Для знаходження ширини плавного *p-n* переходу нам потрібно розглядати рівняння Пуассона для одновимірного випадку:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\xi}{\varepsilon_0\varepsilon} \tag{1}$$

Для того щоб розвязати рівняння Пуассона у нашому випадку, коли розглядаємо плавний перехід, припустимо, що розподіл домішок біля межі *p*- та *n*-областей буде лінійний і межі п-н переходу збігаються з координатами $x_1 = -l_p$ і $x_2 = l_n$. Тоді розподіл густини заряду в областях p і n буде пропорційним градієнтам концентрації домішок:

$$\xi_p = qN_A'x\,;\ \xi_n = qN_D'x \tag{2}$$

де N_A', N_D'— градієнти концентрації акцепторних і донорних домішок.

Проінтегруємо рівняння (1) окремо для області p $(-l_p \le x \le 0)$ і для області *n* $(0 \le x \le l_n)$, з урахуванням рівняння (2):

$$\frac{d\varphi_n}{dx} = \int -\frac{qN_D'x}{\varepsilon_0\varepsilon}dx = -\frac{qN_D'}{\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{x^2}{2} + C_1 \tag{3}$$

$$\frac{d\varphi_p}{dx} = \int -\frac{qN_A'x}{\varepsilon_0\varepsilon}dx = -\frac{qN_A'}{\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{x^2}{2} + C_2 \tag{4}$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 знаходимо з умови: якщо $x = -l_p$, $\frac{d\varphi_p}{dx} = 0$ якщо і $x = l_n$, $\frac{d\varphi_n}{dx} = 0$ тоді:

$$-\frac{qN_D'}{\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{l_n^2}{2} + C_1 = 0 => C_1 = \frac{qN_D'l_n^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} \tag{5}$$

$$-\frac{qN_A'}{\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{\left(-l_p\right)^2}{2} + C_2 = 0 => C_2 = \frac{qN_A'l_p^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} \tag{6}$$

Підставляємо значення C_1 і C_2 отримані в (5) і в (6) в рівняння (3) і (4) отримаємо:

$$\frac{d\varphi_n}{dx} = -\frac{qN_D'}{\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{x^2}{2} + \frac{qN_D'l_n^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} = -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}(x^2 - l_n^2) \tag{7}$$

$$\frac{d\varphi_p}{dx} = -\frac{qN_A'}{\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{x^2}{2} + \frac{qN_A'l_p^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} = -\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(x^2 - l_p^2\right) \tag{8}$$

Проінтигрувавши вирази (7) і (8) отримаємо розподіл потенціалу в в *p*- та *n*-областях:

$$\varphi_n(x) = \int -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}(x^2 - l_n^2)dx = -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\int x^2 dx - \int l_n^2 dx\right) = \\ = -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x\right) + C_3 \tag{9}$$

$$\varphi_p(x) = \int -\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(x^2 - l_p^2\right)dx = -\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\int x^2 dx - \int l_p^2 dx\right) = \\ = -\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_p^2 x\right) + C_4 \tag{10}$$

Сталі інтегрування C_3 і C_4 знаходимо з умови: якщо $x = -l_p$, $\varphi_p = 0$ якщо і $x = l_n$, $\varphi_n = \varphi_0$ тоді:

$$-\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{l_n^3}{3} - l_n^3\right) + C_3 = \varphi_0 \Rightarrow C_3 = \varphi_0 - \frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_n^3}{3}\right) \tag{11}$$

$$-\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{\left(-l_p\right)^3}{3} - l_p^2 \cdot \left(-l_p\right)\right) + C_4 = 0 \Rightarrow C_4 = \frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3}\right) \tag{12}$$

Підставляємо значення C_3 і C_4 отримані в (9) і в (10) в рівняння (11) і (12) отримаємо:

$$\varphi_n(x) = -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x\right) + \varphi_0 - \frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_n^3}{3}\right) = \\ = \varphi_0 - \frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x + \frac{2l_n^3}{3}\right) \tag{13}$$

$$\varphi_p(x) = -\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_p^2 x\right) + \frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3}\right) = \frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3} - \frac{x^3}{3} + l_p^2 x\right) \tag{14}$$