

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет електроніки
Кафедра електронної інженерії

Звіт
Про виконання розрахунково-графічної роботи №2
З дисципліни «Теорія поля»
Варіант №1

Виконав:

Студент 3 курсу гр. ДП-81

Берест Віталій Юрійович

Київ 2020

ЗАВДАННЯ

1. Для коаксіального кабеля з діелектричним заповненням, діаметрами провідників D і d , довжиною l , збудженого на частоті f , навантаженого на опір Z_H , розрахувати КСХ, коефіцієнт відбивання і вхідний опір. Побудувати графіки розподілу амплітуд струму і напруги вздовж кабеля.
2. Розрахувати місце підключення та величину реактивності (наприклад довжину шлейфа), необхідної для узгодження лінії з даним навантаженням.

ВИХІДНІ ДАНІ

$$\varepsilon = 2,26(\text{поліетилен})$$

$$f = 1 \text{ ГГц}$$

$$d = 1,37 \text{ мм}$$

$$D = 4,6 \text{ мм}$$

$$l = 40 \text{ см}$$

$$\dot{Z}_H = 50 + i50 \text{ Ом}$$

ХІД РОБОТИ

Для розрахунків будемо використовувати параметри кабелю, а саме погонні індуктивність та ємність, що можна розрахувати за формулами:

$$L_0 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{d} \quad (1)$$

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln \frac{D}{d}} \quad (2)$$

Враховуючи погонні параметри можемо знайти вираз для хвильового числа:

$$k = \omega \sqrt{L_0 C_0} = 2\pi f \sqrt{L_0 C_0} = 2\pi f \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{d} \cdot \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln \frac{D}{d}}} \Big|_{\mu=1} = 2\pi f \sqrt{\mu_0\varepsilon\varepsilon_0} \quad (3)$$

Розрахуємо числове значення хвильового числа, використовуючи вихідні дані:

$$k = 2\pi \cdot 10^9 \text{ Гц} \cdot \sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot 2,26} = 31,54 \frac{\text{рад}}{\text{м}}$$

Щоб скористатися формулами розрахунку для довгих ліній, нам необхідно впевнитись чи дійсно наш кабель можна вважати довгою лінією за частоти $f = 1 \text{ ГГц}$. Тому порівняємо довжину хвилі з довжиною кабеля, для цього розрахуємо довжину хвилі за формулою:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon \varepsilon_0}} = \frac{1}{f \sqrt{\mu_0 \varepsilon \varepsilon_0}} \quad (4)$$

Тоді чисельне значення довжини хвилі можна розрахувати, підставивши дані у формулу (4), маємо:

$$\lambda = \frac{1}{10^9 \text{ Гц} \cdot \sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}} \cdot 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\Gamma_H}{\text{м}} \cdot 2,26}} = 0,1992 \text{ м} = 19,92 \text{ см}$$

Порівнюючи значення довжини хвилі та довжини кабелю, бачимо, що довжина кабелю $l = 40 \text{ см}$ майже у два рази перевищує значення довжини хвилі, а отже дану лінію можемо вважати довгою та у розрахунках використовувати формули для довгих ліній.

Розрахунки будемо проводити у системі координат, де довга лінія буде лежати вздовж осі x , а початок координат будемо вважати точку підключення навантаження.

Основні параметри лінії передачі можна розрахувати за нижченаведеними формулами.

Хвильовий опір:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{\mu \mu_0 \ln \frac{D}{d} \cdot \frac{\ln \frac{D}{d}}{2\pi \varepsilon \varepsilon_0}}{\mu=1}} = \ln \frac{D}{d} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon \varepsilon_0}} = \ln \frac{D}{d} \cdot \frac{120\pi}{2\pi \sqrt{\varepsilon}} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon}} \ln \frac{D}{d} \quad (5)$$

Коефіцієнт відбивання:

$$\dot{\rho} = \frac{\dot{Z}_H - Z_0}{\dot{Z}_H + Z_0} \quad (6)$$

Модуль коефіцієнта відбивання:

$$|\dot{\rho}| = \sqrt{(\text{Re}(\dot{\rho}))^2 + (\text{Im}(\dot{\rho}))^2} \quad (7)$$

Коефіцієнт стоячої хвилі (КСХ):

$$КСХ = \frac{1 + |\dot{\rho}|}{1 - |\dot{\rho}|} \quad (8)$$

Опір уздовж лінії, буде змінюватись відповідно до:

$$\dot{Z}(x) = Z_0 \frac{\dot{Z}_H + iZ_0 \text{tg } kx}{Z_0 + i\dot{Z}_H \text{tg } kx} \quad (9)$$

Щоб розрахувати вхідний опір, врахуємо те, що у даній системі координат джерело, яке ми підключаємо до лінії, буде знаходитись у точці, де $x=l$, тоді, використовуючи формулу (), вхідний опір можемо описати таким виразом:

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = \dot{Z}(l) = Z_0 \frac{\dot{Z}_H + iZ_0 \operatorname{tg} kl}{Z_0 + i\dot{Z}_H \operatorname{tg} kl} \quad (10)$$

Проведемо розрахунок чисельних значень параметрів лінії за вищенаведеними формулами. Тоді:

Значення хвильового опору розрахуємо за формулою (5):

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{2,26}} \ln \frac{4,6 \cdot 10^{-3}}{1,37 \cdot 10^{-3}} = 48,34 \text{ Ом}$$

Округлимо значення хвильового опору до найближчого стандартного значення, тоді $Z_0 \approx 50 \text{ Ом}$.

Значення коефіцієнта відбивання розрахуємо за формулою (6):

$$\dot{\rho} = \frac{50 + i50 - 50}{50 + i50 + 50} = \frac{i50}{100 + i50} = 0,2 + i0,4$$

Тоді чисельне значення модуля коефіцієнта відбивання знаходимо за формулою (7):

$$|\dot{\rho}| = \sqrt{0,2^2 + 0,4^2} = 0,45$$

Розрахуємо КСХ за формулою (8):

$$КСХ = \frac{1 + 0,45}{1 - 0,45} = \frac{1,45}{0,55} = 2,64$$

Значення вхідного опору можемо знайти підставивши у вираз (10) вихідні дані та вже обчислені величини:

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = 50 \cdot \frac{50 + i50 + i50 \operatorname{tg} (31,54 \cdot 40 \cdot 10^{-2})}{50 + (50 + i50) \cdot i \cdot \operatorname{tg} (31,54 \cdot 40 \cdot 10^{-2})} = 55,35 + i52,34$$

Всі обчислені дані представимо у табличному вигляді:

$КСХ$	$\dot{\rho}$	$\dot{Z}_{\text{вх}}$
2,64	$0,2 + i0,4$	$55,35 + i52,34$

Табл.1. Значення шуканих параметрів

Скористаємось залежностями, що наведені нижче для побудови графіків розподілу амплітуд струму і напруги вздовж кабеля:

$$V_m(x) = V_m^+ |1 + \rho e^{-i2kx}| \quad (11)$$

$$I_m(x) = I_m^+ |1 - \rho e^{-i2kx}| \quad (12)$$

Так як конкретних значень амплітуди напруги або струму ми не задаємо, тому перетворимо дещо залежності (11) та (12), тобто пронормуємо їх на амплітуди напруги та струму:

$$\frac{V_m(x)}{V_m^+} = |1 + \rho e^{-i2kx}| \quad (13)$$

$$\frac{I_m(x)}{I_m^+} = |1 - \rho e^{-i2kx}| \quad (14)$$

Тоді за отриманими залежностями (13) та (14) ми можемо побудувати графік:

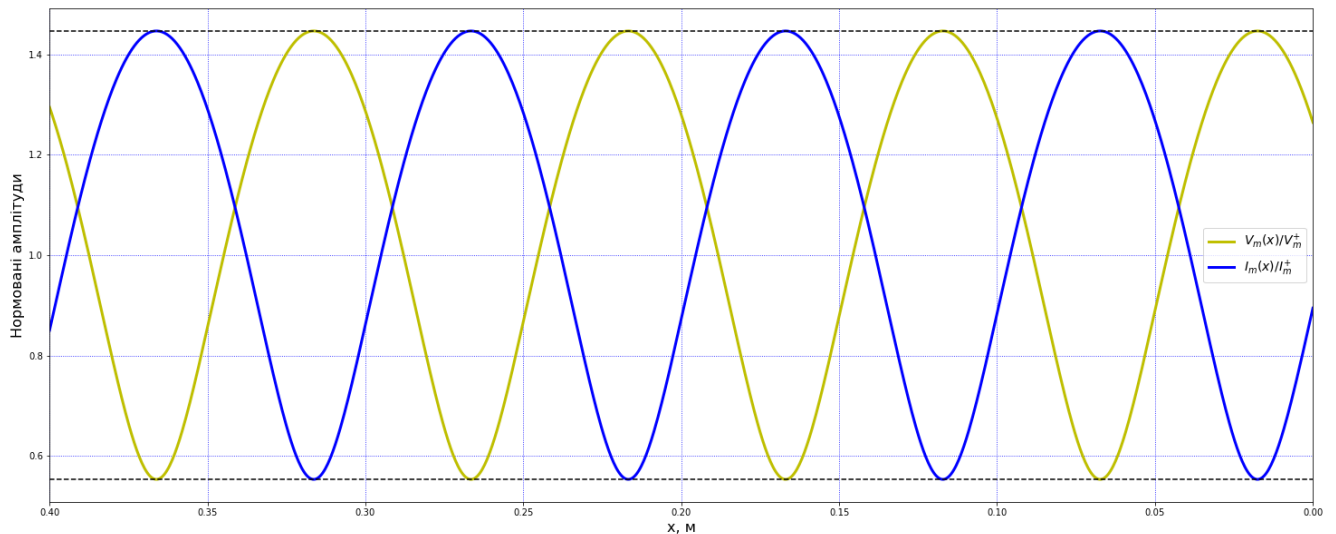


Рис.1. Графік розподілу нормованих амплітуд струму та напруги по довжині кабелю

Для чіткого розуміння розподілу амплітуд вздовж кабелю та наочного представлення, побудуємо графік, обмеживши вісь x до однієї довжини хвилі:

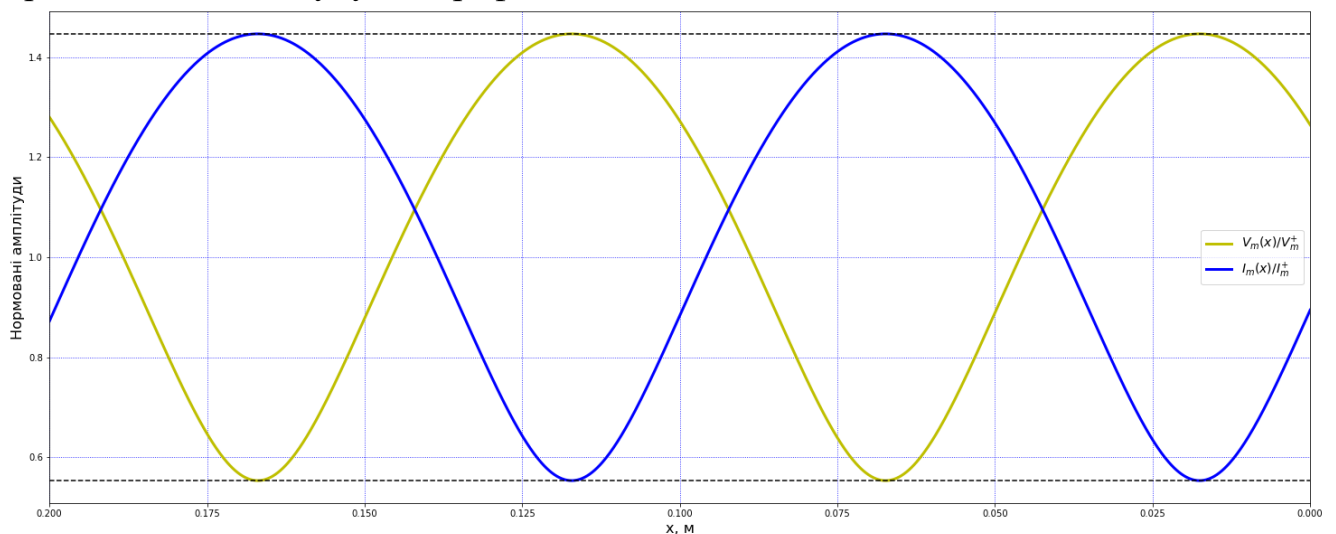


Рис.2. Графік розподілу нормованих амплітуд струму та напруги по довжині хвилі

Проведемо процедуру узгодження лінії з навантаженням, для цього нам необхідно знайти точку, в якій опір має активну складову, рівну хвильовому опору: $Z(x^*) = Z_0 \pm X(x^*)$. При цьому треба знайти значення реактивного опору в цій точці $\pm X(x^*)$. При включенні у цьому місці узгоджуючого елемента з реактивним опором $\mp X(x^*)$, сумарний опір буде дорівнювати хвильовому і в результаті навантаження разом з узгоджуючим елементом можна розглядати як узгодження.

Виконаємо таку процедуру графічно, для цього побудуємо залежності реальної та уявної складових опору від координати за формулою (9):

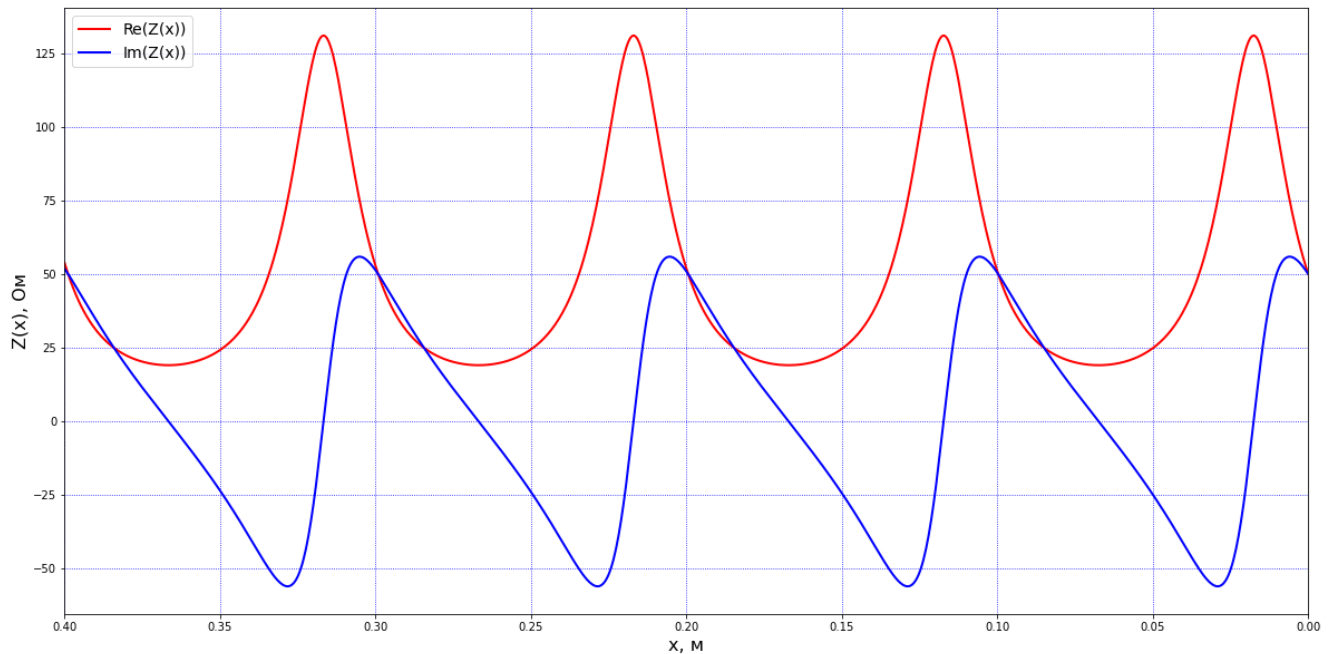


Рис.3. Графік розподілу активного та реактивного опорів по довжині кабеля

Умова узгодження навантаження, як вже зазначалось, полягає в тому, щоб активна складова опору дорівнювала хвильовому опору в найближчій до навантаження точці, яку ми зможемо знайти, побудувавши графік у більшому масштабі для зручності визначення шуканої точки, тож маємо:

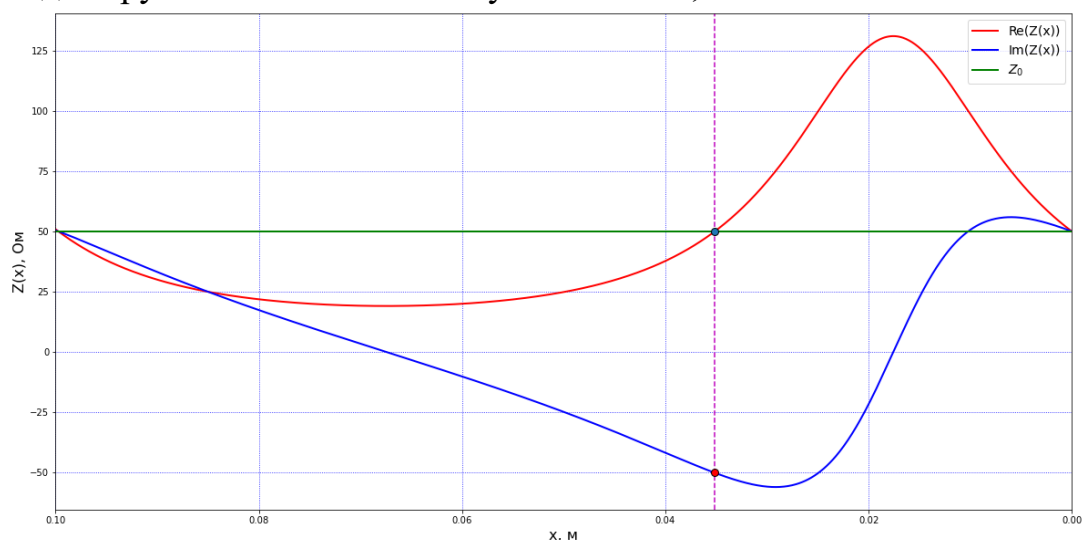


Рис.4. Графік розподілу активного, реактивного та хвильового опорів по довжині кабеля в межах половини довжини хвилі

Тоді, з Рис.4. можемо дізнатись значення точки підключення шлейфу:
 $x_{ш} = 0,035 м = 3,5 см$

А реактивний опір в даній точці буде таким:

$$\text{Im}(\dot{Z}(x_{ш})) = -i50,11 Ом$$

Тепер підключимо узгоджуючий елемент, в даному випадку шлейф, виготовлений з кабелю, опір якого має бути рівним реактивному опору з протилежним знаком:

$$\dot{Z}_{ш} = i50,11 Ом$$

Далі, довжину самого шлейфу, який має відповідний реактивний опір, ми можемо розрахувати, виконавши перетворення з наступним виразом:

$$\dot{Z}(x) = iZ_0 \operatorname{tg} kx \quad (15)$$

Де, в нашому випадку $x = l_{ш}$, і даний вираз набуває такого виду:

$$\dot{Z}_{ш} = iZ_0 \operatorname{tg} kl_{ш} \quad (16)$$

Розв'яжемо дане рівняння відносно ширини шлейфу і остаточно маємо:

$$l_{ш} = \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \frac{\dot{Z}_{ш}}{iZ_0} \quad (17)$$

Розрахуємо чисельне значення довжини шлейфу, підставивши у формулу (17) обраховані раніше величини:

$$l_{ш} = \frac{1}{31,54} \operatorname{arctg} \frac{i50,11}{i50} = 0,0251 м = 2,49 см$$

ВИСНОВКИ

В результаті виконання даної роботи ми переконалися, що даний кабель на заданій частоті можна вважати довгою лінією передачі, тому нам вдалося розрахувати деякі її параметри. Проаналізувавши результати обчислень, можемо сказати, що в даному випадку ми спостерігали режим змішаних хвиль, оскільки КСХ більший за 1, модуль коефіцієнта відбивання менший за 1, а, як бачимо з побудованих графічно залежностей, у вузлах амплітуда коливань ненульова. Також нам вдалося провести узгодження лінії з даним навантаженням, встановивши точку підключення узгоджуючого пристрою (шлейфу) та розрахувавши його довжину. Аналізуючи розраховану довжину шлейфу можемо сказати, що він має індуктивний характер, оскільки його значення потрапляє у межі $\frac{\lambda}{4} < l_{ш} < \frac{\lambda}{2}$, при цьому індуктивний реактивний опір шлейфу буде відповідати індуктивному реактивному опору в точці підключення узгоджуючого пристрою, таким чином ми зменшили деякі втрати в лінії передачі. На результат розрахунку чисельних значень впливали деякі похибки, одна з них – округлення чисел, це зменшує точність розрахованих значень.

Лістинг програми, яка виконує
графічні побудови на Рис.1. та Рис.2.

Мова програмування: Python

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

lam=0.4
ro=0.2+0.4j
x=np.linspace(0, lam, 1000)
V=abs(1+ro*np.exp(-1j*2*31.54*x))
I=abs(1-ro*np.exp(-1j*2*31.54*x))

fig, UI = plt.subplots(figsize=(25,10))
UI.plot(x, V, color='y', lw=3)
UI.plot(x, I, color='b', lw=3)
UI.grid(color='b', ls=':')
UI.set_xlim([lam, 0])
UI.set_xlabel('x, м', fontsize=16)
UI.set_ylabel('Нормовані амплітуди', fontsize=16)
UI.legend([' $V_m(x)/V_m^{(+)}$ ', ' $I_m(x)/I_m^{(+)}$ '], fontsize=14)
UI.axhline(max(V), ls='--', color='k')
UI.axhline(min(V), ls='--', color='k')
```


Лістинг програми, яка виконує
графічні побудови на Рис.3. та Рис.4.

Мова програмування: Python

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

lam=0.4
Z0=50
Zn=50+50j
x=np.linspace(0, lam, 1000)
Z1=Z0*(Zn+Z0*1j*np.tan(31.54*x))/(Z0+Zn*1j*np.tan(31.54*x))
ReZ=Z1.real
ImZ=Z1.imag
idx = np.argwhere(np.diff(np.sign(Z0-ReZ))).flatten()
Zsh=-ImZ[idx[1]]*1j
lsh=(np.arctan(Zsh/(1j*Z0)))/31.54

fig, Z = plt.subplots(figsize=(20,10))
Z.plot(x, ReZ, color='r', lw=2)
Z.plot(x, ImZ, color='b', lw=2)
#Z.plot([lam, 0], [Z0, Z0], lw=2, color='g')
#Z.axvline(x[idx[1]], color='m', ls='--')
Z.grid(color='b', ls=':')
Z.set_xlim([lam, 0])
Z.set_xlabel('x, м', fontsize=16)
Z.set_ylabel('Z(x), Ом', fontsize=16)
Z.legend(['Re(Z(x))', 'Im(Z(x))', '$Z_0$'], fontsize=14)
#Z.plot(x[idx[1]], ReZ[idx[1]], 'o', markersize=8, markeredgecolor='k')
#Z.plot(x[idx[1]], ImZ[idx[1]], 'ro', markersize=8, markeredgecolor='k')
print(x[idx[1]], Zsh, lsh)
```