

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМ. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ФАКУЛЬТЕТ ЕЛЕКТРОНІКИ
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОННОЇ ІНЖЕНЕРІЇ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА - 2

З курсу «Теорія поля»

На тему: «Хвилі у довгих лініях»

Виконав
студент 2 курсу
групи ДМ-82
Іващук Віталій Олександрович
Варіант № 07

Перевірив
проф. каф. ЕІ
Москалюк В.О

Київ 2020

Завдання № 2.

1. Для коаксіального кабеля з діелектричним заповненням, діаметрами провідників D і d , довжиною l , збудженого на частоті f , навантаженого на опір Z , розрахувати КСХ, коефіцієнт відбивання і вхідний опір. Побудувати графіки розподілу амплітуд струму і напруги вздовж кабеля.

2. Розрахувати місце підключення та величину реактивності (наприклад, довжину шлейфа), необхідної для узгодження лінії з даним навантаженням.

Мета завдання:

Засвоїти розрахунки найпростіших параметрів для довгих ліній та засвоєння принципу узгодження навантаження.

Данні згідно варіанта:

$$\varepsilon = 2(\text{фторопласт})$$

$$f = 2, \text{ ГГц}$$

$$d = 1,54 \text{ мм}$$

$$D = 4,6 \text{ мм}$$

$$l = 30 \text{ см}$$

$$Z_H = 25 - 25i \text{ Ом}$$

Звіт

Схематично зобразимо вигляд коаксіального кабеля на рис. 1

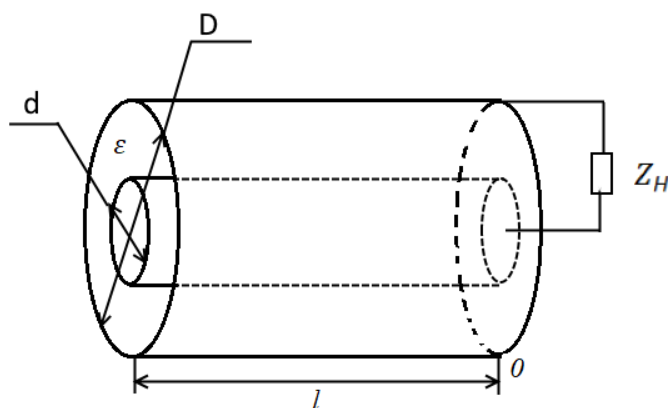


Рисунок 1. Схематичне зображення коаксіального кабеля з навантаженням.

Для складання основних рівнянь, що описують динаміку зміни струму і напруги вздовж лінії, розглянемо диференціальний відрізок довжиною dx з

відомими погонними параметрами. Для такого відрізка цілком придатна модель із зосередженими параметрами (рис. 2)

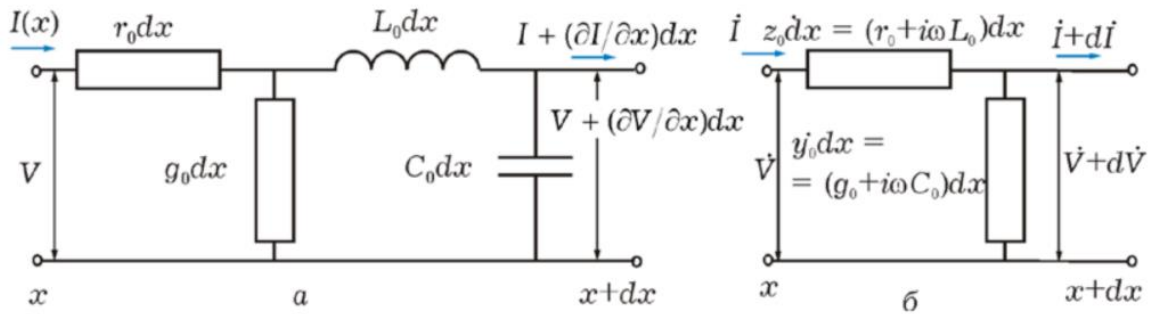


Рисунок 2. Схемна модель диференціальної ділянки довгої лінії може бути представлена через зосереджені параметри у дійсній (а) та комплексній формі (б).

Для початку всіх розрахунків доведемо, що лінія є довгою використовуючи наступні формули:

$$k = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\varepsilon\mu}$$

Підставивши значення отримаємо:

$$k = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^9 \Gamma_{\text{ц}} \cdot \sqrt{2 \cdot 1}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}} \approx 59 \frac{1}{\text{м}}$$

Знайдемо довжину хвилі з формули:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14}{59} \approx 0,11 \text{ м}$$

Як бачимо довжина хвилі співмірна з довжиною провідника, тому використовуємо звільовий підхід. Користуємось виразами для комплексних амплітуд струму і напруги в довгих лініях і враховуємо те, що початок відліку лежить в точці підключення навантаження. Маємо рівняння:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{V}^+ e^{ikx} + \dot{V}^- e^{-ikx} \\ \dot{I}(x) &= \frac{\dot{V}^+ e^{ikx} + \dot{V}^- e^{-ikx}}{\dot{Z}_0} \end{aligned}$$

Оскільки $\dot{\rho} = \frac{\dot{V}^+}{\dot{V}^-}$ і $\dot{V}(0) = \dot{V}_H$ $\dot{I}(0) = \dot{I}_H$ $\dot{Z}_H = \frac{\dot{V}_H}{\dot{I}_H}$ то:

$$\dot{Z}_H = \frac{\dot{V}_H}{\dot{I}_H} = \frac{\dot{V}^+ + \dot{V}^-}{\dot{V}^+ - \dot{V}^-} \cdot \dot{Z}_0 = \dot{Z}_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{\dot{V}^+}{\dot{V}^-}\right) \cdot \dot{V}^+}{\left(1 - \frac{\dot{V}^+}{\dot{V}^-}\right) \cdot \dot{V}^+} = \dot{Z}_0 \cdot \frac{1 + \dot{\rho}}{1 - \dot{\rho}}$$

Виразимо звідси коефіцієнт відбивання :

$$\dot{\rho} = \frac{\dot{Z}_H - \dot{Z}_0}{\dot{Z}_H + \dot{Z}_0}$$

$$\dot{Z}_0 = \frac{\dot{V}^+}{\dot{I}^+} = \frac{\dot{V}^-}{\dot{I}^-} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{4\pi^2\varepsilon\varepsilon_0} \ln^2 \frac{D}{d}} = \frac{\ln \frac{D}{d}}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

Підставивши значення отримаємо :

$$\dot{Z}_0 = \frac{\ln \frac{4,6}{1,54}}{2 \cdot 3,14} \cdot 377,11 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = 46,44 \text{ Ом}$$

Звідси:

$$\dot{\rho} = \frac{\dot{Z}_H - \dot{Z}_0}{\dot{Z}_H + \dot{Z}_0} = \frac{25 - 25i - 46,44}{25 - 25i + 46,44} = -0,1582 - 0,4053i$$

$$|\dot{\rho}| = 0,435$$

Тепер знайдемо КСХ за формулою:

$$\text{КСХ} = \frac{|\dot{V}|_{\max}}{|\dot{V}|_{\min}} = \frac{1 + |\dot{\rho}|}{1 - |\dot{\rho}|} = \frac{1 + 0,435}{1 - 0,435} = 2,539$$

Знайдемо величину вхідного опору за формулою:

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = \dot{Z}(x=l) = Z_0 \frac{\dot{Z}_H + iZ_0 \operatorname{tg}(kx)}{Z_0 + i\dot{Z}_H \operatorname{tg}(kx)}$$

Підставивши значення отримаємо:

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = 46,44 \cdot \frac{25 - 25i + i \cdot 46,44 \operatorname{tg}(59 \cdot 0,3)}{46,44 + i \cdot (25 - 25i) \operatorname{tg}(59 \cdot 0,3)} = \frac{1161 - 5970i}{-9,31 - 55,77i} = 100,76 + 37,63i$$

Наступним знайдемо розподіл нормованих амплітуд струму і напруги у довній лінії:

$$\dot{V}_m(x) = V_m^+ \cdot |1 + |\dot{\rho}| e^{-i(2kx - \varphi_0)}| \Rightarrow \frac{\dot{V}_m(x)}{V_m^+} = |1 + |\dot{\rho}| e^{-i(2kx - \varphi_0)}|$$

$$\dot{I}_m(x) = I_m^+ \cdot |1 + |\dot{\rho}|e^{-i(2kx-\varphi_0)}| \Rightarrow \frac{\dot{I}_m(x)}{I_m^+} = |1 - |\dot{\rho}|e^{-i(2kx-\varphi_0)}|$$

де $\varphi_0 : \dot{\rho} = |\dot{\rho}| \cdot e^{j\varphi_0}$

Оскільки $\dot{\rho} = 0,435e^{1.198}$, то $\varphi_0 = 1.198$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}_m(x)}{V_m^+} &= |1 + |\dot{\rho}|e^{-i(2kx-\varphi_0)}| = |1 + |\dot{\rho}| \cos(2kx - \varphi_0) + i|\dot{\rho}| \sin(2kx - \varphi_0)| = \\ &= \sqrt{(1 + |\dot{\rho}| \cos(2kx - \varphi_0))^2 + (|\dot{\rho}| \sin(2kx - \varphi_0))^2} = \\ &= \sqrt{1 + 2|\dot{\rho}| \cos(2kx - \varphi_0) + |\dot{\rho}|^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{I}_m(x)}{I_m^+} &= \sqrt{(1 - |\dot{\rho}| \cos(2kx - \varphi_0))^2 + (|\dot{\rho}| \sin(2kx - \varphi_0))^2} = \\ &= \sqrt{1 - 2|\dot{\rho}| \cos(2kx - \varphi_0) + |\dot{\rho}|^2} \end{aligned}$$

Підставивши значення отримаємо вирази:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}_m(x)}{V_m^+} &= \sqrt{1,189 + 0,87 \cos(2kx - \varphi_0)} \\ \frac{\dot{I}_m(x)}{I_m^+} &= \sqrt{1,189 - 0,87 \cos(2kx - \varphi_0)} \end{aligned}$$

Зобразимо їх графіки і запишемо результати розрахунків:

$$КСХ = 2,539; \dot{\rho} = 0,1582 - 0,4053i; \dot{Z}_{\text{вх}} = 100,76 + 37,63i$$

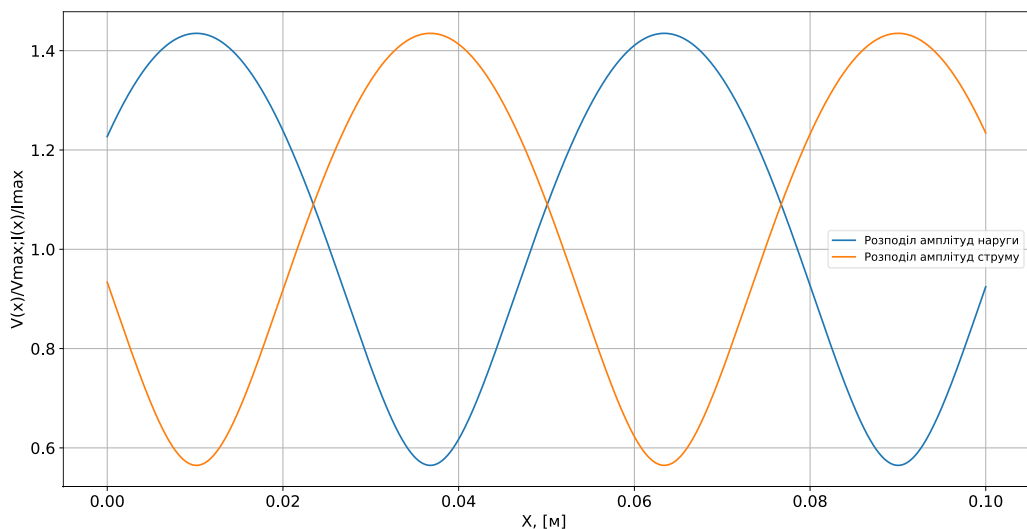


Рисунок 3. Графіки розподілу амплітуд струму і напруги вздовж кабелю.

Знайдемо величину і місце підключення шлейфу, для цього використовуємо режим змішаних хвиль. Для початку запишемо формулу за якою змінюється опір уздовж лінії:

$$\dot{Z}(x) = Z_0 \frac{\dot{Z}_H + iZ_0 \operatorname{tg}(kx)}{Z_0 + i\dot{Z}_H \operatorname{tg}(kx)}$$

Нам необхідно знайти таку точку в якій опір має активну складову рівну хвильовому :

$$Z(x^*) = Z_0 \pm iX(x^*)$$

Її можна знайти розв'язуючи рівняння:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \frac{\dot{Z}_H + iZ_0 \operatorname{tg}(kx^*)}{Z_0 + i\dot{Z}_H \operatorname{tg}(kx^*)} &= 1 \\ \operatorname{Re} \left(\frac{25 - 25i + i \cdot 46,44 \operatorname{tg}(59x)}{46,44 + i(25 - 25i) \operatorname{tg}(59x)} \right) &= 1 \\ \frac{25 - 25i + i \cdot 46,44 \operatorname{tg}(59x)}{46,44 + i(25 - 25i) \operatorname{tg}(59x)} &= \\ = \frac{(25 - 25i + i \cdot 46,44 \operatorname{tg}(59x)) \cdot (46,44 + 25 \operatorname{tg}(59x) - i25 \operatorname{tg}(59x))}{(46,44 + 25 \operatorname{tg}(59x) + i25 \operatorname{tg}(59x)) \cdot (46,44 + 25 \operatorname{tg}(59x) - i25 \operatorname{tg}(59x))} &= \\ = \frac{46,44 \cdot 25 + 25 \cdot 25 \operatorname{tg}(59x) + 25 \cdot 25 \operatorname{tg}(59x) + 46,44 \cdot 25 \operatorname{tg}^2(59x)}{(46,44 + 25 \operatorname{tg}(59x))^2 - (25i \operatorname{tg}(59x))^2} + &+ \\ + \frac{-25 \cdot 25i \cdot \operatorname{tg}(59x) - 25 \cdot 46,44 \cdot i - 25 \cdot 25 \cdot \operatorname{tg}(59x) \cdot i + 46,44 \cdot 46,44 \cdot \operatorname{tg}(59x) \cdot i + 46,44 \cdot 25 \operatorname{tg}^2(59x) \cdot i}{(46,44 + 25 \operatorname{tg}(59x))^2 - (25i \operatorname{tg}(59x))^2} & \end{aligned}$$

Взявши звідси реальну частину розв'яжемо рівняння:

$$\frac{46,44 \cdot 25 + 25 \cdot 25 \operatorname{tg}(59x) + 25 \cdot 25 \operatorname{tg}(59x) + 46,44 \cdot 25 \operatorname{tg}^2(59x)}{(46,44 + 25 \operatorname{tg}(59x))^2 + 625 \operatorname{tg}^2(59x)} = 1$$

$$\begin{aligned} 1161 + 625 \operatorname{tg}(59x) + 625 \operatorname{tg}(59x) + 1161 \operatorname{tg}^2(59x) &= \\ = 2156,6736 + 2322 \operatorname{tg}(59x) + 625 \operatorname{tg}^2(59x) + 625 \operatorname{tg}^2(59x) & \end{aligned}$$

$$-89 \operatorname{tg}^2(59x) - 1072 \operatorname{tg}(59x) - 995,9736 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{1072^2 - 4 \cdot (-89) \cdot (-995,9736)} = 891,4132$$

$$\operatorname{tg}_1(59x) = \frac{1072 + 891,4132}{-178} = -11,4819$$

$$\operatorname{tg}_2(59x) = \frac{1072 - 891,4132}{-178} = -1,0145$$

$$59x = \operatorname{arctg}(-11,4819) + \pi k$$

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{\arctg(-11,4819)}{59} = \frac{-1,4839}{59} < 0 \\
x_2 &= \frac{\arctg(-11,4819) + \pi}{59} = \frac{1,6576}{59} = 0.028 \\
x_3 &= \frac{\arctg(-1,0145)}{59} = \frac{-0,7925}{59} < 0 \\
x_4 &= \frac{\arctg(-1,0145) + \pi}{59} = \frac{1,6576}{59} = 0,03981 > 0.028 \\
x^* &= 0.028
\end{aligned}$$

Ми знайшли точку в якій необхідно підключити шлейф, це точка з координатою $x^* = 0.028$. Далі розрахуємо величину реактивності за формулою:

$$X(x^*) = -i \operatorname{Im}(\dot{Z}(x^*))$$

Тепер розрахуємо величину реактивності:

$$-i \cdot \operatorname{Im} \dot{Z}(x^*) = \frac{-25 \cdot 25 \operatorname{tg}(59x) - 25 \cdot 46,44 - 25 \cdot 25 \cdot \operatorname{tg}(59x) + 46,44 \cdot 46,44 \cdot \operatorname{tg}(59x) + 46,44 \cdot 25 \operatorname{tg}^2(59x)}{2156,6736 + 2322 \operatorname{tg}(59x) + 625 \operatorname{tg}^2(59x) + 625 \operatorname{tg}^2(59x)}$$

Підставивши замість x величину x^* отримаємо:

$$X(x^*) = \frac{162991,875}{162122,866} \cdot 46,44 \cdot (-i) = -i \cdot 46,6889$$

Оскільки $X(x^*) < 0$ то реактивний опір має ємнісний характер. І розрахуємо цю ємність шлейфу з формули:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{i\omega C} &= X(x^*) \\
\frac{1}{2\pi f C} &= 46,6889 \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f \cdot 46,6889} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^9 \cdot 46,6889} = \\
&= 1,7 \cdot 10^{-12} \text{Ф}
\end{aligned}$$

Тепер знайдемо довжину самого шлейфа за формулою:

$$\begin{aligned}
C &= C_0 \cdot l_{\text{ш}} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot l_{\text{ш}} \Rightarrow l_{\text{ш}} = \frac{C \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \\
l_{\text{ш}} &= \frac{1,7 \cdot 10^{-12} \cdot \ln\left(\frac{4,6}{1,54}\right)}{2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 0.01672
\end{aligned}$$

Також реактивний опір і положення шлейфу можна знайти графічно, побудувавши функції $\operatorname{Re} Z(x)$ та $\operatorname{Im} Z(x)$. І графічно знаходимо

точку x^* в якій $\operatorname{Re} Z(x) = Z_0$ а з другого графіку знаходимо значення реактивного опору $X(x^*)$ у цій же просторовій точці.

Зобразимо ці дії на графіку:

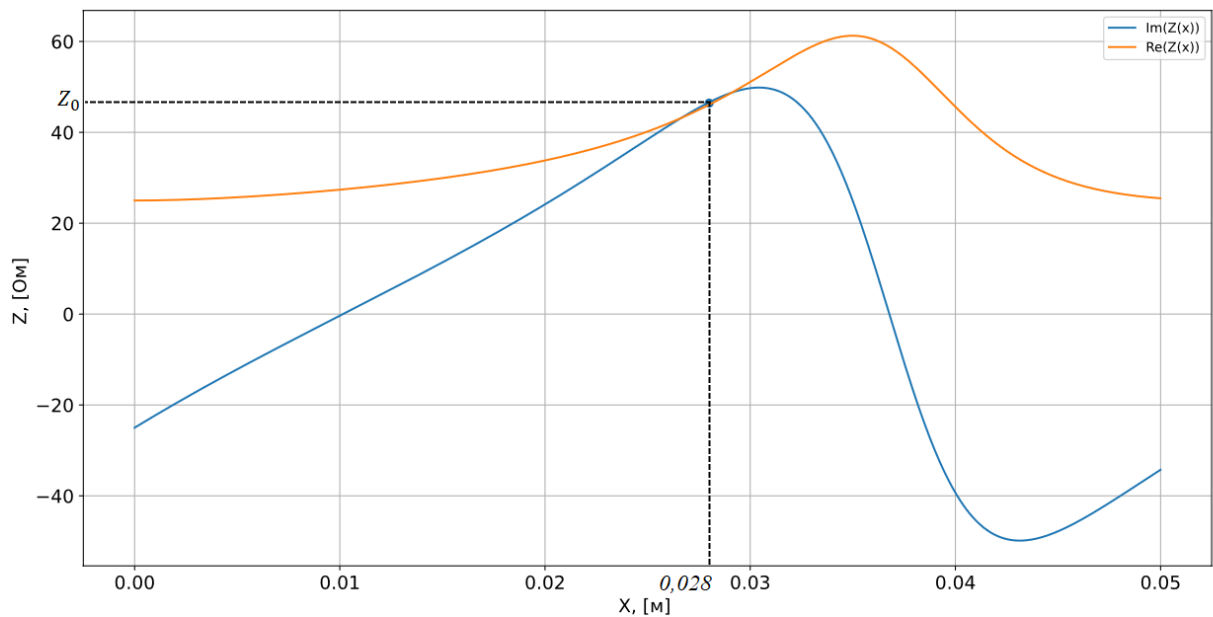


Рисунок 4. Графічне визначення x^* та $X(x^*)$.

Як видно на рис. 4 ми отримали однакові значення з практичними розрахунками.

ВИСНОВКИ

В цій частині розрахункової роботи ми визначали параметри хвиль у довгих лініях. А саме знайшли хвильовий опір лінії, який показує зв'язок між амплітудами струму й напруги для хвиль однакового напрямку. Також при розрахунках ми знехтували згасанням в лінії вважаючи що лінія у нас без втрат для спрощення розрахунків. Також був розрахований комплексний коефіцієнт відбивання, який включає в себе відношення амплітуд падаючої та відбитої хвиль і фазу відбивання. Виходячи з формул для розрахунку комплексного коефіцієнта відбивання видно, що він повністю визначається опором навантаження. Також визначили коефіцієнт стоячої хвилі, який дорівнює відношенню максимальної і мінімальної амплітуд і пов'язаний з коефіцієнтом відбивання.

В другій частині розрахункової роботи розраховували місце підключення та величину реактивності, необхідної для узгодження лінії з даним навантаженням. Для цього ми розглянули узгоджуючі пристрої, які створюють відбиту хвилю, рівну за амплітудою і протилежною за фазою відносно хвилі,

відбитої від навантаження. При підключені такого пристрою між навантаженням і узгоджуючим елементом буде режим стоячих хвиль.