

Теорія поля. Практика №1.

Лищенко Б.В.

Завдання: Вивести формули похибок величин та параметрів, які розраховуються в 1 лабораторній роботі.

$$\Delta_y^2 = \sum_{i=2}^m \left(\frac{\partial}{\partial x} \cdot \Delta_{x_i} \right)^2 \quad (1)$$

(1) - загальна формула для похибки

Знайдемо формули похибок наступних величин та параметрів, використовуючи зазначену формулу:

1 Напруги на діоді

$$U_D = U - U_R \quad (2)$$

(2) - загальна формула для напруги на діоді

Підставивши (2) в формулу (1), отримаємо:

$$\Delta_{U_D}^2 = \left(\frac{\partial U_D}{\partial U} \cdot \Delta_U \right)^2 + \left(\frac{\partial U_D}{\partial U_R} \cdot \Delta_{U_R} \right)^2 \quad (3)$$

Знайдемо часткові похідні цього виразу:

$$\frac{\partial U_D}{\partial U} = (U - U_R)' = 1 - 0 = 1$$

$$\frac{\partial U_D}{\partial U_R} = (U - U_R)' = 0 - 1 = -1$$

Підставимо отримані вище значення в формулу (3):

$$\Delta_{U_D} = \sqrt{(1 \cdot \Delta_U)^2 + (-1 \cdot \Delta_{U_R})^2}$$
$$\Delta_{U_D} = \sqrt{\Delta_U^2 + \Delta_{U_R}^2} \quad (4)$$

2 Струм через діоді

$$I_D = \frac{U_R}{R} \quad (5)$$

(5) - загальна формула для струму через діоді

Підставивши (5) в формулу (1), отримаємо:

$$\Delta_{I_D} = \sqrt{\left(\frac{\partial I_D}{\partial U_R} \cdot \Delta_{U_R}\right)^2 + \left(\frac{\partial I_D}{\partial R} \cdot \Delta_R\right)^2} \quad (6)$$

Знову ж таки, знаходимо часткові похідні цього виразу:

$$\frac{\partial I_D}{\partial U_R} = \left(\frac{U_R}{R}\right)' = \frac{1}{R}$$

$$\frac{\partial I_D}{\partial R} = \left(\frac{U_R}{R}\right)' = -\frac{U_R}{R^2}$$

Підставимо отримані вище значення в формулу (6):

$$\begin{aligned} \Delta_{I_D} &= \sqrt{\left(\frac{1}{R} \cdot \Delta_{U_R}\right)^2 + \left(-\frac{U_R}{R^2} \cdot \Delta_R\right)^2} \\ \Delta_{I_D} &= \frac{1}{R^2} \sqrt{R^2 \cdot \Delta_{U_R}^2 + U_R^2 \cdot \Delta_R^2} \end{aligned} \quad (7)$$

3 Пряма напруга

$$U_{\text{пр}} = \varphi_0 - \varphi_{\text{т}} + I_{\text{пр}} \cdot r_b \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{U_{\text{пр}}}^2 &= ((\varphi_0 - \varphi_{\text{т}} + I_{\text{пр}} \cdot r_b)' \cdot \Delta_{\varphi_0})^2 + ((\varphi_0 - \varphi_{\text{т}} + I_{\text{пр}} \cdot r_b)' \cdot \Delta_{\varphi_{\text{т}}})^2 + \\ &+ ((\varphi_0 - \varphi_{\text{т}} + I_{\text{пр}} \cdot r_b)' \cdot \Delta_{I_{\text{пр}}})^2 + ((\varphi_0 - \varphi_{\text{т}} + I_{\text{пр}} \cdot r_b)' \cdot \Delta_{r_b})^2 \end{aligned}$$

Знаходимо похідні та підставляємо їх в нашу формулу:

$$\Delta_{U_{\text{пр}}} = \sqrt{\Delta_{\varphi_0}^2 + \Delta_{\varphi_{\text{т}}}^2 + (r_b \cdot \Delta_{I_{\text{пр}}})^2 + (I_{\text{пр}} \cdot \Delta_{r_b})^2} \quad (9)$$

(9) - загальна формула для похибки прямої напруги

4 Опір бази

$$r_b = \frac{U_{\text{пр}} - \varphi_0}{I_{\text{пр}}} \quad (10)$$

$$\Delta_{r_b}^2 = \left(\left(\frac{\partial r_b}{\partial \varphi_0} \right) \cdot \Delta_{\varphi_0} \right)^2 + \left(\left(\frac{\partial r_b}{\partial U_{\text{пр}}} \right) \cdot \Delta_{U_{\text{пр}}} \right)^2 + \left(\left(\frac{\partial r_b}{\partial I_{\text{пр}}} \right) \cdot \Delta_{I_{\text{пр}}} \right)^2$$

Знаходимо похідні та підставляємо їх в нашу формулу:

$$\Delta_{r_b} = \frac{1}{I_{\text{пр}}} \sqrt{\Delta_{\varphi_0}^2 + \Delta_{U_{\text{пр}}}^2 + \frac{(U_{\text{пр}} - \varphi_0)^2}{I_{\text{пр}}^2} \cdot \Delta_{I_{\text{пр}}}^2} \quad (11)$$

(11) - загальна формула для похибки опору бази

5 Струм виродження

$$I_{\text{вир}} = \frac{\varphi_{\text{т}}}{r_b} \quad (12)$$

$$\Delta_{I_{\text{вир}}}^2 = \left(\left(\frac{I_{\text{вир}}}{\partial \varphi_{\text{т}}} \right) \cdot \Delta_{\varphi_{\text{т}}} \right)^2 + \left(\left(\frac{I_{\text{вир}}}{\partial r_b} \right) \cdot \Delta_{r_b} \right)^2$$

Знаходимо похідні та підставляємо їх в нашу формулу:

$$\Delta_{I_{\text{вир}}}^2 = \frac{\Delta_{\varphi_{\text{т}}}^2}{r_b^2} + \left(\frac{\varphi_{\text{т}}}{r_b^2} \cdot \Delta_{r_b} \right)^2 \quad (13)$$

$$\Delta_{I_{\text{вир}}}^2 = \frac{1}{\varphi_{\text{т}}^2} \cdot \left(\Delta_{\varphi_{\text{т}}}^2 + \frac{\varphi_{\text{т}}}{r_b^2} \cdot \Delta_{r_b}^2 \right)$$

(13) - загальна формула для похибки струму виродження

6 Температурна чутливість прямої напруги

$$\text{ТЧН}_{\text{пр}} = \frac{U_2 - U_1}{T_2 - T_1} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{ТЧН}_{\text{пр}}}^2 = & \left(\left(\frac{\partial \text{ТЧН}_{\text{пр}}}{\partial U_1} \right) \cdot \Delta_{U_1} \right)^2 + \left(\left(\frac{\partial \text{ТЧН}_{\text{пр}}}{\partial U_2} \right) \cdot \Delta_{U_2} \right)^2 + \\ & + \left(\left(\frac{\partial \text{ТЧН}_{\text{пр}}}{\partial T_1} \right) \cdot \Delta_{T_1} \right)^2 + \left(\left(\frac{\partial \text{ТЧН}_{\text{пр}}}{\partial T_2} \right) \cdot \Delta_{T_2} \right)^2\end{aligned}$$

Знаходимо похідні та підставляємо їх в нашу формулу:

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{ТЧН}_{\text{пр}}}^2 = & \frac{\Delta_{U_1}^2}{(T_2 - T_1)^2} + \frac{\Delta_{U_2}^2}{(T_2 - T_1)^2} + \left(\frac{U_2 - U_1}{(T_2 - T_1)^2} \cdot \Delta_{T_1} \right)^2 + \left(\frac{U_2 - U_1}{(T_2 - T_1)^2} \cdot \Delta_{T_2} \right)^2 \\ \Delta_{\text{ТЧН}_{\text{пр}}}^2 = & \frac{\Delta_{U_1}^2}{\varphi_b^2} \cdot \left(\Delta_{\varphi_{\text{т}}}^2 + \frac{\varphi_{\text{т}}}{r_b^2} \cdot \Delta_{r_b}^2 \right)\end{aligned}\quad (15)$$

(15) - загальна формула для похибки температурної чутливості прямої напруги

7 Температурний коефіцієнт збільшення зворотного струму

$$\text{TKI}_{\text{зв}} = \frac{I_{\text{звТ}_1}}{I_{\text{звТ}_2}} \quad (16)$$

$$\Delta_{\text{TKI}_{\text{зв}}}^2 = \left(\left(\frac{\partial \text{TKI}_{\text{зв}}}{\partial I_{\text{звТ}_2}} \right) \cdot \Delta_{I_{\text{звТ}_2}} \right)^2 + \left(\left(\frac{\partial \text{TKI}_{\text{зв}}}{\partial I_{\text{звТ}_1}} \right) \cdot \Delta_{I_{\text{звТ}_1}} \right)^2$$

Знаходимо похідні та підставляємо їх в нашу формулу:

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{TKI}_{\text{зв}}}^2 = & \frac{\Delta_{I_{\text{звТ}_2}}^2}{I_{\text{звТ}_1}^2} + \left(\frac{I_{\text{звТ}_2}}{I_{\text{звТ}_1}^2} \cdot \Delta_{I_{\text{звТ}_1}} \right)^2 \\ \Delta_{\text{TKI}_{\text{зв}}}^2 = & \frac{1}{I_{\text{звТ}_1}^2} \cdot \left(\Delta_{I_{\text{звТ}_2}}^2 + \frac{I_{\text{звТ}_2}^2}{I_{\text{звТ}_1}^2} \cdot \Delta_{I_{\text{звТ}_1}}^2 \right)\end{aligned}\quad (17)$$

(17) - загальна формула для похибки температурного коефіцієнту збільшення зворотного струму

АБО

$$\text{TKI}_{\text{зв}} \approx \exp^{\alpha(T_2 - T_1)} \quad (18)$$

$$\Delta_{\text{TKI}_{\text{ЗВ}}}^2 = \left(\left(\frac{\partial \text{TKI}_{\text{ЗВ}}}{\partial \alpha} \right) \cdot \Delta_{\alpha} \right)^2 + \left(\left(\frac{\partial \text{TKI}_{\text{ЗВ}}}{\partial T_2} \right) \cdot \Delta_{T_2} \right)^2 + \left(\left(\frac{\partial \text{TKI}_{\text{ЗВ}}}{\partial T_1} \right) \cdot \Delta_{T_1} \right)^2$$

Знаходимо похідні та підставляємо їх в нашу формулу:

$$\Delta_{\text{TKI}_{\text{ЗВ}}} = \exp^{\alpha(T_2 - T_1)} \cdot \sqrt{[\Delta_{\alpha} \cdot (T_2 - T_1)]^2 + \alpha^2 (\Delta_{T_2}^2 + \Delta_{T_1}^2)} \quad (19)$$

(19) - альтернативна загальна формула для похибки температурного коефіцієнту збільшення зворотного струму