МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”
Кафедра електронної інженерії

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2

з дисципліни «Твердотільна електроніка - 1»

«Розраахунок ширини плавного переходу»

Студетна 3 курсу

Групи ДМ-82

Іващук Віталій

Київ – 2020

Завдання:

Розрахувати за варіантом ширину плавного p-n переходу. У звіті навести детальне виведення формули з детальним описом цього виведення та детальний чисельний розрахунок. Також описати завдання з вказівкою данних за варіантом

Данні за варіантом:

Матеріал	$N'_A, \text{см}^{-4}$	$N'_D, \text{см}^{-4}$
Ge	1,2E+19	4,8E+21

Константи для матеріалу:

$n_i = 2{,}4 \cdot 10^{13} см^{-3}$
$\varphi_T = 0{,}026$
$\varepsilon = 16$
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-14}$

Розвязок:

Для знаходження ширини плавного *p*-*n* переходу нам потрібно розглядати рівняння Пуассона для одновимірного випадку:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\xi}{\varepsilon_0 \varepsilon} \quad (1)$$

Для того щоб розвязати рівняння Пуассона у нашому випадку, коли розглядаємо плавний перехід, припустимо, що розподіл домішок біля межі *p*- та *n*-областей буде лінійний і межі п-н переходу збігаються з координатами $x_1 = -l_p$ і $x_2 = l_n$. Тоді розподіл густини заряду в областях p і n буде пропорційним градієнтам концентрації домішок:

$$\xi_p = qN'_A x\, ;\ \xi_n = qN'_D x \quad (2)$$

де N'_A, N'_D— градієнти концентрації акцепторних і донорних домішок.

Проінтегруємо рівняння (1) окремо для області p $(-l_p \le x \le 0)$ і для області *n* $(0 \le x \le l_n)$, з урахуванням рівняння (2):

$$\frac{d\varphi_n}{dx} = \int -\frac{qN'_D x}{\varepsilon_0 \varepsilon} dx = -\frac{qN'_D}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi_p}{dx} = \int -\frac{qN'_A x}{\varepsilon_0 \varepsilon} dx = -\frac{qN'_A}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x^2}{2} + C_2 \quad (4)$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 знаходимо з умови: якщо $x = -l_p$, $\frac{d\varphi_p}{dx} = 0$ якщо і $x = l_n$, $\frac{d\varphi_n}{dx} = 0$ тоді:

$$-\frac{qN_D'}{\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{l_n^2}{2} + C_1 = 0 => C_1 = \frac{qN_D' l_n^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} \tag{5}$$

$$-\frac{qN_A'}{\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{\left(-l_p\right)^2}{2} + C_2 = 0 => C_2 = \frac{qN_A' l_p^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} \tag{6}$$

Підставляємо значення C_1 і C_2 отримані в (5) і в (6) в рівняння (3) і (4) отримаємо:

$$\frac{d\varphi_n}{dx} = -\frac{qN_D'}{\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{qN_D' l_n^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} = -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}(x^2 - l_n^2) \tag{7}$$

$$\frac{d\varphi_p}{dx} = -\frac{qN_A'}{\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{qN_A' l_p^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} = -\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(x^2 - l_p^2\right) \tag{8}$$

Проінтигрувавши вирази (7) і (8) отримаємо розподіл потенціалу в в *p*- та *n*-областях:

$$\begin{aligned}\varphi_n(x) = \int -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}(x^2 - l_n^2)dx = -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\int x^2 dx - \int l_n^2 dx\right) = \\ = -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x\right) + C_3\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}\varphi_p(x) = \int -\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(x^2 - l_p^2\right)dx = -\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\int x^2 dx - \int l_p^2 dx\right) = \\ = -\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_p^2 x\right) + C_4\end{aligned} \tag{10}$$

Сталі інтегрування C_3 і C_4 знаходимо з умови: якщо $x = -l_p$, $\varphi_p = 0$ якщо і $x = l_n$, $\varphi_n = \varphi_0$ тоді:

$$-\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{l_n^3}{3} - l_n^3\right) + C_3 = \varphi_0 \Rightarrow C_3 = \varphi_0 - \frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_n^3}{3}\right) \tag{11}$$

$$-\frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{\left(-l_p\right)^3}{3} - l_p^2 \cdot \left(-l_p\right)\right) + C_4 = 0 \Rightarrow C_4 = \frac{qN_A'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3}\right) \tag{12}$$

Підставляємо значення C_3 і C_4 отримані в (9) і в (10) в рівняння (11) і (12) отримаємо:

$$\varphi_n(x) = -\frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x\right) + \varphi_0 - \frac{qN_D'}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_n^3}{3}\right) = \tag{13}$$

$$= \varphi_0 - \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_n^2 x + \frac{2l_n^3}{3}\right)$$

$$\varphi_p(x) = -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{x^3}{3} - l_p^2 x\right) + \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3}\right) = \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3} - \frac{x^3}{3} + l_p^2 x\right) \quad (14)$$

Також знайдемо розподіл електричного поля *E* = -grad φ який дозволить нам знайти важливе співвідношення яке ми потім використаємо.

$$E_n(x) = -\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(l_n^2 - x^2\right)$$
$$E_p(x) = -\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(l_p^2 - x^2\right) \quad (15)$$

Крива розподілу електричного поля *E*(x) у плавному переході є зчленуванням квадратичних парабол. Виходячи з рівності Ep(0) = En(0), отримаємо:

$$\frac{l_n^2}{l_p^2} = \frac{N'_A}{N'_D} \quad (16)$$

Ми отримали спиввыдношення яке нам потрыбне.

Ширину переходу знаходимо з умови $\varphi_n(0) = \varphi_p(0)$:

$$\varphi_0 - \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{0^3}{3} - l_n^2 \cdot 0 + \frac{2l_n^3}{3}\right) = \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{2l_p^3}{3} - \frac{0^3}{3} + l_p^2 \cdot 0\right) \quad (17)$$

Далі виконуємо елементарні спрощення:

$$\varphi_0 - \frac{2l_n^3 qN'_D}{6\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{2l_p^3 qN'_A}{6\varepsilon_0\varepsilon}$$
$$-\frac{l_n^3 qN'_D}{3\varepsilon_0\varepsilon} - \frac{l_p^3 qN'_A}{3\varepsilon_0\varepsilon} = -\varphi_0$$
$$\frac{q}{3\varepsilon_0\varepsilon}\left(l_n^3 N'_D + l_p^3 N'_A\right) = \varphi_0 \quad (18)$$
$$\left(l_n^3 N'_D + l_p^3 N'_A\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}$$

Після цього використовуючи формулу (16) робимо заміну і спрощуємо:

(19)

$$\left(l_n^3 + l_p^3 \frac{N'_A}{N'_D}\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D}$$
$$\left(l_n^3 + l_p^3 \cdot \frac{l_n^2}{l_p^2}\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D}$$
$$l_n^2(l_n + l_p) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D}$$

Після цього використовуючи рівняння $l_0 = l_p + l_n$ робимо заміну і виражаємо l_n :

$$l_n^2 = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D l_0}$$
$$l_n = \sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D l_0}} \tag{20}$$

Всі ті самі дії робимо для того, щоб знайти l_p, але під час заміни з використанням формули (16) беремо їй обернену величину:

$$\left(l_n^3 N'_D + l_p^3 N'_A\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}$$
$$\left(l_n^3 \frac{N'_D}{N'_A} + l_p^3\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_A}$$
$$\left(l_n^3 \frac{l_p^2}{l_n^2} + l_p^3\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_A}$$
$$l_p^2(l_n + l_p) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_A} \tag{21}$$
$$l_p^2 = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_A l_0}$$
$$l_p = \sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_A l_0}}$$

Далі значення l_p і l_n які ми отримали в рівняннях (18) і (19) підставляємо у кінцеве рівняння отримане в (16) і виражаємо l_0:

$$\left(\left(\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_D l_0}\right)^{\frac{3}{2}} N'_D + \left(\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{qN'_A l_0}\right)^{\frac{3}{2}} N'_A\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q} \tag{22}$$

$$\left(\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q l_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{N_D'}{(N_D')^{\frac{3}{2}}} + \frac{N_A'}{(N_A')^{\frac{3}{2}}}\right) = \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}$$

$$\left(\frac{1}{l_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{N_D'}{(N_D')^{\frac{3}{2}}} + \frac{N_A'}{(N_A')^{\frac{3}{2}}}\right) = \frac{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}}{\left(\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\left(\frac{1}{l_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{N_D'}} + \frac{1}{\sqrt{N_A'}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}}}$$

$$\left(\frac{1}{l_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{\sqrt{N_A'} + \sqrt{N_D'}}{\sqrt{N_D' N_A'}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{N_A'} + \sqrt{N_D'}}{\sqrt{N_D' N_A'}}\right) \cdot \sqrt{\frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}} = l_0^{\frac{3}{2}}$$

$$l_0^3 = \left(\frac{\left(\sqrt{N_A'} + \sqrt{N_D'}\right)^2}{N_D' N_A'}\right) \cdot \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}$$

$$l_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{N_A' + 2\sqrt{N_D' N_A'} + N_D'}{N_D' N_A'}\right) \cdot \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}}$$

$$l_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{N_D'} + \frac{2}{\sqrt{N_D' N_A'}} + \frac{1}{N_A'}\right) \cdot \frac{\varphi_0 3\varepsilon_0\varepsilon}{q}}$$

У нас є ще одна невідома величина, φ_0 – висота потенціального бар’єра яка знаходиться за формулою:

$$\varphi_0 = \varphi_T \, ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \tag{23}$$

де, φ_T – температурний потенціал , $N_A N_D$ –концентрації акцепторних і донорних домішок, n_i^2 –квадрат власної концентрації носіїв заряду.

Щоб знайти концентрації треба помножити градієнт на ширину відповідної області і отримаємо концентрацію для φ_0.

$$\begin{gathered} N_A = N_A' \cdot l_p \\ N_D = N_D' \cdot l_n \end{gathered} \tag{24}$$

Підставивши (24) в (23) отримаємо:

$$\varphi_0 = \varphi_T \, ln \frac{N_A' l_p N_D' l_n}{n_i^2} \tag{25}$$

Підставивши формулу (25) в кінцеве рівняння з (22) і враховуючи, що $l_0 = l_p + l_n$ отримаємо рівняння з двома невідомими:

$$l_p + l_n = \sqrt[3]{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon}{q}\left(\frac{1}{N_D'} + \frac{2}{\sqrt{N_D' N_A'}} + \frac{1}{N_A'}\right) \cdot \varphi_T \, ln \frac{N_A' l_p N_D' l_n}{n_i^2}} \quad (26)$$

Для того, щоб знайти дві невідомі величини нам потрібно скласти систему, друге рівняння візьмемо виразивши l_n з рівняння (16), отримаємо таку систему, з якої ми можемо знайти невідомі величини:

$$\begin{cases} l_p + l_n = \sqrt[3]{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon}{q}\left(\frac{1}{N_D'} + \frac{2}{\sqrt{N_D' N_A'}} + \frac{1}{N_A'}\right) \cdot \varphi_T \, ln \frac{N_A' l_p N_D' l_n}{n_i^2}} \\ l_n = l_p \cdot \sqrt{\frac{N_A'}{N_D'}} \end{cases} \quad (27)$$

Підставивши 2 рівняння в 1 системи (27) отримаємо нелінійне рівняння:

$$l_p\left(1 + \sqrt{\frac{N_A'}{N_D'}}\right) = \sqrt[3]{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon}{q}\left(\frac{1}{N_D'} + \frac{2}{\sqrt{N_D' N_A'}} + \frac{1}{N_A'}\right) \cdot \varphi_T \, ln \frac{N_A' N_D' l_p^2 \cdot \sqrt{\frac{N_A'}{N_D'}}}{n_i^2}} \quad (28)$$

Підставимо в рівняння (27) значення всіх констант і відомих значень отримаємо:

$$1{,}05 \cdot l_p = \sqrt[3]{6{,}05450625 \cdot 10^{-14} \cdot \ln\left(0{,}05 \cdot 10^{14} \cdot l_p^2\right)} \quad (29)$$

Щоб знайти корені цього рівняння використовуємо чисельні методи розвязання.Розвязуєм методом бісекції:

Отримали результат:

$$l_p = 0.000081668 \text{ см} \quad (30)$$

Підставивши результат з (30) в друге рівняння системи (27) знайдемо l_n:

$$l_n = l_p \cdot \sqrt{\frac{N_A'}{N_D'}} = 0.000081668 \cdot 0.05 = 4.0834 \cdot 10^{-6} \; см \quad (31)$$

Враховуючи $l_0 = l_p + l_n$ знаходимо нашу відповідь:

$$l_0 = 8.57514 \cdot 10^{-5} \text{ см} \quad (32)$$

Відповідь: $l_0 = 0.857514$ мкм