

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
Кафедра Електронної Інженерії

Інв. № \_\_\_\_\_

КУРСОВА РОБОТА

з дисципліни «Теорія сигналів»

на тему: «Аналіз дискретних сигналів та їх проходження через лінійні системи»

№ частини	Бали	Підпис
1		
2		
3		
ЗАХИСТ		

Студента 3 курсу групи ДМ-82

напряму підготовки:

Івашука В.О

Керівник:

доц. каф. ЕІ, доц., к.т.н. А.О. Попов

Національна оцінка \_\_\_\_\_

Кількість балів: \_\_\_\_\_ Оцінка ECTS \_\_\_\_\_

Члени комісії \_\_\_\_\_ доц., к.т.н. А.О. Попов

(підпис)

(підпис)

(печене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Київ – 20 \_\_\_\_



Формуємо послідовність виходу:

$D1, D2, M1, M2, R1, R2, R3, R4$

Отримуємо:

$2, 6, 0, 3, 2, 0, 0, 1$

Формуємо сигнал виходу:

$$X[n] = [(D1+D2+5), -(M1+M2+3), -(M2+2), (R4+M1+D1), (M1+M2+D2)]$$

Отримуємо:

$$X[n] = [13, -6, -5, 3, 9]$$

### Розділ 1

„Дослідження проходження сигналів через лінійні системи”

1. Навести вихідну послідовність системи осереднення зі зсувом при поданні на вхід сигналу  $X[n]$  для значень  $N_1 = \min(3, 7)$ ,  $N_2 = \min(4, 12)$ , де  $\min(A, B)$  - мінімум з двох чисел. Розраховувати всі ненульові відліки вихідного сигналу.

Система осереднення зі зсувом описується рівнянням:

$$y[n] = \frac{1}{N_1 + N_2 + 1} \sum_{k=-N_1}^{N_2} x[n-k]; \quad N_1 = 3, \quad N_2 = 4$$

$$\begin{aligned} y[0] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[-k] = \frac{1}{8} (x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + x[-1] + x[-2] + x[-3] + x[-4]) = \\ &= \frac{1}{8} (3 + (-5) + (-6) + 13 + 0 + 0 + 0 + 0) = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y[1] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[1-k] = \frac{1}{8} (x[4] + x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + x[-1] + x[-2] + x[-3]) = \\ &= \frac{1}{8} (9 + 3 + (-5) + (-6) + 13 + 0 + 0 + 0) = \frac{14}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y[2] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[2-k] = \frac{1}{8} (x[5] + x[4] + x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + x[-1] + x[-2]) = \\ &= \frac{1}{8} (0 + 9 + 13 + (-5) + (-6) + 13 + 0 + 0) = \frac{14}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y[3] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[3-k] = \frac{1}{8} (x[6] + x[5] + x[4] + x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + x[-1]) = \\ &= \frac{1}{8} (0 + 0 + 9 + 3 + (-5) + (-6) + 13 + 0) = \frac{14}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y[4] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[4-k] = \frac{1}{8} (x[7] + x[6] + x[5] + x[4] + x[3] + x[2] + x[1] + x[0]) = \\ &= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 9 + 3 + (-5) + (-6) + 13) = \frac{14}{8} \end{aligned}$$



$$y[5] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[5-k] = \frac{1}{8} (x[8] + x[7] + x[6] + x[5] + x[4] + x[3] + x[2] + x[1]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 9 + 3 + (-5) + (-6)) = \frac{1}{8}$$

$$y[6] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[6-k] = \frac{1}{8} (x[9] + x[8] + x[7] + x[6] + x[5] + x[4] + x[3] + x[2]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 9 + 3 + (-5)) = \frac{7}{8}$$

$$y[7] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[7-k] = \frac{1}{8} (x[10] + x[9] + x[8] + x[7] + x[6] + x[5] + x[4] + x[3]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 9 + 3) = \frac{12}{8}$$

$$y[8] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[8-k] = \frac{1}{8} (x[11] + x[10] + x[9] + x[8] + x[7] + x[6] + x[5] + x[4]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 9) = \frac{9}{8}$$

$$y[9] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[9-k] = \frac{1}{8} (x[12] + x[11] + x[10] + x[9] + x[8] + x[7] + x[6] + x[5]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0) = 0$$

$$y[n] = 0 \quad n > 9$$

$$\text{Вихідні: } y[n] = \left[ \frac{5}{8}, \frac{14}{8}, \frac{14}{8}, \frac{14}{8}, \frac{14}{8}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \frac{12}{8}, \frac{9}{8} \right]$$

2. Розмисляючи послідовність  $h = [8, 3, -2, 1]$  як імпульсну характеристику стаціонарної дискретної системи, розрахувати вихідний сигнал при поданні на вхід сигналу  $x[n]$ .

Вихідний сигнал розраховується за формулою:

$$y[n] = \sum_{m=0}^{n-1} x[m] h[n-m]$$

$$y[0] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[-m] = x[0] h[0] + x[1] h[-1] + x[2] h[-2] + x[3] h[-3] + x[4] h[-4] +$$

$$+ x[5] h[-5] + x[6] h[-6] + x[7] h[-7] = 8 \cdot 13 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 104$$

$$y[1] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[1-m] = x[0] h[1] + x[1] h[0] + x[2] h[-1] + \dots + x[7] h[-6] =$$

$$= 13 \cdot 3 + (-6) \cdot 8 + 0 + \dots + 0 = -9$$

$$y[2] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[2-m] = x[0] h[2] + x[1] h[1] + x[2] h[0] + x[3] h[-1] + \dots + x[7] h[-5] =$$

$$= 13 \cdot (-2) + (-6) \cdot 3 + (-5) \cdot 8 + 0 + 0 + \dots + 0 = -84$$

$$y[3] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[3-m] = x[0] h[3] + x[1] h[2] + x[2] h[1] + x[3] h[0] + x[4] h[-1] + \dots =$$

$$= 13 \cdot 1 + (-6) \cdot (-2) + (-5) \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 0 + \dots = 34$$



$$y[n] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[n-m] = x[0] \cdot h[n] + x[1] \cdot h[n-1] + x[2] \cdot h[n-2] + x[3] \cdot h[n-3] + x[4] \cdot h[n-4] +$$

$$+ x[5] \cdot h[n-5] + \dots + x[7] \cdot h[n-7] = 0 + (-6) \cdot 1 + (-5) \cdot (-2) + 3 \cdot 3 + 9 \cdot 8 + 0 + 0 + 0 = 85$$

$$y[5] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[5-m] = x[0] \cdot h[5] + x[1] \cdot h[4] + x[2] \cdot h[3] + x[3] \cdot h[2] + x[4] \cdot h[1] +$$

$$+ x[5] \cdot h[0] + \dots = 0 + 0 + (-5) \cdot 1 + 3 \cdot (-2) + 9 \cdot 3 + 0 + \dots = 16$$

$$y[6] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[6-m] = x[0] \cdot h[6] + x[1] \cdot h[5] + x[2] \cdot h[4] + x[3] \cdot h[3] + x[4] \cdot h[2] +$$

$$+ x[5] \cdot h[1] + \dots = 0 + 0 + 0 + 3 \cdot 1 + 9 \cdot (-2) + 0 + \dots = -15$$

$$y[7] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[7-m] = x[0] \cdot h[7] + x[1] \cdot h[6] + x[2] \cdot h[5] + x[3] \cdot h[4] + x[4] \cdot h[3] +$$

$$+ x[5] \cdot h[2] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 9 \cdot 1 + 0 + \dots = 9$$

$$y[8] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[8-m] = x[0] \cdot h[8] + x[1] \cdot h[7] + x[2] \cdot h[6] + x[3] \cdot h[5] + x[4] \cdot h[4] +$$

$$+ x[5] \cdot h[3] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 0$$

$$y[n] = 0 \text{ for } n \neq \text{Bignobis: } y[n] = [104, -9, -84, 34, 85, 16, -15, 9]$$

3. Розміснатори послідовностей  $h_1 = [1, 10, 0, 3]$ ,  $h_2 = [2, 2, 8]$  як імпулсні харак- теристики двох стаціонарних дискретних систем, розрахувати вихідний сигнал при поданні на вхід сигналу  $x[n]$  при нарахуванні з'єднаних систем.

$$h[n] = h_1[n] + h_2[n]$$

$$h[0] = h_1[0] + h_2[0] = 1 + 2 = 3$$

$$h[1] = h_1[1] + h_2[1] = 10 + 2 = 12$$

$$h[2] = h_1[2] + h_2[2] = 0 + 8 = 8$$

$$y[n] = \sum_{m=0}^{n+n_1-1} x[m] h[n-m]$$

$$y[0] = \sum_{m=0}^n x[m] h[0-m] = x[0] h[0] + x[1] h[-1] + \dots = 13 \cdot 3 = 39$$

$$y[1] = \sum_{m=0}^n x[m] h[1-m] = x[0] h[1] + x[1] h[0] + x[2] h[-1] + \dots = 13 \cdot 12 + (-6) \cdot 3 + 0 + \dots =$$

$$= 138$$

$$y[2] = \sum_{m=0}^n x[m] h[2-m] = x[0] h[2] + x[1] h[1] + x[2] h[0] + x[3] h[-1] + \dots =$$

$$= 13 \cdot 8 + (-6) \cdot 12 + (-5) \cdot 3 + 0 + \dots = 17$$

$$y[3] = \sum_{m=0}^n x[m] h[3-m] = x[0] h[3] + x[1] h[2] + x[2] h[1] + x[3] h[0] + x[4] h[-1] + \dots =$$

$$= (-6) \cdot 8 + (-5) \cdot 12 + 3 \cdot 3 + 0 + \dots = -99$$



$$y[n] = \sum_{m=0}^n x[m] h[n-m] = x[0]h[n] + x[1]h[n-1] + x[2]h[n-2] + x[3]h[n-3] + x[4]h[n-4] + x[5]h[n-5] + x[6]h[n-6] + \dots = 0 + 0 + (-5) \cdot (8) + (3) \cdot 12 + 9 \cdot 3 + 0 + 0 + \dots = 23$$

$$y[5] = \sum_{m=0}^5 x[m] h[5-m] = x[0]h[5] + x[1]h[4] + x[2]h[3] + x[3]h[2] + x[4]h[1] + x[5]h[0] + \dots = 0 + 0 + 0 + 3 \cdot 8 + 9 \cdot 12 + 0 + \dots = 132$$

$$y[6] = \sum_{m=0}^6 x[m] h[6-m] = x[0]h[6] + x[1]h[5] + x[2]h[4] + x[3]h[3] + x[4]h[2] + x[5]h[1] + x[6]h[0] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 9 \cdot 8 + 0 + \dots = 72$$

$$y[7] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[7-m] = x[0]h[7] + x[1]h[6] + x[2]h[5] + x[3]h[4] + x[4]h[3] + x[5]h[2] + x[6]h[1] + x[7]h[0] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 0$$

Відповідь:  $y[n] = [39, 138, 17, -99, 23, 132, 72]$

4. Розміжте дві послідовності  $h_1 = [1, 10, 0]$ ,  $h_2 = [2, 2, 8]$  як імпульсну характеристику двох стаціонарних дискретних систем, розрахувавши вихідні сигнали при поданні на вхід сигналу  $x[n]$  при послідовному з'єднанні цих систем.

Спочатку розрахуємо імпульсну характеристику еквівалентної системи за виразом:

$$h_{\text{екв}}[n] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[n-k]$$

$$h_{\text{екв}}[0] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[0-k] = h_1[0]h_2[0] + h_1[1]h_2[-1] + \dots = 1 \cdot 2 + 0 = 2$$

$$h_{\text{екв}}[1] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[1-k] = h_1[0]h_2[1] + h_1[1]h_2[0] + h_1[2]h_2[-1] + \dots = 1 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 22$$

$$h_{\text{екв}}[2] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[2-k] = h_1[0]h_2[2] + h_1[1]h_2[1] + h_1[2]h_2[0] + \dots = 1 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 0 \cdot 2 = 28$$

$$h_{\text{екв}}[3] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[3-k] = h_1[0]h_2[3] + h_1[1]h_2[2] + h_1[2]h_2[1] + h_1[3]h_2[0] + \dots = 0 + 10 \cdot 8 + 0 \cdot 2 + 0 + \dots = 82$$

$$h_{\text{екв}}[4] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[4-k] = h_1[0]h_2[4] + h_1[1]h_2[3] + h_1[2]h_2[2] + h_1[3]h_2[1] + h_1[4]h_2[0] + \dots = 0 + 0 + 0 \cdot 8 + 0 + 0 = 0$$

$$h_{\text{екв}}[5] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[5-k] = h_1[0]h_2[5] + h_1[1]h_2[4] + h_1[2]h_2[3] + h_1[3]h_2[2] + h_1[4]h_2[1] + h_1[5]h_2[0] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 0$$



$$h_{\text{imp}}[n] = [2, 22, 28, 82]$$

$$y_n[n] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[n-k]$$

$$y[0] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[-k] = h_{\text{imp}}[0] x[0] + h_{\text{imp}}[1] x[-1] + \dots = 2 \cdot 13 + 0 + \dots = 26$$

$$y[1] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[1-k] = h_{\text{imp}}[0] x[1] + h_{\text{imp}}[1] x[0] + \dots = 2 \cdot (-6) + 22 \cdot (13) + 0 =$$

$$= 274$$

$$y[2] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[2-k] = h_{\text{imp}}[0] x[2] + h_{\text{imp}}[1] x[1] + h_{\text{imp}}[2] x[0] + \dots =$$

$$= 2 \cdot (-5) + 22 \cdot (-6) + 28 \cdot 13 + 0 + \dots = -506$$

$$y[3] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[3-k] = h_{\text{imp}}[0] x[3] + h_{\text{imp}}[1] x[2] + h_{\text{imp}}[2] x[1] + h_{\text{imp}}[3] x[0] + \dots =$$

$$= 2 \cdot 3 + 22 \cdot (-5) + 28 \cdot (-6) + 82 \cdot 13 = 794$$

$$y[4] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[4-k] = h_{\text{imp}}[0] x[4] + h_{\text{imp}}[1] x[3] + h_{\text{imp}}[2] x[2] + h_{\text{imp}}[3] x[1] +$$

$$+ h_{\text{imp}}[4] x[0] + \dots = 2 \cdot 9 + 22 \cdot 3 + 28 \cdot (-5) + 82 \cdot (-6) + 0 + \dots = -548$$

$$y[5] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[5-k] = h_{\text{imp}}[0] x[5] + h_{\text{imp}}[1] x[4] + h_{\text{imp}}[2] x[3] + h_{\text{imp}}[3] x[2] + \dots =$$

$$= 0 + 22 \cdot 9 + 28 \cdot 3 + 82 \cdot (-5) = -128$$

$$y[6] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[6-k] = h_{\text{imp}}[0] x[6] + h_{\text{imp}}[1] x[5] + h_{\text{imp}}[2] x[4] + h_{\text{imp}}[3] x[3] + \dots =$$

$$= 0 + 0 + 28 \cdot 9 + 82 \cdot 3 + 0 = 498$$

$$y[7] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[7-k] = h_{\text{imp}}[0] x[7] + h_{\text{imp}}[1] x[6] + h_{\text{imp}}[2] x[5] + h_{\text{imp}}[3] x[4] +$$

$$+ h_{\text{imp}}[4] x[3] + \dots = 0 + 0 + 0 + 82 \cdot 9 + 0 + \dots = 738$$

$$y[n] = 0 \quad n > 7$$

$$\text{Виводимо: } y[n] = [26, 274, -506, 794, -548, -128, 498, 738]$$

Лінійна стаціонарна дискретна система описується різницевим рівнянням:

$$y[n] + 3y[n-1] - 2y[n-2] + 8y[n-3] = 34x[n] - 2x[n-1] - 3x[n-2] + 7x[n-3] + 5x[n-4]$$

Відамо, що вони знаходяться в такій формі.



5. Записати математичний вираз характеристичної функції системи та канонічної частотної характеристики системи. З використанням Python побудувати графік АЧХ системи для випадку частоти дискретизації 1 кГц. Визначити в якій частотній діапазоні система підсилює сигнал.

Спочатку запишемо формулу для знаходження характеристичної функції системи з коефіцієнтами різницевого рівняння  $a_k$  та  $b_k$ :

$$H(z) = \frac{\sum_{m=0}^{M-1} b_m z^{-m}}{\sum_{k=0}^{N-1} a_k z^{-k}}$$

Підставляємо коефіцієнти різницевого рівняння  $a_k$  і  $b_k$  отримаємо:

$$H(z) = \frac{4 \cdot z^0 - 2z^{-1} - 3z^{-2} + 7z^{-3} + 5z^{-4}}{1 \cdot z^0 + 3z^{-1} - 2z^{-2} + 8z^{-3} + 0 \cdot z^{-4}}$$

Для знаходження КЧХ виконаємо заміну в попередньому рівнянні  $z = e^{j\omega}$ :

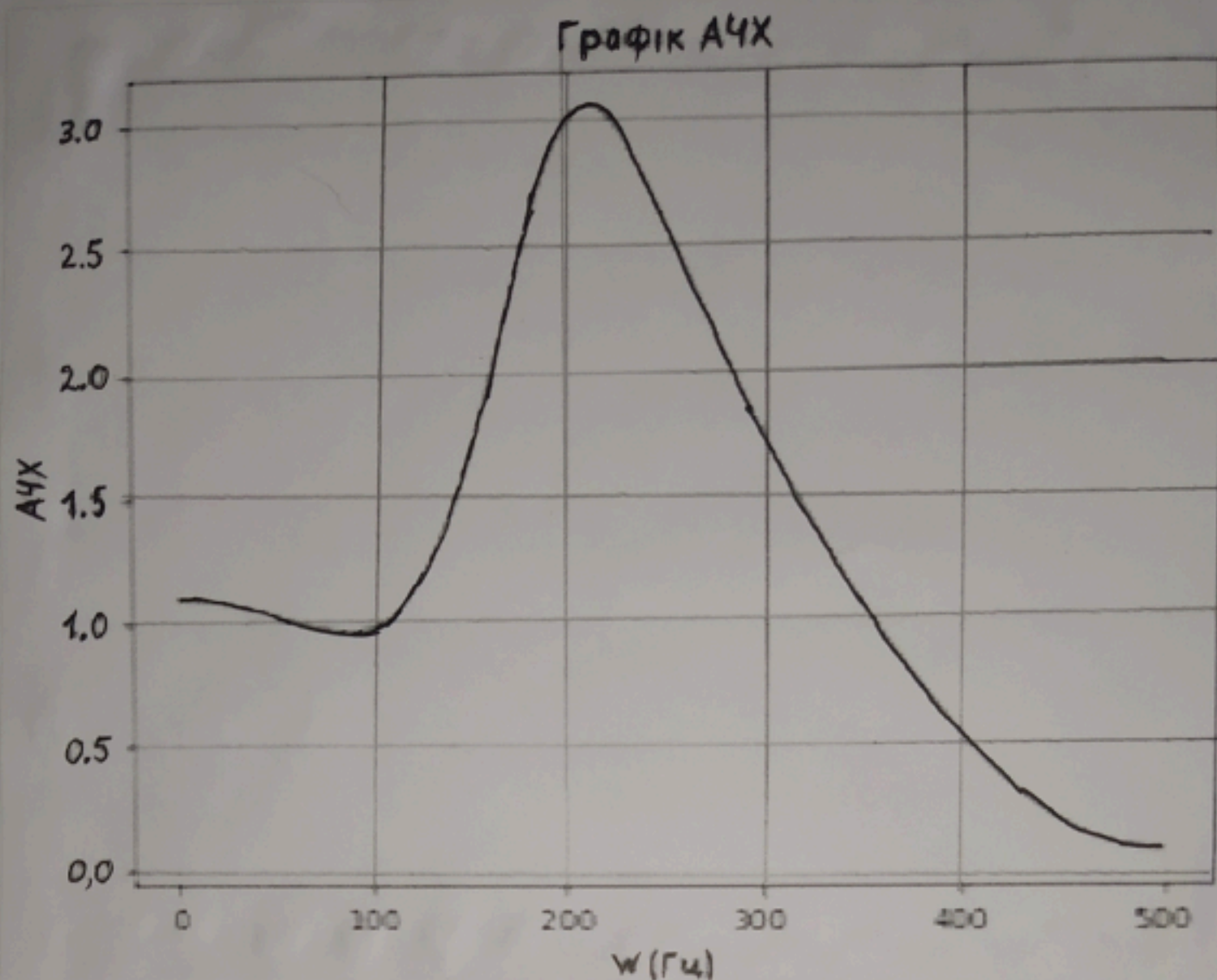
$$H(j\omega) = \frac{4 \cdot e^{0j\omega} - 2e^{-j\omega} - 3e^{-2j\omega} + 7e^{-3j\omega} + 5e^{-4j\omega}}{1 \cdot e^{0j\omega} + 3e^{-j\omega} - 2e^{-2j\omega} + 8e^{-3j\omega}}$$

Знайдемо формулу для АЧХ, яка знаходиться як модуль  $H(j\omega)$

$$|H(j\omega)| = K(\omega) = \frac{\sqrt{4^2 + (-2e^{-j\omega} - 3e^{-2j\omega} + 7e^{-3j\omega} + 5e^{-4j\omega})^2}}{\sqrt{1^2 + (3e^{-j\omega} - 2e^{-2j\omega} + 8e^{-3j\omega})^2}}$$

Для побудови графіка АЧХ з частотою дискретизації 1 кГц використаємо Python:





Тепер визначимо частотний діапазон в якому система підсилює сигнал. Оскільки АЧХ-це залежність коефіцієнту передачі системи від частоти, то там де  $A_{\text{ЧХ}} > 1$  сигнал буде підсилюватися. В нас 2 таких проміжки  $\omega \in (0; 64.45)$  і  $\omega \in (106.44; 355.48)$



6. З використанням різничевого рівняння розрахувати перші 4 відліки імпульсної характеристики системи.

Запишемо різничеве рівняння у згуженому для розрахунків вигляді

$$y[n] = 4x[n] - 2x[n-1] - 3x[n-2] + 7x[n-3] + 5x[n-4] - 3y[n-1] + 2y[n-2] - 8y[n-3]$$

та з використанням зі збавленими позначеннями  $h[n]$  та  $\delta[n]$

$$h[n] = 4\delta[n] - 2\delta[n-1] - 3\delta[n-2] + 7\delta[n-3] + 5\delta[n-4] - 3h[n-1] + 2h[n-2] - 8h[n-3]$$

$$n=0: h[0] = 4\delta[0] - 2\delta[-1] - 3\delta[-2] + 7\delta[-3] + 5\delta[-4] - 3h[-1] + 2h[-2] - 8h[-3] =$$

$$= 4 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = 4$$

$$n=1: h[1] = 4\delta[1] - 2\delta[0] - 3\delta[-1] + 7\delta[-2] + 5\delta[-3] - 3h[0] + 2h[-1] - 8h[-2] =$$

$$= 4 \cdot 0 - 2 \cdot 1 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 4 + 2 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = -14$$

$$n=2: h[2] = 4\delta[2] - 2\delta[1] - 3\delta[0] + 7\delta[-1] + 5\delta[-2] - 3h[1] + 2h[0] - 8h[-1] =$$

$$= 4 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 3 \cdot 1 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot (-14) + 2 \cdot 4 - 8 \cdot 0 = 47$$

$$n=3: h[3] = 4\delta[3] - 2\delta[2] - 3\delta[1] + 7\delta[0] + 5\delta[-1] - 3h[2] + 2h[1] - 8h[0] =$$

$$= 4 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 47 + 2 \cdot (-14) - 8 \cdot 4 = -194$$

Відповідь:  $h[n] = [4, -14, 47, -194]$

7. З використанням різничевого рівняння розрахувати перші 5 відліків реакції системи на вхідний сигнал  $x[n]$ , побудувавши графік.

$$n=0: y[0] = 4x[0] - 2x[-1] - 3x[-2] + 7x[-3] + 5x[-4] - 3y[-1] + 2y[-2] - 8y[-3] =$$

$$= 4 \cdot 13 - 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = 52$$

$$n=1: y[1] = 4x[1] - 2x[0] - 3x[-1] + 7x[-2] + 5x[-3] - 3y[0] + 2y[-1] - 8y[-2] =$$

$$= 4 \cdot (-6) - 2 \cdot 13 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 52 - 2 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = -206$$

$$n=2: y[2] = 4x[2] - 2x[1] - 3x[0] + 7x[-1] + 5x[-2] - 3y[1] + 2y[0] - 8y[-1] =$$

$$= 4 \cdot (-5) - 2 \cdot (-6) - 3 \cdot 13 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot (-206) + 2 \cdot 52 - 8 \cdot 0 = 675$$

$$n=3: y[3] = 4x[3] - 2x[2] - 3x[1] + 7x[0] + 5x[-1] - 3y[2] + 2y[1] - 8y[0] =$$

$$= 4 \cdot 3 - 2 \cdot (-5) - 3 \cdot (-6) + 7 \cdot 13 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot (675) + 2 \cdot (-206) - 8 \cdot (52) = -2722$$

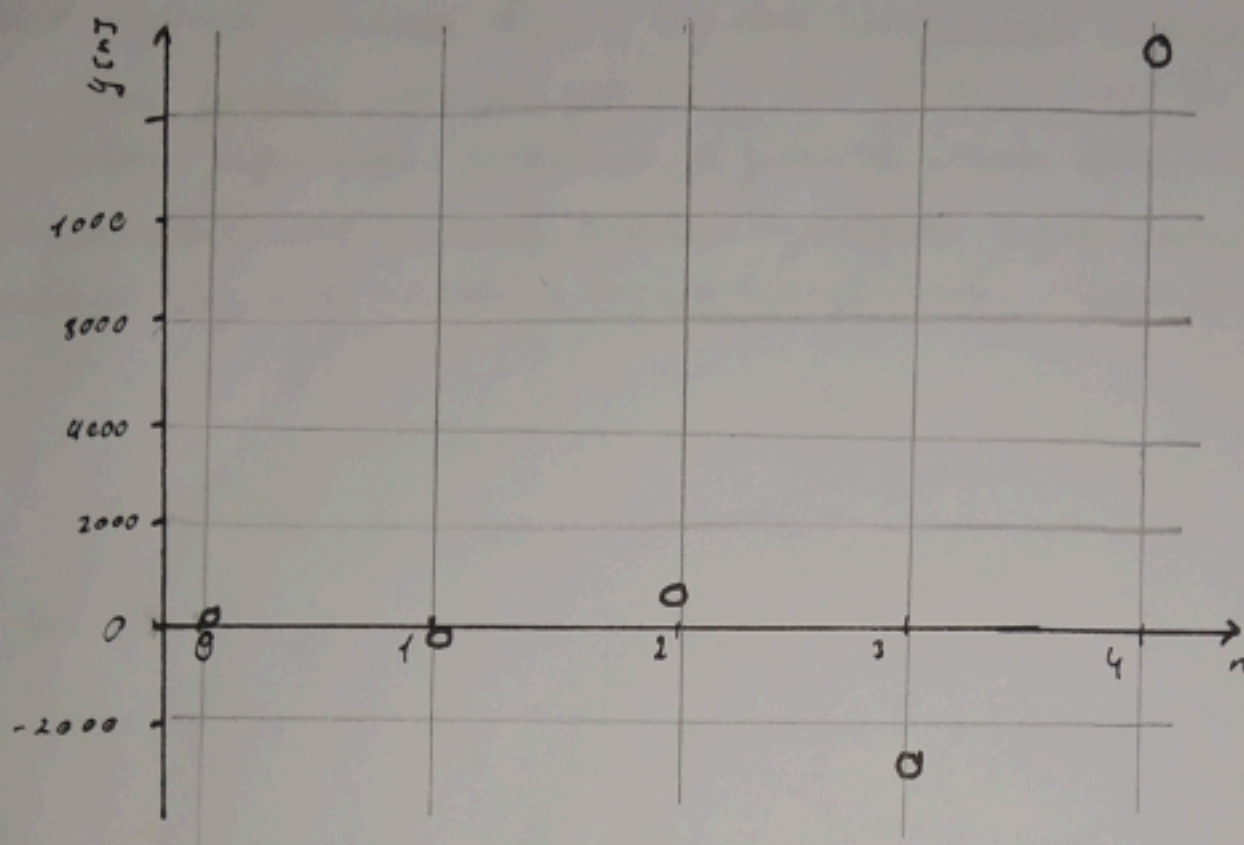
$$n=4: y[4] = 4x[4] - 2x[3] - 3x[2] + 7x[1] + 5x[0] - 3y[3] + 2y[2] - 8y[1] =$$

$$= 4 \cdot 9 - 2 \cdot 3 - 3 \cdot (-5) + 7 \cdot (-6) + 5 \cdot (13) - 3 \cdot (-2722) + 2 \cdot (675) - 8 \cdot (-206) = 11232$$

Відповідь:  $y[n] = [52, -206, 675, -2722, 11232]$



Графік для пункту 7.



8. З використанням отриманої імпульсної характеристики розрахувати перші 5 відгуків реакції системи на вхідний сигнал  $x[n]$

$$h[n] = [4, -14, 47, -194]$$

$$x[n] = [13, -6, -5, 3, 9]$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[n-k]$$

$$n=0: y[0] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[0-k] = x[0] h[0] + x[1] h[-1] + \dots = 13 \cdot 4 = 52$$

$$n=1: y[1] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[1-k] = x[0] h[1] + x[1] h[0] + x[2] h[-1] + \dots =$$

$$= 13 \cdot (-14) + (-6) \cdot 4 = -206$$

$$n=2: y[2] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[2-k] = x[0] h[2] + x[1] h[1] + x[2] h[0] + x[3] h[-1] + \dots =$$

$$= 13 \cdot 47 + (-6) \cdot (-14) + (-5) \cdot 4 = 675$$

$$n=3: y[3] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[3-k] = x[0] h[3] + x[1] h[2] + x[2] h[1] + x[3] h[0] + x[4] h[-1] + \dots =$$

$$= 13 \cdot (-194) + (-6) \cdot 47 + (-5) \cdot (-14) + 3 \cdot 4 = -2722$$

$$n=4: y[4] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[4-k] = x[0] h[4] + x[1] h[3] + x[2] h[2] + x[3] h[1] + x[4] h[0] + \dots =$$

$$= 0 + (-6) \cdot (-194) + (-5) \cdot 47 + 3 \cdot (-14) + 9 \cdot 4 = 923$$

$$\text{Відповідь: } y[n] = [52, -206, 675, -2722, 923]$$



9. Порівняти результати пп. 7 та 8, зробити висновки.

Порівнюючи пункти 7 та 8 можна сказати, що вони однакові до  
до того моменту поки відомі імпульсні характеристики для відповід-  
них відліків. Стільки відомо відліків імпульсної характеристики  
стільки значення реакції можна отримати точно. Це означає, що  
знаючи різницеве рівняння, а значить лише його імпульсну  
характеристику можна знайти значення різницєво рівняння  
стільки відліків, скільки і відомо імпульсній характеристиці.