Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Факультет Електроніки
Кафедра мікроелектроніки

ЗВІТ

Про виконання практичної роботи №2

з дисципліни: «Твердотіла електроніка»

Розрахунок ширини плавного p-n переходу

Виконала:
Студентка 3-го курсу ________________ Заєць Д.О.
(підпис)

Перевірив: ________________ Королевич Л.М.
(підпис)

2020

1.Мета завдання

Розрахувати за варіантом ширину плавного p-n переходу. При розрахунку вважати, що температура навколишнього середовища T=300 K, дослідження проводиться в умовах земного тяжіння, процеси не залежать від часу, діод є суцільно теплопровідною речовиною, фонони та ексітони не враховуються, досліджуваний діод є абсолютно твердим тілом, гравітаційним впливом чорних дірок знехтувати.

Вхідні дані:

Матеріал	AsGa
N_A, см$^{-4}$	1.3×10^{18}
N_D, см$^{-4}$	4.7×10^{16}
ε	13.1
ε_0,Ф × см$^{-1}$	8.85×10^{-14}
φ_T, В	0.026
n_i^2, см$^{-3}$	1.79×10^6
q, Кл	1.6×10^{-19}

2.Розрахунки

2.1.Розрахунок напруженості електричного поля

Розподіл електричного поля E(x) можна знайти, розв'язавши *рівняння Пуассона* для одновимірного випадку:

$$-\frac{dE}{dx} = -\frac{\xi}{\varepsilon_0 \varepsilon} \tag{1}$$

Для розв'язання рівняння Пуассона припустимо, що розподіл домішок біля межі p- та n-областей лінійний і межі p-n переходу збігаються з координатами $x_1 = -l_p$,$x_2 = l_n$

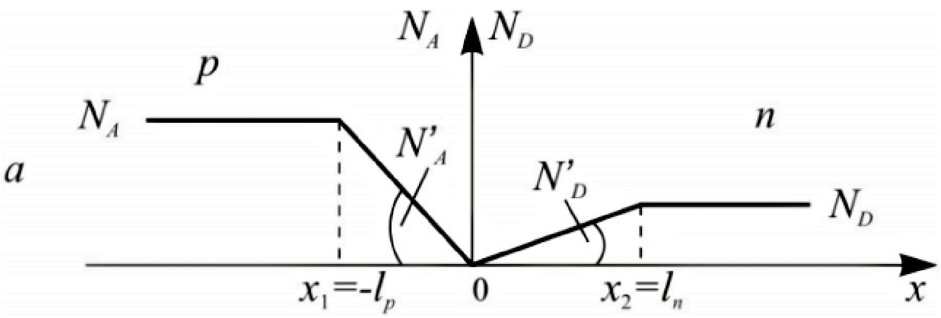

Рис.1. Розподіл концентрації домішок

$$\xi_p = qN'_A x, \xi_n = qN'_D x,\text{де:} \tag{2}$$

N'_A таN'_D—градієнти концентрації акцепторних і донорних домішок.

Виконуємо інтегрування виразу (1), при цьому підставивши в нього вираз (2):

$$\int -\tfrac{dE_p}{dx}\,dx = \int -\tfrac{qN'_A x}{\varepsilon_0 \varepsilon}\,dx$$

$$\int -\tfrac{dE_n}{dx}\,dx = \int -\tfrac{qN'_D x}{\varepsilon_0 \varepsilon}\,dx$$

$$E_p(x) = \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0 \varepsilon} \times x^2 \Big|_x^{l_p}$$

$$E_n(x) = \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0 \varepsilon} \times x^2 \Big|_x^{l_n}$$

$$E_p(x) = \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0 \varepsilon} \times (x^2 - l_p^2) \tag{3}$$

$$E_n(x) = \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0 \varepsilon} \times (x^2 - l_n^2) \tag{4}$$

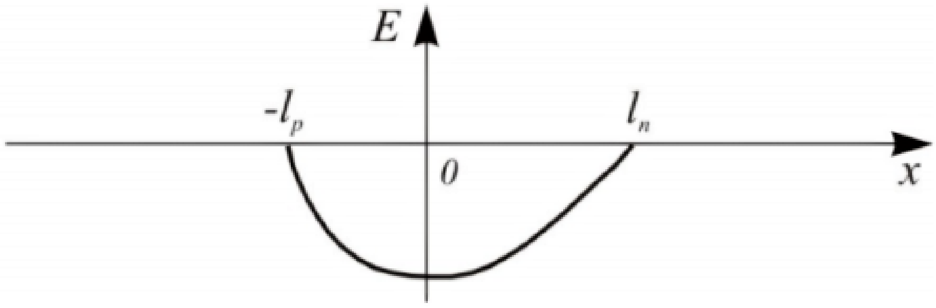

Рис.2. Розподіл електричного поля

Виходячи з рівності $E_p(0) = E_n(0)$, отримаємо:

$$\frac{l_n^2}{l_p^2} = \frac{N'_A}{N'_D} \tag{5}$$

2.2.Розрахунок потенціалу електричного поля

Потенціал поля і напруженість поля пов'язані між собою таким співвідношенням:

$$\frac{d^2\varphi}{dx} = -\frac{dE}{dx} \tag{6}$$

Бачимо,що щоб знайти φ потрібно інтегрувати напруженість поля(не забувши про знак -):

$$\varphi = -\int E\,dx \tag{7}$$

Проінтегруємо напруженості E_p та E_n:

$$\varphi_p = -\int \left(\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times (x^2 - l_p^2)\right) dx \tag{8}$$

$$\varphi_n = -\int \left(\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times (x^2 - l_n^2)\right) dx \tag{9}$$

$$\varphi_p = -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times \int \left(x^2 - l_p^2\right) dx = -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(\frac{x^3}{3} - l_p^2 x\right) + C_3$$
$$\varphi_n = -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times \int \left(x^2 - l_n^2\right) dx = -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x\right) + C_4$$

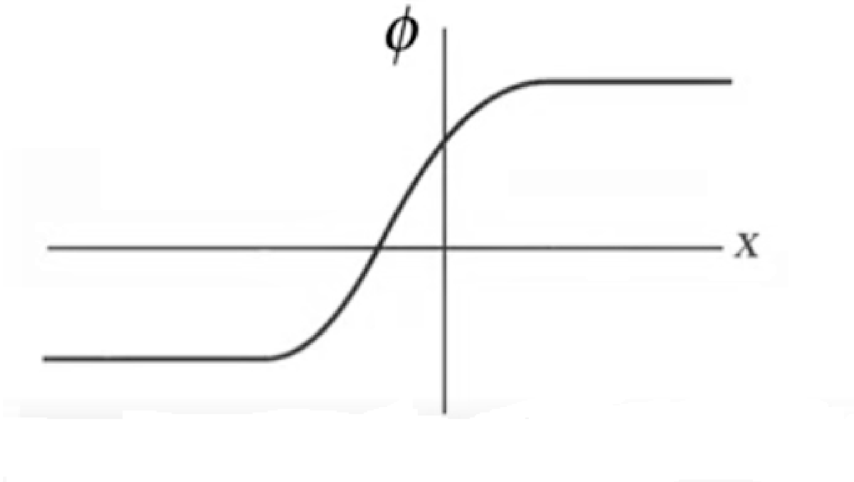

Рис.3. Розподіл потенціалу електричного поля

Константи інтегрування знаходимо керуючись рис.3:

$$C_3\text{:при } x = -l_p, \varphi_p = 0$$
$$C_4\text{:при } x = l_n, \varphi_n = \varphi_0$$

Підставимо це в наші вирази для потенціалів φ_p та φ_n:

$$C_3 = 0 + \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(\frac{(-l_p)^3}{3} - l_p^2(-l_p) \right) = \frac{qN'_A l_p^3}{3\varepsilon_0\varepsilon}$$
$$C_4 = \varphi_0 + \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(\frac{(l_n)^3}{3} - l_n^2(l_n) \right) = \varphi_0 - \frac{qN'_D l_n^3}{3\varepsilon_0\varepsilon}$$

Підставляємо отримані константи у вирази для потенціалів φ_p та φ_n:

$$\varphi_p = -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(\frac{x^3}{3} - l_p^2 x \right) + \frac{qN'_A l_p^3}{3\varepsilon_0\varepsilon}$$
$$\varphi_n = -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x \right) + \varphi_0 - \frac{qN'_D l_n^3}{3\varepsilon_0\varepsilon}$$

Отримали кінцеві вирази для потенціалів:

$$\varphi_p(x) = \frac{qN'_A}{6\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(3l_p^2 x - x^3 + 2l_p^3 \right) \tag{10}$$

$$\varphi_n(x) = \varphi_0 + \frac{qN'_D}{6\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(3l_n^2 x - x^3 - 2l_n^3 \right) \tag{11}$$

2.3.Розрахунок ширини плавного pn-переходу

Ширину p-n переходу в рівноважному стані l_0 визначаємо, прирівнявши:$\varphi_p(0) = \varphi_n(0)$:

$$\frac{qN'_A}{6\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(3l_p^2 \times 0 - 0^3 + 2l_p^3\right) = \varphi_0 + \frac{qN'_D}{6\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(3l_n^2 \times 0 - 0^3 - 2l_n^3\right)$$

$$\frac{qN'_A l_p^2}{3\varepsilon_0\varepsilon} = \varphi_0 - \frac{qN'_D l_n^2}{3\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$\varphi_0 - \frac{q}{3\varepsilon_0\varepsilon}\left(N'_A l_p^3 + N'_D l_n^3\right) = 0 \tag{12}$$

Перетворимо вираз (12), та знайдемо з допомогою (5) l_n,l_p:

$$N'_A l_p^3 + N'_D l_n^3 = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q} \tag{13}$$

$$N'_D\left(\frac{N'_A}{N'_D} \times l_p^3 + l_n^3\right) = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$
$$N'_D\left(\frac{l_n^2}{l_p^2} \times l_p^3 + l_n^3\right) = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$
$$l_n^2\left(l_p + l_n\right) = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{qN'_D}$$

Врахувавши, що $l_0 = l_p + l_n$, маємо:

$$l_n = \sqrt{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{l_0 q N'_D}} \tag{14}$$

Виконуємо аналогічні дії для l_p:

$$N'_A\left(l_p^3 + \frac{N'_D}{N'_A} l_n^3\right) = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$
$$N'_A\left(l_p^3 + \frac{l_p^2}{l_n^2} l_n^3\right) = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$
$$l_p^2\left(l_p + l_n\right) = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{qN'_A}$$

$$l_p = \left|l_0 = l_p + l_n\right| = \sqrt{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{l_0 q N'_A}} \tag{15}$$

Підставимо (14), (15) у вираз (13):

$$N'_A \times \left[\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{l_0 q N'_A}\right]^{\frac{3}{2}} + N'_D \times \left[\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{l_0 q N'_D}\right]^{\frac{3}{2}} = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$

$$\left(\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{l_0 q}\right)^{\frac{3}{2}} \times \left[\frac{N'_A}{(N'_A)^{\frac{3}{2}}} + \frac{N'_D}{(N'_D)^{\frac{3}{2}}}\right] = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$

$$\frac{\sqrt{N'_A} + \sqrt{N'_D}}{\sqrt{N'_A N'_D}} \times \sqrt{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}} = l_0^{\frac{3}{2}}$$

$$l_0^3 = \frac{N'_A + 2\sqrt{N'_A N'_D} + N'_D}{N'_A N'_D} \times \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$

$$l_0 = \sqrt[3]{\frac{N'_A + 2\sqrt{N'_A N'_D} + N'_D}{N'_A N'_D} \times \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}}$$

Кінцева формула для ширини плавного pn-переходу:

$$\boxed{l_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_A N'_D}} + \frac{1}{N'_A}\right) \times \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}}} \tag{16}$$

2.4.Розрахунок висоти потенціального бар'єру

Потенціальний бар'єр для ступінчатого переходу формула розраховується за формулою:

$$\varphi_0 = \varphi_T \times ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) \tag{17}$$

Також відомо,що:

$$N_A = N'_A l_p,\ N_D = N'_D l_n$$

Тому формула висоти бар'єру для плавного переходу наступна:

$$\varphi_0 = \varphi_T \times ln\left(\frac{N'_A N'_D l_p l_n}{n_i^2}\right) \tag{18}$$

Підставимо цю формулу у вираз (16):

$$l_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_A N'_D}} + \frac{1}{N'_A}\right) \times \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_T \times ln\left(\frac{N'_A N'_D l_p l_n}{n_i^2}\right)}{q}} \tag{19}$$

По черзі знайдемо l_n l_p з виразу (19), не забувши,що:
$\frac{l_n^2}{l_p^2} = \frac{N'_A}{N'_D} \Rrightarrow l_n^2 = l_p^2 \times \frac{N'_A}{N'_D} \Rrightarrow \boxed{l_n = l_p \times \sqrt{\frac{N'_A}{N'_D}}}$ та $l_p + l_n = l_0$:

$$l_p + l_n = \left[\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_A N'_D}} + \frac{1}{N'_A}\right) \times \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_T \times ln\left(\frac{N'_A N'_D l_p l_n}{n_i^2}\right)}{q}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$l_p\left(1 + \sqrt{\frac{N'_A}{N'_D}}\right) = \left[\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_A N'_D}} + \frac{1}{N'_A}\right) \times \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_T \times ln\left(\frac{l_p^2 \times \sqrt{N'_D N'^3_A}}{n_i^2}\right)}{q}\right]^{\frac{1}{3}}$$

Ми отримали нелінійне рівняння, аналітичний розв'язок якого знайти або дуже важко або неможливо, тому тут краще використати чисельні методи для розрахунку, але перед цим підставимо усі табличні дані аби спростити це рівняння:

$$l_p\left(1 + \sqrt{\frac{1.3\times10^{18}}{4.7\times10^{16}}}\right) = \left[\left(\frac{1}{4.7\times10^{16}} + \frac{2}{\sqrt{1.3\times10^{18}\times4.7\times10^{16}}} + \frac{1}{1.3\times10^{18}}\right) \times \frac{3\times8.85\times10^{-14}\times13.1\times0.026\times ln\left(\frac{l_p^2\times\sqrt{4.7\times10^{16}\times(1.3\times10^{18})^3}}{1.79\times10^6}\right)}{1.6\times10^{-19}}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$6.259237 l_p = \sqrt[3]{30.1368647\times10^{-18}\times5.65183\times10^5\times ln(2.00837 l_p^2\times10^{54})}$$

$$6.259237 l_p = \sqrt[3]{170.328436\times10^{-13}\times ln(2.00837 l_p^2\times10^{54})}$$

$$245.22468 l_p^3 = 170.328436\times10^{-13}\times ln(2.00837 l_p^2\times10^{54})$$

$$1.4397166 l_p^3\times10^{13} = ln(2.00837 l_p^2\times10^{54})$$

$$1.4397166 l_p^3\times10^{13} = ln(2.00837) + 2ln(l_p) + 54ln(10)$$

$$1.4397166 l_p^3\times10^{13} - 2ln(l_p) - 125.036918 = 0$$

Отже ми отримали таке нелінійне рівняння. Для його розв'язку я вирішила обрати графічний спосіб знаходження кореня рівння, з використання комп'ютерних програм, побудувавши графік цього рівняння:

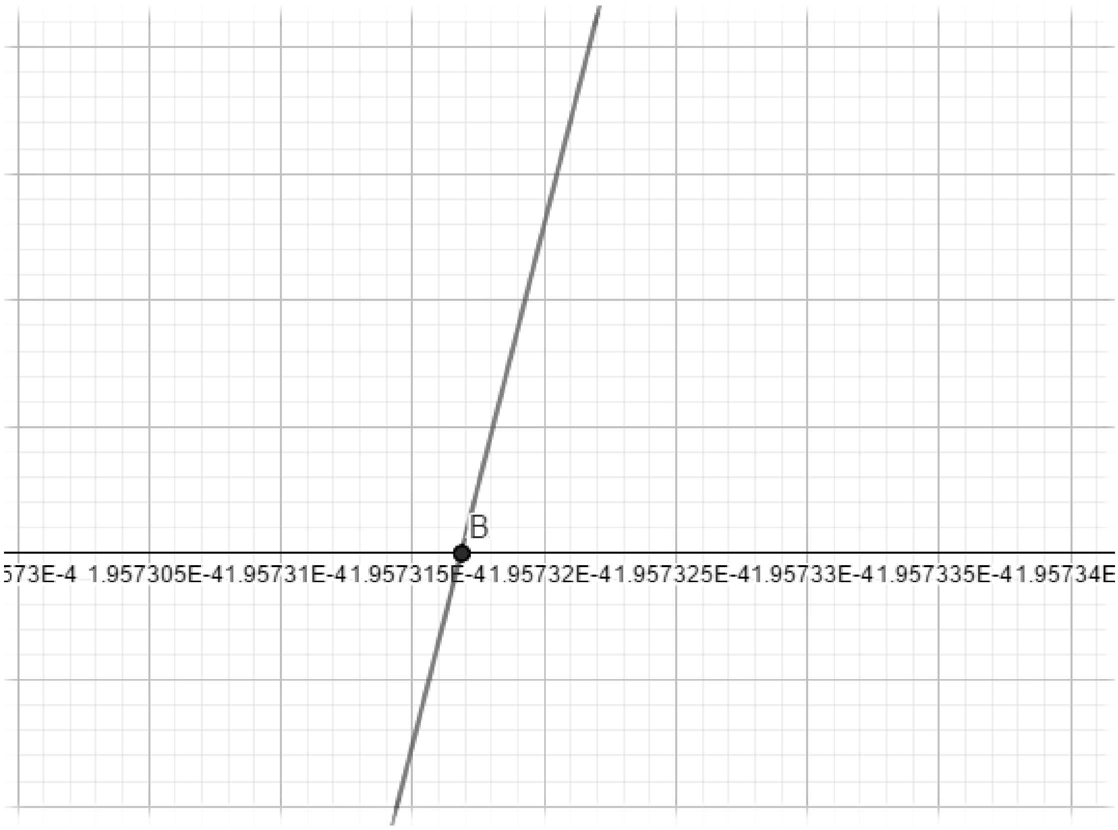

Рис.4. Графік рівняння $y = 1.4397166 l_p^3 \times 10^{13} - 2ln(l_p) - 125.036918$ (збільшено)

Бачимо що наближено $l_p = 1.957316 \times 10^{-4}$

l_n знаходимо з виразу $l_n = l_p \times \sqrt{\dfrac{N'_A}{N'_D}}$:

$$l_n = 1.957316 \times 10^{-4} \times \sqrt{\frac{1.3 \times 10^{18}}{4.7 \times 10^{16}}}$$

$$l_n = 10.293988 \times 10^{-4}$$

l_0 знаходимо за формулою$l_0 = l_n + l_p$:

$$l_0 = l_n + l_p = 10.293988 \times 10^{-4} + 1.957316 \times 10^{-4} = 12.251304 \times 10^{-4} \text{ см.}$$