МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Кафедра Електронної Інженерії

Інв. № ______

КУРСОВА РОБОТА

з дисципліни «Теорія біомедичних сигналів»

на тему: **«Аналіз дискретних сигналів та їх проходження через лінійні системи»**

№ частини	Бали	Підпис
1		
2		
3		
ЗАХИСТ		

Студента (ки) III курсу групи ДМ-81

напряму підготовки ________________

Шевчука Д.В.
(прізвище та ініціали)

Керівник:
доц. каф. ЕІ, доц., к.т.н. А.О. Попов

Національна оцінка ______________

Кількість балів: ______ Оцінка ECTS _____

Члени комісії ______________ доц., к.т.н., А.О. Попов
(підпис)

______________ ________________________________
(підпис) (вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Київ – 2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Кафедра Електронної Інженерії

ЗАВДАННЯ
на КР з дисципліни «Теорія біомедичних сигналів

студенту Шевчуку Давиду Вікторовичу.
ПІБ повністю

1. **Тема роботи**: «Аналіз дискретних сигналів та їх проходження через лінійні системи»
2. **Термін здачі** студентом закінченої роботи: «___» __________ ______ р.
3. **Дані до роботи:** дата народження «31» жовтня 2000 р.
4. **Перелік питань, які мають бути розроблені:** відповідно до аркушу завдання.
5. **Перелік графічного (ілюстративного) матеріалу:** графіки вхідних та вихідних сигналів, структурні схеми фільтрів.
7. **Дата видачі завдання:** «___» __________ ______ р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН-ГРАФІК
виконання КР (РГР)

№ з/п	Назва етапів роботи та питань, які мають бути розроблені відповідно до завдання	Термін виконання	Позначки керівника про виконання завдань
1	Перший розділ	до першої атестації	
2	Другий та третій розділи	до другої атестації	
3	Захист	до закінчення семестру	

Керівник роботи ______________ ______________
підпис ПІБ

Студент Шевчук Шевчук Д. В
підпис ПІБ

Завдання на роботу

Всі завдання робити вручну.

Для виконання роботи кожний студент на основі власної дати народження повинен сформувати числову послідовність вигляду:

$$D1, D2, M1, M2, P1, P2, P3, P4 .$$

де $D1, D2$ – цифри числа;

$M1, M2$ – цифри місяця;

$P1, P2, P3, P4_4$ – цифри року.

Для виконання завдань цього розділу необхідно сформувати сигнал вигляду:

$$x[n] = \left[(D1 + D2 + 5), -(M1 + M2 + 3), -(M2 + 2), (P4 + M1 + D1), (M1 + M2 + D2)\right].$$

Розділ 1
«Дослідження проходження сигналів через лінійні системи»

1. Навести вихідну послідовність системи осереднення зі зсувом при подачі на вхід сигналу x[n] для значень $N1 = \min\left(3, \ \left|M1 + D2 + 1\right|\right)$, $N2 = \min\left(4, \ \left|D1 + D2 + M2 + 1\right|\right)$, де $\min(A, B)$ – мінімальне з двох чисел. Розрахувати всі ненульові відліки вихідного сигналу.

2. Розглядаючи послідовність $h = \left[(D1 + D2), (M1 + M2), -P1, P4\right]$ як імпульсну характеристику стаціонарної дискретної системи, розрахувати вихідний сигнал при подачі на вхід сигналу *x[n]*.

3. Розглядаючи послідовності $h1 = \left[P4, (M2 + D2 + 1), \mathrm{M}1\right]$, $h2 = \left[P1, \mathrm{D}1, (D1 + D2)\right]$ як імпульсні характеристики двох стаціонарних дискретних систем, розрахувати вихідний сигнал при подачі на вхід сигналу x[n] при *паралельному* з'єднанні цих систем.

4. Розглядаючи послідовності $h1 = \left[P4, (M2 + D2 + 1), \mathrm{M}1\right]$, $h2 = \left[P1, \mathrm{D}1, (D1 + D2)\right]$ як імпульсні характеристики двох стаціонарних дискретних систем, розрахувати вихідний сигнал при подачі на вхід сигналу x[n] при *послідовному* з'єднанні цих систем.

Лінійна стаціонарна дискретна система описується різницевим рівнянням:

$$y[n] + (M1 + M2) \cdot y[n-1] - P1 \cdot y[n-2] + (D1 + D2) \cdot y[n-3] =$$
$$= (M2 + 1) \cdot x[n] - (M1 + 2) \cdot x[n-1] - M2 \cdot x[n-2] + (M1 + D2 + 1) \cdot x[n-3] + (P4 + 4) \cdot x[n-4]$$

Відомо, що вона знаходиться в стані спокою.

5. Записати математичний вираз характеристичної функції системи та комплексної частотної характеристики системи. З використаннями Python побудувати графік АЧХ системи, для випадку частоти дискретизації 1кГц. Визначити, в якому частотному діапазоні система підсилює сигнал.

6. З використанням різницевого рівняння розрахувати перші 4 відліки імпульсної характеристики системи.

7. З використанням *різницевого рівняння* розрахувати перші 5 відліків реакції системи на вхідний сигнал x[n], побудувати графік.

8. З використанням отриманої *імпульсної характеристики* розрахувати перші 5 відліків реакції системи на вхідний сигнал x[n].

9. Порівняти результати пп. 7 та 8, зробити висновки.

Розділ I

„Дослідження сигналів при проходжені через лінійні системи"

Дата народження: 31.10.2000

Отже маємо, що: $D_1 = 3$; $D_2 = 1$

$M_1 = 1$; $M_2 = 0$

$P_1 = 2$; $P_2 = 0$; $P_3 = 0$ $P_4 = 0$

$x[n] = [9; -4; -2; 4; 2]$

Завдання 1.

$N_1 = \min(3; 3)$

$N_2 = \min(4; 5)$

Для обчислення послідовності системи осереднення зі зсувом використаємо наступну формулу:

$$y[n] = \frac{1}{N_1+N_2+1} \cdot \sum_{k=-N_1}^{N_2} x[n-k];$$

Розпишемо дану формулу для нашого вхідного сигналу:

$$y[n] = \frac{1}{8}\left(x[n+3] + x[n+2] + x[n+1] + x[n] + x[n-1] + x[n-2] + x[n-3] + x[n-4]\right)$$

Застосувавши дану формулу для нашого сигналу $x[n]$ будемо вважати, що елементи яких немає у вхідному сигналі нульові (і не потребують запису).

$y[0] = 1/8(4-2-4+9) = 7/8;$

$y[1] = 1/8 \cdot (2+4-2-4+9) = 9/8;$

$y[2] = 1/8(2+4-2-4+9) = 9/8;$

$y[3] = 1/8(2+4-2-4+9) = 9/8;$

$y[4] = 1/8(2+4-2-4+9) = 9/8;$

$y[5] = 1/8(2+4-2-4) = 0;$

$y[6] = 1/8(2+4-2) = 1/2;$

$y[7] = 1/8(2+4) = 6/8 = 3/4;$

$y[8] = 1/8(2) = 1/4;$

Отримали наступний вихідний сигнал:

$y[n] = [7/8; 9/8; 9/8; 9/8; 9/8; 0; 1/2; 3/4; 1/4]$

Всі наступні елементи є нульовими.

Завдання 2.

Маємо: $h = [4; 1; -2; 0]; \quad N_1 = 4$

$x[n] = [9; -4; -2; 4; 2]; \quad N_2 = 5 \quad \Rightarrow L = N_1 + N_2 - 1 = 8$ відліків.

Скористаємося рівнянням згортки для розрахунку вихідного сигналу, який поданий у вигляді імпульсної характеристики:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{8} x[k]\, h[n-k].$$

Аналізуючи дану формулу повинні зауважити наступне:

- вхідний сигнал має лише 5 відліків (від 0 до 4) отже всі елементи з індексами поза даними є нульовими, а отже їх розгляд непотрібен
- Також тут можливі елементи з від'ємними порядковими номерами, які через їх відсутність у вхідних даних теж вважатимемо рівними нулю.

Отже беручи дані зауваження до уваги застосуємо їх до всіх подальших обрахунків у роботі, щоб не повторюватися.

$y[0] = \overset{9}{x[0]}\, \overset{4}{h[0]} = 4 \cdot 9 = 36$

$y[1] = \overset{9}{x[0]}\, h[1] + x[1]\, h[0] = -7$

$y[2] = \overset{9}{x[0]}\, h[2] + x[1]\, h[1] + x[2]\, h[0] = -18 - 4 - 8 = -30$

$y[3] = \overset{9}{x[0]}\, \overset{0}{h[3]} + x[1]\, h[2] + x[2]\, h[1] + x[3]\, h[0] = 8 - 2 + 16 = 22$

$y[4] = \overset{9}{x[1]}\, \overset{0}{h[3]} + x[2]\, h[2] + x[3]\, h[1] + x[4]\, h[0] = 4 + 4 + 8 = 16.$

$y[5] = \overset{-4}{x[2]}\, \overset{0}{h[3]} + x[3]\, h[2] + x[4]\, h[1] = -8 + 2 = -6.$

$y[6] = x[3]\, \overset{0}{h[3]} + x[4]\, h[2] = -4$

$y[7] = x[4]\, \overset{0}{h[3]} = 0$

Всі подальші елементи будуть нульовими, що означає, що система скінченна і являє собою наступну послідовність:

$$y[n] = [36; -7; -30; 22; 16; -6; -4; 0]$$

Завдання 3.

Як вхідні дані маємо: $h_1 = [0; 2; 1];$

$h_2 = [2; 3; 4];$

$x[n] = [9; -4; -2; 4; 2]; N_1 = 5$

Якщо дана система складається з паралельно з'єднаних систем, то можемо стверджувати, що на вхід кожної системи подається однаковий сигнал, а на виході ми маємо суму вихідних сигналів з кожної системи. Отже таку систему можна замінити еквівалентною, де імпульсна характеристика h[n] буде сумою імпульсних характеристик паралельно з'єднаних систем:

$$h[n] = h_1 + h_2 = [0+2; 3+2; 1+4] = [2; 5; 5]; N_2 = 3.$$

$$L = N_1 + N_2 - 1 = 7.$$

Використовуємо формулу згортки:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{7} x[k]\, h[n-k]$$

Розрахуємо відліки вихідного сигналу.

$y[0] = x[0]h[0] = 18$

$y[1] = x[0]h[1] + x[1]h[0] = 45 - 16 = 29$

$y[2] = x[0]h[2] + x[1]h[1] + x[2]h[0] = 45 - 20 - 4 = 21$

$y[3] = x[1]h[2] + x[2]h[1] + x[3]h[0] = -20 - 10 + 8 = -22$

$y[4] = x[2]h[2] + x[3]h[1] + x[4]h[0] = -10 + 20 + 8 = 18$

$y[5] = x[3]h[2] + x[4]h[1] = 20 + 10 = 30$

$y[6] = x[4]h[2] = 10$

Всі наступні відліки будуть нульові. Маємо наступну вихідну систему.

$$y[n] = [18; 29; 21; -22; 18; 30; 10]$$

Завдання 4

На вхідні дані маємо тіж дані, що у завд. 3:

$h_1 = [0; 2; 1]$; $h_2 = [2; 3; 4]$

$N_1 = 3$ $N_2 = 3$ $\Rightarrow L = 3+3-1 = 5$ відліків.

При послідовному з'єднанні систем еквівалентна система буде мати імпульсну характеристику, яка розраховується як згортка імпульсних характеристик послідовно з'єднаних систем. Рівняння згортки має наступн. вигляд:

$$h[n] = \sum_{k=0}^{L} h_1[k] h_2[n-k]$$

Розрахуємо $h[n]$:

$h[0] = h_1[0] h_2[0] = 0.$

$h[1] = h_1[0] h_2[1] + h_1[1] h_2[0] = 4$

$h[2] = h_1[0] h_2[2] + h_1[1] h_2[1] + h_1[2] h_2[0] = 6+2 = 8$

$h[3] = h_1[1] h_2[2] + h_1[2] \cdot h_2[1] = 8+3 = 11$

$h[4] = h_2[2] h_2[2] = 4.$

Маємо: $h[n] = [0; 4; 8; 11; 4]$. $N_1 = 5$

$x[n] = [9; -4; -2; 4; 2]$ $N_2 = 5$ $L = 5+5-1 = 9$ відліків

Тепер, маючи імпульсну характеристику еквівалентної системи, можемо за рівн. згортки розрах. вих. сиг.

$$y[n] = \sum_{k=0}^{L} [k] x[n-k].$$

$y[0] = h[0] x[0] = 0$

$y[1] = h[0] x[1] + h[1] x[0] = 36$

$y[2] = h[0] x[2] + h[1] x[1] + h[2] x[0] = -16+72 = 56$

$y[3] = h[0] x[3] + h[1] x[2] + h[2] x[1] + h[3] x[0] = -8-32+99 = 59$

$y[4] = h[0] x[4] + h[1] x[3] + h[2] x[2] + h[3] x[1] + h[4] x[0] = 16-16-44+36 = -8$

$y[5] = h[1] x[4] + h[2] x[3] + h[3] x[2] + h[4] x[1] = 8+32-22-16 = 2.$

$y[6] = h[2] x[4] + h[3] x[3] + h[4] x[2] = 16+44-8 = 52$

$y[7] = h[3] x[4] + h[4] x[3] = 22+16 = 38$

$y[8] = h[4] x[4] = 8.$

Маємо: $y[n] = [0; 36; 56; 59; -8; 2; 52; 38; 8]$.

Всі наступні елементи рівні нулю.

Лінійна стаціонарна система описується наступним різницевим рівнянням (РР):

$$y[n] + y[n-1] - 2y[n-2] + 4y[n-3] =$$
$$= x[n] - 3x[n-1] - 0\cdot x[n-2] + 3x[n-3] + 4x[n-4].$$

Завдання 5.

З РР випишемо набори коефіцієнтів ak та bm:

$$a_k = [1; 1; -2; 4];$$
$$b_m = [1; -3; 0; 3; 4];$$

Зв'язок між характеристичною функцією та РР:

$$H(z) = \frac{\sum\limits_{m=0}^{M-1} b_m z^{-m}}{\sum\limits_{k=0}^{N-1} a_k z^{-m}}$$

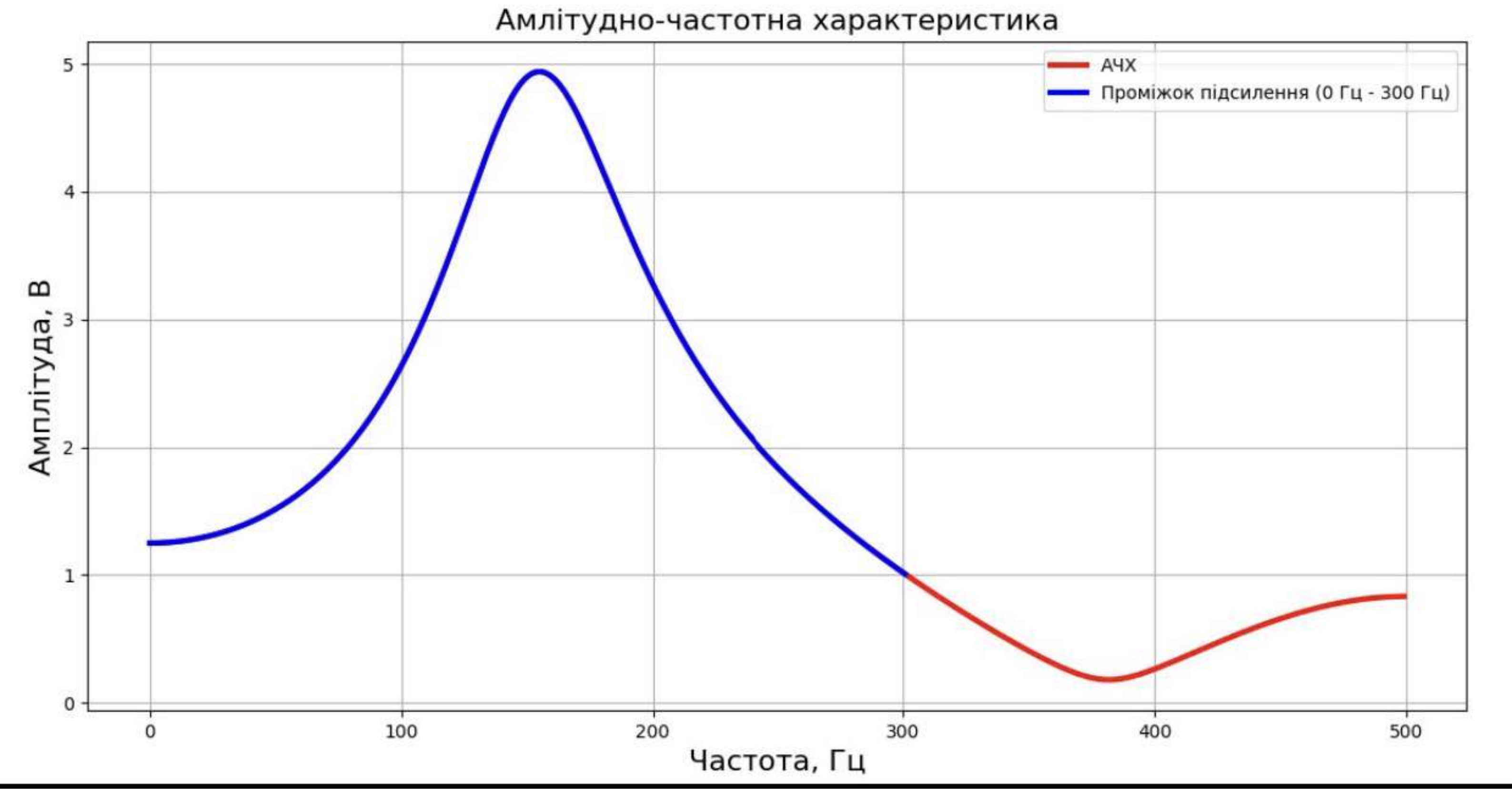
Підставимо значення bm та ak:

$$H(z) = \frac{1z^0 + (-3)z^{-1} + 3z^{-3} + 4z^{-4}}{1\cdot z^0 + z^{-1} + (-2)z^{-2} + 4z^{-3}}$$

Для отримання комплексної частоти скористаємося прямим перетворенням $z = e^{-j\omega k}$, тоді:

$$H(j\omega) = \frac{1 + (-3)e^{-j\omega} + 3e^{-3j\omega} + 4e^{-4j\omega}}{1 + e^{-j\omega} - 2e^{-2j\omega} + 4e^{-3j\omega}}$$

Побудуємо графік АЧХ з частотою дискретизації 1кГц.


Амлітудно-частотна характеристика
АЧХ
Проміжок підсилення (0 Гц - 300 Гц)
Амплітуда, В
Частота, Гц
0
1
2
3
4
5
0
100
200
300
400
500

Завдання 6.

Запишемо РР з пункту 5. у формі ітераційного рівняння.

$$y[n] = x[n] - 3x[n-1] + 3x[n-3] + 4x[n-4] -$$
$$- y[n-1] + 2y[n-2] - 4y[n-3].$$

Перепишемо рівняння $x[n] \to \delta[n]$ та $y[n] \to h[n]$:

$$h[n] = \delta[n] - 3\delta[n-1] + 3\delta[n-3] + 4\delta[n-4] - h[n-1] + 2h[n-2] - 4h[n-3];$$

Щоб реакція системи була імпульсною характеристикою системи потрібно, щоб система була у стані спокою.

$$h[0] = \delta[0] = 1$$
$$h[1] = -3\delta[0] - h[0] = -4$$
$$h[2] = -h[1] + 2h[0] = 6.$$
$$h[3] = 3\delta[0] - h[2] + 2h[1] - 4h[0] = -15.$$
$$h[4] = 4\delta[0] - h[3] + 2h[2] - 4h[1] = 4 + 15 + 12 + 16 = 47.$$

Тобто ІХ буде безкінечною, але нам потрібні лише перші 4 відліка.

$$h[n] = [1; -4; 6; -15]$$

Завдання 7.

Запишемо РР у формі ітераційного рівняння:

$$y[n] = x[n] - 3x[n-1] + 3x[n-3] + 4x[n-4] - y[n-1] + 2y[n-2] - 4y[n-3].$$

Вхідний сигнал:

$$x[n] = [9; -4; -2; 4; 2];$$

Враховуючи зауваження у завданні 2 та те, що система знаход у стані спокою, маємо:

$$y[0] = x[0] = 9$$

$$y[1] = \overset{-4}{x[1]} - \overset{-27}{3x[0]} - \overset{-9}{y[0]} = -40$$

$$y[2] = \overset{-2}{x[2]} - \overset{12}{3x[1]} - \overset{40}{y[1]} + \overset{18}{2y[0]} = 68$$

$$y[3] = \overset{4}{x[3]} - \overset{6}{3x[2]} + \overset{27}{3x[0]} - \overset{-68}{y[2]} + \overset{-80}{2y[1]} - \overset{-36}{4y[0]} = -147$$

$$y[4] = \overset{2}{x[4]} - \overset{-12}{3x[3]} + \overset{-12}{3x[1]} + \overset{36}{4x[0]} - \overset{147}{y[3]} + \overset{136}{2y[2]} - \overset{160}{4y[1]} = 457$$

Цей сигнал є безкінечним, але за умовою ми обмежимося першими п'ятьма відліками.

Вихідний сигнал: $y[n] = [9; -40; 68; -147; 457]$

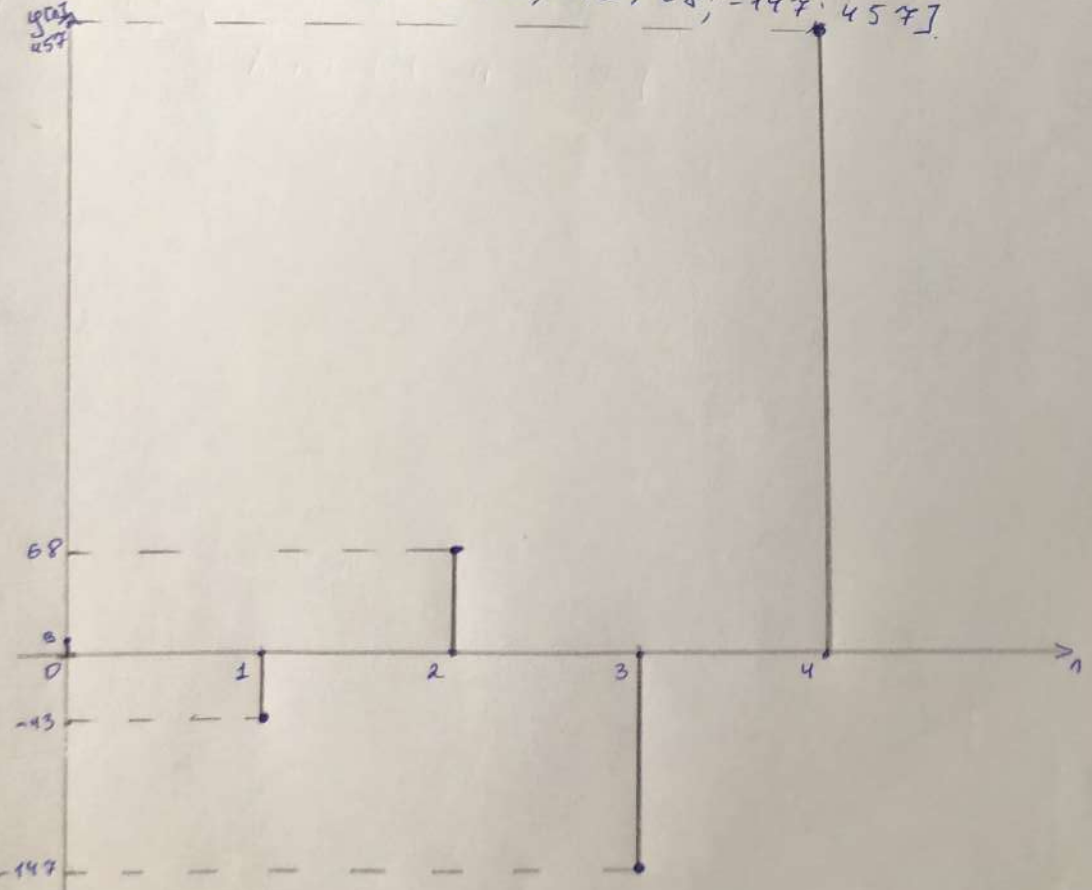


Рис 2 Графік вихідного сигналу y[n].

Завдання 8.

На вході маємо: $x[n]=[9; -4; -2; 4; 2]$

З завд. 6 маємо ІХ: $h[n]=[1; -4; 6; -15]$

За рівнянням згортки знайдемо реакцію системи.

$$y[n]=\sum_{k=0}^{5} x[k]\, h[n-k]$$

де $L=5$, за умовою завдання

$y[0]=x[0]\,h[0]=9$

$y[1]=x[0]\,h[1]+x[1]\,h[0]=-36-4=40$

$y[2]=x[0]\,h[2]+x[1]\,h[1]+x[2]\,h[0]=54+16-2=68$

$y[3]=x[0]\,h[3]+x[1]\,h[2]+x[2]\,h[1]+x[4]\,h[0]=-135-24+8+4=-147$

$y[4]=x[1]\,h[3]+x[2]\,h[2]+x[3]\,h[1]+x[4]\,h[0]=60-12-16+4=36$

Отримали на виході сигнал $y[n]$:

$$y[n]=[9; 40; 68; -147; 36]$$

Завдання 9

Маємо наступні вихідні сигнали для завдань 7 та 8.

$y_7[n] = [9; -40; 68; -147; 457]$

$y_8[n] = [9; -40; 68; -147; 36]$

Бачимо, що збігаються лише перші чотири відліки.

Це обумовлено тим, що у 8 завданні ми користувалися ІХ з завдання 6, яку ми штучно обмежили лише 4 відліками. Якщо не обмежувати $h[n]$ та взяти 5 відлік і порахувати завдання 8 вже з ним, то отримаємо:

$$y^*[4] = x[0]h[4] + x[1]h[3] + x[2]h[2] + x[3]h[1] + x[4]h[0] =$$
$$= 423 + 60 - 12 - 16 + 2 = 457.$$

Це значення збігається з відповідним значенням у завданні 7.

Отже можна зробити висновок, що правильність обрахунку вихідного сигналу напряму залежить від кількості відліків обрахованих для ІХ, а обрахунок прямо з РР завжди даватиме істинне значення.