Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Факультет Електроніки
Кафедра мікроелектроніки

ЗВІТ
Про виконання пактичної роботи №2
з дисципліни: «Твердотільна електроніки-1»

Розрахунок ширини плавного (лінійно-градієнтного) p-n переходу

Виконавець:
Студент 3-го курсу ______________ О. О. Грабар
(підпис)

Превірив: ______________ Л. М. Королевич
(підпис)

2020

Задані величини:

$N'_A = 3.8 \cdot 10^{20}$ – Градієнт кон-ції в p-області
$N'_D = 2.2 \cdot 10^{22}$ – Градієнт кон-ції в n-області
$n_i = 1.45 \cdot 10^{10}$ – Концентрація власних носіїв заряду
$\varepsilon = 11.9$ – Відносна діелектрична проникність
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-14}$ – Електрична стала
при T = 300K $\varphi_T = 0.025875$– Температурний потенціал
$q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ – Заряд електрона

Спочатку потрібно знайти електричне поле E(x) і потенціал $\varphi(x)$, тому порібно використати (проінтегрувати) рівняння Пуассона.

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\xi}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{dE}{dx} \tag{1}$$

Будемо вважати, що розподіл густини заряду в областях p in буде пропорційним градієн там концентрації домішок, тоді розподіл густини заряду в областях p і n буде пропорційним градієнтам концентрації домішок:

$$\xi_p = qN'_A x; \ \xi_n = qN'_D x, \tag{2}$$

де N'_A, N'_D– градієнти концентрації акцепторних і донорних домішок.
Підствивши рівняння (2) в (1) проінтегруємо його та отримаємо наступне:

Спочатку для $E_p(x)$ потім для $E_n(x)$:

$$\frac{d^2\varphi_p}{dx^2} = -\frac{-qN'_A x}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{dE_p}{dx} \tag{3}$$

$$E_p(x) = \int \frac{qN'_A x}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{qN'_A x^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} + C_1 \tag{4}$$

$$\frac{d^2\varphi_n}{dx^2} = -\frac{-qN'_D x}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{dE_n}{dx} \tag{5}$$

$$E_n(x) = \int \frac{qN'_D x}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{qN'_D x^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} + C_2 \tag{6}$$

Тепер знайдемо C_1 та C_2 за умови що

$$\begin{cases} \dfrac{d\varphi_p}{dx} = 0, \quad \text{якщо x} = -l_p; \\ \dfrac{d\varphi_n}{dx} = 0, \quad \text{якщо x} = l_n. \end{cases}$$

Тоді сталі інтегрування:

$$C_1 = -\frac{qN'_A l_p^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} \tag{7}$$

$$C_2 = -\frac{qN'_D l_n^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} \tag{8}$$

Після всіх підстановок та перестановок маємо:

$$E_p(x) = \frac{qN'_A}{2\varepsilon\varepsilon_0} \cdot (x^2 - l_p^2) \tag{9}$$

$$E_n(x) = \frac{qN'_D}{2\varepsilon\varepsilon_0} \cdot (x^2 - l_n^2) \tag{10}$$

Тепер треба знайти розподіл потенціалу p та n областях, запишемо загальну формулу для багатовимірного випадку:

$$E = -\left(\frac{d\varphi}{dx}i + \frac{d\varphi}{dy}j + \frac{d\varphi}{dz}k\right) \tag{11}$$

Наш випадок є одномірним тому останні два доданки ми ігноруємо, також оскільки E $= -grad\varphi$, то

$$E = -grad\varphi = -\frac{d\varphi}{dx} \Longleftrightarrow \varphi = \int Edx \tag{12}$$

Проінтегрувавши рівняння (9) та (10) знайдемо розподіл потенціалу в p та n областях:

$$-\int E_p(x)dx = -\int \frac{qN'_A}{2\varepsilon\varepsilon_0} \cdot (x^2 - l_p^2) \Rightarrow \varphi_p(x) = \frac{qN'_A l_p^2 x}{2\varepsilon\varepsilon_0} - \frac{qN'_A x^3}{6\varepsilon\varepsilon_0} + C_3 \tag{13}$$

$$-\int E_n(x)dx = -\int \frac{qN'_D}{2\varepsilon\varepsilon_0} \cdot (x^2 - l_n^2) \Rightarrow \varphi_n(x) = \frac{qN'_D l_n^2 x}{2\varepsilon\varepsilon_0} - \frac{qN'_D x^3}{6\varepsilon\varepsilon_0} + C_4 \tag{14}$$

За умови що $\varphi_p = \varphi_0$, якщо x $= -l_p$; та $\varphi_n = 0$, якщо x $= l_n$. можна знайти невідомі константи C_3 та C_4 таким чином:

$$C_3 = \varphi_0 + \frac{qN'_A l_p^3}{3\varepsilon\varepsilon_0} \tag{15}$$

$$C_4 = -\frac{qN'_D l_n^3}{3\varepsilon\varepsilon_0} \tag{16}$$

Підставляєючи отримаємо вираз для розподілу потенціала:

$$\varphi_p(x) = \varphi_0 + \frac{qN'_A}{6\varepsilon\varepsilon_0} \cdot (3l_p^2 x - x^3 + 2l_p^3) \tag{17}$$

$$\varphi_n(x) = \frac{qN'_D}{6\varepsilon\varepsilon_0} \cdot (3l_n^2 x - x^3 - 2l_n^3) \tag{18}$$

Тепер можна знайти φ_0:

$$\varphi_0 - \frac{q \cdot (N'_A l_p^3 + N'_D l_n^3)}{3\varepsilon\varepsilon_0} = 0 \tag{19}$$

Прирівняємо вирази для розподілу електричних полів за умови що $E_p(0) = E_n(0)$ і вираз:

$$\frac{l_n^2}{l_p^2} = \frac{N'^2_A}{N'^2_D} \tag{20}$$

Знаючи (15) можемо знайти вирази для товщини області просторового заряду в p та n-області:

$$N'_A l_p^3 + N'_D l_n^3 = \frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{q} \tag{21}$$

$$N'_D \left(\frac{N'^2_A}{N'^2_D} \cdot l_n^2 + l_p^2 \right) = \frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{q} \tag{22}$$

$$N'_D \left(\frac{l_n^2}{l_p^2} \cdot l_n^2 + l_p^2 \right) = \frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{q} \tag{23}$$

$$l_n^2(l_p + l_p) = \frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{l_0 q N'_D} \tag{24}$$

Знаючи що $l_0 = l_p + l_n$ можемо запишемо вираз дляl_p та виконавши аналогічні перетворбвання для l_n:

$$l_n = \sqrt{\frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{l_0 q N'_D}} \tag{25}$$

$$l_p = \sqrt{\frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{l_0 q N'_A}} \tag{26}$$

Підставивши е (19) отримані l_p та l_n отримаємо наступне:

$$\left(\frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{l_0 q} \right)^{\dfrac{2}{3}} \left(\frac{N_A}{(N_A)^{\frac{2}{3}}} + \frac{N_D}{(N_D)^{\frac{2}{3}}} \right) = \frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{q} \tag{27}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\sqrt{N'_A} + \sqrt{N'_D}}{\sqrt{N'_A \cdot N'_D}} \cdot \sqrt{\frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{q}} = l_0^{\frac{3}{2}} \tag{28}$$

$$l_0^{\frac{3}{2}} = \frac{(\sqrt{N'_A} + \sqrt{N'_D})^2}{N'_A \cdot N'_D} \cdot \frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{q} \tag{29}$$

$$l_0 = \sqrt[3]{\frac{N'_A + 2\sqrt{N'_A \cdot N'_D} + N'_D}{N'_A \cdot N'_D} \cdot \frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{q}} \tag{30}$$

$$l_0 = \sqrt[3]{\frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_0}{q} \left(\frac{1}{N'_A} + \frac{2}{\sqrt{N'_A N'_D}} + \frac{1}{N'_D} \right)} \tag{31}$$

Тепер треба вивести формулу самої висоти потенціального бар'єра p-n переходу, тобто φ_0

, яку можна знайти з знаючи формулу для ступінчатого p-n переходу:

$$\varphi_0 = \varphi_T \cdot ln\frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2}, \tag{32}$$

де φ_T – температурний коефіцієнт, $N_A N_D$ – концентрація акцепторних і донорних домішок відповідно та n_i^2 – квадрат власної концентрації носіїв заряду.

Запишемо зв'язок між самою концентрацією та градієнтом концентрації:

$$N_A = N_A' \cdot l_p \tag{33}$$

$$N_D = N_D' \cdot l_n \tag{34}$$

Підставляючи це в (30) отримаємо:

$$\varphi_0 = \varphi_T \cdot ln\frac{N_A' \cdot l_p \cdot N_D' \cdot l_n}{n_i^2} \tag{35}$$

Тепер маємо:

$$l_0 = \sqrt[3]{\frac{3\varepsilon\varepsilon_0\varphi_T ln\frac{N_A' l_p \cdot N_D' l_n}{n_i^2}}{q}\left(\frac{1}{N_A'} + \frac{2}{\sqrt{N_A' N_D'}} + \frac{1}{N_D'}\right)} \tag{36}$$

З виразу (18) знайдемо l_n:

$$l_n^2 = l_p^2 \cdot \frac{N_A'}{N_D'} \tag{37}$$

$$l_n = l_p \cdot \sqrt{\frac{N_A'}{N_D'}} \tag{38}$$

Знаючи що $l_0 = l_n + l_p$ підставляємо (38) в (39)

$$l_p + l_p \cdot \sqrt{\frac{N_A'}{N_D'}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \varphi_T \cdot ln\frac{N_A' \cdot l_p^2 \cdot N_D' \cdot \sqrt{\frac{N_A'}{N_D'}}}{n_i^2}}{q}\left(\frac{1}{N_A'} + \frac{2}{\sqrt{N_A' N_D'}} + \frac{1}{N_D'}\right)} \tag{39}$$

Тепер можемо підставити задані значення розв'язати нелінійне рівняння чісельним методом і в результаті отримаємо:

$$1.2 \cdot 10^{12} l_p^3 = 2 \cdot ln(l_p) + 71.99 \tag{40}$$

Таким чином наближено наближено отримали l_p:

$$l_p = 0.0001 \tag{41}$$

Тому

$$l_n = 0.001 \cdot \sqrt{\frac{N_A'}{N_D'}} = 1.31425748 \cdot 10^{-5} \tag{42}$$

$$l_0 = l_n + l_p = 0.00011314 \text{ см}$$