Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Факультет Електроніки
Кафедра мікроелектроніки

ЗВІТ

Про виконання практичної роботи №2
З курсу: «Твердотіла електроніка»
На тему: «Розрахунок ширини плавного p-n переходу»

Виконала:
Студентка 3-го курсу 16.10.2020 _______________ Гулій М.А.
(дата) (підпис)

Перевірив: ___________ _______________ Королевич Л.М.
(дата) (підпис)

2020

Завдання: Розрахувати за варіантом ширину плавного p-n переходу. При розрахунку вважати, що температура навколишнього середовища T=300 K; освітленість, радіаційне випромінення, дослідження проводиться в умовах земного тяжіння, процеси не залежать від часу, діод є суцільно теплопровідною речовиною, аби знехтувати впливом нагріву, фонони та ексітони не враховувати, досліджуваний діод є абсолютно твердим тілом, гравітаційним впливом чорних дірок знехтувати, також знехтувати.

Вхідні данні:

Варіант	**Матеріал**	**N_A\`, см^(-4)**	**N_D\`, см^(-4)**
4	Si	$2{,}9 \cdot 10^{20}$	$3{,}1 \cdot 10^{18}$

Табличні значення	
Відносна діелектрична проникність ε	11.9
Електрична стала ε_0, Ф×см$^{-1}$	$8.85 \cdot 10^{-14}$
Температурний потенціал (T = 300K) φ_T, В	$0{,}026$
Концентрація власних носіїв заряду n_i^2	$1{,}45 \cdot 10^{10}$
Заряд електрона q, Кл	$1.6 \cdot 10^{-19}$

Хід роботи:

Для знаходження ширин плавного p-n переходу треба розв’язати рівняння $l_0 = l_n + l_p$, що є достатньо просто при умові що нам відомо l_n та l_p. Тож знайдемо ці невідомі.

Перш за все розв’яжемо рівняння Пуассона (1) для знаходження розподілу електричного поля $E(x)$ та потенціал $\varphi(x)$:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{dE}{dx} = -\frac{\xi}{\varepsilon_0\varepsilon} \quad (1)$$

Де: φ - потенціал електричного поля;
E - напруженість електричного поля;
ξ - густина розподілу об’ємного заряду;
ε_0 та ε – діелектричні проникності відповідно.

Для того щоб розв’язати рівняння Пуассона пригадаємо, що плавні переходи отримують дифузійним методом, тобто вони описуються апроксимуючою лінійно-градієнтною моделлю. Отже розподіл домішок біля межі p-n областей буде лінійний, також межі p-n переходу збігаються з координатами $x_1 = -l_p$, $x_2 = l_n$. Тоді розподіл густини заряду в областях p і n буде пропорційним градієнтам концентрації домішок:

$$\begin{aligned} \xi_p &= qN'_A x \\ \xi_n &= qN'_D x \end{aligned} \tag{2}$$

де N'_A та N'_D - градієнти концентрацій акцепторних та донорних домішок відповідно.

Інтегруємо рівняння (1) з урахуванням рівняння (2) окремо для області p в межах ($-l_p \le x \le 0$) і окремо для області n в межах ($0 \le x \le l_n$):

$$\frac{d\varphi_n}{dx} = \int -\frac{qN'_D x}{\varepsilon_0 \varepsilon} dx = -\frac{qN'_D}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 \tag{3}$$

$$\frac{d\varphi_p}{dx} = \int -\frac{qN'_A x}{\varepsilon_0 \varepsilon} dx = -\frac{qN'_A}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x^2}{2} + C_2 \tag{4}$$

Виходячи з умови, якщо $x = -l_p$, $\frac{d\varphi_p}{dx} = 0$ і якщо $x = l_n$, $\frac{d\varphi_n}{dx} = 0$, можемо знайти константи інтегрування C_1 та C_2:

$$\begin{gathered} -\frac{qN'_D}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{l_n^2}{2} + C_1 = 0 \\ C_1 = \frac{qN'_D l_n^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} \end{gathered} \tag{5}$$

$$\begin{gathered} -\frac{qN'_A}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{\left(-l_p^2\right)}{2} + C_2 = 0 \\ C_2 = \frac{qN'_A l_p^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} \end{gathered} \tag{6}$$

Отримані константи інтегрування C_1 та C_2 (формули (5) та (6) відповідно) підставляємо в рівняння (3) і (4):

$$\frac{d\varphi_n}{dx} = -\frac{qN'_D}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{qN'_D l_n^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0 \varepsilon}\left(x^2 - l_n^2\right) \tag{7}$$

$$\frac{d\varphi_p}{dx} = -\frac{qN'_A}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{qN'_A l_p^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0 \varepsilon}\left(x^2 - l_p^2\right) \tag{8}$$

Проводимо аналогічні дії, тобто інтегруємо рівняння (7) та (8), але вже для знаходження розподілу потенціалу в n-p областях:

$$\begin{aligned}\varphi_n(x) &= \int -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(x^2 - l_n^2\right)dx = -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\int x^2dx - \int l_n^2dx\right) = \\ &= -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x\right) + C_3\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}\varphi_p(x) &= \int -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(x^2 - l_p^2\right)dx = -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\int x^2dx - \int l_p^2dx\right) = \\ &= -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_p^2 x\right) + C_4\end{aligned} \tag{10}$$

Виходячи з умови, якщо $x = -l_p$, $\varphi_p = 0$ і якщо $x = l_n$, $\varphi_n = \varphi_0$, можемо знайти константи інтегрування C_3 та C_4:

$$\begin{gathered}-\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{l_n^3}{3} - l_n^3\right) + C_3 = \varphi_0 \\ C_3 = \varphi_0 - \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_n^3}{3}\right)\end{gathered} \tag{11}$$

$$\begin{gathered}-\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{\left(-l_p\right)^3}{3} - l_p^2\left(-l_p\right)\right) + C_4 = 0 \\ C_4 = \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3}\right)\end{gathered} \tag{12}$$

Підставляємо константи C_3 та C_4, тобто вирази (11) та (12) відповідно, в рівняння (9) та (10) та отримуємо:

$$\begin{aligned}\varphi_n(x) &= -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x\right) + \varphi_0 - \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_n^3}{3}\right) = \\ &= \varphi_0 - \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x + \frac{2l_n^3}{3}\right)\end{aligned} \tag{13}$$

$$\varphi_p(x) = -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_p^2 x\right) + \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3}\right) = \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3} - \frac{x^3}{3} + l_p^2 x\right) \tag{14}$$

Знаходимо розподіл електричного поля E(x)=-gradφ:

$$E_n(x) = -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(l_n^2 - x^2\right)$$
$$E_p(x) = -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(l_p^2 - x^2\right) \tag{15}$$

Крива розподілу електричного поля E(x) у плавному переході є зчленуванням квадратичних парабол. Тобто прирівнявши вирази (3) і (4) при умові $E_p(0) = E_n(0)$, отримуємо:

$$\frac{l_n^2}{l_p^2} = \frac{N'_A}{N'_D} \tag{16}$$

Ширину переходу знаходимо за допомогою припущення $\varphi_n(0) = \varphi_p(0)$:

$$\varphi_0 - \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{0^3}{3} - l_n^2 \cdot 0 + \frac{2l_n^3}{3}\right) = \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3} - \frac{0^3}{3} + l_p^2 \cdot 0\right) \tag{17}$$

Спростивши вираз (17) отримуємо:

$$\left(l_n^3 N'_D + l_p^3 N'_A\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q} \tag{18}$$

Робимо заміну за допомогою рівняння (16) та спрощуємо вираз для звучності, в результаті чого отримуємо:

$$l_n^2\left(l_n + l_p\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D} \tag{19}$$

Замінюємо дужку на l_0 та виражаємо l_n:

$$l_n^2 = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D l_0}$$
$$l_n = \sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D l_0}} \tag{20}$$

Аналогічні дії проводимо для l_p, з єдиним «але» під час підстановки рівняння (16) беремо обернену до неї величину та отримуємо:

$$l_p = \sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_A l_0}} \tag{21}$$

Отже зараз можемо підставити l_n та l_p знайдені в рівняннях (20) та (21) відповідно в рівняння (18) та виразити шукане нами l_0:

$$\left(\left(\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D l_0}\right)^{\frac{3}{2}} N'_D + \left(\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_A l_0}\right)^{\frac{3}{2}} N'_A\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q} \tag{22}$$

$$\left(\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{ql_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{N'_D}{\left(N'_D\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{N'_A}{\left(N'_A\right)^{\frac{3}{2}}}\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}$$

$$\left(\frac{1}{l_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{N'_D}{\left(N'_D\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{N'_A}{\left(N'_A\right)^{\frac{3}{2}}}\right) = \frac{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}}{\left(\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\left(\frac{1}{l_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{N'_D}} + \frac{1}{\sqrt{N'_A}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}}}$$

$$\left(\frac{1}{l_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{\sqrt{N'_A} + \sqrt{N'_D}}{\sqrt{N'_D N'_A}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{N'_A} + \sqrt{N'_D}}{\sqrt{N'_D N'_A}}\right) \cdot \sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}} = l_0^{\frac{3}{2}}$$

$$l_0^3 = \left(\frac{\left(\sqrt{N'_A} + \sqrt{N'_D}\right)^2}{\sqrt{N'_D N'_A}}\right) \cdot \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}$$

$$l_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{N'_A + 2\sqrt{N'_D N'_A} + N'_D}{N'_D N'_A}\right) \cdot \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}}$$

$$l_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_D N'_A}} + \frac{1}{N'_A}\right) \cdot \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}} \tag{23}$$

Залишилась 1 невідома величина, а саме висота потенціального бар'єра φ_0, що розраховується за формулою:

$$\varphi_0 = \varphi_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$$

де, φ_T - температурний потенціал;

N_A, N_D - концентрації акцепторних та донорних домішок;

n_i^2 - власна концентрація носіїв заряду.

Для знаходження концентрацій перемножимо відповідні градієнти з ширинами відповідних областей. Внаслідок чого отримаємо наступний вираз для φ_0:

$$\varphi_0 = \varphi_T \ln \frac{N'_A l_p N'_D l_n}{n_i^2} \tag{24}$$

Тепер виходячи з виразу $l_0 = l_n + l_p$ можемо записати наступне рівняння підставивши в (23) рівняння (24) отримаємо:

$$l_n + l_p = \sqrt[3]{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon}{q}\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_D N'_A}} + \frac{1}{N'_A}\right) \cdot \varphi_T \ln \frac{N'_A l_p N'_D l_n}{n_i^2}}$$

За деяких перетворень за допомогою рівняння (16) отримуємо вираз:

$$l_p\left(1 + \sqrt{\frac{N'_A}{N'_D}}\right) = \sqrt[3]{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon}{q}\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_D N'_A}} + \frac{1}{N'_A}\right) \cdot \varphi_T \ln\left(\frac{N'_A N'_D l_p^2 \cdot \sqrt{\frac{N'_A}{N'_D}}}{n_i^2}\right)} \tag{25}$$

Тепер коли є можливість підставляємо всі відомі табличні та вхідні данні в рівняння (25) та отримуємо:

$$10,67204 l_p = \sqrt[3]{2,01633 \cdot 10^{-13} \cdot \ln(5,43448 \cdot 10^{58} l_p^2)}$$

Так як отримане рівняння не лінійне розв’язати його можна за допомогою численних методів, які ми вивчали в курсі Обчислювальної математики. Загалом нам байдуже який метод обирати, тому я обрала найбільш звучний для себе – метод Ньютона-Рафсона (метод дотичних). Провівши розрахунок отримуємо (в окремому файлі Excel рішення):

$$l_p = 0,0000266563[см]$$

Знаходимо l_n з перетвореної формули (16):

$$l_n = l_p \cdot \sqrt{\frac{N'_A}{N'_D}} = 0.0000266563 \cdot 9.67204 = 0.0002578208[см]$$

Обраховуємо шукану нами ширину плавного n-p переходу l_0:

$$l_0 = l_n + l_p = 0,0000266563 + 0.0002578208 = 2,844771 \cdot 10^{-4}$$

Відповідь: $l_0 = 2,844771 \cdot 10^{-4}[см] = 2,844771[мкм]$