

1

Чим визначається квантовий стан вільного електрона?

Квантовий стан вільного електрона задається значенням його хвильового числа  $k$ , або квазіімпульсу  $P = \hbar \cdot k$ . Скільки таких квантових станів припадатиме вибраній скінченній інтервал енергії, залежатиме від вимірності системи, в якій перебуває електрон, її протяжності, а також від аналітичної залежності між енергією електрона і його хвильовим числом, тобто від закону дисперсії.

2

Дайте визначення густини станів вільного електрона.

Густина станів в 3D системах визначає об'ємну концентрацію носіїв заряду, а її розмірність - об'єм. Густина станів в 2D системах визначає поверхневу концентрацію носіїв заряду. Її розмірність - об'єм. Розмірність густини станів в 1D системах, де вона визначає лінійну концентрацію носіїв заряду, об'єм.

Також знаючи об'єм простору, який припадає на один квантовий стан вільного електрона у системі довільної вимірності, неважко розрахувати як тустину станів вільних електронів, так і її енергетичну залежність. Для того, щоб це зробити, тобто щоб знайти кількість станів, які припадають на одиничний інтервал енергій в околі енергії  $E$ , потрібно знайти "об'єм"  $k$ -простору, який лежить між "поверхнями" постійних енергій  $E$  і  $E+dE$ , поділити його на об'єм  $k$ -простору, що припадає на один квантовий стан, врахувати двократне виродження за спіном і звести одержаний результат до лінійного інтервалу енергії, тобто поділити його на всличину приросту енергії  $dE$ . Зрозуміло, що зазначений "об'єм" буде власне об'ємом у традиційному розумінні цього слова тільки для 3D систем. Для 2D систем він насправді буде площею плоскої ділянки  $k_x 0 k_y$ , що лежить між лініями постійної енергії  $E$  і  $E+dE$ , а для 1D систем - протяжністю лінійної ділянки осі  $0 k_x$ , що лежить між значеннями  $k$ , які відповідають енергіям  $E$  і  $E+dE$ . Однак потрібно пам'ятати, що якщо об'єм  $k$ -простору, який припадає на один квантовий стан електрона у будь-якій системі, визначається тільки і виключно її вимірністю і розмірами, то розподіл цих станів шкалою енергії, їхня густина принципово будуть визначатися ще і законом дисперсії носіїв заряду  $E(k)$ . Останнє є наслідком того, що густина станів нормується на одиничний інтервал енергії, а який інтервал значень хвильових чисел відповідатиме одиничному інтервалу енергії вільних електронів, якраз і визначається аналітичною залежністю  $E(k)$ .

3

Сформулюйте і обґрунтуйте алгоритм розрахунку енергетичної залежності густини станів вільних електронів.

$$S(k, E) = 4\pi k^2$$

$$V_k = S(k, E)dk(E)$$

то згідно з законом дисперсії

$$\frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m}$$

$$dk = \frac{m}{\hbar^2 k} dE$$

тоді

$$V_k = 4\pi k^2 \frac{m}{\hbar^2 k} dE = \frac{4\pi m}{\hbar^2} k dE$$

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Кількість станів в енергетичному інтервалі  $dE$  на рівні  $E$  у системі розмірів  $L$  визначається як густина станів  $\rho_L(E)$ , помножена на величину енергетичного інтервалу  $dE$ . Отже,

$$\rho_L(E)dE = \frac{V_k}{V_1} \cdot 2 = L^3 \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E} dE$$

Двійка в останньому співвідношенні враховує двократне вираження квантових станів електрона за спіном. Скоротивши праву і ліву частини на  $dE$ , одержуємо

$$\rho_L(E) = L^3 \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}$$

Для системи одиничних розмірів ( $L = 1$ )

$$\rho(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}$$

Густина станів в 3D системах визначає об'ємну концентрацію носіїв заряду, а її розмірність  $[\rho] = eB'$

З останнього співвідношення випливає, що у тривимірних системах густина станів вільних електронів є степенною функцією ефективної маси носіїв заряду та їхньої енергії і зростає зі збільшенням останніх за законом  $\rho \approx m^{3/2} E^{1/2}$

Охарактеризуйте закономірності модифікації енергетичної залежності густини станів вільних носіїв зарядів у разі зміни вимірності структури у системах з фіксованим законом дисперсії.

5

Покажіть залежність густини станів вільного електрона від його ефективної маси і обґрунтуйте фізичні засади і причини такої залежності;

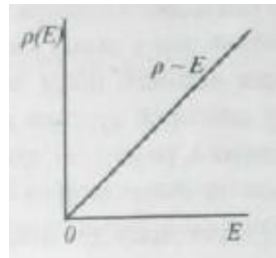
Для системи одиничних розмірів ( $L = 1$ )

$$\rho(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{E}$$

Густина станів в  $3D$  системах визначає об'ємну концентрацію носіїв  $3$  попереднього співвідношення впливає, що у тривимірних системах густина станів вільних електронів є степеневою функцією ефективної маси носії заряду та їхньої енергії і зростає зі збільшенням останніх за законом  $\rho \sim m^{3/2} E^{1/2}$ .

6

Поясніть специфіку формування повної густини станів систем з вільними  $2D$  електронами з урахуванням великої кількості двовимірних енергетичних зон.



$k$ -простору, що лежить між колами постійної енергії  $E$  і  $E + dE$ , становитиме

$$S_k = \frac{2\pi\alpha^2}{h^2} E dE$$

що дає такий вираз для густини станів:

$$\rho(E) = \frac{\alpha^2 E}{\pi h^2}$$

Густина станів  $2D$  електронів з лінійним законом дисперсії лінійно на рис. .

7

Зобразіть графічно залежність густини станів вільного електрона від енергії для систем різної вимірності з різними законами дисперсії з урахуванням великої кількості енергетичних зон розмірного квантування.

3