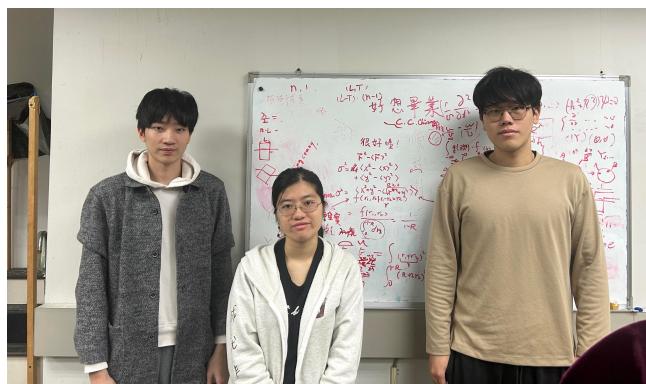


112-2 近代物理實驗

Ultrasonic Comprehensive



週一班第二組

左：林馳耘 B10202037 中：吉芸萱 B10202036 右：丁安磊 B10202051

實驗日期：04/29, 05/06, 05/07/2024

提交日期：05/20/2024

Contents

0.1 引言與原理

1 PHY04 Attenuation of ultrasound in liquids

2 PHY23 Dispersion of ultrasonic waves (Lamb waves)

2.1 引言與原理

2.1.1 Lamb Wave

將質點的位移 $\mathbf{u} = (u, v, w)$ 透過 Helmholtz 分解寫成

$$\mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla \times \psi; \quad \nabla\psi = 0 \quad (2.1)$$

代入彈性材料中的運動方程

$$\mu\nabla^2\mathbf{u} + (\lambda + \mu)\nabla\nabla \cdot \mathbf{u} = \rho\ddot{\mathbf{u}} \quad (2.2)$$

可以得到

$$\nabla[(\lambda + 2\mu)\nabla^2\phi - \rho\ddot{\phi}] + \nabla \times [\mu\nabla^2\psi - \rho\ddot{\psi}] = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla^2\phi - \frac{1}{c_L^2}\ddot{\phi} = 0, \quad c_L^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad (2.4)$$

$$\nabla^2\psi - \frac{1}{c_T^2}\ddot{\psi} = 0, \quad c_T^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.5)$$

$\phi = \phi(x, z)$, $\psi = (0, -\psi_y(x, z), 0)$ 考慮以下形式的解

$$\phi = \Lambda(z)e^{i(kx-\omega t)} \quad (2.6)$$

$$\psi_y = \Omega(z)e^{i(kx-\omega t)} \quad (2.7)$$

$$\text{S mode: } \Lambda(z) = A \cos(\alpha z), \quad \Theta(z) = B \sin(\beta z) \quad (2.8)$$

$$\text{A mode: } \Lambda(z) = A \sin(\alpha z), \quad \Theta(z) = B \cos(\beta z) \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

$$\alpha^2 = \left(\frac{\omega}{c_L}\right)^2 - k^2 \quad (2.11)$$

$$\beta^2 = \left(\frac{\omega}{c_T}\right)^2 - k^2 \quad (2.12)$$

$$\frac{\tan(\beta h)}{\tan(\alpha h)} = \left[\frac{4k^2\alpha\beta}{(k^2 - \beta^2)^2} \right]^{\pm 1} \quad (2.13)$$

+1: S, -1: A

2.2 實驗步驟

本實驗使用 1 MHz、2 MHz、4 MHz 的 probe，調整至 transmission mode。藉由兩個 probe 搭配不同角度及底座厚度的薄板，來觀察不同模態的 lamb waves。首先用游標尺測量薄板厚度，並在使用不同 probe 時讀取測量當下的實際頻率。

測量群速度時，先以兩 probe 靠最近時的位置為基準點，紀錄此時的傳播時間 t_0 ，接著拉開兩 probe 距離 x_1 ，訊號抵達的時間會往後退，此時紀錄新的傳播時間 t_1 ，而超聲波在薄板中傳播的群速度則為 $v_g = x_1/(t_1 - t_0)$ 。本實驗需測量的 lamb wave 模態與對應的 probe 頻率如下：

表 2.1: 本實驗使用的激發頻率與入射角組合與對應的主要受激模態

玻璃厚度 d		入射角 α_W	激發頻率	模態
1 mm	LW1	12°	2 MHz 4 MHz	A1 S2
	LW2	15°	2 MHz	A1
	LW3	28°	2 MHz 4 MHz	S0 A1
		32°	4 MHz	A1
	LW5	35°	1 MHz 2 MHz	S0 S0
1.3 mm	LW6	25°	1 MHz 2 MHz	S0 A1
		32°	2 MHz	S0

觀察

2.3 結果與討論

游標尺最小單位0.02 mm，因此 B 類不確定度為 $0.02 \text{ mm}/\sqrt{3} = 0.01 \text{ mm}$

PHY06: $(80.46 \pm 0.01) \text{ mm}, (150.44 \pm 0.01) \text{ mm}, (42.00 \pm 0.01) \text{ mm}$

2.4 回答問題

2.4.1 問題一

□

3 結論

A 附錄

A.1 附錄：參考的理論值

A.2 附錄：數據分析的程式部分

本次實驗報告使用的 Python 進行數據的讀取與分析，列舉幾個其中主要的 package 與函式如下：

- `scipy.optimize.curve_fit`: 用於擬合包絡線方程式，指定模型 $y = f(x, \alpha)$ 後給定 (x, y) 數據點回傳最佳的參數 α 的值與共變異數矩陣（其對角元素能用來估計參數的不確定度。）
- `scipy.fft.fft, fftfreq, ifft`: 進行快速傅立葉變換與其逆變換。
- `sklearn.metrics.r2_score`: 計算線性回歸模型的 R^2 值
- `uncertainties.ufloat`: 包含最佳估計值與不確定的浮點數值，對其直接進行運算可以得到不確定度傳遞的結果。