

A4 Ultrasonic Comprehensive 結報



週一班 第四組

B09202037 李翊銓（右）

B09202003 陳雙雙（中）

B09202027 林柏喬（左）

PHY01 Ultrasonic echography (A-Scan)

一、實驗目的

1. 求得超聲波在 test block 中的聲速。
2. 測量 test block 邊緣到小孔的距離以及小孔的直徑。

二、實驗原理

A-scan 使用一訊號源發送超聲波，接受反射訊號後，讀取波來回傳遞的時間，利用公式：距離 = 聲速*時間差/2，可以計算聲速，並在 test block 中小孔兩端都測量後，推導出小孔的位置與直徑。

三、實驗方法與步驟

本實驗使用 1MHz probe 配合電腦的觀測軟體，對 test block 進行觀測。在測量時要注意 probe 和測量物間需以凝膠接合，模式調整為 reflection mode，測試軟體要調至 A-scan，讀取時間需以訊號起點為基準。

首先以游標尺測量 test block 邊長，並測量超聲波在 test block 中（沒有小孔的一端）傳遞所需的時間，並計算超聲波聲速。

接著利用已知聲速，觀測測量面到每個小孔的距離（兩端都要測量），並以此來估算每個小孔的大小和位置。

四、實驗結果

1. 實驗數據（黃底為測量原始數據）：

(1) test block 邊長：

長 (mm)	寬 (mm)	高 (mm)
150.0	80.1	42.7

超聲波穿越長端所需時間：109.50 μs

計算得超聲波聲速： $c = 2739.73 \text{ m/s}$ ，符合理論值：2600~2800 m/s。

(2) 小孔位置：

hole no.	S1 time (μs)	S2 time (μs)	S1(mm)	S2 (mm)	hole size (mm)
1&2	12.85	43.44	17.60	59.51	2.99
3	44.79	9.09	61.36	12.45	6.29
4	39.46	15.32	54.05	20.99	5.06
5	34.01	21.5	46.59	29.45	4.06
6	28.69	27.78	39.30	38.05	2.74

7	22.98	33.6	31.48	46.03	2.59
8	16.75	39.59	22.95	54.23	2.92
9	11.52	45.09	15.78	61.77	2.55
10	5.84	45.70	8.00	62.60	9.50
11	40.76	10.65	55.84	14.59	9.68

其中 S1、S2 分別為小孔兩端到 test block 邊緣的長度，hole size 則為 test block 寬度扣掉 S1+S2 後所得到的孔直徑。

2. 誤差討論：

(1) 聲速測量誤差

比對說明書上的小孔直徑，可以發現我們每一組數據計算出來的直徑都更大，誤差約為 40%。可能原因為聲速測量不準，若測量到的聲速比實際值更小，導致 S1、S2 計算的長度都更小，則造成直徑更大。並且，probe 外有一層保護層，若只用一組數據計算聲速 c ，保護層也會造成誤差。

(2) 讀取時間誤差

此外，在記錄數據時，波峰開端的曲線有時會太過平滑，導致讀值上可能會有人為誤差。若讀取時間誤差 0.1-0.3 μs （軟體可讀取之最小刻度：0.1 μs ），則會產生距離上 0.1-0.2 mm 左右的誤差，因此測出的小孔直徑誤差在~10%的 order 是可預期的。

(3) 凝膠用量誤差

本實驗中，若凝膠用量過少、或接觸面有氣泡會導致超聲波傳導不順，影響實驗結果。此外，若凝膠用量過多，接觸面凝膠的厚度又會使待測物的厚度變大，造成誤差。且每次塗抹凝膠的量不相同，或使用過的凝膠沒有完全清除乾淨，都會影響實驗結果。

PHY02 Velocity of ultrasound in solid state materials

一、實驗目的

Probe 表面材料會影響測量到的超聲波飛行時間，此實驗即欲求得未經此影響的聲速。

二、實驗原理

超音波在 test block 中傳遞時，通過 probe 表面的物質也會影響波速，測量到的超聲波在樣品中的飛行時間 t 會由兩個部分組成，第一是穿越 probe 保護層的時間 t_{PL} ，第二是穿越樣品的時間 t_S 。若我們測量兩個不同長度 s_1 、 s_2 樣品中超聲波的飛行時間 t_1 、 t_2 ，則可以利用以下公式消除 probe 保護層造成的影響：

$$v = \frac{2(s_1 - s_2)}{t_1 - t_2} = \frac{2(s_1 - s_2)}{(t_{1S} + t_{PL}) - (t_{2S} + t_{PL})} = \frac{2(s_1 - s_2)}{t_{1S} - t_{2S}}$$

三、實驗方法與步驟

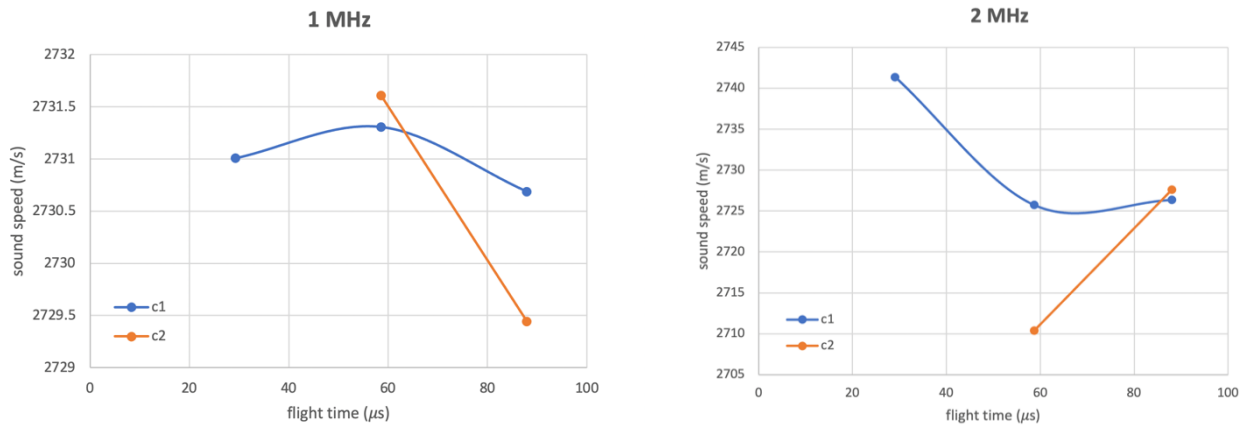
和 PHY01 相似，本實驗使用 1MHz、2MHz 的 probe 配合電腦的觀測軟體進行測量，模式調整為 reflection mode。以游標尺測量不同 cylinder 的邊長，並分別測量超聲波在其中傳遞所需的時間，接著以上述公式計算去除 probe 誤差後的超聲波聲速。

四、實驗結果

1. 實驗數據（黃底為測量原始數據）：

	1 MHz			2 MHz		
cylinder size (mm)	time (μ s)	c1 (m/s)	c2 (m/s)	time (μ s)	c1 (m/s)	c2 (m/s)
39.9	29.22	2731.00		29.11	2741.33	
80.0	58.58	2731.31	2731.61	58.70	2725.72	2710.38
120.0	87.89	2730.69	2729.44	88.03	2726.34	2727.58

以 c_2 （校正後的聲速）取平均，超聲波波速為 2724.75 m/s ，和 c_1 （直接計算、無校正）所取的平均： 2731.07 m/s 相比，相對誤差為 0.23% ，且都在理論值範圍內。



圖一 超聲波速度對傳播時間作圖（左圖為 1 MHz、右圖為 2 MHz）

因數據點不足，從上圖中無法明顯判斷不同頻率的 probe，原始聲速 c_1 和校正過的 c_2 之間的誤差誰大誰小。

2. 誤差討論：

本實驗誤差並不大，但仍受到 PHY01 中所提及的讀取時間誤差、凝膠用量誤差等所影響，若波峰開端的曲線會太過平滑導致不易於讀取時間，即會造成誤差；若凝膠用量過多或過少，也會導致 probe 無法正確偵測超聲波訊號，而影響實驗結果。

PHY03 Attenuation of ultrasound in solid state materials

一、實驗目的

求得 1、2、4MHz 的超聲波在 test cylinder 中的衰減係數 (attenuation coefficient) μ 。

二、實驗原理

根據 Attenuation law，聲波在介質中損失能量而使振幅衰減的強度變化可以寫成： $I = I_0 e^{-\mu x}$ ， I_0 為入射聲波的強度， x 為聲波在介質中行走的距離， μ 為 attenuation coefficient。若有兩個不同長度 x_1 、 x_2 的樣品，利用 attenuation law 得到兩條式子，又強度正比於振幅的平方，則兩式相除後取 nature log 可以得到：

$$\mu = \frac{2 \cdot 8.686}{(x_1 - x_2)} \ln \left(\frac{A_2}{A_1} \right)$$

其中 8.686 為單位換算導致的係數。 μ 的單位為 dB/cm。

三、實驗方法與步驟

本實驗使用 1MHz、2MHz、4MHz 的 probe 配合電腦的觀測軟體進行測量，模式調整為 transmission mode。將 cylinder 兩端都接上 probe，以測量 amplitude 穿越 cylinder 後的衰減量，取兩組不同長度的結果帶入上述公式，並透過前面實驗測量的 cylinder 長度，來推算衰減係數。

調整模式為 reflection mode，測量超聲波穿過 cylinder 並反射回來的振幅衰減量，帶入上述公式求得衰減係數。

更換不同 probe，觀察不同頻率的超聲波衰減係數。注意：同一組（需帶入上述公式計算 ratio 者）測量中需保持 TGC 調整係數相同，避免影響讀取振幅的結果。

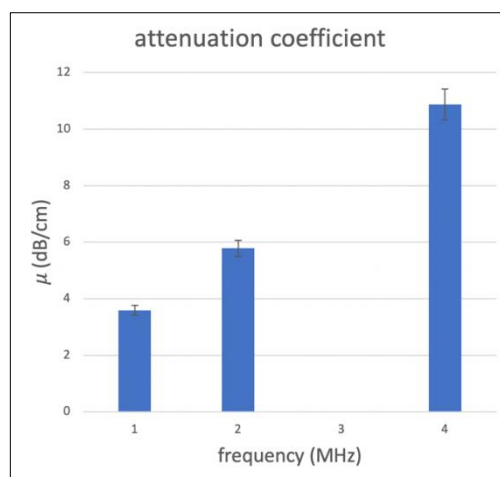
四、實驗結果

1. 實驗數據（黃底為測量原始數據）：

		1 MHz		2 MHz		4 MHz	
	cylinder size (mm)	A	μ (dB/cm)	A	μ (dB/cm)	A	μ (dB/cm)
transmit	39.9	0.339		0.515		0.703	
	80	0.124	4.357	0.133	5.865	0.043	12.105
	120	0.061	3.081	0.04	5.218	--	
reflect	79.8	0.63		0.844		1.109	
	160	0.146	3.167	0.047	6.256	0.013	9.631

	240	0.026	3.747	--	--
mean value			3.588	5.780	10.868

頻率越高，衰減速度越快，又因同組測量中不可調整 TGC，因此在幾個長度較長、頻率高的測量中（cylinder size 240 mm, 2 MHz／cylinder size 120 mm, 4 MHz／cylinder size 240 mm, 4 MHz），我們無法讀取可信的振幅大小，因此不列入計算。



圖二 不同頻率超聲波的衰減係數比較

由上圖可以看出，頻率越高、衰減係數越大，且我們測得的衰減係數和說明書中的理論值大約符合：1 MHz, $\mu = 4.10$; 2 MHz, $\mu = 5.07$; 4 MHz, $\mu = 9.08$ 。

2. 誤差討論：

(1) 讀取振幅誤差

在記錄數據時，我們發現儀器可以讀取的振幅上限為 1，若超過，則波形會成方波（頂端為 1），可推測此時數據已失準。因此我們必須調整 TGC 參數，使同一組測量中 cylinder 長度短者訊號不會過強、否則超過振幅上限 1，又長度長者振幅不會過小、導致無法判讀。然而在測量頻率大的 probe 時，由於訊號衰減太快，還是很難找到適當的 TGC 參數，因此在長度較長時振幅非常小，並且含有雜訊，判讀振幅可能會有誤差。

(2) TGC 影響

本實驗中我們已經固定同組數據的 TGC 參數，然而放大訊號的過程中，雜訊也會跟著被放大，若兩組數據、不同時間點的雜訊不同，同時放大也會造成數據有誤差，隨之影響衰減係數的計算結果

PHY04 Attenuation of ultrasound in liquids

一、實驗目的

求得 1MHz 超聲波在水中的 attenuation coefficient α 。

二、實驗原理

超聲波在水中行進時，聲波振幅會隨著行經的路徑越長而衰減越多，定量的描述為：

$$A = A_0 e^{-\alpha x}$$

其中 A 為衰減後的聲波振幅， A_0 為聲波被發出時的初始振幅， α 為我們欲求的 attenuation coefficient， $x(cm)$ 為聲波行經的路徑長。接著假設我們以相同初始振幅 A_0 進行兩次實驗，分別量到 A_1 及 A_2 的衰減後振幅，以及 x_1 和 x_2 的路徑長，則我們可以得到：

$$A_1 = A_0 e^{-\alpha x_1}$$

$$A_2 = A_0 e^{-\alpha x_2}$$

將兩式相除後取 \ln ，並經過 α 的單位換算，得到以下關係式：

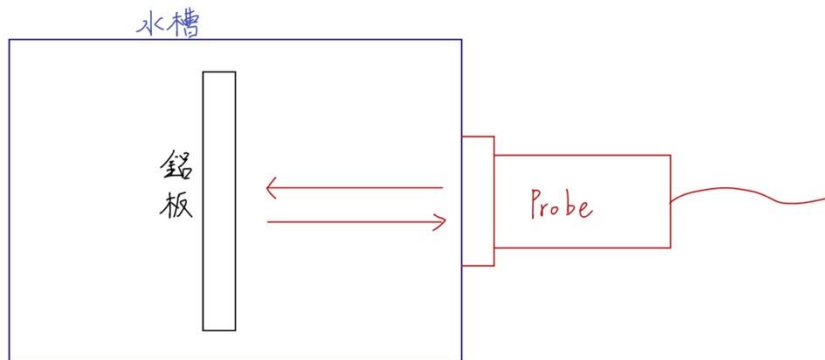
$$2 \times 8.686 \times \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \alpha(x_2 - x_1)$$

因此我們可以進行多次不同路徑長及對應衰減後振幅的測量，再用

$2 \times 8.686 \times \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$ 對 $(x_2 - x_1)$ 做線性迴歸，所得到的斜率即為 α 。

三、實驗步驟

1. 將儀器架設如下圖，水槽及 Probe 的交界要用 ultrasonic gel 連接。



接。

2. 將 Probe 調整為 Reflection mode。
3. 移動鋁板的位置，並且在這些位置紀錄路徑長 x （如圖中紅色箭頭所示）及對應的衰減後振幅 A 。需注意這些不同位置的測量要保持同樣的 Output 跟 Gain。
4. 利用 $2 \times 8.686 \times \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$ 對 $(x_2 - x_1)$ 做線性迴歸，求得 α 。

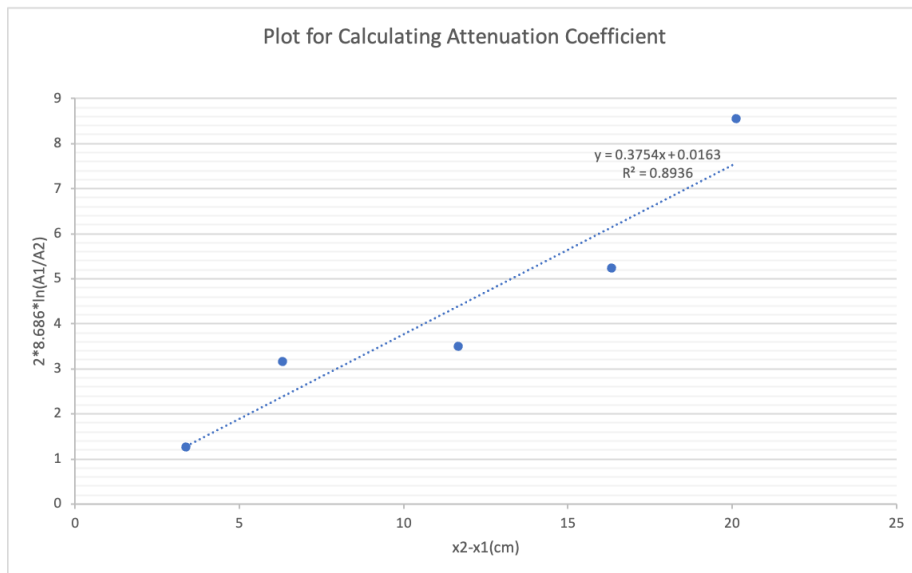
四、 實驗結果

1. 數據分析

我們的數據如下表（粗體為原始數據）：

Frequency(MHz)	$\frac{x}{2}(cm)$	$x(cm)$	Amplitude(V)	$(x_2 - x_1)(cm)$	$2 \times 8.686 \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$
1	0.89	1.78	0.622	X	X
1	2.58	5.16	0.578	3.38	1.275
1	4.04	8.08	0.518	6.30	3.178
1	6.72	13.44	0.508	11.66	3.517
1	9.05	18.10	0.460	16.32	5.241
1	10.95	21.90	0.380	20.12	8.560

以 $2 \times 8.686 \times \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$ 對 $(x_2 - x_1)$ 做散佈圖及線性迴歸，得到下圖：



由圖中迴歸線斜率可以讀出我們的 $\alpha = 0.38$ 。

2. 誤差討論

文件中 α 的公認值為 0.02，因此我們的誤差為 $\frac{0.38-0.02}{0.02} \times 100\% =$

1800%。

首先，attenuation law 可以被改寫成：

$$\alpha = -\frac{1}{x} \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

且理論上 x 及 A 的測量應該是不相關的，則依據誤差傳遞的計算我們可以得到：

$$\sigma_\alpha^2 = \sigma_x^2 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x}\right)_{\bar{x}}^2 + \sigma_A^2 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial A}\right)_{\bar{A}}^2 = \sigma_x^2 \left[\frac{1}{x^2} \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)\right]_{\bar{x}}^2 + \sigma_A^2 \left(-\frac{1}{x \bar{A}}\right)_{\bar{A}}^2$$

接著將等式兩邊同除 α^2 ，得到：

$$\left(\frac{\sigma_{\alpha}}{\alpha}\right)^2 = \sigma_x^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)_{\bar{x}} + \sigma_A^2 \left[\frac{1}{A \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}\right]_{\bar{A}}^2$$

以 Excel 計算 x 、 A 的 variance 及 mean 之後，再加上我們測到的 $A_0 = 0.622$ 代入上式，得到：

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma_{\alpha}}{\alpha}\right)^2 &= 60.36 \times \frac{1}{(11.41)^2} + 0.00732 \times \left[\frac{1}{0.511 \ln\left(\frac{0.511}{0.622}\right)}\right]^2 \\ &= 0.46 + 0.725 = 1.185 \end{aligned}$$

因此光是 x 、 A 測量的隨機誤差可能就造成我們的 α 有超過 100% 的偏移。

而會有這麼大的正偏差，還有幾個可能的原因。第一是我們取的數據點不夠多，像文件中取了 17 個數據點，而我們只取 5 個，若取的數據點超過 30 的話，也許數據點的分布就比較看不出正相關，線性迴歸跑出來的斜率也會相對小很多。第二是也許水槽的幾何形狀造成的 damping 比我們預期的多。最後是，鋁板並不是一個很好的反射板，考慮 PHY21 實驗中反射率的計算方式：

$$R = \left(\frac{c_2 \rho_2 - c_1 \rho_1}{c_2 \rho_2 + c_1 \rho_1}\right)^2$$

並且我們查到鋁、水中的聲速分別約為 $5000(m/s)$ 及 $1493(m/s)$ ，且兩者的密度分別約為 $2700(kg/m^3)$ 及 $1000(kg/m^3)$ ，因此這個組合下

鋁板的反射率僅為： $R = \left(\frac{5000 \times 2700 - 1493 \times 1000}{5000 \times 2700 + 1493 \times 1000}\right)^2 = 0.641$ ，所以初步判

斷比起直接穿過相同長度的水，以鋁板作為反射板，一部份的聲波能量一定會被吸收。

五、參考資料

1. PHY04 Attenuation of ultrasound in liquids

2. 誤差傳遞：

<https://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/Notes/dataProcess.html%E8%AA%A4%E5%B7%AE%E5%82%B3%E9%81%9E>

3. 聲速：

<https://smallcollation.blogspot.com/2014/02/speed-of-sound.html#gsc.tab=0>

PHY05 Spectral Investigation

一、實驗目的

將超聲波在薄片經過多次反射的訊號利用快速傅立葉變化(Fast Fourier Transformation, FFT)進行頻譜分析；再進一步將 FFT 後的頻譜(Spectral)進行變換為倒頻譜(Cepstrum)，並以 Cepstrum 上之週期判斷薄片訊號。

二、實驗原理

1. 快速傅立葉變化(Fast Fourier Transformation, FFT)：

為離散時間傅立葉轉換(Discrete Time Fourier Transform, DFT)之推廣，DFT 能將離散時間接收到的訊號藉由傅立葉矩陣(Fourier Matrix)從時間域(Time domain)轉換到頻率域(Frequency domain)，以利訊號分析的進行；以 $N=4$ 之離散時間 Fourier Matrix 為例，假設收到離散訊號 $f=[0,1,4,9]$ ，DFT 轉換 f 為 $\hat{f}[2]$ ：

$$\hat{f} = F_4 f = \begin{bmatrix} \omega^0 & \omega^0 & \omega^0 & \omega^0 \\ \omega^0 & \omega^1 & \omega^2 & \omega^3 \\ \omega^0 & \omega^2 & \omega^4 & \omega^6 \\ \omega^0 & \omega^3 & \omega^6 & \omega^9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -i & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ -4 + 8i \\ -6 \\ -4 - 8i \end{bmatrix}$$

而 FFT 則是將 DFT 矩陣進行拆解，將 $N \times N$ 之矩陣轉換成 2 個 $M \times M$ 矩陣，也可以進一步將 $M \times M$ 矩陣拆解，大幅提升計算的效率。

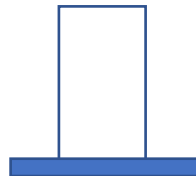
2. 倒頻譜(Cepstrum)：

根據維基百科的定義[3]，Cepstrum 的流程規劃分成三個步驟：

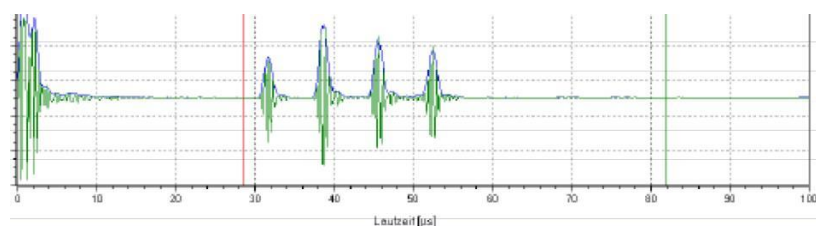
- 1) 將訊號由 Time domain 轉換成 Frequency domain Spectrum
- 2) 將 Spectrum 之頻率以對數函數進行變換
- 3) 資料轉換回 Time domain

Cepstrum 可視為 Spectrum 中不同頻率的變化，能用以量測回聲(Echoes)之間的時間以測量距離。

本實驗以壓克力圓柱與薄板之組合，如下圖：



若薄板厚度 d ，將超聲波訊號自圓柱頂端打入，超聲波會在薄板內產生反彈訊號，接收端將會接收到一連串之信號如下圖：



第一個反射訊號為穿透圓柱，並在薄板折返之反射訊號；而在第一個反彈訊號後之第二、三、四個反彈訊號，為在薄板間反射數次之 Echo 訊號。每個 Echo 訊號隨時間推進約有 $\Delta t = 2d/v$ 的延遲，其中 v 為聲速。

將 FFT 過後的頻譜經過倒譜法轉換後便能清楚地得到我們的時間差 Δt ，並加以獲得薄板的厚度 d 。

三、實驗步驟

1. 將壓克力圓柱與薄板以超聲波膠連結。
2. GS200 以 Reflection mode 設定，連結 Probe。
3. 調整 Gain 與 Output，調整 TGC。
4. 擷取第一個回聲訊號的 FFT Spectrum
5. 截取後三個回聲訊號之 FFT Spectrum，其峰與峰之間的頻率差為基頻(F_0)，其倒數 $T_0 = \frac{1}{F_0}$ ，即為飛行時間。
6. 將三個回聲之 Spectrum 轉換成 Cepstrum，讀取 Cepstrum 峰值的時間，其為在薄片中的飛行時間。

四、實驗結果

1. 原始數據(粗體為計算值)：

聲速 $C=2740\text{m/s}$

薄板 編號	Peak time(μs)				$\frac{1}{2}$ 平均間隔 時間	間隔時間 求得厚度 (mm)*	Cepstrum 間隔 時間(μs)	求得厚度 (mm)**	直接測量 厚度(mm)
1	23.09	27.47	31.87	36.18	2.182	5.979	4.21	5.767	5.6
2	22.99	28.95	34.76	40.50	2.918	7.995	5.80	7.945	7.8
3	22.98	30.01	36.98	44.28	3.550	9.726	6.84	9.370	9.4

*使用聲速 \times 一半之間隔時間, **使用聲速 \times Cepstrum 間隔時間 $\times \frac{1}{2}$

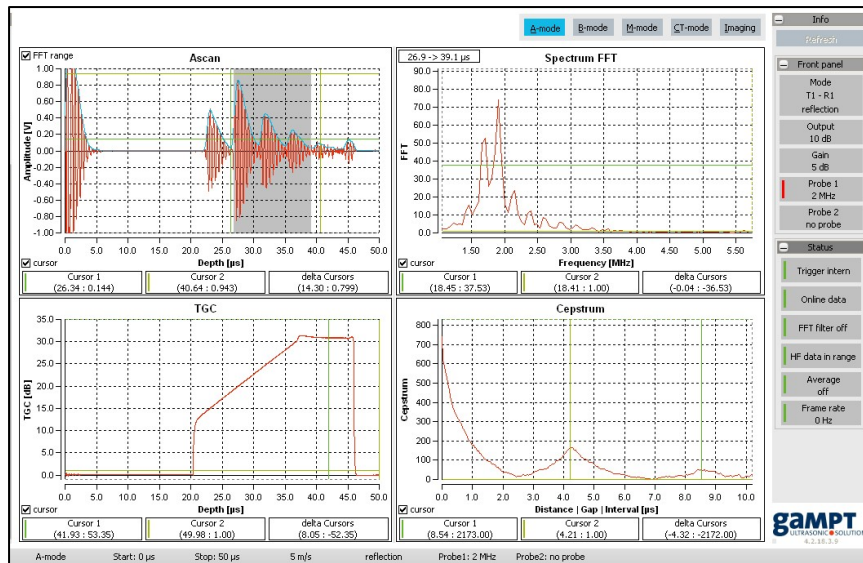
原始測量圖片將放在參考文獻後。

2. 誤差討論：

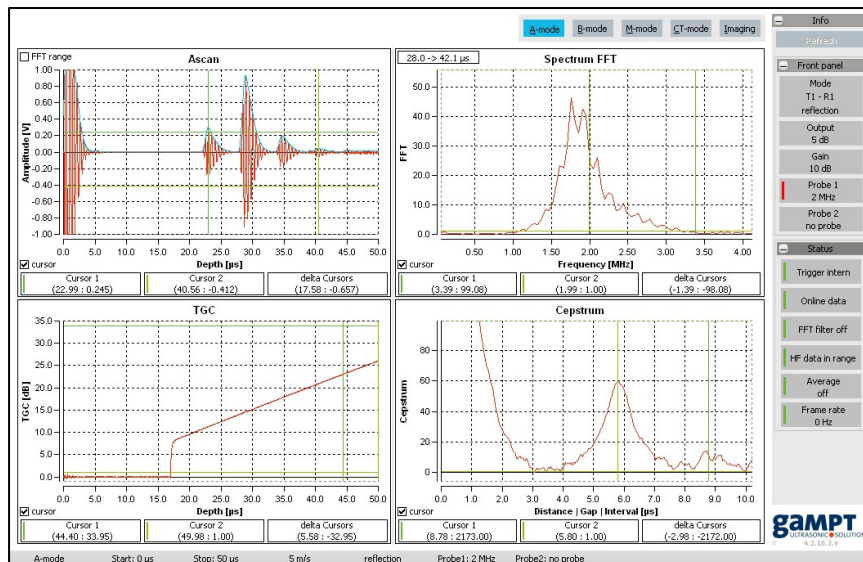
由上述資料我們可以發現，使用 Cepstrum 法測得的數據比起單純使用飛行時間的數據來得更加準確。由於 Cepstrum 法能夠以對數函數保留、強調 FFT 圖中間隔為 F_0 之波峰，由此逆推 FFT 圖形的譜線，將會比原始飛行時間的圖片有更好之解析度，我們也能得到更準確的結果。

五、參考資料

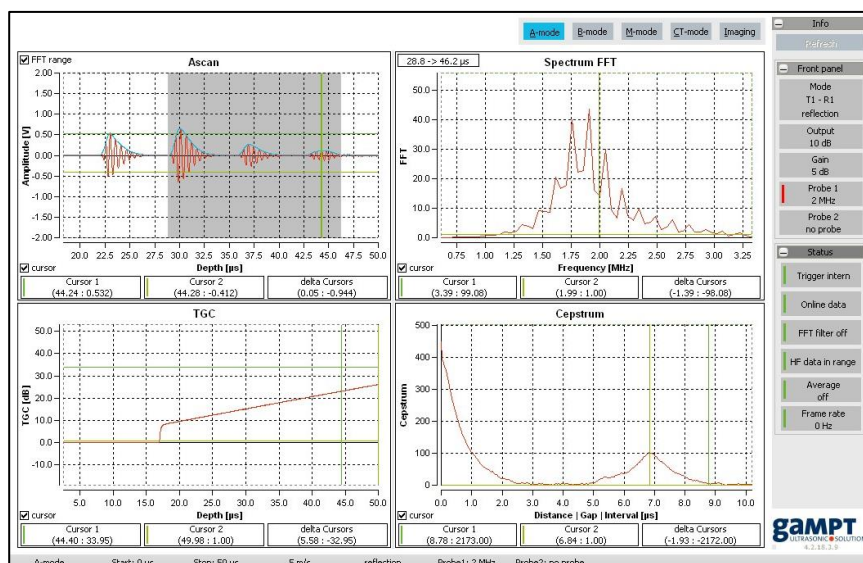
1. Gampt Ultrasonic Solutions, experiment instructions PHY05
2. 快速傅立葉分析：https://blog.yeshuanova.com/2019/04/fft_intro/
3. 維基百科上的倒譜法：<https://en.wikipedia.org/wiki/Cepstrum>
4. Ultrasonic Echoscope GS200 User Manual



圖片三：薄片
1 訊號圖
圖片中可由
Cepstrum 圖得
知時間間隔約
為 4.21 微秒
對應到 FFT 圖
上頻率間隔約
為 0.23MHz 數
量級



圖片四：薄片 2
訊號圖
圖片中可由
Cepstrum 圖得
知時間間隔約
為 5.80 微秒
對應到 FFT 圖
上頻率間隔約
為 0.172MHz
數量級



圖片五：薄片
三訊號圖
圖片中可由
Cepstrum 圖得
知時間間隔約
為 6.84 微秒
對應到 FFT 圖
上頻率間隔約
為 0.15MHz 數
量級

PHY06 Frequency dependence of resolution power

一、實驗目的

1. 計算 1MHz、2MHz、4MHz 超聲波在 acrylic test block 中的最小可解析距離。
2. 計算 Pulse width/Period 這個 ratio
3. 分別用 1MHz、2MHz、4MHz 的超聲波探測 Test block 上 1、2 號洞的距離。

二、實驗原理

超聲波在 acrylic 當中的聲速 v 已經在前面的實驗求得，接著若我們已知週期 T ，則可以計算超聲波在 acrylic 中的最小可解析距離 vT （也就是波長）。

接著我們可以分別用 1MHz、2MHz、4MHz 的超聲波打向 Test block 上的 1、2 號洞，因為兩個洞之間在超聲波打的方向上有個小間隔，所以來自這兩個洞的反射波訊號會有時間差，若我們已知這個時間差 Δt 加上已經有的聲速 v ，可以算出這兩個洞之間的距離 $v\Delta t$ 。

三、實驗步驟

1. 將 Probe 的模式調為 Reflection mode。
2. 聲波的實際頻率並非 Probe 標示的 1、2、4MHz，所以我們要先用 FFT 讀出 Probe 發出聲波的實際頻率 f 。
3. 將頻率取倒數得到週期 T ，以 vT 計算超聲波在 acrylic 中的最小可解析距離。
4. 測量 1、2、4MHz 超聲波的 Pulse width，計算各頻率聲波的 Pulse width/Period 這個 Ratio。
5. 測量來自 1、2 號洞反射波的時間差。這個時間差的取法可以讀取兩個反射波峰的時間差或是兩個反射波峰前緣的時間差。

四、實驗結果

1. 原始數據與數據分析

- i. 最小可解析距離

根據前面實驗的結果，聲速為 2739.72603(m/s)。

其他數據如下表所示（粗體為原始數據）：

f(MHz)	Measured f(MHz)	T(μ s)	λ (mm)
1	0.98	1.02	2.80
2	1.95	0.51	1.40
4	3.90	0.26	0.70

我們可以看出頻率越高的聲波，解析力會越好，而可解析的最小距離大致跟頻率呈反比。

ii. 計算 Ratio (粗體為原始數據)

f(MHz)	Pulse width(μ s)	T(μ s)	Ratio	Ratio 公認值	誤差(%)
1	1.90	1.02	1.86	2	7
2	1.70	0.51	3.31	2	66
4	0.58	0.26	2.26	2	13

iii. 小洞距離(粗體為原始數據)

f (MHz)	小洞距離 公認值(mm)	波峰 Δt (μ s)	小洞距離 (mm)	誤差(%)	前緣 Δt (μ s)	小洞距離 (mm)	誤差(%)
1	1.5	1.14	1.56	4	1.97	2.70	80
2		1.29	1.77	18	1.67	2.29	53
4		1.23	1.68	12	1.26	1.73	15

我們可以看到誤差大致隨著頻率升高而降低，且取波峰 Δt 的方法比取前緣 Δt 的方法準確許多。

2. 誤差討論

在計算 Ratio 這部分實驗中，調整 cursor 以量取 Pulse width 時，垂直跟水平 cursor 的交界處若沒有放大看很容易就沒對齊，而產生 0.1μ s以上的差異（儀器可讀取的最小刻度為 0.1μ s），這在 Ratio 的計算上會容易造成 10%以上的誤差。

在計算小洞距離的這部分實驗中，誤差的可能來源就是聲速以及 Δt 的測量，聲速的誤差在前面實驗已經討論過； Δt 的誤差同樣主要來自 cursor 擺放位置的不準確，若是波峰 Δt 的取法，則擺放位置會因為波峰頂部近乎水平而難以確定，若是前緣 Δt 的取法，則會因為反射波前緣開始有訊號的位置波動難以確定。這兩種狀況都容易有 0.1μ s以上的差異，乘上聲速後造成最後計算小洞距離時會有 20%以上的差異。

五、參考資料

1. PHY06 Frequency dependence of resolution power

PHY07 Shear Waves in Solids

一、實驗目的

1. 求得 acrylic, aluminum 中 longitudinal, shear waves 各自的波速
2. 有波速以後，算 E(modulus of elasticity)、G(shear modulus)、 μ (Poisson's ratio)

二、實驗原理

當 longitudinal waves 不垂直介面入射材料，材料中除了 longitudinal waves 在傳播外，也會產生 shear waves 的傳遞。而 Snell's law 在 shear waves 或 longitudinal waves 於介面產生全反射時會變成：

$$v_L = \frac{1}{\sin(\phi_L)} v_{inc}$$

$$v_T = \frac{1}{\sin(\phi_T)} v_{inc}$$

其中 ϕ_L, ϕ_T 分別為 longitudinal wave, shear wave 產生全反射時的入射角， v_L, v_T 分別為 longitudinal wave, shear wave 折射後在材料中的聲速， v_{inc} 則為入射波的聲速。若我們可以找到 ϕ_L, ϕ_T ，即可求得 v_L, v_T 。

另外，shear wave 的折射波有最大強度時，折射角會是 45° ，假設這時的入射角為 Φ ，則這個狀況下 Snell's law 會寫成：

$$v_T = \frac{1}{\sqrt{2}\sin(\Phi)} v_{inc}$$

若我們可得到 Φ ，則上式也可以用來計算 v_T 。

最後，若我們已經得到 v_L, v_T ，則根據以下關係式可以計算 E(modulus of elasticity)、G(shear modulus)、 μ (Poisson's ratio)：

$$\frac{v_L}{v_T} = \sqrt{\frac{2(1-\mu)}{1-2\mu}}$$

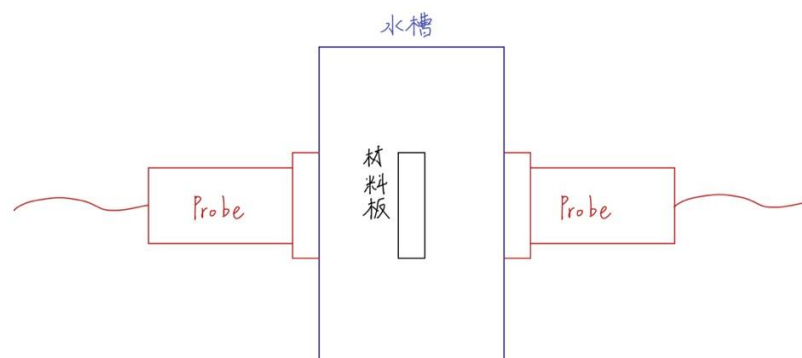
$$v_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

$$v_L = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}}$$

其中 ρ 為材料的密度。

三、實驗步驟

1. 如下圖架設主要實驗器材



需注意 Probe 和水槽的介面要塗上足量的 Ultrasonic gel。

2. 將 Probe 模式調整為 Transmission mode
3. 調整材料板的角度的，從 0° 到 85° 間每隔 2.5° 紀錄一次角度及 longitudinal, shear waves 各自的振幅。
4. 計算 v_L, v_T, E, G, μ

四、實驗結果

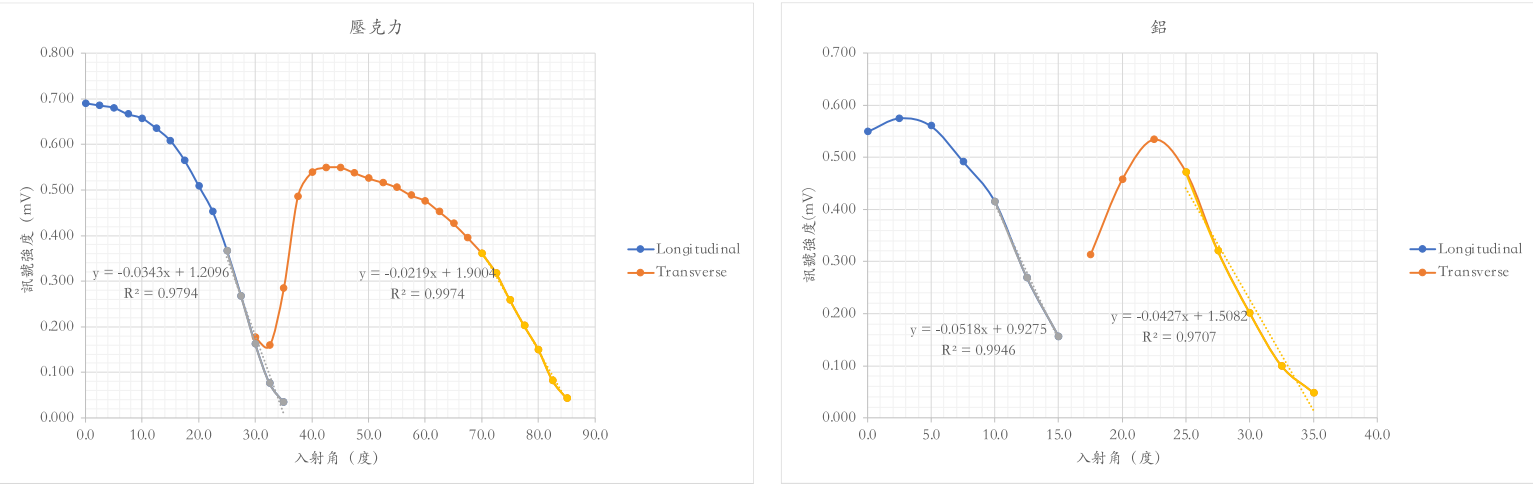
1. 原始數據及數據分析

原始數據如下表：

材料	入射角($^\circ$)	Longitudinal(mV)	Transverse(mV)	材料	入射角($^\circ$)	Longitudinal(mV)	Transverse(mV)
A c r y l i c	0.0	0.690	0.000	A c r y l i c	45.0	0.000	0.549
	2.5	0.685	0.000		47.5	0.000	0.537
	5.0	0.680	0.000		50.0	0.000	0.525
	7.5	0.666	0.000		52.5	0.000	0.516
	10.0	0.657	0.000		55.0	0.000	0.505
	12.5	0.635	0.000		57.5	0.000	0.488
	15.0	0.608	0.000		60.0	0.000	0.476
	17.5	0.565	0.000		62.5	0.000	0.452
	20.0	0.509	0.000		65.0	0.000	0.426
	22.5	0.452	0.000		67.5	0.000	0.395
	25.0	0.367	0.000		70.0	0.000	0.361
	27.5	0.267	0.000		72.5	0.000	0.318
	30.0	0.162	0.176		75.0	0.000	0.258
	32.5	0.076	0.159		77.5	0.000	0.202
	35.0	0.034	0.284		80.0	0.000	0.150
	37.5	0.000	0.486		82.5	0.000	0.082
	40.0	0.000	0.539		85.0	0.000	0.043
	42.5	0.000	0.549				

材料	入射角(°)	Longitudinal(mV)	Transverse(mV)	材料	入射角(°)	Longitudinal(mV)	Transverse(mV)
A l u m i n u m	0.0	0.549	0.000	A l u m i n u m	45.0	0.000	0.000
	2.5	0.575	0.000		47.5	0.000	0.000
	5.0	0.560	0.000		50.0	0.000	0.000
	7.5	0.492	0.000		52.5	0.000	0.000
	10.0	0.415	0.000		55.0	0.000	0.000
	12.5	0.269	0.000		57.5	0.000	0.000
	15.0	0.156	0.000		60.0	0.000	0.000
	17.5	0.000	0.313		62.5	0.000	0.000
	20.0	0.000	0.458		65.0	0.000	0.000
	22.5	0.000	0.534		67.5	0.000	0.000
	25.0	0.000	0.471		70.0	0.000	0.000
	27.5	0.000	0.320		72.5	0.000	0.000
	30.0	0.000	0.201		75.0	0.000	0.000
	32.5	0.000	0.099		77.5	0.000	0.000
	35.0	0.000	0.048		80.0	0.000	0.000
	37.5	0.000	0.000		82.5	0.000	0.000
	40.0	0.000	0.000		85.0	0.000	0.000
	42.5	0.000	0.000				

利用以上資料做散佈圖，並利用 longitudinal, shear waves 訊號各自消失前的最後幾個點做線性迴歸，得到以下結果：



線性迴歸的趨勢線的 X 軸截距即為全反射產生時的入射角，利用這些入射角計算 v_L, v_T （實驗時的溫度下，水中聲速大約為 1490m/s）：

$v_{inc}(m/s)$	材料	$\phi_L(^{\circ})$	$\phi_T(^{\circ})$	$v_L(m/s)$	$v_L(m/s)$ 公認值	誤差(%)	$v_T(m/s)$	$v_T(m/s)$ 公認值	誤差(%)
1490	Acrylic	35.3	86.8	2578	2610	-1.22	1492	1430	4.34
	Aluminum	17.9	35.3	4848	6320	-23.29	2578	3040	15.20

接著，如同實驗手冊裡，我們直接用圖形的最大值所對應的 x 座標做為 Φ ，則：

$v_{inc}(m/s)$	材料	$\Phi(^{\circ})$	$v_T(m/s)$
1490	Acrylic	43.5	1530
	Aluminum	25.0	2493

最後，用我們求得的 v_L, v_T ，以及實驗手冊裡給定的材料密度 ρ ，計算 μ ：

材料	$v_L(m/s)$	$v_T(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	μ	μ 公認值	誤差(%)
Acrylic	2578	1492	1200	0.2482	0.29	-14
Aluminum	4848	2578	2700	0.3029	0.31	-2

接著 G ：

材料	$v_L(m/s)$	$v_T(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	$G(MPa)$	G 公認值	誤差(%)
Acrylic	2578	1492	1200	2671	2600	3
Aluminum	4848	2578	2700	17940	26000	-31

最後 E ：

材料	$v_L(m/s)$	$v_T(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	$E(MPa)$	E 公認值	誤差(%)
Acrylic	2578	1492	1200	6668	6800	-2
Aluminum	4848	2578	2700	46754	68000	-31

2. 誤差討論

鋁板與水的組合，由前述的計算可以知道反射率大約是 64%，因此超過一半的聲波能量都會被鋁板反射。當我們用 Transmission mode 測量的時候，代表可能其實還沒到反射角，訊號卻已經消失，因為太多被反射而穿透的訊號強度跟雜訊不相上下，這會使我們做線性迴歸的最後幾個數據點不能增加，影響迴歸線近似的效果。如果要消除此影響，也許可以考慮將水換成其他不影響鋁板轉動並且阻抗與鋁差距更小的液體。

五、參考資料

1. PHY07 Shear waves in solids

PHY08 Ultrasonic B-scan

一、實驗目的

1. 利用 1、2MHz 的超聲波產出兩張 Test block 的 B-scan image
2. 測量兩張 image 中 Test block 的邊緣到 defect 的距離
3. 計算 zone of focus(denoted by x)

二、實驗原理

當 Probe 沿著 Test block 長邊掃過去時，會收到 Test block 內部每個點的反射波時間以及訊號強度，搭配前面已經求得的聲速，還有用灰階亮度代表訊號強度，可得到 Test block 內部大致的結構圖。

另外，此式子可以用來決定超聲波的 Zone of focus：

$$x = \frac{R^2}{\lambda}$$

$R(m)$ 為 Probe 半徑， $\lambda(m)$ 為聲波波長。

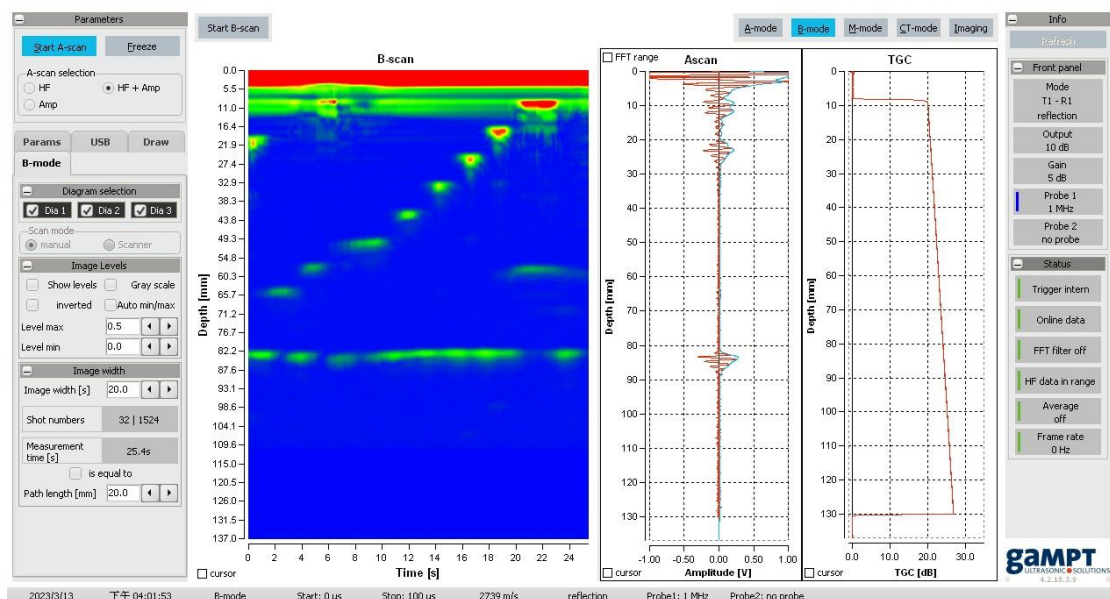
三、實驗步驟

1. 開啟軟體的 B-scan 模式。
2. 將 test block 的細長邊置於桌上。
3. 以 ultrasonic gel 將 probe 連接到 test block 上。
4. 在軟體上按 start 開始掃描，並將 probe 掃過 test block 的細長邊，結束掃描時按 stop。
5. 在軟體中測量 B-scan image 裡 test block 的邊緣到每個小孔上緣的距離。

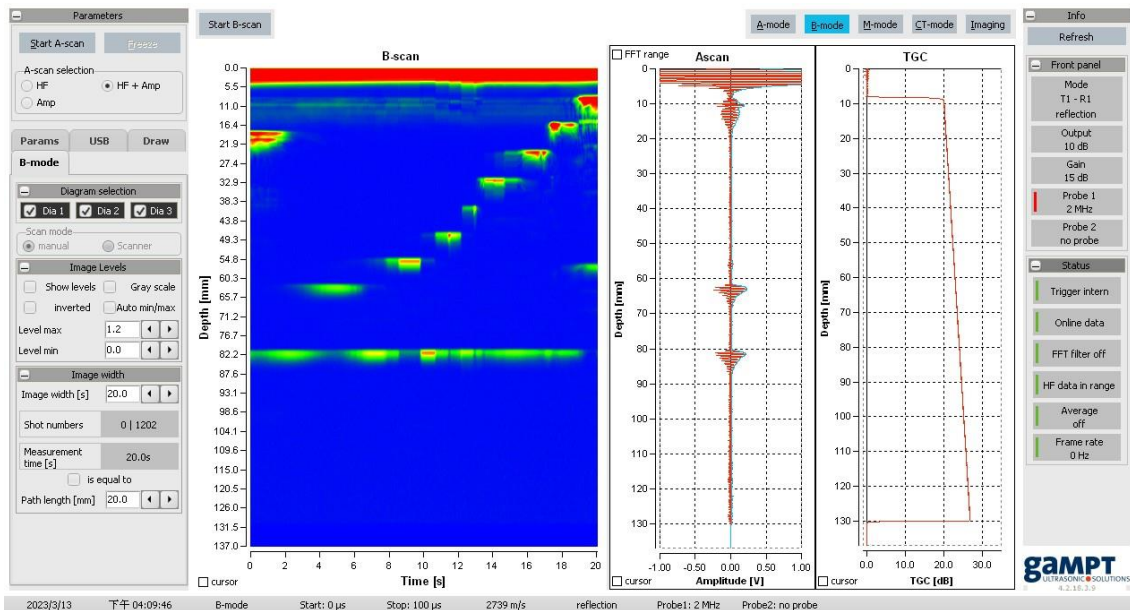
四、實驗結果

1. 原始數據及數據分析

B-scan image 的結果如下面兩張圖：



1MHz B-scan Image



2MHz B-scan Image

利用軟體從上面兩張 B-scan image 測量以下表格中的數據：

Frequency(MHz)	Hole No.	Hole depth(mm) with caliper	Hole depth(mm) with B-scan	誤差(%)
1	1	17.75	19.3	8.7
	2	19.25	19.3	0.3
	3	61.00	63.9	4.8
	4	53.50	56.7	6.0
	5	46.00	49.5	7.6
	6	39.25	40.9	4.2
	7	31.25	32.7	4.6
	8	23.25	24.5	5.4
	9	15.25	15.9	4.3
	10	7.25	8.2	13.1
	11	55.00	56.7	3.1
2	1	17.75	20.1	13.2
	2	19.25	18.1	-6.0
	3	61.00	61.9	1.4
	4	53.50	54.5	1.9
	5	46.00	47.1	2.4
	6	39.25	39.6	0.9
	7	31.25	31.5	0.8
	8	23.25	23.5	1.1
	9	15.25	15.6	2.3
	10	7.25	7.7	6.2
	11	55.00	56.9	1.8

接著計算 Zone of focus

Frequency(MHz)	Speed(m/s)	Wavelength(mm)	R(mm)	$x(mm)$
1	2739.73	2.74	8	23.36
2	2739.73	1.37	8	46.72

2. 誤差討論

普遍來說，2MHz 的超聲波對於距離測量的誤差比 1MHz 來的小，和預期的相符。另外這個實驗裡誤差來源可能有兩個，第一是 Ultrasonic gel 也會有厚度，所以可能會造成我們利用 B-scan 測量到的孔洞深度會有正偏差，而我們的數據看起來也是如此，而怎樣的厚度可以讓超聲波順利傳遞卻又不至於造成過大誤差，則需要實驗者在現場測試；第二個因素是，當我們利用軟體的 cursor 擺放在孔洞的上緣以測量孔洞的深度時，孔洞上緣的邊界通常很模糊，很難界定真正的邊界究竟在何處，尤其是第 1、2 號洞，因此我們統一以綠色顏色的上緣做為測量位置，儘管如此，還是很容易有 0.1mm 以上的誤差（儀器最小可測量單位為 0.1mm），這會造成 1、2 號洞深度測量上有 0.5% 以上的誤差。

五、參考資料

1. PHY08 Ultrasonic B-scan

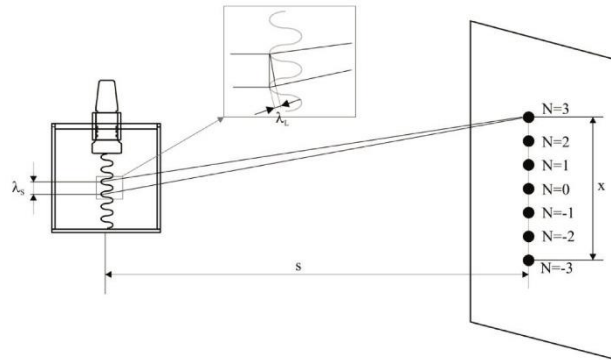
PHY11 Debye-Sear effect

一、實驗目的

利用超聲波在透明液體中形成的駐波對雷射光進行干涉，以此計算超聲波在液體中的波長與聲速。

二、實驗原理

德拜·希爾斯效應(Debye–Sears effect)，為描述超聲波在液體中形成的駐波能作為光柵的現象。實驗中我們將發送固定頻率(f)之超聲波至水中，並量測干涉條紋的級數 N 、水平投影距離 s 與干涉條紋之間的距離 x ，即可以用雷射光之波長(λ_L)求得超聲波在液體中的波長(λ_s)與聲速(c)。



$$\lambda_s = 2N \cdot \lambda_L \frac{s}{x}$$

$$c = \lambda_s \cdot f$$

三、實驗步驟

1. 架設如上示意圖之 Debye-Sear Set，裝入透明液體
2. 開啟 SC600 sound wave controller 輸出超音波與雷射
3. 本實驗中我們採用反射鏡加長路徑長度 s ，故必須調整光路的水
平，並測量總距離 S
4. 量測投影在牆上的條紋之 N 、 x
5. 計算聲速、波長

四、實驗結果

1. 原始資料：

a) 綠雷射光(粗體為計算值)：

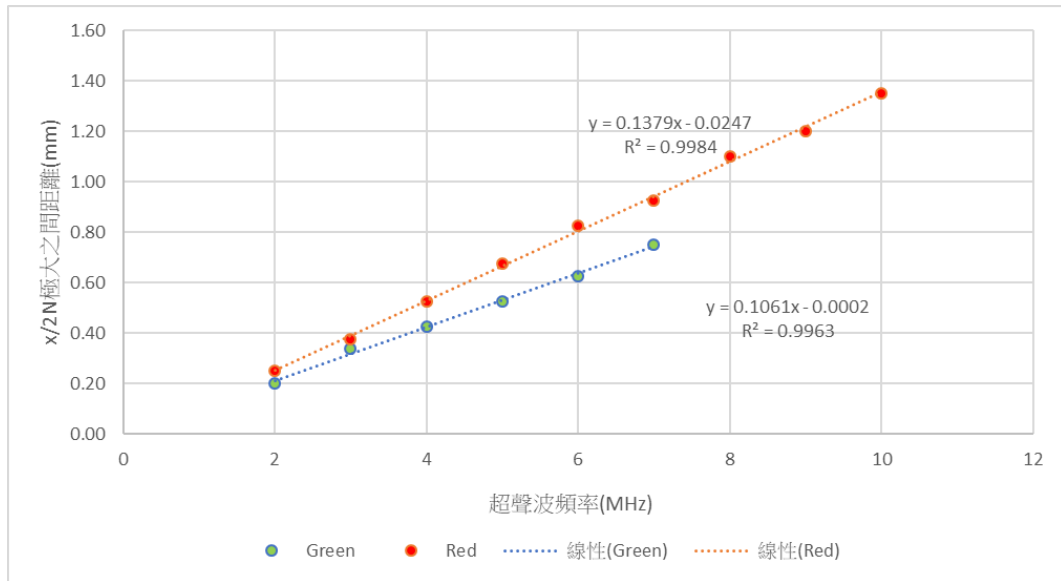
$$\lambda_L = 532nm, s = 303cm$$

超聲波頻率 (MHz)	干涉級數 N	x(cm)	超聲波在水中波長 (μm)	聲速 (m/s)
2	1	0.40	806.0	1612
3	2	1.35	477.6	1433
4	2	1.70	379.3	1517
5	2	2.10	307.0	1535
6	2	2.50	257.9	1547
7	1	1.50	214.9	1504
平均聲速				1525
標準差				53

b) 紅雷射光(粗體為計算值)：

$$\lambda_L = 652nm, s = 303cm$$

超聲波頻率 (MHz)	干涉級數 N	x(cm)	超聲波在水中波長 (μm)	聲速 (m/s)
2	1	0.50	790.2	1580
3	2	1.50	526.8	1580
4	2	2.10	376.3	1505
5	2	2.70	292.7	1463
6	2	3.30	239.5	1436
7	2	3.70	213.6	1495
8	1	2.20	179.6	1437
9	1	2.40	164.6	1482
10	1	2.70	146.3	1463
平均聲速				1494
標準差				51



c) 將數據以 $x/2N$ v.s. 超聲波頻率(MHz)圖畫出來的結果：

2. 誤差討論：

根據公式：

$$\lambda_s = 2N \cdot \lambda_L \frac{s}{x}$$

$$c = \lambda_s \cdot f$$

我們有：

$$\frac{x}{2N} = \frac{\lambda_L \cdot s}{c} (f)$$

因此駐波腹點的距離與頻率能有一條截距為 0 之斜直線。本實驗數據大致符合線性也有接近 1 的 R^2 ，唯獨截距在綠色雷射光有 -0.0002mm 之偏差，紅色雷射光有更大 -0.0247 的誤差。是由於紅雷射光非原廠提供模組，容易在距離與發射角度產生歪斜，對於角度的系統誤差足以影響回歸直線的截距。

至於波速的測量，水中聲速在常溫約為 1480m/s，我們的測量結果對於綠雷射光有 1525 ± 53 m/s，紅雷射光 1494 ± 51 m/s 均落在理論值內。

五、參考資料

1. Gampt Ultrasonic Solutions, experiment instructions PHY11
2. Sound Wave controller SC600 User Manual
3. Debye-Sears method :
https://en.wikipedia.org/wiki/Ultrasonic_grating
4. 水中的聲速：Evaluation of an Ultrasonic Propagation Speed Measurement System in the Temperature Range from 20°C to 45°C, S.A. Lopez-Haro, A. Vera and L. Leija, 2010

PHY12 Projection of Standing Waves

一、實驗目的

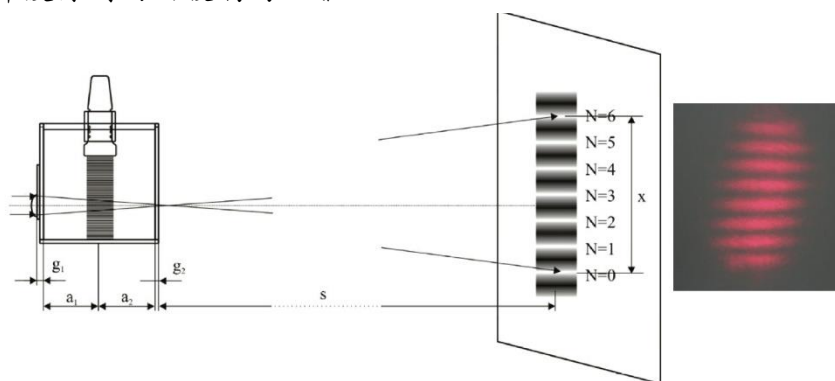
利用透鏡與雷射光，將超聲波在水中的駐波投影在牆上，並以此計算超聲波的波長與聲速。

二、實驗原理

當超聲波在液體中的反彈的距離為超聲波波長的半整數倍時，超聲波能在水中形成駐波。此時我們能利用焦距為 l_{foc} 之凸透鏡將雷射光聚焦，聚焦光能將駐波投影於屏幕上。考慮光程差需要校正折射率，超聲波波長(λ_s)與聲速 c 為：

$$\lambda_s = \frac{2x}{N} \cdot \frac{l_{\text{foc}} - \frac{g_1}{n_G} - \frac{a_1}{n_L}}{s - \left(l_{\text{foc}} - \frac{g_1 + g_2}{n_G} - \frac{a_1 + a_2}{n_L} \right)}$$
$$c = \lambda_s \cdot f$$

其中 n_G 、 n_L 為玻璃與液體的折射率， g_1 、 g_2 為兩面玻璃厚度， a_1 、 a_2 是超聲波源到兩面玻璃的距離。



三、實驗步驟

1. 架設如上示意圖之投影裝置，裝入透明液體
2. 開啟 SC600 sound wave controller 輸出超音波與雷射
3. 測量參數 N 、 x 、 s ，玻璃厚度 g_1 、 g_2 ，距離 a_1 、 a_2
4. 視情況調整調整超聲波頻率以產生駐波
5. 依照上述公式計算聲速、波長

四、實驗結果

1. 原始數據：

a) 綠光投影(粗體為計算值)：

$$\lambda_L = 532\text{nm}, S = 3.03\text{m}, n_G = 1.45, n_L = 1.33, g_1 = 3.6\text{mm}, g_2 = 3.7\text{mm},$$

$$a_1 = 4.8\text{cm}, a_2 = 4.8\text{cm}, f = 17.3\text{cm}$$

超聲波頻率 (MHz)	駐波半波 長計數 N	x(m)	超聲波波長 (μm)	超聲波 聲速 (m/s)
5.92	4	0.011	252	1492
6.52	4	0.012	275	1792
4.32	4	0.016	367	1583
3.42	4	0.022	504	1724
平均值				1648

2. 誤差討論：

雷射光波長與上述之公式為獨立關係，故我們只取用了原廠提供的綠色雷射光。數據與理論值 1480m/s 有著不小的差距，原因是綠光在透鏡有色散現象，我們使用 Cauchy's equation 對折射率進行校正：

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

以 $A=1.4580, B=0.00354(\mu\text{m}^2)$, $\lambda = 532 \text{ nm}$ ，計算 $n=1.47$ 。初步計算我們知道折射率有所偏差。此折射率將會影響透鏡的焦距長，再考慮水和玻璃之間的造鏡者公式：

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_m} - 1 \right) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{nR_1R_2} \right]$$

f 是焦距、 n 為透鏡折射率、 n_m 為透鏡周邊介質折射率、 R_1 與 R_2 為靠近光源這一側表面的曲率半徑與遠離這一側表面的曲率半徑。 d 為透鏡厚度。

初步發現，透鏡實際焦距會因為折射率的增加而減少。對應波長公式即可發現此現象可能為實驗正偏差的來源。

五、參考資料

1. Gampt Ultrasonic Solutions, experiment instructions PHY12
2. Sound Wave controller SC600 User Manual
3. Cauchy's equation :
https://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy%27s_equation
4. 造鏡者公式：<https://zh.wikipedia.org/zh-hant/%E9%80%8F%E9%95%9C>

PHY21 Reflection and Transmission Boundaries

一、實驗目的

藉由測量不同介面之間超聲波的反射訊號來量測介質間的反射率，並將其結果與以物體阻抗($Z = c\rho$, c 為聲速, ρ 為密度)算出之折射率做比較。

二、實驗原理

波在穿透不同介面時會有透射與反射的情形發生。若原始訊號強度 I_0 在介質 1 中移動，其在介質 1 與介質 2 的交界有反射訊號 I_R ，其折射率 R 為(I 為強度，Intensity)：

$$R = \frac{I_R}{I_0} = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$$

Z 為介質之阻抗，速度乘以介質密度。

對於交界面為空氣之介質而言，由於密度 ρ 極小，反射率接近 100%。而相對反射率亦可由下式求得：

$$R_{12} = \frac{I_{12}}{I_{1L}} = \frac{A_{12}^2}{A_{1L}^2} = R_{21}$$

A_{1L} 與 I_{1L} 代表介質與空氣間的反射訊號振幅與強度。

三、實驗步驟

1. 量測介質樣品高，體積、重量
2. 依照長度以 $c = \frac{2h}{\Delta t}$ 測量聲速
3. 計算樣品阻抗 $Z = c\rho$ ，並以阻抗計算兩介質間反射率
4. 接下來將樣品放置於泡棉上，測量上層樣品與空氣交界之反射訊號振幅 A_1
5. 將不同樣品重疊，對上層樣品測量超音波的反射訊號 A_2
6. 以原理公式計算反射率

四、實驗結果

1. 原始資料

a) 介質參數表(粗體為計算值)：

材料 種類	高度 (m)	直徑 (m)	質量 (kg)	飛行時 間 (us)	聲速 (m/s)	密度 (kg/m ³)	阻抗 Z ($\frac{\text{kg}}{\text{s}\cdot\text{m}^2} \cdot 10^6$)	反射率 R
壓克力	0.0296	0.0397	0.0444 5	2.214	2670	1210	3.24	0.735
銅塊	0.0300	0.0396	0.3335 5	1.284	4670	9030	42.2	

b) 以 GS200 測量反射率結果(粗體為計算值)：

上層材料	下層材料	Output(dBm)	Gain(dBm)	Amplitude(V)	反射率 R
銅塊	泡綿(空氣)	20	5	0.576	
銅塊	壓克力	20	5	0.534	0.859
壓克力	泡綿(空氣)	20	5	0.796	
壓克力	銅塊	20	5	0.750	0.888

2. 誤差討論：

文獻中的銅塊與壓克力聲速為 4660m/s 與 2730m/s，密度分別為 8.96g/cm³與 1.18g/cm³，計算得反射率為 0.734，我們的計算相當接近理論值。

但當我們以 Amplitude 計算反射率時，發現結果均大於阻抗公式計算出的反射率。且銅塊與壓克力的順序影響了反射率的計算結果，其原因可歸咎於交界面具有不完全的接觸，夾層中有空氣的影響。將重量較重的物體放置於重量輕的物體上時，交界較為密合，也較接近理論值，空氣影響小。

五、參考資料

1. Gampt Ultrasonic Solutions, experiment instructions PHY21
2. Ultrasonic Echoscope GS200 User Manual
3. 聲速表：<https://www.olympus-ims.com/en/ndt-tutorials/thickness-gauge/appendices-velocities/>
4. 銅密度：<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E9%93%9C>
5. 壓克力密度：<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E8%81%9A%E7%94%B2%E5%9F%BA%E4%B8%99%E7%83%AF%E9%85%B8%E7%94%B2%E9%85%AF>

PHY23 Dispersion of ultrasonic waves (Lamb waves)

一、 實驗目的

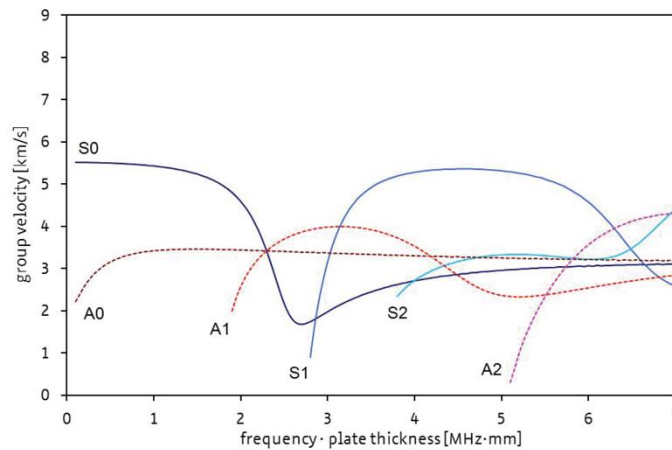
了解不同 stimulated mode 下的 lamb wave 群速度，並測量其隨頻率的變化，與理論圖形比較。

二、 實驗原理

本實驗需測量超聲波入射不同厚度的薄板、不同入射角度時產生的 lamb wave，由於 lamb wave 有相當多模態，因此在量測時會調到特定角度使得只有一個主要的模態被觀測。由色散關係可以得到群速度跟相速度的關係：

$$c_{Gr} = \frac{c_{ph}^2}{c_{ph} - f \frac{dc_{ph}}{df}}$$

以群速度對頻率*厚度作圖，可以得到以下解：



圖六 群速度 - 頻率*薄板厚度圖 理論值

三、 實驗方法與步驟

本實驗使用 1MHz、2MHz、4MHz 的 probe，調整至 transmission mode。藉由兩個 probe 搭配不同角度及底座厚度的薄板，來觀察不同模態的 lamb waves。首先用游標尺測量薄板厚度，並在使用不同 probe 時讀取測量當下的實際頻率。

測量群速度時，先以兩 probe 靠最近時的位置為基準點，紀錄此時的傳播時間 t_0 ，接著拉開兩 probe 距離 x_1 ，訊號抵達的時間會往後退，此時紀錄新的傳播時間 t_1 ，而超聲波在薄板中傳播的群速度則為 $v_g = x_1/(t_1-t_0)$ 。

本實驗需測量的 lamb wave 模態與對應的 probe 頻率如下：

Stimulation frequency (Ultrasonic probe)	Lamb wave combination	stimulated, dominant Lamb wave mode
1 MHz	LW5	S0
2 MHz	LW6	S0
1 MHz	LW5	S0
2 MHz	LW3	S0
2 MHz	LW7	S0
2 MHz	LW1	A1
2 MHz	LW2	A1
2 MHz	LW6	A1
4 MHz	LW3	A1
4 MHz	LW4	A1
4 MHz	LW1	S2

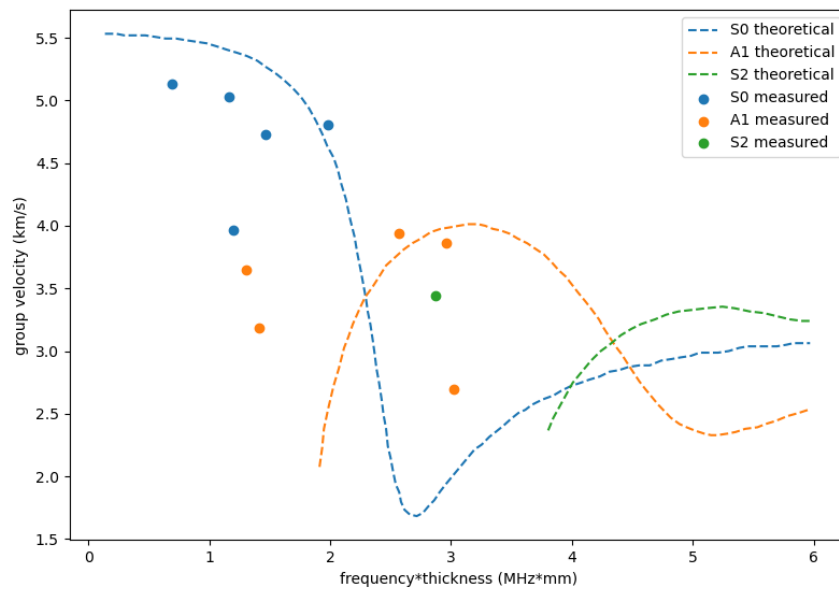
四、 實驗結果

1. 實驗數據（黃底為測量原始數據）：

f (Hz)	LW comb	t0 (μ s)	x1 (mm)	t1 (μ s)	x2 (mm)	t2 (μ s)	x3 (mm)	t3 (μ s)	v _{g1} (km/s)	v _{g2} (km/s)	v _{g3} (km/s)	Avg v _g (km/s)	d (mm)
0.99	LW5	17.3	5	18.28	7	18.65	10	19.26	5.102	5.185	5.102	5.130	0.7
1.06	LW6	14.31	5	15.31	7	15.7	10	16.29	5.000	5.036	5.051	5.029	1.1
1.72	LW5	17.88	5	19.14	7	19.65	10	20.39	3.968	3.955	3.984	3.969	0.7
1.83	LW3	15.44	5	16.56	7	16.85	10	17.54	4.464	4.965	4.762	4.730	0.8
1.8	LW7	18.46	5	19.38	7	19.89	10	20.91	5.435	4.895	4.082	4.804	1.1
2.02	LW1	14.72	5	16.41	7	16.92	10	17.66	2.959	3.182	3.401	3.181	0.7
2.17	LW2	13.82	5	15.19	7	15.68	10	16.66	3.650	3.763	3.521	3.645	0.6
2.34	LW6	15.11	5	16.45	7	16.87	10	17.55	3.731	3.977	4.098	3.936	1.1
3.7	LW3	16.34	5	17.65	7	18.16	10	18.89	3.817	3.846	3.922	3.862	0.8
4.32	LW4	19.38	5	21.44	7	21.95	10	22.77	2.427	2.724	2.950	2.700	0.7
4.1	LW1	13.99	5	15.42	7	16.04	10	16.91	3.497	3.415	3.425	3.445	0.7

我們測量三組移動距離（x1、x2、x3）與相對應的聲波傳播時間（t1、t2、t3），計算出三組群速度並取平均（avg v_g），d 則為薄板厚度。

將群速度對頻率*薄板厚度作圖，並與理論值畫在一起比較，可得下圖：



圖七 群速度 - 頻率*薄板厚度圖 實驗值與理論值

由圖七可以發現，我們的數據和理論值有明顯的偏差，且頻率*薄板厚度的數值偏小，導致偏離理論曲線。

2. 誤差討論：

(1) probe 距離、方向造成的誤差

在本實驗中，由於 probe 與平面的實際接觸並非一個點，而是一個平面，以游標尺測量兩者之間的距離時，通常是取最前端那兩個點，這未必是超聲波在薄板中行進的真實距離，因此這樣的取法會造成物差，誤差範圍約 1 mm。

此外，兩個 probe 的方向、角度不同，也會影響實驗讀取到的訊號。若波型過於平緩，我們所量測到的時間誤差也會變大。示波器的時間誤差最大為 0.02 μ s。以平均來說，距離的誤差約為 10%，時間的誤差約為 1%，這會給計算出的群速度 v_g 帶來

$\sqrt{(0.1^2 + 0.01^2)} = 0.1005 = 10.05\%$ 的誤差。

(2) 凝膠用量

除了 probe 與玻璃底座之間需要使用凝膠接合，可移動的 probe 和薄板間也需塗上凝膠，並在薄板上滑動。若凝膠過少，滑動不順，可能造成訊號無法良好傳遞；若凝膠過多，殘留在薄板上的凝膠也會影響訊號吸收。

(3) 判讀訊號的誤差

電腦上顯示的訊號形狀有些不甚清楚，有時候還有兩個以上波峰的狀況，或摻雜許多雜訊，我們可能沒有正確判讀該 lamb wave 模式的訊號；並且移動 probe 後的波型與原本的波型並非完全相同，並非完全平移，因此可能造成一定的誤差。由於群速應為波包傳遞能量之速度，此在判斷波包位置的人為不確定性為可能的主要誤差來源。

(4) 讀取頻率的誤差

我們使用 FFT spectrum 判讀訊號頻率，然而有些數值比原本 probe 標示的頻率小了不少，可能是造成我們的數據在群速度 - 頻率*薄板厚度圖上都偏左的原因。判讀訊號頻率時，我們選取 dominant lamb wave mode 的訊號做 FFT，然而由於前述的判讀訊號不準問題，以及無法忽略的雜訊，可能造成頻率的誤差。

問題與討論

1. 為何測量反射時間時，不是讀取波峰而是波開端的時間？

因為波峰是來自於波入射後，打到待測物內的許多地方而產生反射、在某個時刻疊加有最大值，因此波峰反映的是待測物經過各處反射疊加的極大值，而不是我們要量測的反射訊號，而我們的超聲波發射、接受器均與待測物的接觸面良好貼合，為所求的反射訊號所傳播的最短距離，因此可以推測訊號開始往上長的時間（即為波的開端）為物體的反射時間。

心得

本次超聲波實驗共有十二個小實驗需要進行，儘管原理看起來簡單，實際操作時可能會碰到很多細節、技巧上的問題。例如判讀訊號時間和振幅時需要注意合理性，例如訊號是否已超過儀器讀取上限、波形是否合理等等，也需要注意調整訊號的 TGC 參數是否固定，或是否會影響結果。此外，凝膠的用量、待測物周圍是否清潔乾淨等，也會影響超聲波訊號，這些都是只透過課本學習理論無法獲得的實用技巧。本實驗也讓我們對超聲波的性質與應用有進一步的了解。