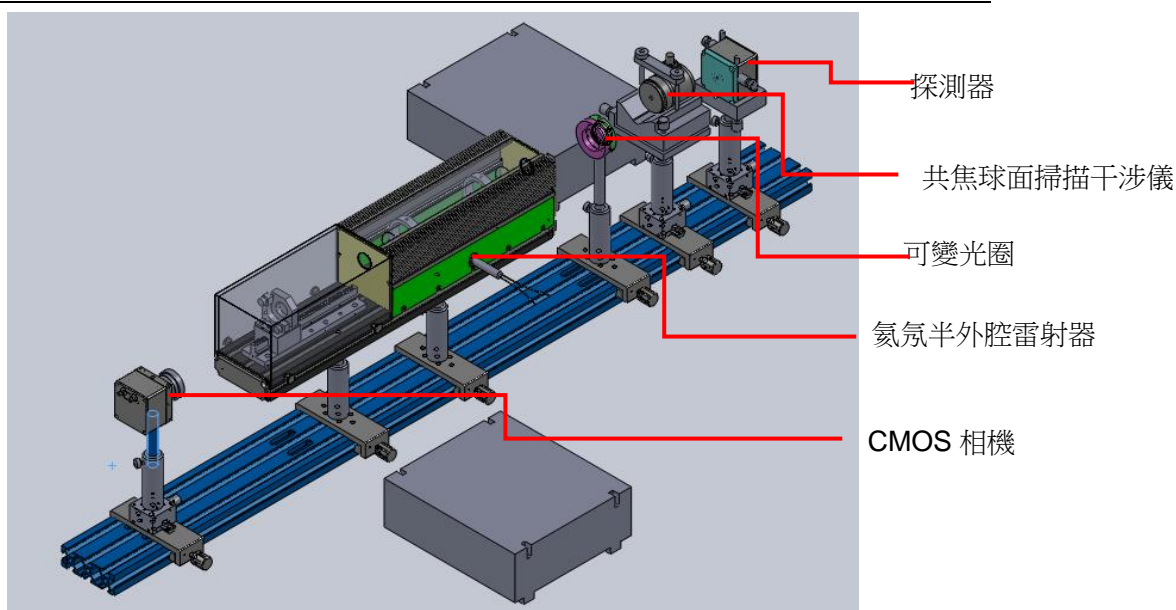


圖 3-2 氦氖雷射縱模測量與等效腔長測量實驗

- 2、根據實驗 1 調整方法調節半外腔雷射出光。
- 3、根據實驗 2 調整方法調節共焦球面掃描干涉儀。
- 4、連接相機，打開圖像採集介面，給相機前面裝入衰减片，防止曝光損壞相機。
- 5、調整相機的位置，使得雷射光斑正入射到相機靶面。適當調整相機增益和快門速度，使得所有圖像均不出現飽和為宜。
- 6、對半外腔氦氖雷射調出基模，用鋼尺測量雷射的腔長，並用示波器測量兩縱模之間的時間間隔  $\Delta t_2$ 。
- 7、保持共焦球面掃描干涉儀控制器的參數不變，換上氦氖內腔雷射。
- 8、用示波器測量兩縱模之間的時間間隔  $\Delta t_1$ 。用公式  $L_2 = L_1 \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$  計算出半外腔的腔長  $L_2$ ，與實測的腔長進行對比。（已知氦氖內腔雷射腔長為  $L_1 = 250\text{mm}$ ）

### 3.6 實驗報告

半外腔 $\Delta t_2$	內腔 $\Delta t_1$
------------------	-----------------

--	--

比較測量的腔長與實際腔長

## 實驗 4 雷射橫模變換與參數測量實驗

### 4.1 引言

雷射由增益介質、光學共振腔和激發能源組成，雷射共振腔有本徵頻率，每一個頻率對應一種光場分佈，叫做一種模式。引入橫模縱模的概念來描述共振腔內每個本徵頻率對應的光場分佈。共振腔不同，它的模式就不同。本實驗利用“共焦球面掃描干涉儀”來測量雷射的頻率間隔，結合雷射的遠場橫向分佈，可以分析雷射建立的雷射橫模序數，並且觀察模分裂和模式競爭現象。

### 4.2 實驗目的

- 1、瞭解高斯光束光斑橫模
- 2、學會調節多種不同模式的光斑

### 4.3 實驗原理

#### 雷射的產生

頻率為  $\nu$  的光照射具有能級為  $E_1, E_2$  的介質時，將同時有受激輻射和自發躍遷吸收過程，前者輻射光與入射光具有相同的模式，受激輻射光與入射光相互疊加，產生光的放大作用；後者則使光減弱。當介質粒子數分佈狀態滿足粒子數反轉狀態時，介質對光有增益作用才能引起光的放大。

#### He-Ne 雷射的橫模與縱模及其頻率間隔

雷射的每一個頻率對應一種光場分佈，則模式。縱模描述軸向光場分佈狀態，橫模描述橫向分佈狀態。

**橫模：**光在共振腔中來回反射時，由於工作物質的橫截面積和鏡面都是有限的，當平行光通過它們時，因為繞射作用，使出射光波陣面發生畸變，從而在垂



直於光的傳播方向及橫向上，將出現各種不同的場強分佈，每一種分佈形式叫做一種橫模。

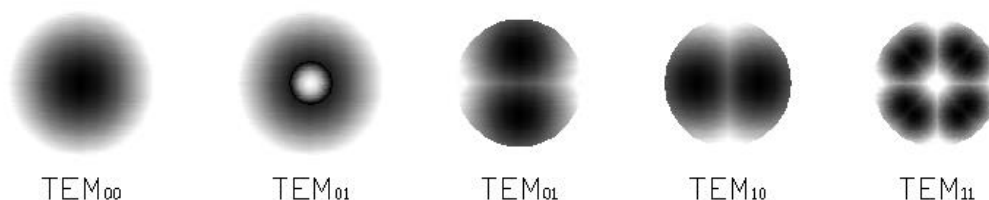


圖 4-1 常見的基本橫模光斑圖樣

橫向分佈是二維的，用三個指標  $m$ 、 $n$ 、 $q$  來完整的描述一個模式， $m$ 、 $n$  代表橫模序數， $q$  代表縱模序數。對同樣的橫模序數  $m$ 、 $n$  有：

$$\Delta v_{\text{縱}} = \frac{c}{2\mu L} \Delta q \quad (4-1)$$

對同一級  $q$ ，非共焦腔的橫模頻率差為：

$$\Delta v_{\text{橫}} = \frac{c}{2\mu L} \left\{ \frac{1}{\pi} (\Delta m + \Delta n) \arccos \left[ \left( 1 - \frac{1}{R_1} \right) \left( 1 - \frac{1}{R_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (4-2)$$

其中  $\Delta m$ ， $\Delta n$  分別表示  $x$ ， $y$  方向上橫模模序數差， $R_1$ ， $R_2$  為兩反射鏡的曲率半徑，相鄰橫模頻率間隔為

$$\Delta v_{\Delta m + \Delta n = 1} = \Delta v_{\Delta q = 1} \left\{ \frac{1}{\pi} \arccos \left[ \left( 1 - \frac{L}{R_1} \right) \left( 1 - \frac{L}{R_2} \right) \right]^{1/2} \right\} \quad (4-3)$$

從上式還可以看出，相鄰的橫模頻率間隔與縱模頻率間隔的比值是一個分數，例如上圖分數的大小由雷射的腔長和曲率半徑決定。腔長與曲率半徑的比值越大，分數值越大。當腔長等於曲率半徑時（ $L=R_1=R_2$ ，即共焦腔），分數值達到極大，即相鄰兩個橫模的橫模間隔是縱模間隔的  $1/2$ ，橫模序數相差為 2 的譜線頻率正好與縱模序數相差為 1 的譜線頻率簡併。



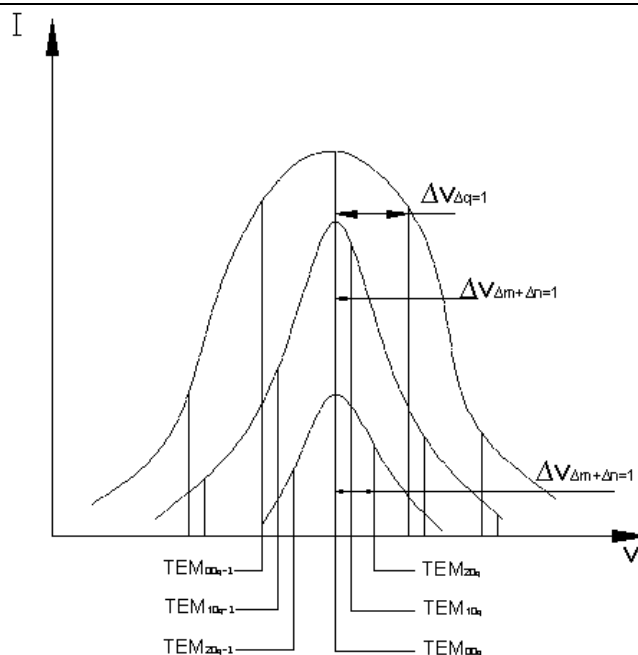


圖 4-2 不同橫模所對應的曲線

雷射中能產生的橫模個數，除前述增益因素外，還與放電毛細管的粗細，內部損耗等因素有關。一般說來，放電管直徑越大，可能出現的橫模個數越多。橫模序數越高的，繞射損耗越大，形成振盪越困難。但雷射輸出光中橫模的強弱決不能僅從繞射損耗一個因素考慮，而是由多種因素共同決定的，這是在模式分析實驗中，辨認哪一個是高階橫模時易出錯的地方。因僅從光的強弱來判斷橫模階數的高低，即認為光最強的譜線一定是基橫模，這是不對的，而應根據高階橫模具有高頻率來確定。

## 高斯光束

- 1、高斯光束的發散角隨傳播距離的增大而非線性增大；
- 2、在束腰處，發散角為 0；在無窮遠，發散角最大；
- 3、通常將  $0 \leq z \leq \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$  區域定義為光束準直區；
- 4、 $\omega_0$  越大，則遠場發散角愈小。因此為了減小光束的遠場發散角，可採用光學變換的方法，使其束腰增大。

## 4.4 儀器清單

## 4.5 實驗內容

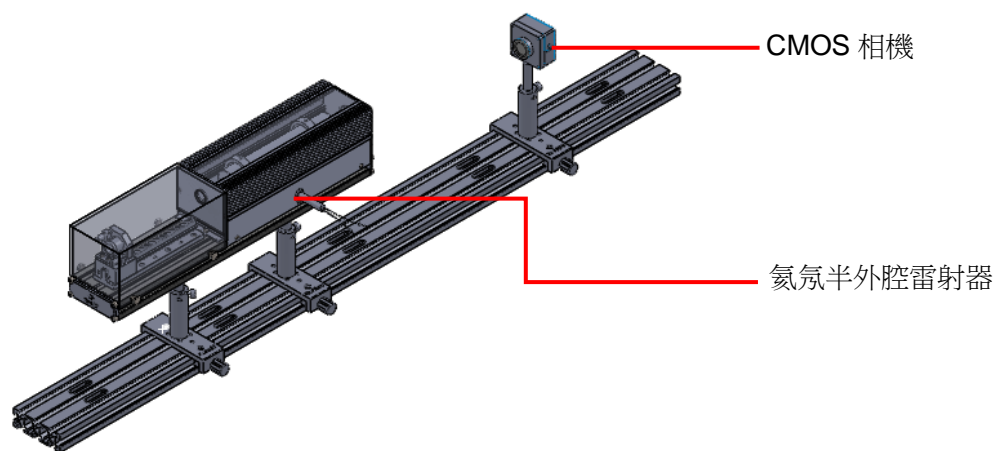


圖 4-3 不同模式分析實驗裝置圖

- 1、根據實驗 1 的方法調出光。
- 2、連接相機，打開光斑分析軟體觀察光斑形態，確定雷射模式。
- 3、通過調節安裝後腔鏡的齒輪齒條平移台以及後腔鏡上的俯仰偏擺旋鈕來改變雷射腔長，從而改變雷射的模式。

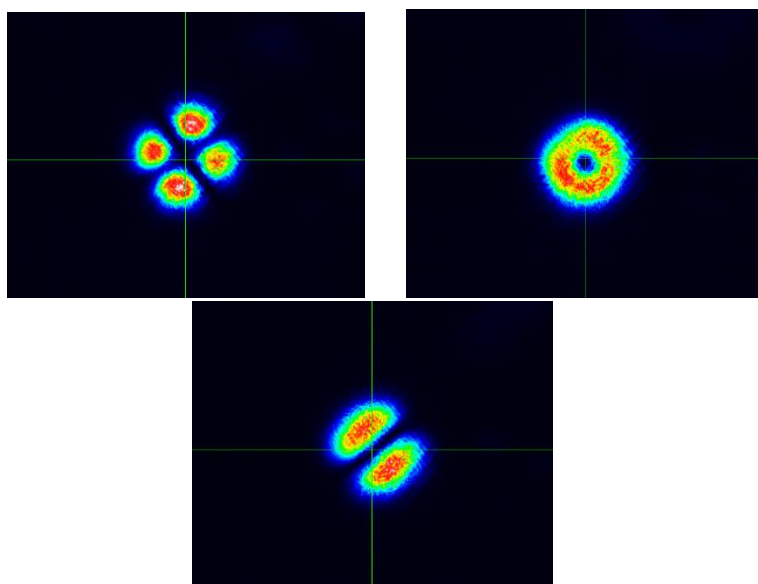


圖 4-4 不同模式下的氦氖光斑

- 4、用光斑分析軟體測量不同模式下光斑的寬度，用這些資料計算不同模式下的雷射高斯光束參數。

5、對比不同雷射模式下的參數，分析雷射模式對光斑寬度的影響。

## 4.6 實驗報告

表 4-1 單模雷射光斑寬度的測量 單位 (mm)

測量位置								
水準寬度								
垂直寬度								

表 4-2 多模雷射光斑寬度的測量 單位 : (mm)

測量位置								
水準寬度								
垂直寬度								

(提示：可每隔 50mm 測量一次)

## 實驗 5 氦氖雷射縱模正交偏振與模式競爭觀測實驗

### 5.1 引言

雷射正交偏振是指雷射兩個相鄰的頻率具有互相垂直的偏振狀態。一對左右旋圓偏振的光也應看做正交偏振光。通過改變公用段發射鏡上壓電陶瓷的電壓，觀察了雷射閉鎖狀態時兩偏振光光強隨著總腔長調諧變化的規律，並分析了閉鎖狀態下不同偏振態縱模之間的相互作用機理。

我們知道，可以起振的雷射縱模既要滿足共振腔幾何參數所決定的駐波條件，又要滿足由雷射工作物質、共振腔及外界激發作用等因素共同決定的振盪條件。但起振的縱模有得時候還不一定能維持下去，這是由於有些模式使用的是相同的反轉粒子數，它們之間存在著所謂模式競爭現象。

在雷射的生產與應用中，我們常常需要先知道雷射的模式狀況，如精密測量、全像技術等工作需要基橫模輸出的雷射，而雷射穩頻和雷射測距等實驗不僅要基橫模而且要單縱模運行的雷射。因此，進行模式分析是雷射的一項基本又重要的性能測量。

### 5.2 實驗目的

1. 瞭解氦氖雷射模式的基本原理；
2. 瞭解雷射的偏振特性，掌握雷射偏振測量方法；
3. 瞭解雷射縱模正交偏振理論與模式競爭理論；
4. 掌握氦氖雷射縱模正交偏振與模式競爭觀測實驗的光路調節。

### 5.3 實驗原理

雷射頻率分裂原理：

雷射兩正交頻率的產生是由於雷射頻率分裂效應。自 1985 年起我們就開始

在雷射共振腔內置入石英晶體、KDP、應力雙折射片等雙折射元件，由於雙折射元件對兩正交偏振方向的光有不同的折射率，所以原本唯一的共振腔長“分裂”為物理長度不同的兩個腔長，兩個共振腔有不同的共振頻率，即發生了頻率分裂，一個雷射頻率變成了兩個。

### 正交偏振：

雷射正交偏振是指雷射相鄰的頻率具有互相垂直的偏振狀態。

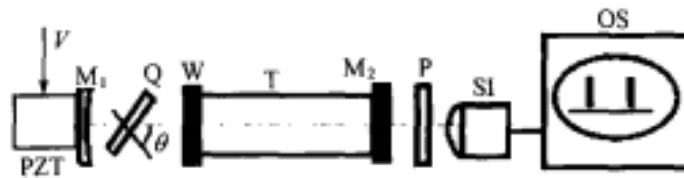


圖 5-1 正交偏振實驗裝置

如圖 5-1 為本次實驗的實驗裝置。 $M_1$  為球面全反鏡， $M_2$  為平面鏡，T 為雷射增益管，Q 為石英晶體，其晶軸與它的面法線一致，W 為增透窗片， $\theta$  為晶體光軸與雷射夾角，SI 為掃描干涉儀，P 為偏振片，OS 為示波器，PZT 為壓電陶瓷，其上加電壓 V。通過旋轉偏振片，在示波器上可以觀察到有規則的變化。假設偏振片在  $0^\circ$  時示波器上在一個週期內只有兩個脈衝，當偏振片旋轉到一定的角度時，由於模競爭效應，雷射頻率並不分裂；當繼續旋轉偏振片時，則會發現一個頻率在原有頻率旁“跳變出來”。繼續旋轉到  $45^\circ$  時，會發現原來的頻率的強度下降一半，轉移給了新的頻率，則此時原來頻率的強度和新的頻率的強度一樣強。繼續旋轉偏振片時，新的頻率也會類似與原來的頻率一樣變化。當偏振片旋轉到  $180^\circ$  後，示波器上會出現偏振片為  $0^\circ$  時的現象。所以，可以知道此時氦氖雷射的偏振態為正交偏振。

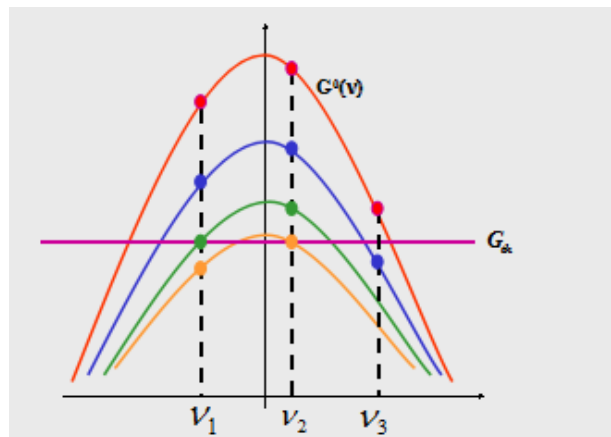
### 模式競爭：

模式競爭分為均勻加寬雷射的模式競爭和非均勻加寬雷射的模式競爭。

### 均勻加寬雷射的模式競爭

均勻加寬雷射的模式競爭可以理解為，通過飽和效應，某一個模逐漸把別的模的振盪抑制下去，最後只剩下它自己的現象。

當增益下降到如圖中的橙色曲線時，其增益係數等於閾值，光強達到穩定值，不再增大。整個增益曲線也就不再下降。最後，共振腔內只有一個模式形成穩定的振盪。這說明，均勻加寬雷射中滿足閾值條件的縱模在振盪過程中互相競爭，結果總是靠近中心頻率附近的縱模取勝，其他模式都被抑制熄滅。



5-2 均勻加寬雷射的模式競爭

但是空間燒孔效應會引起多模振盪，即除了中心頻率附近的模式可形成穩定振盪，也有可能會出現其他較弱的模式。激發越強，出現的振盪模式也就越多。其中空間燒孔現象可以分為軸向的空間燒孔現象和橫向的空間燒孔現象。

軸向的空間燒孔效應是指某種發轉粒子數密度或增益係數在腔內軸線上的具有某種分佈的現象。如圖 5-3 所示，假設頻率等於  $\nu'_2$  的另一個雷射模式所形成的駐波場一般說來與  $\nu_2$  的駐波不一定重合，如果  $\nu'_2$  的波腹與  $\nu_2$  的波節重合，則  $\nu'_2$  模式也有可能得到較高的增益係數而形成振盪。這說明，由於腔軸線方向的空間燒孔效應，不同縱模使用空間不同部分的反轉粒子數而同時產生振盪，即

不同縱模可使用腔內不同空間的高能級粒子。為了獲得單縱模，可以設法將縱模在腔內形成的駐波長變為行波場，使光強延軸線方向均勻分佈，以消除空間模競爭。

橫模的空間燒孔現象是由於不同橫模，其橫向光場分佈也不同，它們分別使用不同空間的啟動粒子。因此，如果啟動粒子的空間轉移的速度很慢，不能消除橫向燒孔效應，當激發足夠強時，就可能形成多橫模振盪。

我知道氣體是無規則運動的，粒子空間可以迅速轉移，則可以消除了空間燒孔。所以以均勻加寬為主的高氣壓雷射可獲得單縱模振盪。然而啟動粒子是固體，如(Cr 離子)，則會由於固體啟動粒子束縛在晶格結構上，轉移 $\lambda/4$ 需要 $10^{-4}$ S，遠大於雷射形成時間了，故空間燒孔不會消除。則以均勻加寬為主的固體雷射一般為多縱模振盪。

### 非均勻加寬雷射的模式競爭

非均勻加寬雷射中，如果有多個縱模滿足起振條件，由於某個縱模光強的增加，不會使整個增益曲線下降，而只是在增益曲線的相應頻率處產生一個或兩個燒孔，只要起振的幾個縱模頻率間隔足夠大，各縱模形成的燒孔不重疊，那麼各模式所消耗的反轉粒子數互不相關。因此，非均勻雷射通常都是多縱模振盪。當外界的激發越強時，小信號增益曲線就越高，滿足振盪條件的縱模個數也越多。

非均勻加寬雷射中的模式競爭存在與那些頻率間隔小的縱模之間，由於相鄰縱模的燒孔部分重疊，共用相同的反轉粒子數而產生競爭。但這種競爭一般不會像均勻加寬那樣能將對手完全熄滅。只有在非均勻加寬的氣體中，兩個頻率恰好對中心頻率對稱的縱模同時滿足起振條件，因這兩個模式的燒孔完全重合，使得它們之間的競爭變得激烈，結果是它們的輸出功率無規則起伏。



## 5.4 儀器清單

## 5.5 實驗內容

1. 在實驗 2 的光路基礎上，將可變光圈更換成偏振片架。把光路搭建成如圖 5-3 所示；

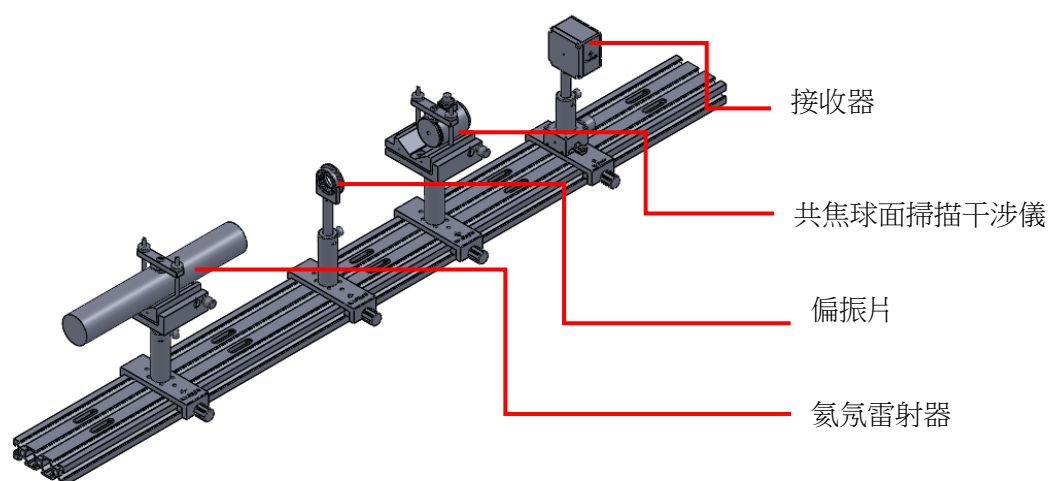
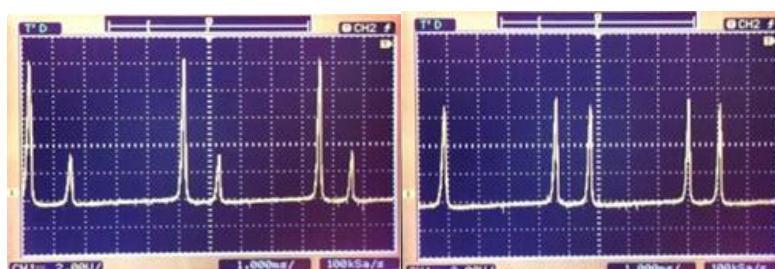


圖 5-3 氦氖雷射縱模正交偏振觀測實驗

2. 旋轉偏振片角度，觀察示波器縱模序列變化情況，實現效果圖如圖 5-4。

驗證氦氖雷射的偏振態為正交偏振現象，並把現象記錄到實驗報告中；





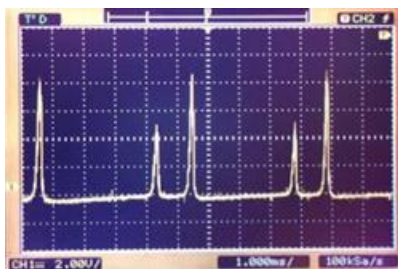


圖 5-4 正交偏振實驗現象

（注意：如果使用半外腔激光器做此實驗，則無法觀測到正交偏振現象，因為半外腔雷射使用了布魯斯特窗的結構，使得輸出的雷射為線偏振光。）

3．取下光路中偏振片，如圖 5-5 所示；

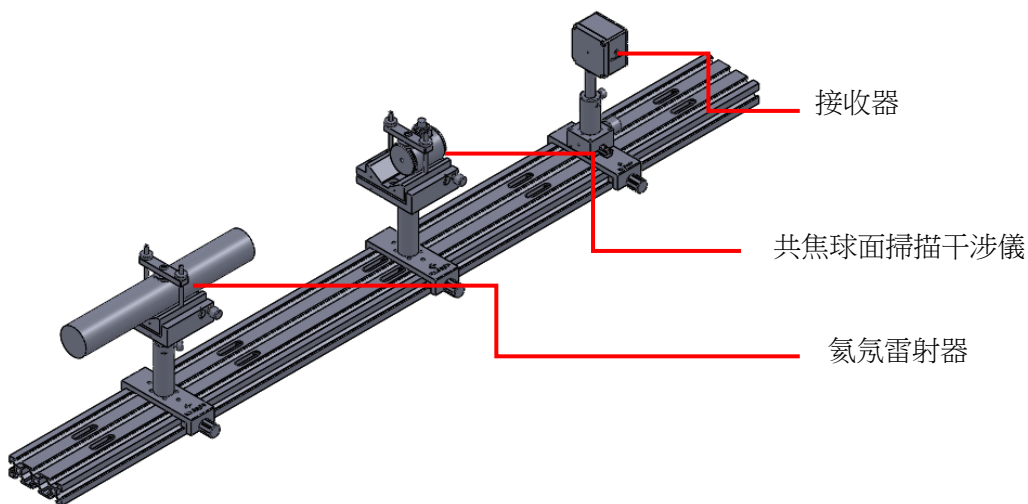


圖 5-5 氦氖雷射模式競爭觀測實驗

4．當氦氖雷射雷射管周圍的氣流和溫度發生變化後，會導致雷射腔長微小變化，此時觀察氦氖雷射縱模競爭現象；

注：此實驗在氦氖雷射開機預熱時觀察，現象更明顯。

## 5.6 實驗報告

旋轉角度	偏振狀態(也可以以圖形形式出現)

---

--	--

## 實驗 6 高斯光束基本參數測量實驗

### 6.1 引言

高斯光束是亥姆赫茲方程在慢變振幅近似下的特解，也是大多數雷射輸出的基模光束。因此，高斯光束的描述、傳輸特性、光束特性的好壞（光束品質）都是實踐中非常關心的問題。本實驗將通過測量高斯光束的光腰位置、光斑半徑、遠場發散角、瑞利長度，初步理解高斯光束的特性。

### 6.2 實驗目的

- 1、初步認識高斯光束；
- 2、測量高斯光束的基本參數。

### 6.3 實驗原理

#### 1) 高斯光束的描述

定態標量電磁場滿足亥姆赫茲方程為

$$\nabla^2 E(\mathbf{r}) + k^2 E(\mathbf{r}) = 0 \quad (6.3-1)$$

在柱座標下，高斯光束是亥姆赫茲方程在慢變振幅近似下的一個特解。高斯光束的電場為

$$E(r, z) = A(r, z) \exp(-ikz) \quad (6.3-2)$$

其中

$$A(r, z) = \frac{A_0 w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left\{-i\left[\frac{kr^2}{2R(z)} - \Psi\right]\right\} \quad (6.3-3)$$

式中，

$Z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ ，為瑞利尺寸（共焦參數）；

$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{Z_0}\right)^2}$ ，為高斯光束的束寬（光束半徑）；

$R(z) = Z_0 \left(\frac{z}{Z_0} + \frac{Z_0}{z}\right)$ ，為高斯光束的等相面曲率半徑；

$\Psi(z) = \arctan \frac{z}{Z_0}$ ，為高斯光束的相位因數。

高斯光束的光強為

$$I(r, z) \propto E(r, z)E^*(r, z) = \left[ \frac{A_0 w_0}{w(z)} \right]^2 \exp \left[ -\frac{2r^2}{w^2(z)} \right] \quad (6.3-4)$$

高斯光束的示意圖及各個參數關係見圖 6.3-1。

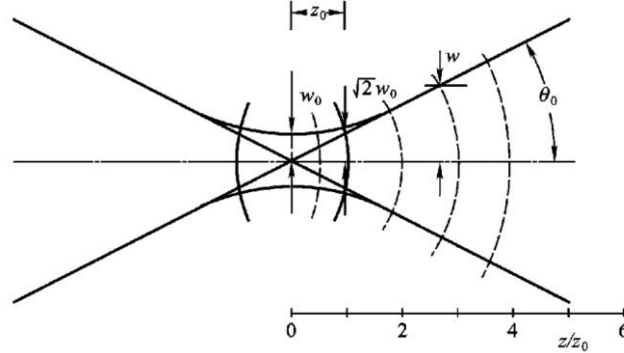


圖 6.3-1 高斯光束示意圖

(a) 高斯光束在任何一位置  $z$  處的光強分佈成均高斯形狀，如圖 6.3-2。

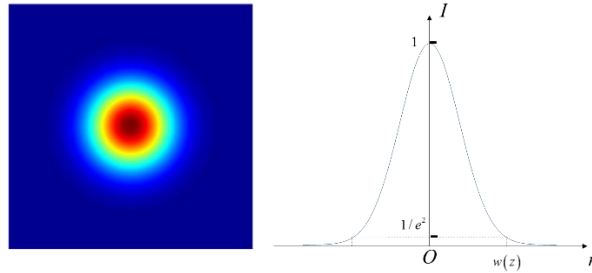


圖 6.3-2 高斯光束截面光強分佈示意圖

在徑向方向  $r$  為  $w(z)$  處，光強減少至中心光強的  $1/e^2$ 。因此，上述定義的高斯光束半徑常稱為  $e$  方分之一半徑。高斯光束的光束半徑隨座標  $z$  按雙曲線規律變化（如圖 6.3-1）即

$$\frac{w^2(z)}{w_0^2} - \frac{z^2}{Z_0^2} = 1 \quad (6.3-5)$$

當  $z=0$  時， $w(z)$  取最小值  $w_0$ 。該位置稱為高斯光束的光腰位置。

(b) 高斯光束的等相位面在光腰處為平面。除光腰以外，旁軸情況下等相位面近似為曲率半徑為  $R(z)$  的球面。

(c) 由高斯光束的電場公式可知其總相移為

$$\phi(r, z) = k \left[ z + \frac{r^2}{2R(z)} \right] - \Psi(z) \quad (6.3-6)$$

其中  $kz$  為幾何相移， $kr^2/2R(z)$  為徑向有關的相移， $\Psi(z)$  為高斯光束在空間傳播  $z$  距離後的附加相移。

(d) 當座標偏離光腰位置一個瑞利長度  $Z_0$  時（即  $|z|=Z_0$ ），高斯光束的光束半徑為  $w(Z_0) = \sqrt{2}w_0$ ，即光腰的根號 2 倍。實踐中，在  $|z| \leq Z_0$  範圍內，可以認為

高斯光束近似為平行光（即光束半徑不變），等相面近似為平面（即平面波）。瑞利長度越長，高斯光束的準直範圍越大。

（e）遠離光腰時，高斯光束的光束半徑趨近於固定的漸近線，有固定的發散角。高斯光束的遠場發散角為

$$\theta_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (6.3-7)$$

高斯光束的遠場發散角與以光腰半徑  $w_0$  為半徑的光束的繞射角等量級，說明光束已經達到繞射極限。

綜上所述，高斯光束為截面光強呈高斯分佈的光束。高斯光束的光束半徑隨座標  $z$  呈雙曲函數變化；在光腰位置的光束半徑達到最小；在遠場情況，高斯光束有近繞射極限的固定發散角。在旁軸情況下，光束的等相面為球面。在瑞利長度範圍內，高斯光束可以近似為平行光和平面波。

## 2) 光斑輪廓分析方法

對高斯光束做分析，一個很重要的手段是研究截面光強的分佈情況。通常使用光斑輪廓分析儀進行分析。採用 CCD 法來測量高斯光束截面光斑的光強分佈，具體的測量方法參考雷射光束測試的國際標準 (ISO11146)。國際標準組織 (ISO) 中採用  $4\sigma$  法定義雷射光束寬度，即用基於光軸  $z$  處光束橫截面內光強分佈的二階矩，來定義沿主軸  $x, y$  方向的光束直徑  $d_x, d_y$  或光束半徑（束寬） $w_x, w_y$ ，即

$$d_x = 4\sigma_x, d_y = 4\sigma_y \quad \text{或} \quad w_x = 2\sigma_x, w_y = 2\sigma_y \quad (6.3-8)$$

式中  $\sigma_x, \sigma_y$  為光束光強分佈  $I(x, y)$  主軸方向的二階矩。

$$\sigma_x^2 = \frac{\iint I(x, y) (x - \bar{x})^2 dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad \sigma_y^2 = \frac{\iint I(x, y) (y - \bar{y})^2 dx dy}{\iint I(x, y) dx dy} \quad (6.3-9)$$

式中  $\bar{x}, \bar{y}$  是光強分佈  $I(x, y)$  的一階矩，物理意義為光束橫截面內光強分佈的質心座標，即

$$\bar{x} = \frac{\iint I(x, y) x dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad \bar{y} = \frac{\iint I(x, y) y dx dy}{\iint I(x, y) dx dy} \quad (6.3-10)$$

如果  $I(x, y)$  是理想高斯光束的截面光強分佈，按照 (6.3-1) 式計算的光束寬度與前述的高斯光束定義的光束寬度（即光強下降到峰值的  $1/e^2$  處的寬度）是一致的。

## 3) 高斯光束參數擬合方法

根據 ISO11146 檔要求，在測量光束傳播參數時，沿光束傳播軸，至少需要在十個不同位置上測量光斑直徑，然後用雙曲線擬合的方法求出光束參數。雙曲

線擬合方程為： $w^2(z) = A + Bz + Cz^2$  ( $w(z)$  為  $z$  位置的束寬)。這些測量位置半數應位於束腰兩側一倍瑞利長度之內，其它測量位置在超過一倍瑞利長度之外。擬合求解出 A, B, C 以後，可通過下表公式計算得到相應的光束參數：

表 6-1：光束參數的計算公式

光腰位置	$z_0 = -\frac{B}{2C}$
光腰半徑	$w_0 = \sqrt{A - B^2 / 4C}$
遠場發散角	$\theta = \sqrt{C}$
瑞利長度	$Z_0 = \frac{1}{2C} \sqrt{4AC - B^2}$

#### 4) 實驗方法說明

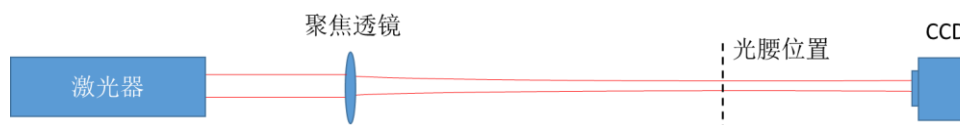


圖 6.3-3 實驗方法示意圖

本實驗將使用 CCD 捕獲不同軸向位置上光束的截面形貌。通過上述的分析，得到光束半徑。最後根據軸向位置與光束半徑的測量資料，擬合出高斯光束的各個參數。

## 6.4 實驗儀器

## 6.5 實驗內容

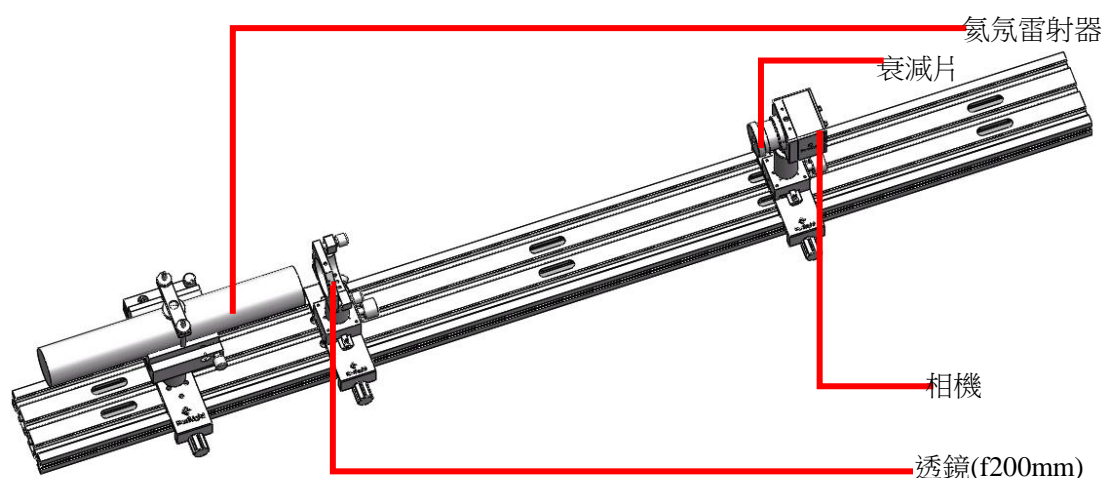

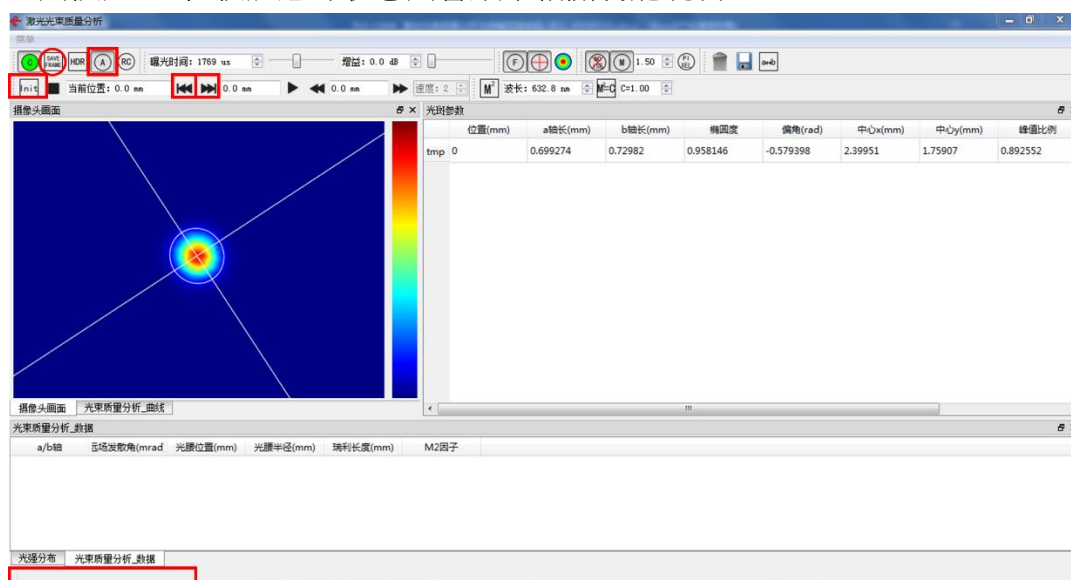



圖 6.5-1 高斯光束基本參數的測量實驗裝配圖

通過軟體分析 CCD 上的光斑的光束半徑，手動移動 CCD 的位置，可以測量得到高斯光束的光斑直徑變化曲線。通過分析該曲線，可以計算出高斯光束的光腰半徑、發散角、瑞利長度等參數，並分析出光束品質因數。

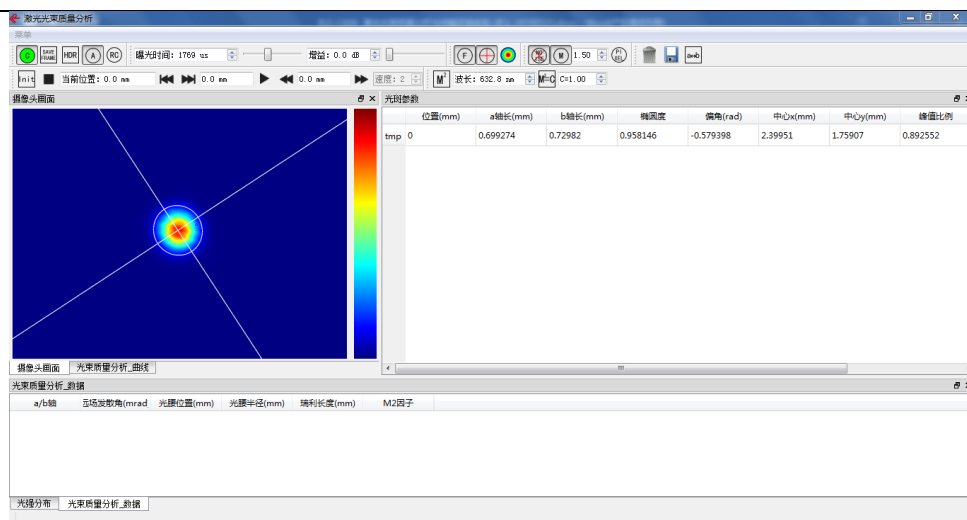
### 操作步驟：

- 按圖 6.5-1 實驗裝配圖組裝配件，搭建光路（利用可變光圈，調節雷射管夾持器將氦氖雷射光束準直），按照裝配圖依次放置各個器件。先不放置透鏡（f200mm），打開“光束品質分析”軟體，點擊  軟體圖示連接相機。
- 打開氦氖雷射，在軟體介面中可以流覽 CCD 拍攝的圖像。滑鼠停留在功能表列按鈕上時，軟體底部狀態列會顯示相關功能說明。



- 調節光束光軸與 CCD 同軸：
  - 選中  以開啟自動曝光功能；
  - 將相機移動至氦氖雷射的最前端（最左側），調節相機位置使得光斑居於軟體中心位置附近；
  - 將相機移動至遠離氦氖雷射的位置（最右側），同樣調節相機位置使得光斑居於軟體採集中心位置附近；
  - 重複步驟 2）和 3），（使得 CCD 在最左側和最右側位置時，光斑都位於 CCD 的中心；
  - 此時光束的光軸與 CCD 移動方向平行。





- d) 透鏡 (f200mm) 的放置，並調整光束的光軸與原光軸重合：
- 1) 按照實驗裝配圖放置透鏡 (f200 mm)；
  - 2) 將 CCD 相機移動至導軌最右端；
  - 3) 調整透鏡的高低及左右位置讓光束通過透鏡的中心；
  - 4) 調整透鏡的俯仰角和左右偏角，使光斑位於 CCD 的中心，光斑中心與未放置透鏡時候的光斑中心重合；
  - 5) 此時，透過透鏡的光束的光軸與原光軸重合。
- e) 觀察高斯光束的光束半徑隨距離的變化，並繪製距離-光束半徑曲線：
- 1) 將 CCD 相機移動至導軌最左側（記為零點位置），並點擊 **SAVE FRAME** 保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數；
  - 2) 通過手動移動 CCD 相機到特定的位置（一般可以選擇間隔 15~40mm 移動相機），例如間隔 30mm 移動相機；
  - 3) 第一次移動位置到 30mm（距零點），則在當前位置 **當前位置: 0.0 mm** 輸入框處填寫 30mm，並點擊保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數，依次類推，間隔 30mm 移動相機採集光斑參數，直到保存至少 12 個點為止，如下圖中的光斑參數所示；
  - 4) 點擊 **M<sup>2</sup>** 進行分析；
  - 5) **光束質量分析\_曲線** 視窗中可以查看之前保存的光斑參數的資料點及擬合的曲線，**光束質量分析\_數據** 視窗中可以查看光束的光腰半徑和光束品質因數等分析結果；



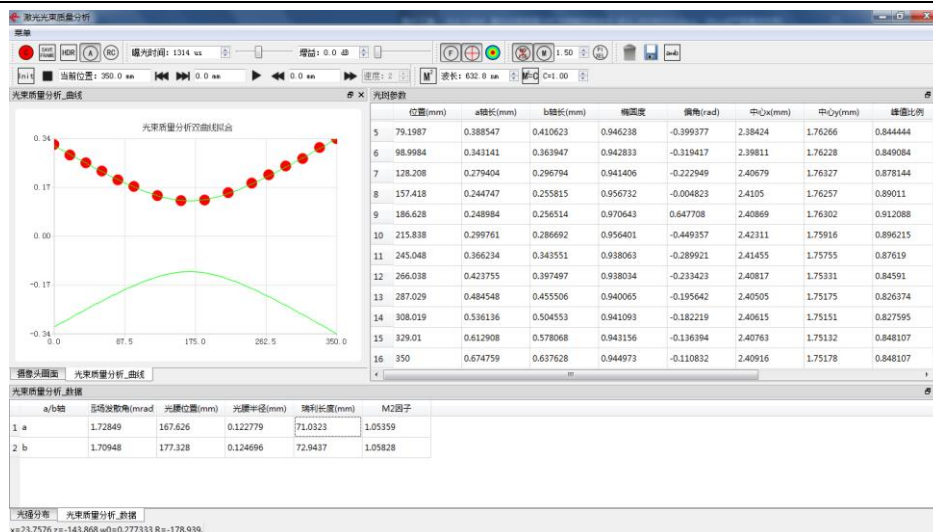


圖 6.5-2 實驗軟體預覽

f) 回答以下問題：

根據實驗資料，計算出光腰位置、光腰半徑、瑞利長度、遠場發散角。

## 實驗 7 高斯光束的傳播特性實驗

### 7.1 引言

實踐中，雷射應用離不開雷射光束在自由空間及器件中的傳輸。高斯光束經過傳輸後仍然是高斯光束，但其特性會發生變化。本實驗，將介紹高斯光束的複數描述方法，並通過實驗驗證高斯光束的傳播特性

### 7.2 實驗目的

- 1、理解高斯光束的複數（ $q$  參數）描述法；
- 2、理解透鏡對高斯光束的變換作用。

### 7.3 實驗原理

#### 1) 高斯光束的 $q$ 參數描述

回顧高斯光束的原理，沿  $z$  軸傳播的高斯光束的光場可以表示為以下形式

$$E(r, z) = \frac{A_0 w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left\{-i\left[\frac{kr^2}{2R(z)} + kz - \Psi\right]\right\} \quad (7.3-1)$$

由  $R(z)$ ， $w(z)$  和  $z$  中的任意兩個即可完全確定高斯光束的特性。可以使用複參數  $q$  來描述  $z$  處的高斯光束的性質。複參數  $q$  定義為

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)} \quad (7.3-2)$$

在高斯光束的傳輸問題中，可以用複參數  $q$  簡潔地去描述高斯光束。當知道某位置  $z$  處的  $q$  值時，該位置的等相位面曲率半徑和光束半徑可以用以下公式換算得到

$$\frac{1}{R} = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{q}\right) \quad (7.3-3a)$$

$$\frac{1}{w^2} = -\frac{\pi}{\lambda} \operatorname{Im}\left(\frac{1}{q}\right) \quad (7.3-3b)$$

在旁軸和慢變振幅近似的條件下可以證明，高斯光束通過變換矩陣為  $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$  的光學系統變換後，仍舊保持為高斯光束，且其複參數  $q$  滿足以下公式

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (7.3-4)$$

其中  $q_1$  為入射高斯光束的  $q$  參數， $q_2$  為出射高斯光束的  $q$  參數。這便是高斯光束的 ABCD 矩陣定律。如果已知光學系統的變換矩陣，就可以通過 ABCD 矩陣定量，計算出高斯光束通過光學系統前後參數的變化，瞭解高斯光束的傳播特性。

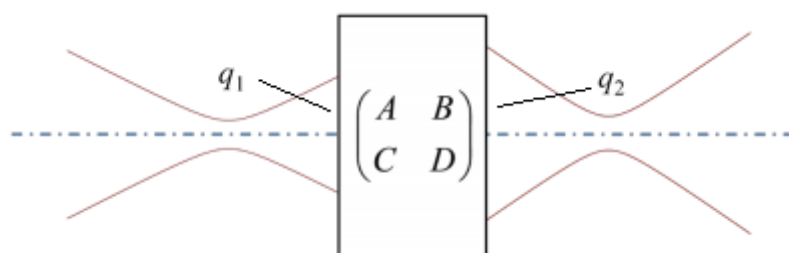
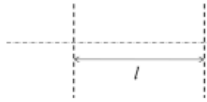
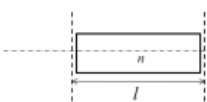
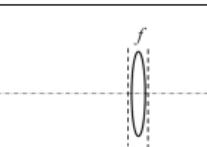

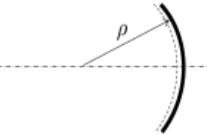
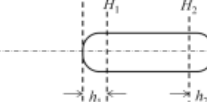


圖 7.3-1 高斯光束的 ABCD 矩陣示意圖

常用的單個光學器件的變換矩陣見表 7.3-1。若光束連續通過多個變換矩陣分別為  $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$  的光學元件組成的光學系統，則光學系統的總變換矩陣可以表示為每個獨立元件的變換矩陣的乘積，即

$$M = M_n \dots M_3 M_2 M_1$$

表 7.3-1 常用變換矩陣表

1. 距离为 $l$ 的自由空间		$\begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
2. 折射率为 $n$ 、长度为 $l$ 的均匀介质		$\begin{pmatrix} 1 & \frac{l}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
3. 薄透镜(焦距 $f$ )		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
4. 平面反射镜		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
5. 球面反射镜(曲率半径为 $\rho$ )		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{\rho} & 1 \end{pmatrix}$
6. 厚透镜		$\begin{pmatrix} 1 - \frac{h_2}{f} & h_1 + h_2 - \frac{h_1 h_2}{f} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{h_1}{f} \end{pmatrix}$

## 2) 高斯光束通過薄透鏡的變換

已知入射高斯光束束腰半徑為  $\omega_0$ ，束腰位置與透鏡的距離為  $l$ ，透鏡的焦距為  $F$ ，各參數相互關係如下圖，則有

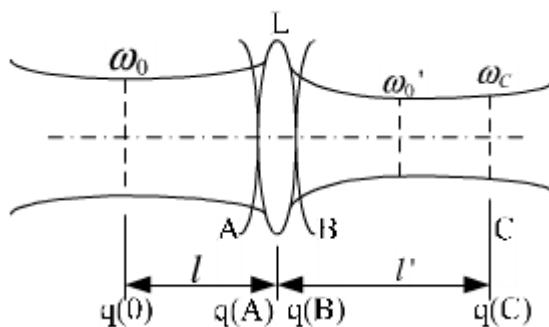


圖 7.3-2 高斯光束通過薄透鏡的變換

$z = 0$  處

$$q(0) = q_0 = i \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \quad (7.3-5)$$

在 A 面處

$$q(A) = q_0 + l \quad (7.3-6)$$

在 B 面處

$$\frac{1}{q(B)} = \frac{1}{q(A)} - \frac{1}{F} \quad (7.3-7)$$

在 C 面處

$$q(C) = q(B) + l_c \quad (7.3-8)$$

由上面的  $q(C)$  可以確定經過薄透鏡傳輸後的高斯光束特性，下面分情況討論薄透鏡的變換規律。

當 C 面取在像方束腰處，此時  $R_c \rightarrow \infty$ ， $R_c \left( \frac{1}{q_c} \right) = 0$ ，由上述方程聯立可以求出

$$q_c = l_c + F \frac{l(F-l) - \left( \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \right)^2}{(F-l)^2 + \left( \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \right)^2} + i \frac{F^2 \left( \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \right)}{(F-l)^2 + \left( \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \right)^2} \quad (7.3-9)$$

由  $\text{Re}\{1/q_c\} = 0$  得出：



$$\left\{ \begin{array}{l} l_c + F \frac{l(F-l) - (\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda})^2}{(F-l)^2 + (\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda})^2} = 0 \\ q_c = i \frac{F^2 (\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda})}{(F-l)^2 + (\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda})^2} \end{array} \right. \quad (7.3-10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} l' = l_c = F + \frac{(l-F)F^2}{(l-F)^2 + (\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda})^2} \\ \omega_0'^2 = \frac{\omega_0^2 F^2}{(F-l)^2 + (\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda})^2} \end{array} \right.$$

得到的公式是高斯光束束腰的變換關係式。

當滿足  $\left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}\right)^2 \ll (l-F)^2$  或  $\left(\frac{F}{l-F}\right)^2 \ll \left(1 - \frac{l}{F}\right)^2$  條件時，由束腰位置關係公式(7-6)中

$$l' = F + \frac{(l-F)F^2}{(l-F)^2 + (\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda})^2} \quad (7.3-11)$$

可以得到

$$l' \approx F + \frac{F^2}{l-F} = \frac{lF}{l-F} \quad (7.3-12)$$

即

$$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{1}{F} \quad (7.3-13)$$

其中，式(7.3-13)就是幾何光學薄透鏡成像公式。

再由束腰半徑的關係公式

$$\frac{1}{\omega_0'^2} = \frac{1}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{l}{F}\right)^2 + \frac{1}{F^2} \left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda}\right)^2 \quad (7.3-14)$$

可以得到

$$\frac{\omega_0'}{\omega_0} \approx \frac{F}{l-F} = \frac{l'}{l} = k \quad (7.3-15)$$

其中，式(7.3-15)就是幾何光學薄透鏡成像垂軸放大率公式。

束腰半徑是高斯光束所有光斑半徑的最小值，可以將其類比為幾何光學中光

束的焦點，在滿足假設條件的情況下，物方、像方高斯光束經過薄透鏡後束腰位置和半徑的變換規律與幾何光學中的物、像規律相符，由此可見當滿足條件時可以用幾何光學的方法粗略的研究近軸高斯光束。

當不滿足以上條件時，則不能套用幾何光學的結論，例如當  $l = F$  時，可以求出  $l' = F$ 。此時物方、像方高斯光束的束腰都位於焦點處，這與幾何光學中平行光成像於無窮遠處的結論不相符。

如果令  $l_c = F$ ，即像方高斯光束束腰位於透鏡前焦面，可以利用前面的公式求出束腰的半徑

$$q_c = \frac{F^2(F-l)}{(F-l)^2 + f^2} + i \frac{F^2 f}{(F-l)^2 + f^2} = a + ib \quad (7.3-16)$$

其中

$$\begin{cases} f = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \\ a = \frac{F^2(F-l)}{(F-l)^2 + f^2} \\ b = \frac{F^2 f}{(F-l)^2 + f^2} \end{cases} \quad (7.3-17)$$

可以得到

$$\frac{1}{q_c} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i \frac{b}{a^2 + b^2} = \frac{1}{R_c} - i \frac{\lambda}{\pi \omega_c^2 C} \quad (7.3-18)$$

由(7-10)式

$$\frac{1}{\omega_c^2 C} = -\frac{\pi}{\lambda} \text{Im} \left\{ \frac{1}{q_c} \right\} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{b}{a^2 + b^2} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{f}{F^2} = \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda F} \right)^2 \quad (7.3-19)$$

因此

$$\omega_c = \frac{\lambda}{\pi \omega_0} F \quad (7.3-20)$$

### 3) 實驗方法說明

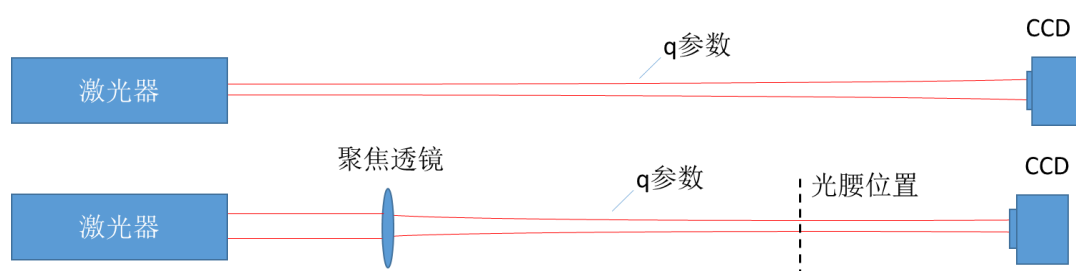


圖 7.3-3 實驗方法示意圖

本實驗將首先測量雷射直接輸出雷射光束的光束半徑隨軸向位置的曲線，並用複數描述方法，分析光束在自由空間傳播的特性。

接著在光路中加入聚焦透鏡，分析光束經過聚焦透鏡後的特性，用複數描述分析透鏡對光束的變換，研究薄透鏡對高斯光束的聚焦過程。

## 7.4 實驗儀器

## 7.5 實驗內容

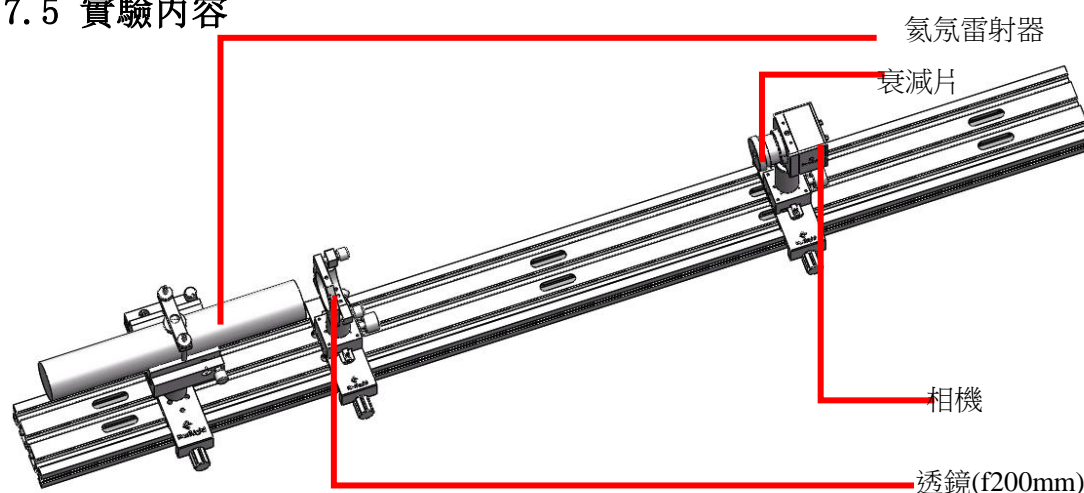



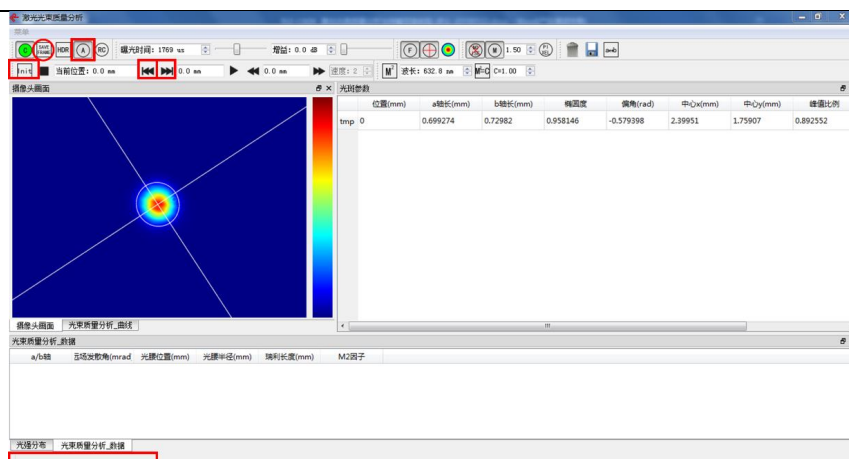
圖 7.5-1 實驗裝配圖

通過測量高斯光束的光束直徑隨相機位置變化曲線的方法，根據實驗資料能夠計算出氦氖雷射輸出雷射在各個位置處的  $q$  參數。我們首先測量雷射直接輸出的高斯光束的光斑直徑變化曲線，並計算出不同位置（測量範圍內與外推到測量範圍以外）的  $q$  參數，從而瞭解高斯光束的傳播規律。接著在光路中放置透鏡，測量加入透鏡後光束的光斑直徑變化曲線的變化，並用  $q$  參數方法分析透鏡對光束的變換作用。


### 操作步驟：

- 按圖 7.5-1 實驗裝配圖組裝配件，搭建光路（利用可變光圈，調節雷射管夾持器將氦氖雷射光束準直），按照裝配圖依次放置各個器件。先不放置透鏡（f200mm），打開“光束品質分析”軟體，點擊  連接相機。
- 打開氦氖雷射，在軟體介面中可以流覽 CCD 拍攝的圖像。滑鼠停留在功能表列按鈕上時，軟體底部狀態列會顯示相關功能說明。


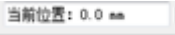






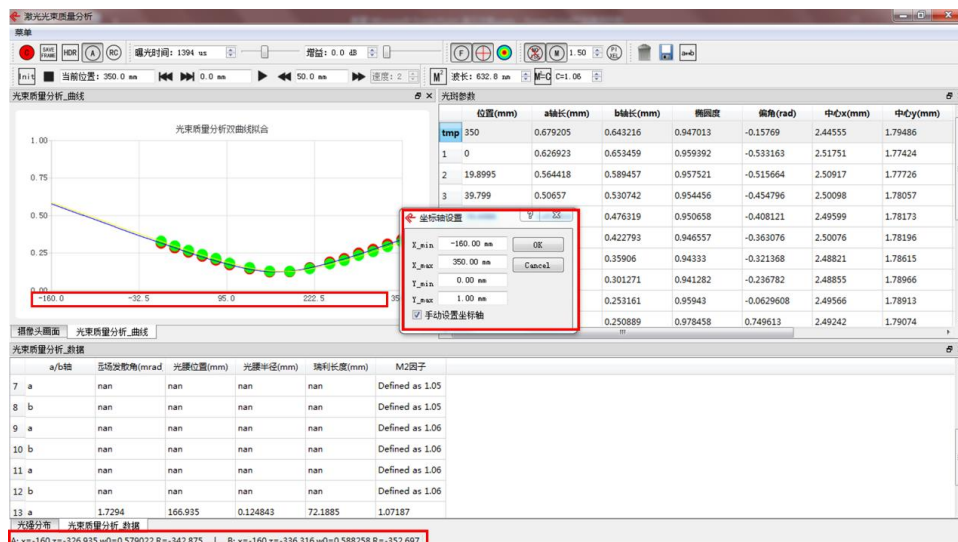
c) 調節光束光軸與 CCD 同軸：

- 1) 選中  以開啟自動曝光功能；
- 2) 將相機移動至氦氖雷射的最前端（最左側），調節相機位置使得光斑居於軟體中心位置附近；
- 3) 將相機移動至遠離氦氖雷射的位置（最右側），同樣調節相機位置使得光斑居於軟體採集中心位置附近；
- 4) 重複步驟 2) 和 3)，（使得 CCD 在最左側和最右側位置時，光斑都位於 CCD 的中心）；
- 5) 此時光束的光軸與 CCD 移動方向平行。

d) 測量不加透鏡雷射自由傳輸時，雷射輸出的高斯光束的光束半徑隨距離的變化曲線（因此時束腰位置不在測量範圍之內會導致誤差偏大）：

- 1) 將 CCD 相機移動至導軌最左側（記為零點位置），並點擊  保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數；
- 2) 通過手動移動 CCD 相機到特定的位置（一般可以選擇間隔 15~40mm 移動相機），例如間隔 30mm 移動相機；
- 3) 第一次移動位置到 30mm（距零點），則在當前位置  輸入框處填寫 30mm，並點擊  保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數，依次類推，間隔 30mm 移動相機採集光斑參數，直到保存至少 12 個點為止，如下圖中的光斑參數所示；
- 4) 點擊  進行分析；

- 5) 找到光束品質分析\_曲線中透鏡位置(需要預先確定透鏡放置位置,透鏡位置儘量貼近雷射),滑鼠移動到曲線上該點,將該點的 AB 兩軸參數代入 7.3-2 式求  $q$  參數,記為  $q_{in}$ ,並根據軟體算出的光腰位置,算出雷射的光腰位置到出光口的距離,這種方式誤差較大;



- e) 透鏡 ( $f200\text{mm}$ ) 的放置,並調整光束的光軸與原光軸重合:
- 1) 按照實驗裝配圖放置透鏡 ( $f200\text{mm}$ );
  - 2) 將 CCD 相機移動至導軌最右端;
  - 3) 調整透鏡的高低,左右位置以讓光束通過透鏡的中心;
  - 4) 調整透鏡的俯仰角和左右偏角,使光斑位於 CCD 的中心,光斑中心與未放置透鏡時候的光斑中心重合;
  - 5) 此時,透過透鏡的光束的光軸與原光軸重合。
- f) 測量加入透鏡 ( $f200\text{mm}$ ) 後高斯光束的光束半徑隨距離的變化曲線:
- 1) 將 CCD 相機移動至導軌最左側(記為零點位置),並點擊 **SAVE FRAME** 保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數;
  - 2) 通過手動移動 CCD 相機到特定的位置(一般可以選擇間隔  $15\sim 40\text{mm}$  移動相機),例如間隔  $30\text{mm}$  移動相機;
  - 3) 第一次移動位置到  $30\text{mm}$  (距零點),則在當前位置 **當前位置: 0.0 mm** 輸入框處填寫  $30\text{mm}$ ,並點擊保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數,依次類推,間隔  $30\text{mm}$  移動相機採集光斑參數,直到保存至少 12 個點為止,如下圖中的光斑參數所示;

- 4) 點擊 **M<sup>2</sup>** 進行分析；
- 5) **光束質量分析\_曲線** 視窗中可以查看之前保存的光斑參數的資料點及擬合的曲線，**光束質量分析\_數據** 視窗中可以查看光束的光腰半徑等分析結果；
- 6) 用步驟（D-5）中的方法，將曲線外推至放置透鏡（f200mm）的位置，記錄曲線參數並計算出 q 參數，記為 q<sub>out</sub>，根據軟體算出的光腰位置和 q 參數傳遞計算 excel 表格，算出雷射的光腰位置到出光口的距離（本氦氖雷射的光腰位置應在距離雷射出光口-20~50mm 之間）。

文件开始插入页面布局公式数据审阅视图加载项团队告诉我想要做什么...											
E19	:	✕	✓	f <sub>x</sub>							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	输入										
2	光腰位置(mm)	光腰半径(mm)	发散角(mrad)	波长(nm)	透镜位置(mm)	透镜焦距(mm)					
3	400	0.21	1	632	200	100					
4											
5											
6	计算结果										
7	光腰位置(mm)	光腰半径(mm)	发散角(mrad)	瑞利尺寸(mm)	M2因子						
8	82.77509222	0.087156092	2.409470133	36.17230634	1.043883635						
9											
10	使用方法:										
11	本表格用于协助光束质量分析软件，在使用透镜将光腰聚焦在测量范围内，并测量出经过透镜后的光束质量参数后，计算出激光器自身的光束质量参数										
12	光束质量分析软件中可以读取到光腰位置，光腰半径，远场发散角；用户需自行确定激光的波长，以及透镜的摆放位置和焦距										
13	将相关参数输入到上方的黄框中后，下方的粗线框中会输出激光器的光束质量参数										

- g) 對比添加透鏡前後的 q 參數的變化（q<sub>in</sub> 和 q<sub>out</sub>），分析透鏡對於光束的變換，研究薄透鏡對高斯光束的聚焦作用。
- a) 回答以下問題：
  - (1) 氦氖雷射直接輸出的高斯光束的光腰位置在那裡？光腰位置是否位於雷射的輸出口？答：理論上，對於平凹腔的氦氖雷射，輸出雷射光束的光腰位於平面鏡處。
  - (2) 對照透鏡的 ABCD 矩陣，q<sub>in</sub> 與 q<sub>out</sub> 是否與矩陣變換理論結果吻合？
  - (3) 根據實驗資料，光束通過透鏡後，光腰是否位於透鏡的焦點位置？請解釋實驗現象。

答：根據前面實驗原理的敘述，要滿足條件  $\left(\frac{f}{F}\right)^2 \ll \left(1 - \frac{f}{F}\right)^2$  時，才能用幾何光學去描述。若不滿足上述條件，光束聚焦後的光腰位置將偏離透鏡的焦點位置。

## 實驗 8 高斯光束擴束及準直實驗

### 8.1 引言

望遠鏡系統是光學成像系統的典型例子。在實際工作中，可以使用望遠鏡系統對高斯光束進行變換，實現高斯光束的擴束、準直。

### 8.2 實驗目的

理解高斯光束擴束準直的原理。

### 8.3 實驗原理

#### 1) 高斯光束通過複雜光學系統的變換

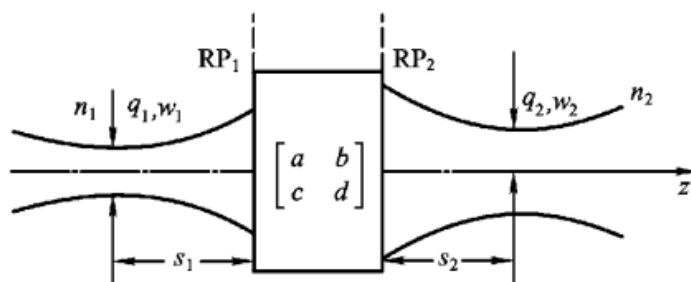


圖 8.3-1 高斯光束通過複雜光學系統的變換

如圖 8.3-1 所示，在物空間  $s_1$  處入射複參數為  $q_1$  的高斯光束，通過變換矩陣  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  的複雜光學系統後，在像空間  $s_2$  處變換為複參數  $q_2$  的高斯光束，於是有

$$\frac{1}{q_n} = \frac{1}{R_n} - i \frac{\lambda_n}{\pi w_n^2} = X_n - iY_n, \quad n=1,2 \quad (8.3-1)$$

$s_1$ 、 $s_2$  分別以  $RP_1$ 、 $RP_2$  為參考計算， $s_1$  在  $RP_1$  左邊為正， $s_2$  在  $RP_2$  右邊為證。系統總的變換矩陣為

$$\begin{aligned} M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & s_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a + cs_2 & b + as_1 + ds_2 + cs_1s_2 \\ c & d + cs_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8.3-2)$$

於是根據 ABCD 定律，有

$$\begin{aligned} X_2 &= \frac{(X_1^2 + Y_1^2)BD + X_1(AD + BC) + AC}{A^2 + 2X_1AB + (X_1^2 + Y_1^2)B^2} \\ Y_2 &= \frac{Y_1}{A^2 + 2X_1AB + (X_1^2 + Y_1^2)B^2} \end{aligned} \quad (8.3-3)$$

這就是高斯光束通過複雜光學系統的一般變換公式。在實際工作中，我們關心入射與出射高斯光束的束腰的變換問題，即  $X_1=X_2=0$ 。式 (8.3-3) 化簡為

$$BD + ACZ_{01}^2 = 0$$

$$Z_{02} = \frac{B^2 + A^2 Z_{01}^2}{Z_{01}}$$
(8.3-4)

其中  $Z_{01}$  為物方的瑞利長度， $Z_{02}$  為像方的瑞利長度。於是有

$$as_0 + ds_i + cs_0s_i + b = -Z_{01}^2 \frac{c(a + bs_i)}{d + cs_0}$$

$$w_{02} = w_{01} |a + cs_i| \sqrt{1 + Z_{01}^2 \frac{c^2}{(d + cs_0)^2}}$$
(8.3-5)

上式決定了像方束腰位置  $s_i$  和束腰大小  $w_{02}$ ，稱為成像公式和物像比公式。

## 2) 高斯光束通過調焦望遠鏡的變換

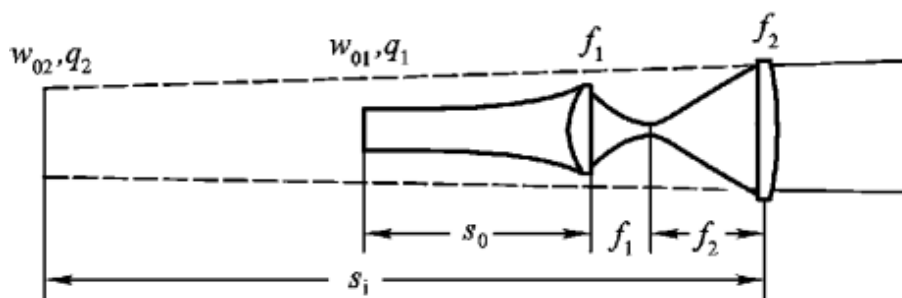


圖 8.3-2 高斯光束通過調焦望遠鏡的變換

討論一調焦望遠鏡系統（如圖 8.3-1）。系統的離焦量為

$$\Delta = f_1 + f_2 - l = 0$$
(8.3-6)

其中  $f_1$ 、 $f_2$  為兩透鏡的焦距， $l$  為透鏡的間距。

設在物方束腰  $w_{01}$  處，複參數為  $q_1$ ，物距為  $s_0$  的高斯光束，經過望遠鏡系統後變為束腰  $w_{02}$ ，像距  $s_i$  的高斯光束，則

$$\frac{1}{q_1} = -i \frac{\lambda}{\pi w_{01}^2}$$

$$\frac{1}{q_2} = -i \frac{\lambda}{\pi w_{02}^2}$$
(8.3-7)

望遠鏡系統的變換 矩陣為

$$m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f_1 + f_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_T & l \\ 0 & \frac{1}{M_T} \end{bmatrix}$$
(8.3-8)

其中

$$M_T = \frac{f_1}{f_2}$$

(8.3-7) 和 (8.3-8) 代入 (8.3-5) 得  
成像公式

$$s_i = -M_T(f_1 + f_2) - M_T^2 s_0 \quad (8.3-9)$$

物像比公式

$$w_{02} = |M_T| w_{01} \quad (8.3-10)$$

由式 (8.3-10) 可知，倒裝望遠鏡系統，即  $|M_T| > 1$ ，可使高斯光束擴束  $|M_T|$  倍。由瑞利長度公式可知，相應的像方準直範圍也增大  $M_T^2$  倍。由於遠場發散角與束腰成反比關係，因此像方遠場發散角被壓縮  $|M_T|$  倍。當  $s_0 = f_1$  時，由 (8.3-9) 可算出  $s_i = f_2$ 。當  $s_0 \gg f_1 + f_2$  時， $s_i \approx -M_T^2 s_0$ 。此時調焦望遠鏡的擴束比為  $\frac{w_{02}}{w_{01}} = |M_T|$ 。

### 3) 實驗方法說明

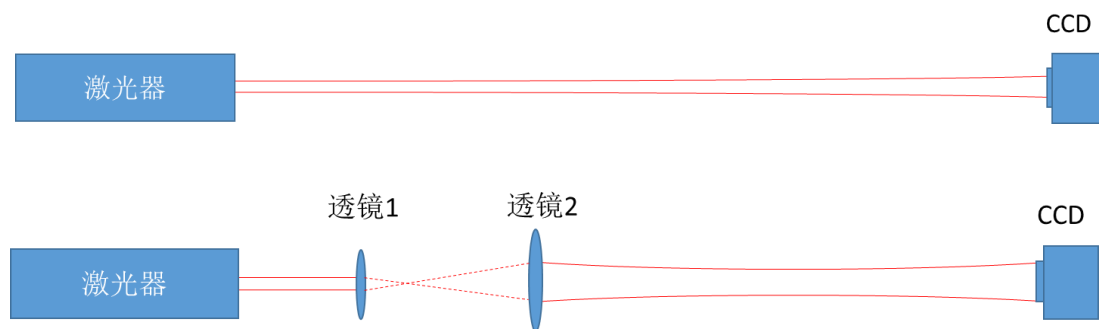


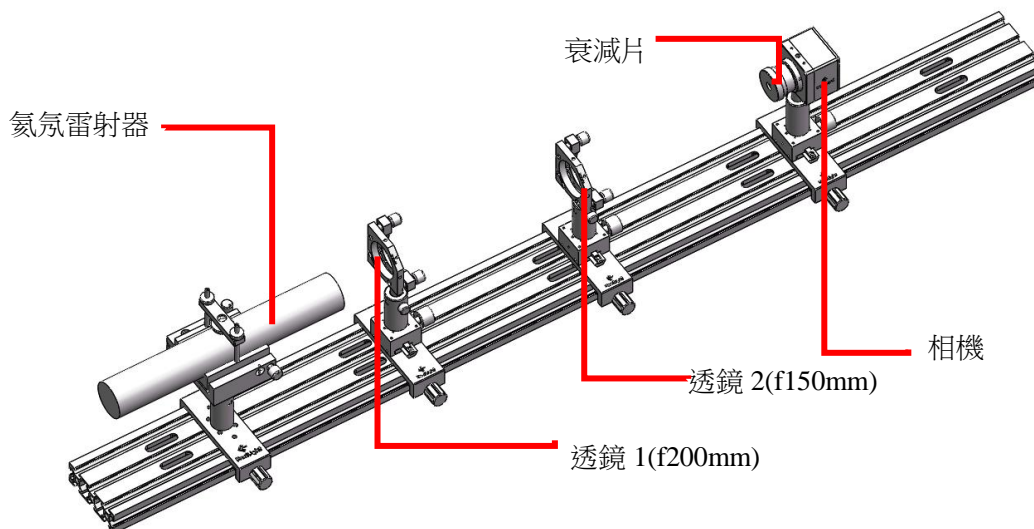
圖 8.3-3 實驗方法示意圖

本實驗將首先測量雷射直接輸出雷射光束的光束半徑隨軸向位置的曲線，計算出輸出雷射光束的光腰半徑、遠場發散角。接著在光路中加入擴束系統，再次測量擴束後的光束半徑隨軸向位置的曲線，計算出擴束後，光腰半徑與遠場發散角。並與未擴束之前作對比。研究擴束系統對光束的影響。

## 8.4 實驗儀器




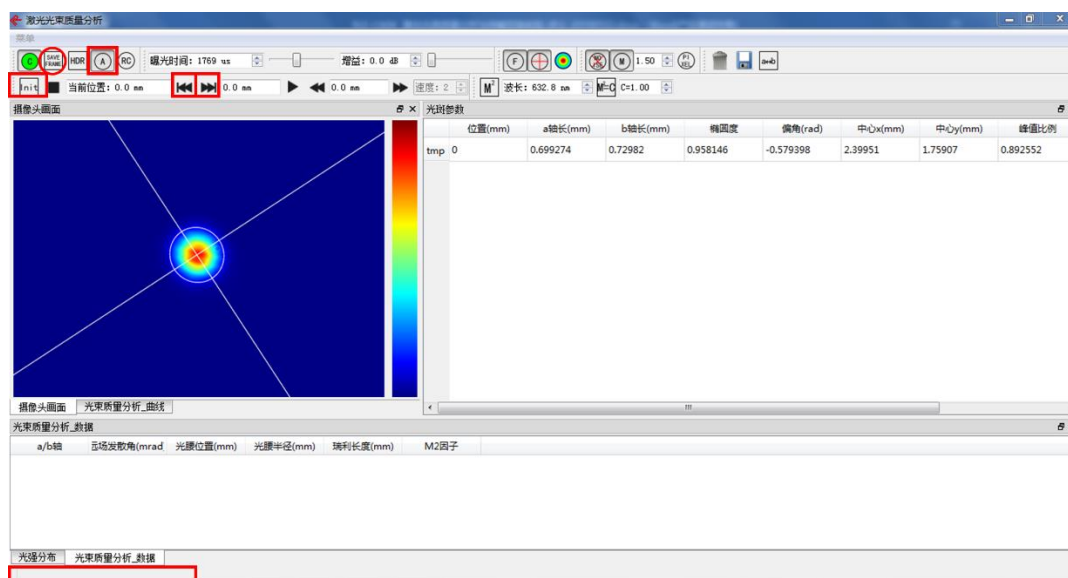
## 8.5 實驗內容



本實驗將通過兩個凸透鏡，搭建高斯光束的擴束準直系統。通過軟體分析高斯光束通過擴束系統之前和之後的變化。



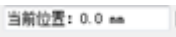

### 操作步驟：

- 按圖 8.5-1 實驗裝配圖組裝配件，搭建光路（利用可變光圈，調節雷射管夾持器將氦氖雷射光束準直），按照裝配圖依次放置各個器件。先不放置透鏡，打開“光束品質分析”軟體，點擊  連接相機。
- 打開氦氖雷射，在軟體介面中可以流覽 CCD 拍攝的圖像。滑鼠停留在功能表列按鈕上時，軟體底部狀態列會顯示相關功能說明。



- 調節光束光軸與 CCD 同軸：



- 1) 選中  以開啟自動曝光功能；
  - 2) 將相機移動至氦氖雷射的前面（最左側），調節相機位置使得光斑居於軟體中心位置附近；
  - 3) 將相機移動至遠離氦氖雷射的位置（最右側），同樣調節相機位置使得光斑居於軟體採集中心位置附近；
  - 4) 重複步驟 2) 和 3)，（使得 CCD 在最左側和最右側位置時，光斑都位於 CCD 的中心；
  - 5) 此時光束的光軸與 CCD 移動方向平行。
- d) 測量不加透鏡時，雷射輸出的高斯光束的光束半徑隨距離的變化曲線，（方法參考實驗 7-d）觀察並記錄光束半徑隨位置的變化曲線和光束品質因數。
- e) 放置擴束系統，並調整光束的光軸與原光軸重合：
- 1) 按照實驗裝配圖放置透鏡 1 (f200mm)；
  - 2) 將 CCD 相機移動至導軌最右端；
  - 3) 調整透鏡 1 (f200mm) 的高低及左右位置以讓光束通過透鏡 2 的中心；
  - 4) 調整透鏡 1 (f200mm) 的俯仰角和左右偏角，使光斑位於 CCD 的中心，光斑中心與未放置透鏡 1 時候的光斑中心重合；
  - 5) 此時，透過透鏡 1 (f200mm) 的光束的光軸與原光軸重合；
  - 6) 按照實驗裝配圖放置透鏡 2 (f150mm)，放置透鏡 2 的位置為使得兩透鏡的距離等於兩透鏡的焦距之和處；
  - 7) 調整透鏡 2 (f150mm) 的高低，左右位置以讓光束通過透鏡 2 的中心；
  - 8) 調整透鏡 2 (f150mm) 的俯仰角和左右偏角，使光斑位於 CCD 的中心，光斑中心與未放置透鏡 2 時候的光斑中心重合；。
  - 9) 此時，透過透鏡 2 (f150mm) 的光束的光軸與原光軸重合，即透鏡 1 和 2 所組成的擴束系統的光軸與原光軸重合。。
- h) 測量準直之後高斯光束的光束半徑隨距離的變化曲線：
- 1) 將 CCD 相機移動至導軌最左側（記為零點位置），並點擊  保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數；
  - 2) 通過手動移動 CCD 相機到特定的位置（一般可以選擇間隔 15~40mm 移動相機），例如間隔 30mm 移動相機；
  - 3) 第一次移動位置到 30mm（距零點），則在當前位置  輸入框處填寫 30mm，並點擊保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數，依次類推，間隔 30mm 移動相機採集光斑參數，直到記錄至少 12 組資料為止；
  - 4) 點擊  進行分析；

5) **光束质量分析\_曲线** 视窗中可以查看之前保存的光斑参数的资料点及拟合的曲线，**光束质量分析\_数据** 视窗中可以查看光束的光腰半径等分析结果。

f) 对比准直和未准直前的资料并分析；

g) 回答以下问题：

- (1) 两个透镜组成的扩束准直系统的扩束比是多少？扩束前后，光腰半径、发散角的变化情况与理论是否吻合？答：（根据实验原理的内容可以作计算）
- (2) 是否可以通过扩束系统，不改变光束的发散角，只改变光束的光腰半径？或者不改变光束的光腰半径，只改变光束的发散角？为什么？答：不能。光束的发散角和光腰半径两者相互制约，此消彼长。由光束品质的定义可知，两者的乘积是固定值，且通过理想光学系统后不会改变。
- (3) 如果扩束系统的离焦量不为零，即两透镜的间距不等于两透镜焦距之和，实验结果会怎么样？答：（见参考文献“雷射光学：光束描述、传输变换与光腔技术物理 吕百达 著，第三版，北京：高等教育出版社，2003.12。”，P122，高斯光束的焦移）

## 實驗 9 光束品質分析實驗

### 9.1 引言

隨著雷射應用領域的不斷拓展，雷射已經成為工業加工、光通訊等眾多領域中的標準器件或標準設備。然而，由於雷射種類繁多，所發出的雷射光束特徵也千差萬別，如何衡量雷射光束的“好壞”，成為器件設備標準化的一個重要問題。雷射光束品質是衡量雷射的光束“好壞”一個重要技術指標，是從質的方面來評價雷射的特性。本實驗將通過光斑輪廓分析的方法，測量高斯光束的光束品質。

### 9.2 實驗目的

- 1、理解雷射光束品質的概念及測量方法；
- 2、理解高階高斯光束的光束品質的意義。

### 9.3 實驗原理

#### 1) 雷射光束品質的評價

在雷射的發展過程中，曾經用過多種參數評價雷射光束品質，包括聚焦光斑尺寸、遠場發散角、光束參數乘積等等。1988 年，A. E. Siegman 引入空間頻率和強度矩的概念，定義了無量綱量  $M^2$ ，科學地描述了雷射光束的品質，得到國際標準組織 (ISO) 的採納。 $M^2$  因數也稱為光束品質因數，其定義為

$$M^2 = \frac{\text{实际光束的光腰半径与远场发散角的乘积}}{\text{理想光束的光腰半径与远场发散角的乘积}} \quad (9.3-1)$$

$M^2$  因數定義同時考慮了束寬和遠場發散角的變化對雷射光束的影響。在理想光學系統中，光腰半徑與遠場發散角的乘積正比於光束的拉格朗日不變數，因此光束品質因數在理想光學系統中也是一個不變數。這樣避免了只用聚焦光斑尺寸或遠場發散角作為光束品質判據代理的不確定性。因此  $M^2$  因數是一個判斷光束品質較好的參數。我們知道，理想高斯光束（一般為基模高斯光束）的光腰與遠場發散角的乘積為  $\lambda / \pi$ 。從光束品質因數的定義可知，實際光束的光束品質是以理想高斯光束為標準來作參考的。一般地，總有  $M^2 > 1$ 。 $M^2$  越大，說明光束偏離理想高斯光束越多，光束品質越差。

#### 2) 光束尺寸的定義

由  $M^2$  因數定義可知，要測量  $M^2$  因數就要解決光束半徑和遠場發散角的測量問題。遠場發散角可以通過遠場位置光束半徑的變化測得。因此，測量  $M^2$  因數就歸結為不同位置光束半徑的測量。然而，實際的雷射光束千差萬別，且一般光束的光斑偏離中心位置，光強呈連續遞減，光強的截面並不存在突變的“硬邊緣”。因此，測量光束的半徑，首先要給出光束半徑的定義。常用的光束寬度定義有三種：1/n 定義、環圍功率（能量）定義和二階矩定義。

**1/n 定義：**對旋轉對稱光束，在柱坐標系中光強分佈曲線  $I(r)$  上，最大值  $I_{\max}$  的 1/n 處的兩點之間的距離的一半定義為光束半徑。通常 1/n 取  $1/e^2$ ， $1/e$ ， $1/2$ 。以  $1/n=1/e^2$

最常用。

**圍功率（能量）定義：**光強分佈曲線  $I(r)$  上占總功率（能量） $\eta$  處的兩點間的距離的一半定義為光束半徑。通常  $\eta=86.5\%$ ， $63\%$ 等。

**二階矩定義：**

根據雷射光束測試的國際標準（ISO11146），採用  $4\sigma$  法定義雷射光束寬度，即用基於光軸  $z$  處光束橫截面內光強分佈的二階矩，來定義沿主軸  $x, y$  方向的光束直徑  $d_x, d_y$  或光束半徑（束寬） $W_x, W_y$ 。光斑的強度分佈記為  $I(x, y)$ 。光斑的一階矩（即光斑的中心位置）為

$$\bar{x} = \frac{\iint xI(x, y)dx dy}{\iint I(x, y)dx dy}, \quad \bar{y} = \frac{\iint yI(x, y)dx dy}{\iint I(x, y)dx dy} \quad (9.3-2)$$

二階矩為

$$\sigma_x^2 = \frac{\iint (x - \bar{x})^2 I(x, y)dx dy}{\iint I(x, y)dx dy}, \quad \sigma_y^2 = \frac{\iint (y - \bar{y})^2 I(x, y)dx dy}{\iint I(x, y)dx dy}$$

$$\sigma_{xy}^2 = \frac{\iint (x - \bar{x})(y - \bar{y}) I(x, y)dx dy}{\iint I(x, y)dx dy} \quad (9.3-3)$$

光束半徑可以表示為

$$w_x^2 = 2 \left( \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \gamma \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right)$$

$$w_y^2 = 2 \left( \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \gamma \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right) \quad (9.3-4)$$

其  $\gamma = \text{sign}(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)$ 。光斑的橢圓方位角為

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan \frac{2\sigma_{xy}^2}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \quad (9.3-5)$$

對於基模高斯光束， $1/e^2$ 定義、 $86.5\%$ 環圍功率（能量）定義和二階矩定義的光束半徑完全一致，且與前面理論敘述的高斯光束的光束半徑描述一致。但對其他光束，不同的定義會得到不同的光束半徑結果。二階矩的定義在理論上最為嚴格。

### 3) 光束輪廓的測量

要測量光束品質因數，就要對光束的尺寸（即光束半徑）進行測量。光束半徑的測量方法有多種，如刀口法、狹縫掃描法和 CCD 測量法等等。CCD 測量法是目前最常用的方法。使用 CCD 直接測量光束截面的功率分佈，能夠根據二階矩的定義即時快速地獲得光束品質的情況。由於 CCD 捕捉到的光斑圖像是離散化的灰度圖像，求二階矩時需要對

公式化成離散化的形式

$$\begin{aligned}\bar{m} &= \frac{\sum_{m,n} m I_{mn}}{\sum_{m,n} I_{mn}}, & \bar{n} &= \frac{\sum_{m,n} n I_{mn}}{\sum_{m,n} I_{mn}}, \\ \sigma_x^2 &= \frac{\sum_{m,n} (m - \bar{m})^2 I_{mn}}{\sum_{m,n} I_{mn}} (\Delta d)^2, & \sigma_y^2 &= \frac{\sum_{m,n} (n - \bar{n})^2 I_{mn}}{\sum_{m,n} I_{mn}} (\Delta d)^2, \\ \sigma_{xy}^2 &= \frac{\sum_{m,n} (m - \bar{m})(n - \bar{n}) I_{mn}}{\sum_{m,n} I_{mn}} (\Delta d)^2\end{aligned}\quad (9.3-6)$$

其中  $I_{mn}$  為光斑的灰度圖像矩陣。 $\Delta d$  為 CCD 的圖元間距。利用光束半徑的二階矩定義就可以求出 CCD 上光斑的半徑。在實際中，使用 CCD 測量光束半徑需要注意一些問題：(1) 捕抓得到的光斑圖像必需去除背景雜訊，否則即使微弱的背景雜訊也會造成很大的計算誤差。(2) 測量時，在靠近光腰和遠離光腰的位置光斑的亮度差異非常大，必需適當地調整 CCD 的曝光量(自動或手動)，以便充分利用 CCD 的動態範圍，同時也要避免曝光不足或者飽和的出現。

#### 4) 光束半徑變化曲線的雙曲擬合

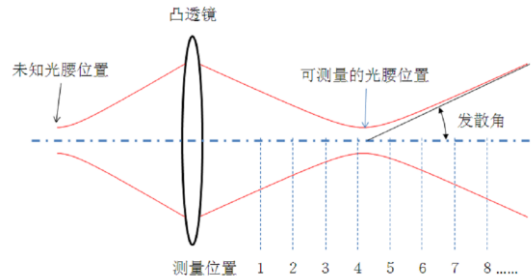


圖 9.3-1 光束半徑變化曲線擬合示意圖

在實際測量中，由於光束的光腰位置未知或者不可及，光束的光腰半徑與遠場發散角往往不容易直接測量。因此，一般使用透鏡將光束變換到適當的位置後，測量變換後的光束在沿光軸方向不同位置處的光束半徑，然後通過雙曲線擬合的方法，得到變換後光束的光腰半徑及發散角，並計算出光束品質因數。因為光束品質因數在理想光學系統中是一個不變數，所以測量得到光束品質因數等於原光束的光束品質因數。根據 ISO11146 檔要求，在測量光束傳播參數時，沿光束傳播軸，至少需要在十個不同位置上測量光斑直徑，然後用雙曲線擬合的方法求出光束參數。雙曲線擬合方程為： $w^2(z) = A + Bz + Cz^2$  ( $w(z)$  為  $z$  位置的光束半徑)。這些測量位置半數應位於光腰兩側一倍瑞利長度之內，其它測量位置在超過一倍瑞利長度之外。擬合求解出 A, B, C 以後，則  $M^2$  因數為



$$M^2 = \frac{\pi}{2\lambda} \sqrt{4AC - B^2}$$

### 5) 實驗方法說明

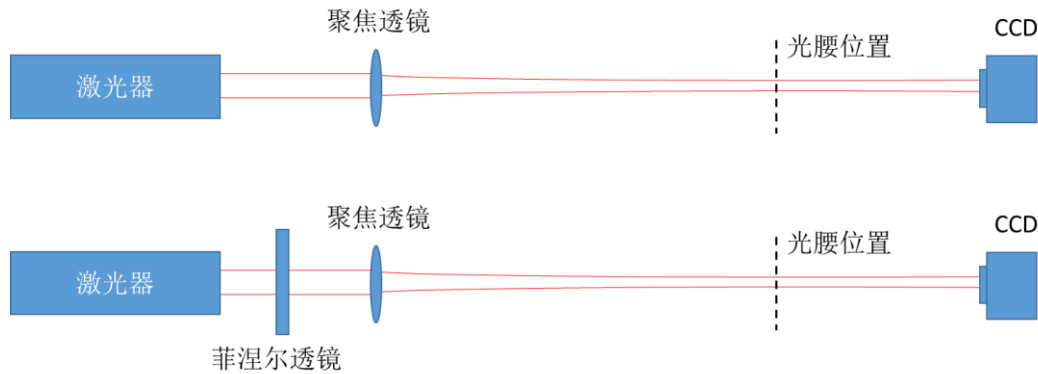


圖 9.3-2 實驗方法示意圖

本實驗將先使用 CCD 捕獲不同軸向位置上光束的截面形貌, 分析得到光束半徑。根據軸向位置與光束半徑的測量資料, 自動分析出高斯光束的光束品質因數。接著在聚焦透鏡前插入一個菲涅爾透鏡。由於菲涅爾透鏡不是理想透鏡, 其造成的光學畸變較大, 因此光束通過後光束品質會下降。我們再次測量加入菲涅爾透鏡後的光束品質因數。分析光束品質因數的變化情況。

## 9.4 實驗儀器

## 9.5 實驗內容

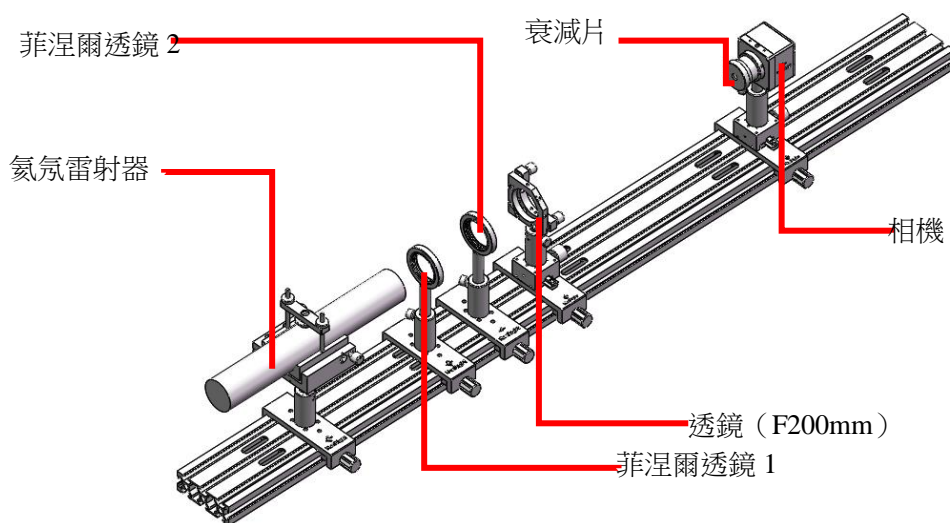



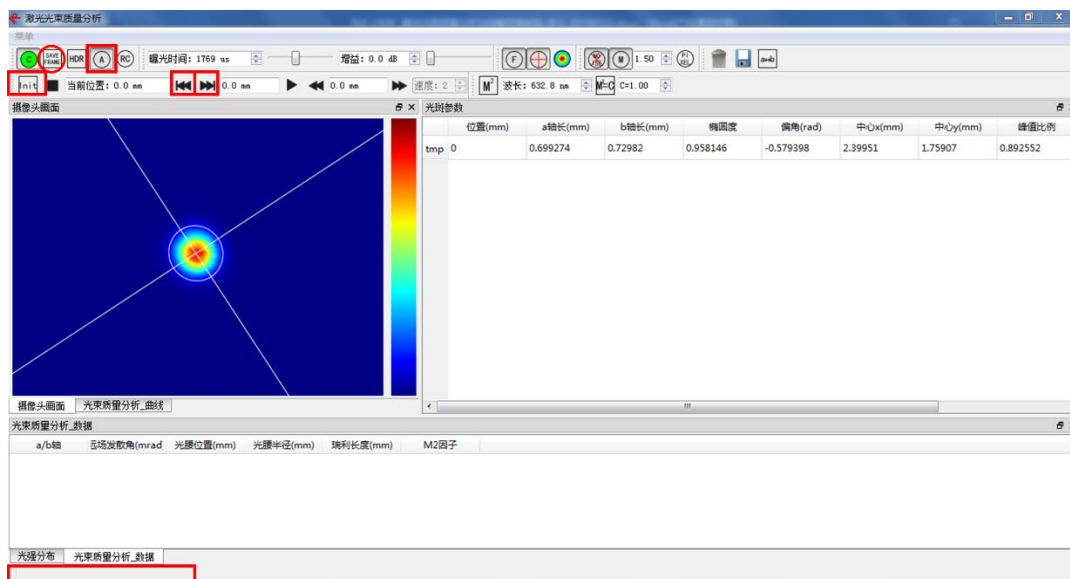
圖 9.5-1 實驗裝配圖


我們首先測量氦氖雷射輸出光束的光束品質因數。對於調整良好的氦氖雷射, 其輸

出雷射的 $M^2$ 因數接近 1。接著，讓雷射光束透過菲涅爾鏡片，光束品質會下降。再次測量光束的光束品質因數。將兩次測量結果做對比，分析光束品質因數的變化。


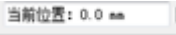

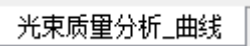
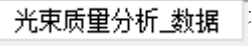

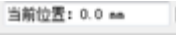

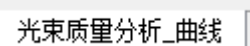
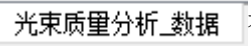
### 操作步驟：

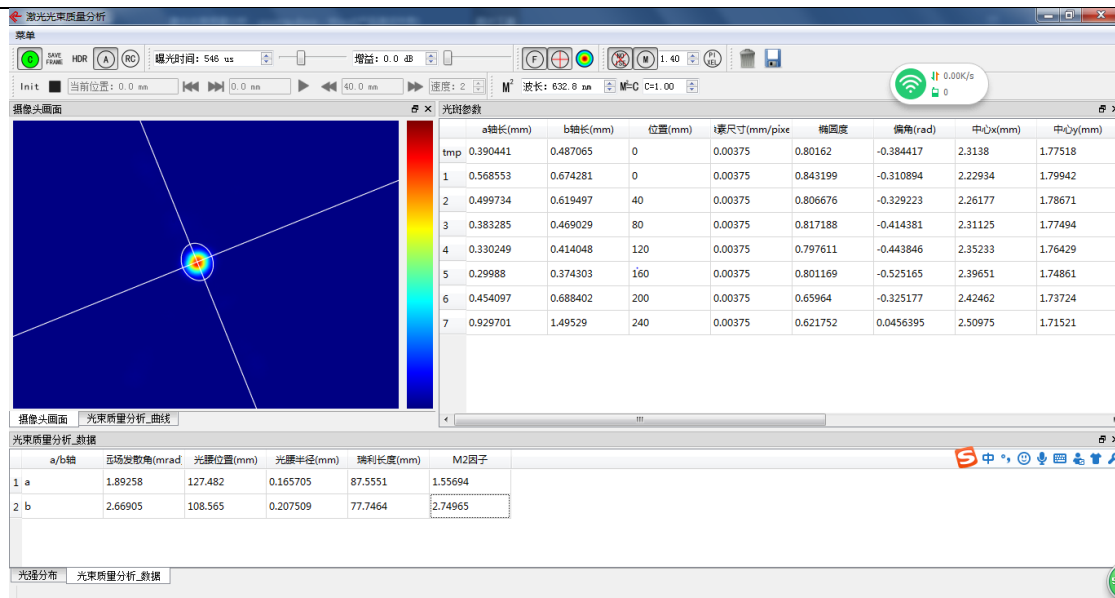
- 按圖 9.5-1 實驗裝配圖組裝配件，搭建光路（利用可變光圈，調節雷射管夾持器將氦氖雷射光束準直），按照裝配圖依次放置各個器件。先不放置透鏡和菲涅爾鏡片，打開“光束品質分析”軟體，點擊  連接相機。
- 打開氦氖雷射，在軟體介面中可以流覽 CCD 拍攝的圖像。滑鼠停留在功能表列按鈕上時，軟體底部狀態列會顯示相關功能說明。



- 調節光束光軸與 CCD 同軸：
  - 選中  以開啟自動曝光功能；
  - 將相機移動至氦氖雷射的前面（最左側），調節相機位置使得光斑居於軟體中心位置附近；
  - 將相機移動至遠離氦氖雷射的位置（最右側），同樣調節相機位置使得光斑居於軟體採集中心位置附近；
  - 重複步驟 2）和 3），（使得 CCD 在最左側和最右側位置時，光斑都位於 CCD 的中心；
  - 此時光束的光軸與 CCD 移動方向平行。
- 透鏡（f200mm）的放置，並調整光束的光軸與原光軸重合：
  - 按照實驗裝配圖放置透鏡（f200mm）
  - 將 CCD 相機移動至導軌最左端
  - 調整透鏡的高低，左右位置以讓光束通過透鏡的中心。
  - 調整透鏡的俯仰角和左右偏角，使光斑位於 CCD 的中心，光斑中心與未放置透鏡時候的光斑中心重合。



- 5) 此時，透過透鏡的光束的光軸與原光軸重合
- g) 測量不放菲涅爾透鏡的光束半徑隨距離的變化曲線：
- 1) 將 CCD 相機移動至導軌最左側（記為零點位置），並點擊  保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數；
  - 2) 通過手動移動 CCD 相機到特定的位置（一般可以選擇間隔 15~40mm 移動相機），例如間隔 30mm 移動相機；
  - 3) 第一次移動位置到 30mm（距零點），則在當前位置  輸入框處填寫 30mm，並點擊保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數，依次類推，間隔 30mm 移動相機採集光斑參數，直到記錄至少 12 組資料為止；
  - 4) 點擊  進行分析；
  - 5)  視窗中可以查看之前保存的光斑參數的資料點及擬合的曲線， 視窗中可以查看光束的光腰半徑等分析結果。
- d) 放置菲涅爾鏡片，使得光束通過菲涅爾鏡片的正中心位置。
- e) 測量放置菲涅爾透鏡的光束半徑隨距離的變化曲線：
- a) 將 CCD 相機移動至導軌最左側（記為零點位置），並點擊  保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數；
  - b) 通過手動移動 CCD 相機到特定的位置（一般可以選擇間隔 15~40mm 移動相機），例如間隔 30mm 移動相機；
  - c) 第一次移動位置到 30mm（距零點），則在當前位置  輸入框處填寫 30mm，並點擊保存該位置的光斑圖像和光束半徑等光斑參數，依次類推，間隔 30mm 移動相機採集光斑參數，直到記錄至少 8 組資料為止（如果光斑長短軸之比大於 3 倍，則不要再測太多資料）；
  - d) 點擊  進行分析；
  - e)  視窗中可以查看之前保存的光斑參數的資料點及擬合的曲線， 視窗中可以查看光束的光腰半徑等分析結果。
- f) 更換另一個焦距 150mm 的透鏡，重複 d)、e) 步驟。



a) 回答以下問題：

- (1) 對比步驟(e)和步驟(f)，使用不同的透鏡對氦氖雷射的雷射光束做變換，是否會影響測量到的 $M^2$ 因數？答：基本不變；光束經過理性光學系統後，光束品質保持不變。
- (2) 放置菲涅爾透鏡後，光束的 $M^2$ 因數是否增大？光束品質是否變差？答：光束經過菲涅爾透鏡後，光束品質也變差了。由於菲涅爾透鏡的工藝特點，其光學特性相對較差，且容易出現內部散射的雜散光，因此偏離理性光學元件，造成光束品質下降。
- (3) 菲涅爾片放置的位置是否會影響光束品質？菲涅爾片的顆粒度是否會影響光束品質？為什麼菲涅爾片會降低光束品質。答：見上一問，實測。

## 實驗 10 雷射共振腔設計實驗

### 10.1 實驗內容

- 1、將半外腔雷射的後腔鏡分別換成  $R=500\text{mm}$ 、 $R=1000\text{mm}$ 、 $R=2000\text{mm}$  的腔鏡。
- 2、用實驗 1 的方法調節雷射至出光。
- 3、用實驗 6 的方法測量雷射光斑寬度，用這些資料計算高斯光束參數。
- 4、選定任意一種曲率半徑的腔鏡，通過調節安裝腔鏡的齒輪齒條移動台來改變雷射腔長。
- 5、用實驗 6 的方法測量光斑寬度，用這些資料計算高斯光束參數。
- 6、改變雷射的  $F$  參數，用實驗 6 的方法測量光斑寬度，用這些資料計算高斯光束參數。（ $F$  參數即菲尼爾數，是與腔長和腔鏡的曲率半徑有關的一個參數）。

### 10.2 儀器清單

#### 注意事項

1. 半外腔雷射要請拿輕放。
2. 雷射出光時眼睛不要直視雷射出光口。

#### 參考文獻

- [1]. 陳家璧. 雷射原理及應用[M]. 北京：電子工業出版社，2004.
- [2]. 余先倫，廖京川. 固體 YAG 雷射技術[M]. 成都：西南交通大學出版社，2008.
- [3]. 張書練，正交偏振雷射原理[M]. 北京：清華大學出版社，2004

---

## 版權聲明：

本手冊中所提及的軟硬體產品的商標與名稱，都屬於相應公司所有。

本手冊的版權屬於北京杏林睿光科技有限公司所有。未得到本公司的正式許可，任何組織或個人均不得以任何手段和形式對本手冊內容進行複製或傳播。

本手冊的內容若有任何修改，恕不另行通知。

北京杏林睿光科技有限公司聯繫方式：

電話：010-59089507/59089508/59089509      郵箱：Sales@real-light.com

傳真 010-59089507/59089508/59089509 轉 886      網址：www.real-light.com