Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Факультет Електроніки
Кафедра мікроелектроніки

ЗВІТ

Про виконання практичної роботи №2

з дисципліни: «Твердотіла електроніка»

Розрахунок ширини плавного p-n переходу

Виконав:
Студент 3-го курсу _______________ Кузьмінський О.Р.
(підпис)

Перевірив: _______________ Королевич Л.М.
(підпис)

2020

1. Завдання

Вхідні дані:

Матеріал	Si
Градієнт кон-ції в p-області $N_A, \text{см}^{-4}$	5×10^{18}
Градієнт кон-ції в n-області $N_D, \text{см}^{-4}$	1×10^{20}
Відносна діелектрична проникність ε	11.9
Електрична стала ε_0,Ф $\times$ см$^{-1}$	8.85×10^{-14}
Температурний потенціал $(T = 300K)\varphi_T$, В	0.026
Концентрація власних носіїв заряду $n_i^2, \text{см}^{-3}$	1.45×10^{10}
Заряд електрона q, Кл	1.6×10^{-19}

2. Алгоритм розрахунку

Для початку, знайдемо розподіл електричного поля $E(x)$ і потенціал $\varphi(x)$, розв'язавши **рівняння Пуассона** для одновимірного випадку:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{dE}{dx} = -\frac{\xi}{\varepsilon_0\varepsilon}, \tag{1}$$

де: φ – потенціал електричного поля, ξ – густина розподілу об'ємного заряду, Е-напруженість електричного поля, ε_0,ε – діелектричні проникності.

Плавні переходи отримують дифузійним методом, на відміну від ступінчатих, що виготовляються епітаксіальним. Вони описуються апроксимуючою лінійно-градієнтною моделлю, тому плавні переходи також називають **лінійно-градієнтними переходами**.

Будемо вважати, що розподіл густини заряду в областях p і n буде пропорційним градієнтам концентрації домішок:

$$\xi_p = qN'_A x, \xi_n = qN'_D x \tag{2}$$

Проінтегруємо рівняння (1), підставивши в нього вираз (2):

$$\int -\tfrac{dE_p}{dx}\, dx = \int -\tfrac{qN'_A x}{\varepsilon_0\varepsilon}\, dx$$

$$\int -\tfrac{dE_n}{dx}\, dx = \int -\tfrac{qN'_D x}{\varepsilon_0\varepsilon}\, dx$$

Отримаємо два розподіли напруженості електричних полів:

$$E_p(x) = \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times x^2 + C_1$$

$$E_n(x) = \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times x^2 + C_2$$

Сталі інтегрування C_1 та C_2 знаходимо з умови:

$$C_1 = \left| x = -l_p, \frac{d\varphi_p}{dx} = E_p = 0 \right| = -\frac{qN'_A l_p^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$C_2 = \left| x = l_n, \frac{d\varphi_n}{dx} = E_n = 0 \right| = -\frac{qN'_D l_n^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

Запишемо остаточний вираз:

$$E_p(x) = \frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times (x^2 - l_p^2) \tag{3}$$

$$E_n(x) = \frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times (x^2 - l_n^2) \tag{4}$$

Далі знайдемо розподіл потенціалу в p і n областях. Відомо, що:

$$E = -grad(\varphi) = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{k}\right)$$

Враховуючи одномірний випадок (y,$z = 0$),маємо:

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}, \text{ або } \varphi = -\int E\,dx \tag{5}$$

З огляду на це проінтегруємо вирази (3) , (4):

$$\varphi_p = -\int E_p(x)\,dx = -\int \left[\frac{qN'_A}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times (x^2 - l_p^2)\right] dx \tag{6}$$

$$\varphi_n = -\int E_n(x)\,dx = -\int \left[\frac{qN'_D}{2\varepsilon_0\varepsilon} \times (x^2 - l_n^2)\right] dx \tag{7}$$

Отримали два розподіли потенціалів:

$$\varphi_p(x) = \frac{qN'_A l_p^2 x}{2\varepsilon_0\varepsilon} - \frac{qN'_A x^3}{6\varepsilon_0\varepsilon} + C_3 \tag{8}$$

$$\varphi_n(x) = \frac{qN'_D l_n^2 x}{2\varepsilon_0\varepsilon} - \frac{qN'_D x^3}{6\varepsilon_0\varepsilon} + C_4 \tag{9}$$

Сталі інтегрування знаходимо за наступними умовами:

$$C_3 = \left| x = -l_p, \varphi_p = 0 \right| = \frac{qN'_A l_p^3}{3\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$C_4 = \left| x = l_n, \varphi_n = \varphi_0 \right| = \varphi_0 - \frac{qN'_D l_n^3}{3\varepsilon_0\varepsilon}$$

Записуємо остаточні вирази для розподілів потенціалу:

$$\varphi_p(x) = \frac{qN'_A}{6\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(3l_p^2 x - x^3 + 2l_p^3\right) \tag{10}$$

$$\varphi_n(x) = \varphi_0 + \frac{qN'_D}{6\varepsilon_0\varepsilon} \times \left(3l_n^2 x - x^3 - 2l_n^3\right) \tag{11}$$

Ширину плавного pn-переходу знходимо за умовами:$\varphi_p(0) = \varphi_n(0)$:

$$\varphi_0 - \frac{q}{3\varepsilon_0\varepsilon}\left(N'_A l_p^3 + N'_D l_n^3\right) = 0 \tag{12}$$

Прирівнявши вирази (3), (4) при $E_p(0) = E_n(0)$, маємо:

$$\frac{l_n^2}{l_p^2} = \frac{N'_A}{N'_D} \tag{13}$$

Модифікуємо вираз (12), та знайдемо з допомогою (13) l_n,l_p:

$$N'_A l_p^3 + N'_D l_n^3 = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q} \tag{14}$$

$$N'_D\left(\frac{N'_A}{N'_D} \times l_p^3 + l_n^3\right) = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$
$$N'_D\left(\frac{l_n^2}{l_p^2} \times l_p^3 + l_n^3\right) = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$
$$l_n^2\left(l_p + l_n\right) = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{qN'_D}$$

Врахувавши, що $l_0 = l_p + l_n$, маємо:

$$l_n = \sqrt{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{l_0 q N'_D}} \tag{15}$$

Аналогічні операції виконуємо для знаходження l_p, маємо:

$$l_p = \sqrt{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{l_0 q N'_A}} \tag{16}$$

Підставимо (15), (16) у (14), та оптимізуємо отриманий вираз:

$$\left(\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{l_0 q}\right)^{\frac{3}{2}} \times \left[\frac{N'_A}{(N'_A)^{\frac{3}{2}}} + \frac{N'_D}{(N'_D)^{\frac{3}{2}}}\right] = \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q} \tag{17}$$

$$\frac{\sqrt{N'_A} + \sqrt{N'_D}}{\sqrt{N'_A N'_D}} \times \sqrt{\frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}} = l_0^{\frac{3}{2}}$$

$$l_0^3 = \frac{\left(\sqrt{N'_A} + \sqrt{N'_D}\right)^2}{N'_A N'_D} \times \frac{3\varepsilon_0\varepsilon\varphi_0}{q}$$

$$l_0 = \sqrt[3]{\frac{N'_A + 2\sqrt{N'_A N'_D} + N'_D}{N'_A N'_D} \times \frac{3\varepsilon_0 \varepsilon \varphi_0}{q}}$$

Остаточна формула для розрахунку ширини плавного pn-переходу:

$$\boxed{l_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_A N'_D}} + \frac{1}{N'_A}\right) \times \frac{3\varepsilon_0 \varepsilon \varphi_0}{q}}} \tag{18}$$

Знайдемо висоту потенціального бар'єру. Для ступінчатого переходу формула має такий вигляд:

$$\varphi_0 = \varphi_T \times ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right), \text{ де} \tag{19}$$

$\varphi_T = \dfrac{kT}{q}$—температурний потенціал.
Концентрації і їх градієнти зв'язані між собою наступними співвідношеннями:

$$N_A = N'_A l_p,\ N_D = N'_D l_n$$

Враховуючи це, перепишемо (19) наступним чином:

$$\varphi_0 = \varphi_T \times ln\left(\frac{N'_A N'_D l_p l_n}{n_i^2}\right) \tag{20}$$

Підставимо вираз (20) у (18), маємо:

$$l_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_A N'_D}} + \frac{1}{N'_A}\right) \times \frac{3\varepsilon_0 \varepsilon \varphi_T \times ln\left(\frac{N'_A N'_D l_p l_n}{n_i^2}\right)}{q}} \tag{21}$$

З виразу (13) знаходимо невідому величину l_n:

$$l_n^2 = l_p^2 \times \frac{N'_A}{N'_D}$$

$$l_n = l_p \times \sqrt{\frac{N'_A}{N'_D}} \tag{22}$$

Підставимо вираз (22) у (21), врахувавши також, що $l_0 = l_p + l_n$:

$$l_p + l_p \times \sqrt{\frac{N'_A}{N'_D}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_A N'_D}} + \frac{1}{N'_A}\right) \times \frac{3\varepsilon_0 \varepsilon \varphi_T \times ln\left(\frac{N'_A N'_D l_p l_p \times \sqrt{\frac{N'_A}{N'_D}}}{n_i^2}\right)}{q}}$$

$$l_p\left(1 + \sqrt{\frac{N'_A}{N'_D}}\right) = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{N'_D} + \frac{2}{\sqrt{N'_A N'_D}} + \frac{1}{N'_A}\right) \times \frac{3\varepsilon_0 \varepsilon \varphi_T \times ln\left(\frac{l_p^2 \times \sqrt{N'_D N'^3_A}}{n_i^2}\right)}{q}} \tag{23}$$

Підставивши усі табличні дані, та значно спростивши вираз (23), отримали нелінійне рівняння:

$$0.119 \times 10^{14} l_p^3 - 2Ln(l_p) - 64.21 = 0 \tag{24}$$

Нелінійні рівняння зручно розв'язати числовими методами. Я обрав для себе ітераційний *метод Ньютона-Рафсона (дотичних)*, який полягає в наступному: нехай $x^{(i)}$—деяке наближення до кореня рівняння. Наступне наближення $x^{(i+1)}$ можна обчислити як перетин дотичної до кривої $f(x)$ в точці $(x^{(i)}, f^{(i)})$ з віссю абсцис. Розв'язок наближеного рівняння трактується як чергове наближення до кореня точного рівняння:

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} - \frac{f^{(i)}}{f'^{(i)}}$$

Процес продовжуватиметься доти, доки два послідовні наближення не стануть достатньо близькими.
Ітераційний процес зручно виконувати з допомогою комп'ютерної техніки (детальніше про алгоритм див. у додатку).

Отже, отримали таким чином наближено l_p:

$$l_p = 0.0001577 \tag{25}$$

l_n знаходимо з виразу (22):

$$l_n = 0.0001577 \times \sqrt{\frac{5 \times 10^{18}}{10^{20}}}$$

$$l_n = 0.0000352628 \tag{26}$$

Маючи l_n l_p, можемо знайти l_0:

$$l_0 = l_p + l_n = 0.0001577 + 0.0000352628 = 0.0001929628 \text{ см.}$$

3. Додаток

```
#include <iostream>
#include <math.h>
#include<iomanip>
using namespace std;

int main()
{
   double eps,x,x0,delta;

    x0=1;
    eps=0.00001;
    int z=1;

    x=x0;
   do
    {   x0=x;

        delta=(0.119*pow(10,14)*x*x*x-2*log(x)-64.21)/(0.357*pow(10,14)*x*x-(2/x));
        x=x0-delta;
        cout<<fixed;
        cout<<z<<" "<<"X= "<<setprecision(7)<<x<<endl;
        z=z+1;
    }

while(fabs(delta)>eps);



    return 0;
}
```