

Національний технічний університет України  
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"  
Факультет Електроніки  
Кафедра мікроелектроніки

ЗВІТ  
Про виконання розрахункової роботи №2  
з дисципліни: «Теорія поля»

Виконавець:  
Студент 3-го курсу

\_\_\_\_\_

(підпис)

А. С. Мнацаканов

Перевірила:

\_\_\_\_\_

(підпис)

Т. А. Саурова

## ЗАВДАННЯ

1. Для коаксіального кабеля з діелектричним заповненням, діаметрами провідників  $D$  і  $d$ , довжиною  $l$ , збудженого на частоті  $f$ , навантаженого на опір  $Z_H$ , розрахувати КСХ, коефіцієнт відбивання і вхідний опір. Побудувати графіки розподілу амплітуд струму і напруги вздовж кабеля.

2. Розрахувати місце підключення та величину реактивності (наприклад, довжину шлейфа), необхідної для узгодження лінії з даним навантаженням.

вар. №	4
$\varepsilon$ (поліетилен)	2.2
$f$ , ГГц	1
$D$ , мм	7.3
$d$ , мм	1.2
$l$ , см	100
$Z_H$ , Ом	50-i50

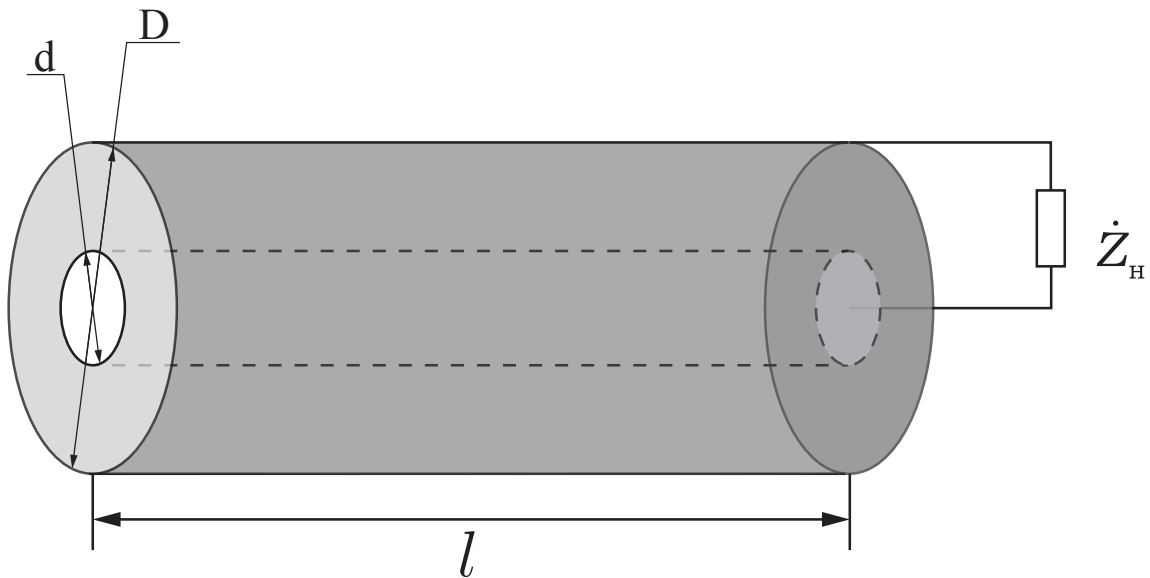


Рис. 1: Схематичне зображення коаксіального кабеля.

## РОЗРАХУНКИ

Оскільки, на низьких частотах немає особливих проблем об'єднання електронних компонентів у кола за допомогою звичайних провідників, але на високих частотах, коли довжина провідників стає співмірною з довжиною хвилі сигналу, через скінченність часу розповсюдження електромагнітного збудження потенціал у різних точках вздовж провідника буде різним. За цих умов стають невірними закони Ома та Кірхгофа, на яких заснована теорія кіл, і точний аналіз процесів тут можливий тільки на основі теорії поля. Тому припускаємо що погонна провідність та погонний опір є незначним ( $r_0 \ll \omega L_0$ ,  $g_0 \ll \omega C_0$ ) і ми маємо справу з лінією без втрат.

Спочатку знайдемо всі параметри які потрібні для розрахунку значення хвильового опору:

$$\dot{Z}_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}, \quad (1)$$

де  $L_0$  – погонна індуктивність та  $C_0$  – погонна ємність.

$$L_0 = \frac{\mu\mu_0 \cdot \ln \frac{D}{d}}{2\pi}, \quad (2)$$

де  $D$  та  $d$  – зовнішній та внутрішній діаметр відповідно;  $\mu$  – магнітна проникність середовища;  $\mu_0$  – магнітна стала.

$$C_0 = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln \cdot \frac{D}{d}}, \quad (3)$$

де  $\epsilon_0$  – діелектрична стала;  $\epsilon$  – діелектрична проникність середовища.

Підставляючи отримаємо:

$$\dot{Z}_0 = \sqrt{\frac{\frac{\mu\mu_0 \cdot \ln \frac{D}{d}}{2\pi}}{\frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln \cdot \frac{D}{d}}}} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0 \cdot \ln \frac{D}{d}}{2\pi} \cdot \frac{\ln \cdot \frac{D}{d}}{2\pi\epsilon\epsilon_0}} = \frac{\ln \frac{D}{d}}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}}, \quad (4)$$

оскільки поліетилен є діелектриком, то  $\mu = 1$  та знаючи що  $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$ , тоді

$$\dot{Z}_0 = \frac{\ln \frac{D}{d}}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{\epsilon}} \cdot 120\pi = 73.0382 \approx 73 \text{ Ом} \quad (5)$$

Як я вже казав ми припускаємо що  $r_0 = 0, g_0 = 0$ , тобто маємо ідеальний діелектрик і лінію без втрат, тому можна вивести формулу для розрахунку хвильового числа (характеризує зміну фази хвилі на одиницю довжини):

$$V_\Phi = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \Rightarrow k = \omega \sqrt{L_0 C_0}, \quad (6)$$

де  $\omega = 2\pi f$  – кругова частота часових коливань, що показує зміну фази за одиницю часу.

$$k = 2\pi f \cdot \sqrt{\frac{\mu\mu_0 \cdot \ln \frac{D}{d}}{2\pi} \cdot \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln \cdot \frac{D}{d}}} = \mu 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon} \quad (7)$$

$$k = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon}}{c} = 31 \text{ м}^{-1}, \text{ врахувавши що } \mu = 1 \text{ та } \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{1}{c} \quad (8)$$

Доведемо що наша лінія дійсно є довгою

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3.14}{31} = 0.2 \text{ м} \Rightarrow \lambda < l$$

Наступним кроком розрахуємо коефіцієнт відбивання  $\dot{\rho}^1$ :

$$\dot{\rho} = \frac{\dot{Z}_H - \dot{Z}_0}{\dot{Z}_H + \dot{Z}_0} = \frac{50 - i50 - 73}{50 - i50 + 73} = \frac{-23 - i50}{123 - i50} = \frac{55 \cdot e^{i \arctg\left(\frac{50}{23}\right)}}{132.7 \cdot e^{i \arctg\left(-\frac{50}{123}\right)}} = 0.41 \cdot e^{i \arctg(77)} = 0.41 \cdot e^{i \cdot 1.5} \quad (9)$$

$$K_{\text{СХ}} = \frac{1 + |\dot{\rho}|}{1 - |\dot{\rho}|} = \frac{1 + |0.41|}{1 - |0.41|} = 2.38 \quad (10)$$

Для розрахунків розподілу амплітуд струму та напруги вздовж кабеля, використаємо нормування:

$$V_m(x) = V_m^+ |1 + |\dot{\rho}| \cdot e^{-i(2kx - \varphi_0)}| \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{V_m(x)}{V_m^+} &= |1 + |\dot{\rho}| \cdot e^{-i(2kx - \varphi_0)}| = |1 + |\dot{\rho}| \cdot \cos(2kx - \varphi_0) - |\dot{\rho}| \cdot i \cdot \sin(2kx - \varphi_0)| = \\ &= \sqrt{(1 + 0.41 \cdot \cos(62x - 1.5))^2 - (0.41 \cdot i \cdot \sin(62x - 1.5))^2} = \\ &= \sqrt{1 + 0.82 \cdot \cos(62x - 1.5) + 0.1681} \end{aligned}$$

$$^1 \dot{\rho} = |\dot{\rho}| \cdot e^{i\varphi_0} \Rightarrow \varphi_0 = 1.5$$

$$I_m(x) = I_m^+ |1 - |\dot{\rho}| \cdot e^{-i(2kx - \varphi_0)}| \quad (12)$$

$$I_m(x) = I_m^+ |1 + |\dot{\rho}| \cdot e^{-i(2kx - \varphi_0)}|$$

$$\begin{aligned} \frac{I_m(x)}{V_m^+} &= |1 - |\dot{\rho}| \cdot e^{-i(2kx - \varphi_0)}| = |1 - |\dot{\rho}| \cdot \cos(2kx - \varphi_0)| - |\rho| \cdot i \cdot \sin(2kx - \varphi_0)| = \\ &= \sqrt{(1 - 0.41 \cdot \cos(62x - 1.5))^2 - (0.41 \cdot i \cdot \sin(62x - 1.5))^2} = \\ &= \sqrt{1 - 0.82 \cdot \cos(62x - 1.5) + 0.1681} \end{aligned}$$

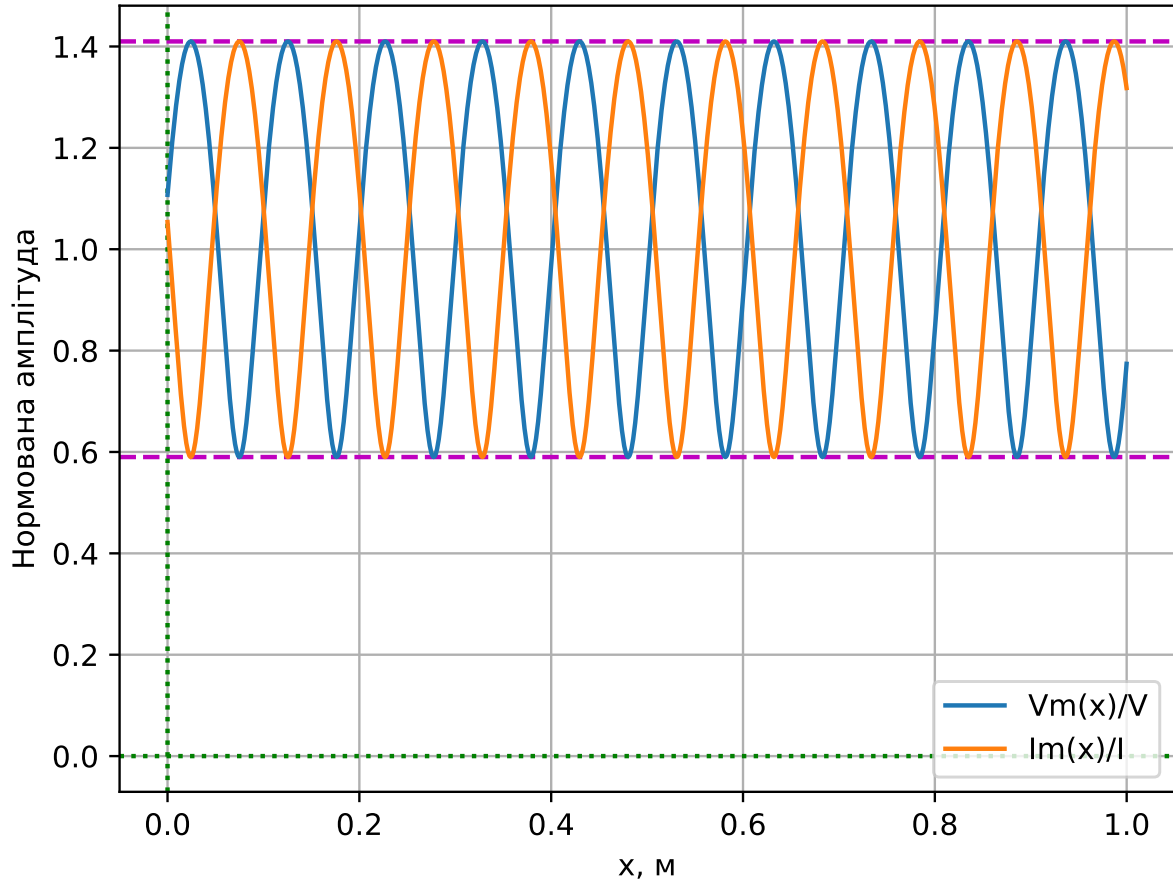


Рис. 2: Розподіл амплітуд напруги та струму вздовж напруги.

У випадку за нерівності опорів навантаження і хвильового опору, як в данному випадку  $\dot{Z}_H \neq \dot{Z}_0$ , в лінії встановлюється режим змішаних хвиль, який можна розглядати як суперпозицію режимів біжучої і чисто стоячої хвилі. Тому опір вздовж лінії буде змінюватися відповідно за законом:

$$\dot{Z}(x) = \dot{Z}_0 \frac{\dot{Z}_H + i \cdot Z_0 \cdot \operatorname{tg}(kx)}{Z_0 + i \cdot \dot{Z}_H \cdot \operatorname{tg}(kx)} \quad (13)$$

Нехай початок координат буде у місці підключення навантаження. Тоді  $\dot{Z}(x) = \dot{Z}(l) = \dot{Z}_{\text{вх}}$ , тому **вхідний опір**:

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = Z_0 \cdot \frac{\dot{Z}_H + i \cdot Z_0 \cdot tg(kl)}{Z_0 + i \cdot \dot{Z}_H \cdot tg(kl)} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{\text{вх}} &= 73 \cdot \frac{50 - 50i + i \cdot 73 \cdot tg(31 \cdot 1)}{73 + i \cdot (50 - 50i) \cdot tg(31 \cdot 1)} = 73 \cdot \frac{50 - 50i + 0.6i}{73 + (50 - 50i) \cdot 0.6i} = \\ &= 73 \cdot \frac{50 - 17i}{73 + (50 - 50i) \cdot 0.6i} = 73 \cdot \frac{50 - 17i}{103 + 30i} = \frac{3650 - 1241i}{103 + 30i} = 32.6 - 9.5i \end{aligned}$$

Тепер знайдемо величину і місце підключення шлейфу, для цього використовуємо режим змішаних хвиль. Нехай  $x^*$  – місце підключення шлейфа:

$$\dot{Z}(x^*) = Z_0 \pm iX(x^*) \quad (15)$$

$$Re \frac{\dot{Z}_H + i \cdot Z_0 \cdot tg(kx^*)}{Z_0 + i \cdot \dot{Z}_H \cdot tg(kx^*)} = 1 \quad Re \left( \frac{50 - i50 + i \cdot 73 \cdot tg(31x^*)}{73 + i \cdot (50 - i50) \cdot tg(31x^*)} \right) = 1 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{50 - i50 + i \cdot 73 \cdot tg(31x)}{73 + i \cdot (50 - i50) \cdot tg(31x)} &= \frac{(50 - i50 + i \cdot 73 \cdot tg(31x)) \cdot (73 + 50 \cdot tg(31x) - i \cdot 50 \cdot tg(31x))}{(73 + 50 \cdot tg(31x) + i \cdot 50 \cdot tg(31x)) \cdot (73 + 50 \cdot tg(31x) - i \cdot 50 \cdot tg(31x))} = \\ &= \frac{73 \cdot 50 + 50 \cdot 50tg(31x) + 50 \cdot 50tg(31x) + 73 + 50tg^2(31x)}{(73 + 50tg(31x))^2 - (50itg(31x))^2} + \\ &+ \frac{-50i \cdot 50tg(31x) - 50 \cdot 73i - 50 \cdot 50tg(31x) \cdot i + 73 \cdot 73tg(31x) \cdot i + 73 \cdot 50tg^2(31x) \cdot i}{(73 + 50tg(31x))^2 - (50itg(31x))^2} \end{aligned}$$

Видокремивши реальну частину можна розв'язати наступне рівняння:

$$\frac{73 \cdot 50 + 50 \cdot 50tg(31x) + 50 \cdot 50tg(31x) + 73 \cdot 50tg^2(31x)}{(73 + 50tg(31x))^2 - 2500tg^2(31x)} = 1$$

$$3650 + 5000 \cdot tg(31x) + 3650 \cdot tg^2(31x) = 5329 + 7300 \cdot tg(31x) + 2500 \cdot tg^2(31x) - 2500 \cdot tg^2(31x)$$

$$1679 + 2300 \cdot tg(31x) - 3650 \cdot tg^2(31x) = 0$$

Корені рівняння:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-2300 + 10\sqrt{298034}}{2 \cdot (-3650)} = -0.432 \\ x_2 &= \frac{-2300 - 10\sqrt{298034}}{2 \cdot (-3650)} = 1.062 \end{aligned}$$

$$31x = \arctg(-0.432) + \pi k$$

$$x_1 = \frac{\arctg(-0.432)}{31} < 0$$

$$x_2 = \frac{\arctg(-0.432) + \pi}{31} = 2.76 = 0.089$$

$$x_3 = \frac{\arctg(1.062) + \pi}{31} = 0.814 = 0.026 \text{ — найменше додатнє значення} \Rightarrow x^* = 0.026$$

$$x_4 = \frac{\arctg(1.062) + \pi}{31} = 4 = 0.12$$

Знайшовши точку піжключення шлейфа,  $x^* = 0.026$ , тепер можна розрахувати величену реактивності за наступною формулою:

$$X(x^*) = -iIm(\dot{Z}(x^*)) \quad (17)$$

Підставивши замість  $x$  величину  $x^*$  отримаємо:

$$-i \cdot Im(\dot{Z}(x^*)) = \frac{-50 \cdot 50tg(31x) - 50 \cdot 73 - 50 \cdot 50tg(31x) + 73 \cdot 73tg(31x) + 73 \cdot 50tg^2(31x)}{(73 + 50tg(31x))^2 + (50tg(31x))^2} \quad (18)$$

Реактивний опір і положення шлейфу можна знайти графічно, побудувавши функції  $Re(\dot{Z}(x^*))$  та  $Im(\dot{Z}(x^*))$ , графічно знаходимо точку  $x^*$  в якій  $Re(\dot{Z}(x^*)) = Z_0 = 73\text{Ом}$  а з другого графіку знаходимо значення реактивного опору  $X(x^*)$  у цій же просторовій точці.

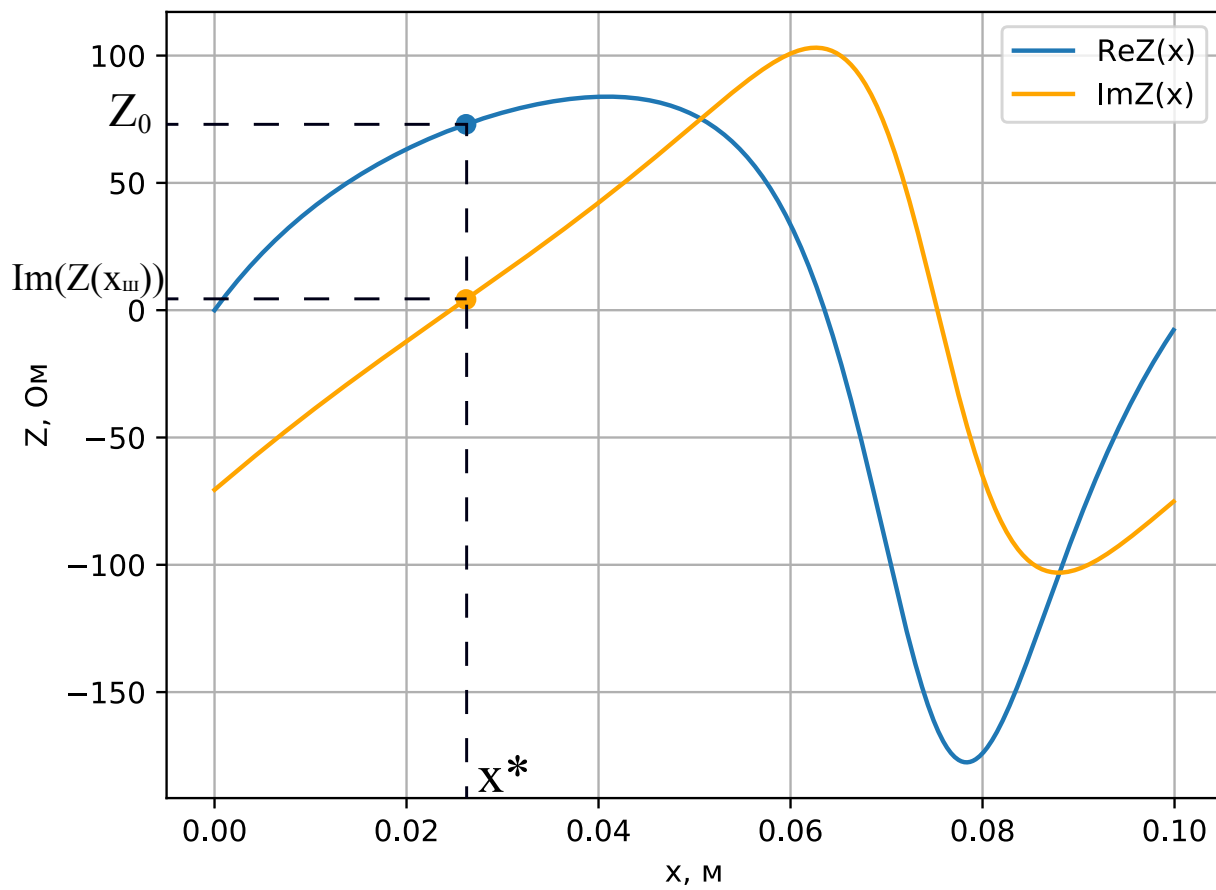


Рис. 3: Графічне визначення  $x^*X(x^*)$ .

$$\text{Im}(\dot{Z}(x_{\text{ш}})) = 4.211i \text{ — опір шлейфа}$$



Висновок: у данній розрахунковій роботі було визначено параметри хвиль у довгих лініях. Знайшовши хвильовий опір лінії ми, при подальших обчисленнях, знехтували згасанням в лінії вважаючи що лінія у нас без втрат для спрощення розрахунків. Також був розрахований комплексний коефіцієнт відбивання, який включає в себе відношення амплітуд падаючої, відбитої хвиль та фазу відбивання. Виходячи з формул для розрахунку комплексного коефіцієнта відбивання видно, що він повністю визначається опором навантаження. Також визначили коефіцієнт стоячої хвилі (КСХ), який дорівнює відношенню максимальної і мінімальної амплітуд. Побудовано графіки розподілу амплітуд струму і напруги вздовж кабеля рис. 2. Потім було розраховане місце підключення та величину реактивності, необхідної для узгодження лінії з даним навантаженням. Для цього ми розглянули узгоджуючі пристрої, які створюють відбиту хвилю, рівну за амплітудою і протилежною за фазою відносно хвилі, для себе виявив, що графічний метод для знаходження опору узгоджувального пристрою та його місця підключення є зручнішим ніж чисельний.