

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Кафедра Електронної Інженерії

Інв. № _____

КУРСОВА РОБОТА

з дисципліни «Теорія сигналів»

на тему: «Аналіз дискретних сигналів та їх проходження через лінійні системи»

№ частини	Бали	Підпис
1		
2		
3		
ЗАХИСТ		

Студента 3 курсу групи ДМ-82

напряму підготовки:

Івашука В.О

Керівник:

доц. каф. ЕІ, доц., к.т.н. А.О. Попов

Національна оцінка _____

Кількість балів: _____ Оцінка ECTS _____

Члени комісії _____ доц., к.т.н., А.О. Попов

(підпис)

(підпис)

(внести прізвище, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Київ – 20____

Формуємо послідовність виходу:

$D1, D2, M1, M2, R1, R2, R3, R4$

Отримуємо:

$2, 6, 0, 3, 2, 0, 0, 1$

Формуємо сигнал виходу:

$$X[n] = [(D1+D2+5), -(M1+M2+3), -(M2+2), (R4+M1+D1), (M1+M2+D2)]$$

Отримуємо:

$$X[n] = [13, -6, -5, 3, 9]$$

Розділ 1

"Дослідження проходження сигналів через лінійні системи"

1. Навести вихідну послідовність системи осереднення зі зсувом при поданні на вхід сигналу $X[n]$ для значень $N_1 = \min(3, 7)$, $N_2 = \min(4, 12)$, де $\min(A, B)$ - мінімум з двох чисел. Розрахувати всі ненульові відліки вихідного сигналу.

Система осереднення зі зсувом описується рівнянням:

$$y[n] = \frac{1}{N_1 + N_2 + 1} \sum_{k=-N_1}^{N_2} x[n-k]; \quad N_1 = 3, \quad N_2 = 4$$

$$\begin{aligned} y[0] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[-k] = \frac{1}{8} (x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + x[-1] + x[-2] + x[-3] + x[-4]) = \\ &= \frac{1}{8} (3 + (-5) + (-6) + 13 + 0 + 0 + 0 + 0) = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y[1] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[1-k] = \frac{1}{8} (x[4] + x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + x[-1] + x[-2] + x[-3]) = \\ &= \frac{1}{8} (9 + 3 + (-5) + (-6) + 13 + 0 + 0 + 0) = \frac{14}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y[2] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[2-k] = \frac{1}{8} (x[5] + x[4] + x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + x[-1] + x[-2]) = \\ &= \frac{1}{8} (0 + 9 + 13 + (-5) + (-6) + 13 + 0 + 0) = \frac{14}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y[3] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[3-k] = \frac{1}{8} (x[6] + x[5] + x[4] + x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + x[-1]) = \\ &= \frac{1}{8} (0 + 0 + 9 + 3 + (-5) + (-6) + 13 + 0) = \frac{14}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y[4] &= \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[4-k] = \frac{1}{8} (x[7] + x[6] + x[5] + x[4] + x[3] + x[2] + x[1] + x[0]) = \\ &= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 9 + 3 + (-5) + (-6) + 13) = \frac{14}{8} \end{aligned}$$

$$y[5] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[5-k] = \frac{1}{8} (x[8] + x[7] + x[6] + x[5] + x[4] + x[3] + x[2] + x[1]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 9 + 3 + (-5) + (-6)) = \frac{1}{8}$$

$$y[6] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[6-k] = \frac{1}{8} (x[9] + x[8] + x[7] + x[6] + x[5] + x[4] + x[3] + x[2]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 9 + 3 + (-5)) = \frac{7}{8}$$

$$y[7] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[7-k] = \frac{1}{8} (x[10] + x[9] + x[8] + x[7] + x[6] + x[5] + x[4] + x[3]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 9 + 3) = \frac{12}{8}$$

$$y[8] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[8-k] = \frac{1}{8} (x[11] + x[10] + x[9] + x[8] + x[7] + x[6] + x[5] + x[4]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 9) = \frac{9}{8}$$

$$y[9] = \frac{1}{8} \sum_{k=-3}^4 x[9-k] = \frac{1}{8} (x[12] + x[11] + x[10] + x[9] + x[8] + x[7] + x[6] + x[5]) =$$

$$= \frac{1}{8} (0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0) = 0$$

$$y[n] = 0 \quad n > 8$$

$$\text{Відповідь: } y[n] = \left[\frac{5}{8}, \frac{14}{8}, \frac{14}{8}, \frac{14}{8}, \frac{14}{8}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \frac{12}{8}, \frac{9}{8} \right]$$

2. Розмитаючи послідовність $h = [8, 3, -2, 1]$ як імпульсну характеристику стаціонарної дискретної системи, розрахувати вихідний сигнал при поданні на вхід сигналу $x[n]$.

Вихідний сигнал розраховується за формулою:

$$y[n] = \sum_{m=0}^{n-1} x[m] h[n-m]$$

$$y[0] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[-m] = x[0] h[0] + x[1] h[-1] + x[2] h[-2] + x[3] h[-3] + x[4] h[-4] +$$

$$+ x[5] h[-5] + x[6] h[-6] + x[7] h[-7] = 8 \cdot 13 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 104$$

$$y[1] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[1-m] = x[0] h[1] + x[1] h[0] + x[2] h[-1] + \dots + x[7] h[-6] =$$

$$= 13 \cdot 3 + (-6) \cdot 8 + 0 + \dots + 0 = -9$$

$$y[2] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[2-m] = x[0] h[2] + x[1] h[1] + x[2] h[0] + x[3] h[-1] + \dots + x[7] h[-5] =$$

$$= 13 \cdot (-2) + (-6) \cdot 3 + (-5) \cdot 8 + 0 + 0 + \dots + 0 = -84$$

$$y[3] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[3-m] = x[0] h[3] + x[1] h[2] + x[2] h[1] + x[3] h[0] + x[4] h[-1] + \dots =$$

$$= 13 \cdot 1 + (-6) \cdot (-2) + (-5) \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 0 + \dots = 34$$

$$y[n] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[n-m] = x[0] \cdot h[n] + x[1] \cdot h[n-1] + x[2] \cdot h[n-2] + x[3] \cdot h[n-3] + x[4] \cdot h[n-4] +$$

$$+ x[5] \cdot h[n-5] + \dots + x[7] \cdot h[n-7] = 0 + (-6) \cdot 1 + (-5) \cdot (-2) + 3 \cdot 3 + 9 \cdot 8 + 0 + 0 + 0 = 85$$

$$y[5] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[5-m] = x[0] \cdot h[5] + x[1] \cdot h[4] + x[2] \cdot h[3] + x[3] \cdot h[2] + x[4] \cdot h[1] +$$

$$+ x[5] \cdot h[0] + \dots = 0 + 0 + (-5) \cdot 1 + 3 \cdot (-2) + 9 \cdot 3 + 0 + \dots = 16$$

$$y[6] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[6-m] = x[0] \cdot h[6] + x[1] \cdot h[5] + x[2] \cdot h[4] + x[3] \cdot h[3] + x[4] \cdot h[2] +$$

$$+ x[5] \cdot h[1] + \dots = 0 + 0 + 0 + 3 \cdot 1 + 9 \cdot (-2) + 0 + \dots = -15$$

$$y[7] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[7-m] = x[0] \cdot h[7] + x[1] \cdot h[6] + x[2] \cdot h[5] + x[3] \cdot h[4] + x[4] \cdot h[3] +$$

$$+ x[5] \cdot h[2] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 9 \cdot 1 + 0 + \dots = 9$$

$$y[8] = \sum_{m=0}^{\infty} x[m] h[8-m] = x[0] \cdot h[8] + x[1] \cdot h[7] + x[2] \cdot h[6] + x[3] \cdot h[5] + x[4] \cdot h[4] +$$

$$+ x[5] \cdot h[3] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 0$$

$$y[n] = 0 \text{ for } n \geq 7 \text{ Відповідь: } y[n] = [104, -9, -84, 34, 85, 16, -15, 9]$$

3. Розмірностями послідовностей $h_1 = [1, 10, 0, 3]$, $h_2 = [2, 2, 8]$ як імпульсні характеристики двох стаціонарних дискретних систем, розрахувати вихідний сигнал при поданні на вхід сигналу $x[n]$ при паралельному з'єднанні цих систем.

$$h[n] = h_1[n] + h_2[n]$$

$$h[0] = h_1[0] + h_2[0] = 1 + 2 = 3$$

$$h[1] = h_1[1] + h_2[1] = 10 + 2 = 12$$

$$h[2] = h_1[2] + h_2[2] = 0 + 8 = 8$$

$$y[n] = \sum_{m=0}^{n-1} x[m] h[n-m]$$

$$y[0] = \sum_{m=0}^0 x[m] h[0-m] = x[0] h[0] = 13 \cdot 3 = 39$$

$$y[1] = \sum_{m=0}^1 x[m] h[1-m] = x[0] h[1] + x[1] h[0] = 13 \cdot 12 + (-6) \cdot 3 + 0 + \dots =$$

$$= 138$$

$$y[2] = \sum_{m=0}^2 x[m] h[2-m] = x[0] h[2] + x[1] h[1] + x[2] h[0] = 13 \cdot 8 + (-6) \cdot 12 + (-5) \cdot 3 + 0 + \dots = 17$$

$$= 17$$

$$y[3] = \sum_{m=0}^3 x[m] h[3-m] = x[0] h[3] + x[1] h[2] + x[2] h[1] + x[3] h[0] = (-6) \cdot 8 + (-5) \cdot 12 + 3 \cdot 3 + 0 + \dots = -99$$

$$= -99$$

$$y[n] = \sum_{m=0}^n x[m] h[n-m] = x[0]h[n] + x[1]h[n-1] + x[2]h[n-2] + x[3]h[n-3] + x[4]h[n-4] + x[5]h[n-5] + \dots$$

$$+ x[6]h[n-6] + \dots = 0 + 0 + (-5) \cdot (8) + (3) \cdot 12 + 9 \cdot 3 + 0 + 0 + \dots = 23$$

$$y[5] = \sum_{m=0}^5 x[m] h[5-m] = x[0]h[5] + x[1]h[4] + x[2]h[3] + x[3]h[2] + x[4]h[1] + x[5]h[0] + \dots$$

$$+ x[6]h[-1] + \dots = 0 + 0 + 0 + 3 \cdot 8 + 9 \cdot 12 + 0 + \dots = 132$$

$$y[6] = \sum_{m=0}^6 x[m] h[6-m] = x[0]h[6] + x[1]h[5] + x[2]h[4] + x[3]h[3] + x[4]h[2] + x[5]h[1] + x[6]h[0] + \dots$$

$$+ x[7]h[-1] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 9 \cdot 8 + 0 + \dots = 72$$

$$y[7] = \sum_{m=0}^7 x[m] h[7-m] = x[0]h[7] + x[1]h[6] + x[2]h[5] + x[3]h[4] + x[4]h[3] + x[5]h[2] + x[6]h[1] + x[7]h[0] + \dots$$

$$+ x[8]h[-1] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 0$$

Відповідь: $y[n] = [39, 138, 17, -99, 23, 132, 72]$

4. Розмірності послідовностей $h_1 = [1, 10, 0]$, $h_2 = [2, 2, 8]$ як імпульсну характеристику двох стаціонарних дискретних систем, розрахування вихідної сигнал при поданні на вхід сигнал $x[n]$ при послідовному з'єднанні цих систем.

Спочатку розрахуємо імпульсну характеристику еквівалентної системи за виразом:

$$h_{\text{екв}}[n] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[n-k]$$

$$h_{\text{екв}}[0] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[0-k] = h_1[0]h_2[0] + h_1[1]h_2[-1] + \dots = 1 \cdot 2 + 0 = 2$$

$$h_{\text{екв}}[1] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[1-k] = h_1[0]h_2[1] + h_1[1]h_2[0] + h_1[2]h_2[-1] + \dots = 1 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 22$$

$$h_{\text{екв}}[2] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[2-k] = h_1[0]h_2[2] + h_1[1]h_2[1] + h_1[2]h_2[0] + \dots =$$

$$= 1 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 0 \cdot 2 = 28$$

$$h_{\text{екв}}[3] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[3-k] = h_1[0]h_2[3] + h_1[1]h_2[2] + h_1[2]h_2[1] + h_1[3]h_2[0] + \dots =$$

$$= 0 + 10 \cdot 8 + 0 \cdot 2 + 0 + \dots = 80$$

$$h_{\text{екв}}[4] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[4-k] = h_1[0]h_2[4] + h_1[1]h_2[3] + h_1[2]h_2[2] + h_1[3]h_2[1] +$$

$$+ h_1[4]h_2[0] + \dots = 0 + 0 + 0 \cdot 8 + 0 + 0 = 0$$

$$h_{\text{екв}}[5] = \sum_{k=0}^5 h_1[k] h_2[5-k] = h_1[0]h_2[5] + h_1[1]h_2[4] + h_1[2]h_2[3] + h_1[3]h_2[2] +$$

$$+ h_1[4]h_2[1] + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 0$$

$$h_{\text{imp}}[n] = [2, 22, 28, 80]$$

$$y_n[n] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[n-k]$$

$$y[0] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[-k] = h_{\text{imp}}[0] x[0] + h_{\text{imp}}[1] x[-1] + \dots = 2 \cdot 13 + 0 + \dots = 26$$

$$y[1] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[1-k] = h_{\text{imp}}[0] x[1] + h_{\text{imp}}[1] x[0] + \dots = 2 \cdot (-6) + 22 \cdot (13) + 0 = 274$$

$$y[2] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[2-k] = h_{\text{imp}}[0] x[2] + h_{\text{imp}}[1] x[1] + h_{\text{imp}}[2] x[0] + \dots = 2 \cdot (-5) + 22 \cdot (-6) + 28 \cdot 13 + 0 + \dots = -506$$

$$y[3] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[3-k] = h_{\text{imp}}[0] x[3] + h_{\text{imp}}[1] x[2] + h_{\text{imp}}[2] x[1] + h_{\text{imp}}[3] x[0] + \dots = 2 \cdot 3 + 22 \cdot (-5) + 28 \cdot (-6) + 80 \cdot 13 = 768$$

$$y[4] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[4-k] = h_{\text{imp}}[0] x[4] + h_{\text{imp}}[1] x[3] + h_{\text{imp}}[2] x[2] + h_{\text{imp}}[3] x[1] + h_{\text{imp}}[4] x[0] + \dots = 2 \cdot 9 + 22 \cdot 3 + 28 \cdot (-5) + 80 \cdot (-6) + 0 + \dots = -536$$

$$y[5] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[5-k] = h_{\text{imp}}[0] x[5] + h_{\text{imp}}[1] x[4] + h_{\text{imp}}[2] x[3] + h_{\text{imp}}[3] x[2] + \dots = 0 + 22 \cdot 9 + 28 \cdot 3 + 80 \cdot (-5) = -117$$

$$y[6] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[6-k] = h_{\text{imp}}[0] x[6] + h_{\text{imp}}[1] x[5] + h_{\text{imp}}[2] x[4] + h_{\text{imp}}[3] x[3] + \dots = 0 + 0 + 28 \cdot 9 + 80 \cdot 3 + 0 = 492$$

$$y[7] = \sum_{k=0}^8 h_{\text{imp}}[k] x[7-k] = h_{\text{imp}}[0] x[7] + h_{\text{imp}}[1] x[6] + h_{\text{imp}}[2] x[5] + h_{\text{imp}}[3] x[4] + h_{\text{imp}}[4] x[3] + \dots = 0 + 0 + 0 + 80 \cdot 9 + 0 + \dots = 720$$

$$y[n] = 0 \quad n > 7$$

$$\text{Відповідь: } y[n] = [26, 274, -506, 768, -536, -117, 492, 720]$$

Лінійна стаціонарна дискретна система описується різницевим рівнянням:

$$y[n] + 3y[n-1] - 2y[n-2] + 8y[n-3] = 5x[n] - 2x[n-1] - 3x[n-2] + 7x[n-3] + 5x[n-4]$$

Відомо, що вона знаходиться в стані спокою.

5. Записати математичний вираз характеристичної функції системи та канонічної частотної характеристики системи. З використанням Python побудувати графік АЧХ системи для випадку частоти дискретизації 1 кГц. Визначити в якому частотному діапазоні система підсилює сигнал.

Спочатку запишемо формулу для знаходження характеристичної функції системи з коефіцієнтами різницевого рівняння а та b:

$$H(z) = \frac{\sum_{m=0}^{N-1} b_m z^{-m}}{\sum_{k=0}^{M-1} a_k z^{-k}}$$

Підставляємо коефіцієнти різницевого рівняння a_k і b_k отримавмо:

$$H(z) = \frac{4 \cdot z^0 - 2z^{-1} - 3z^{-2} + 7z^{-3} + 5z^{-4}}{1 \cdot z^0 + 3z^{-1} - 2z^{-2} + 8z^{-3} + 0 \cdot z^{-4}}$$

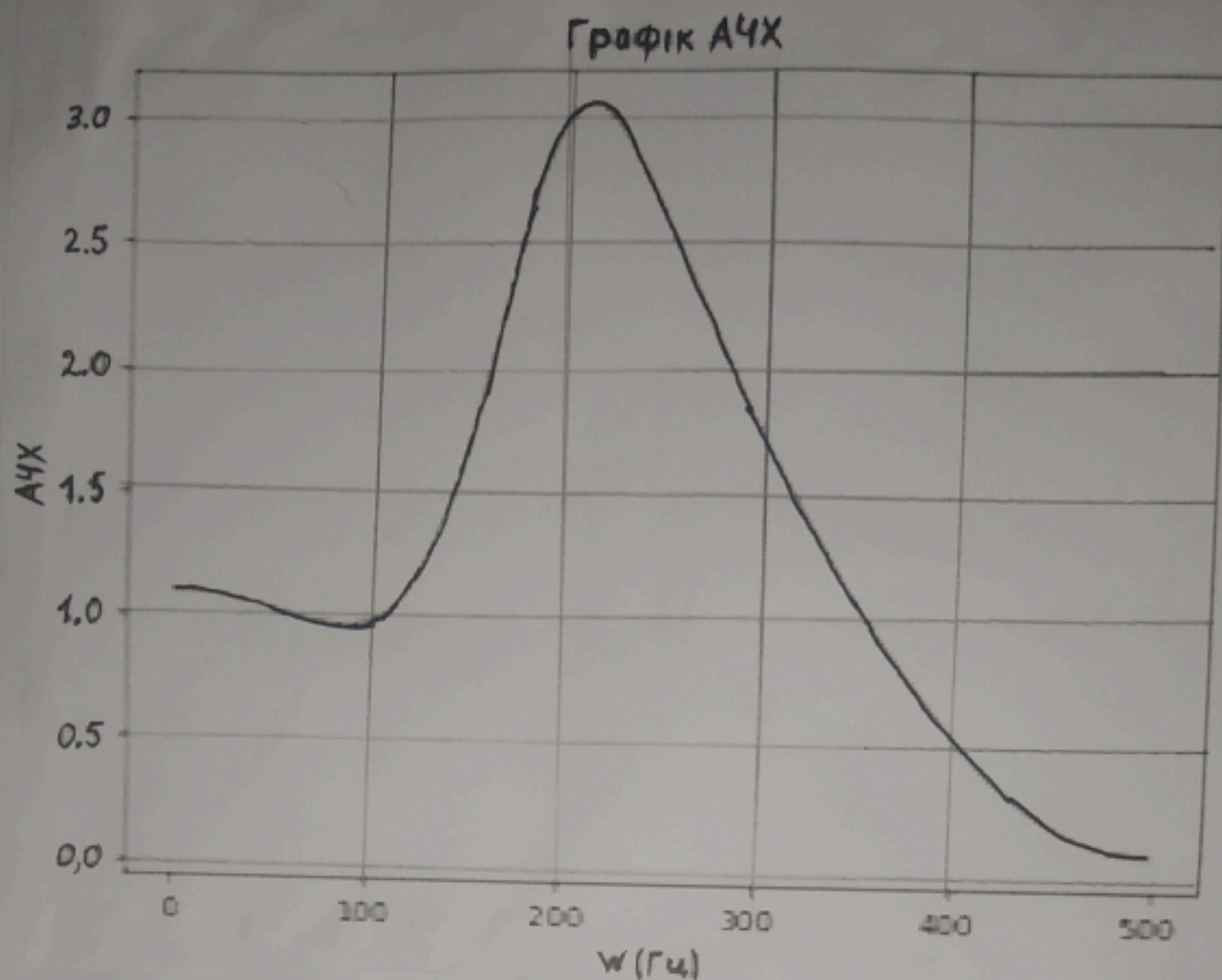
Для знаходження КЧХ виконаємо заміну в попередньому рівнянні $z = e^{j\omega}$:

$$H(j\omega) = \frac{4 \cdot e^{0j\omega} - 2e^{-j\omega} - 3e^{-2j\omega} + 7e^{-3j\omega} + 5e^{-4j\omega}}{1 \cdot e^{0j\omega} + 3e^{-j\omega} - 2e^{-2j\omega} + 8e^{-3j\omega}}$$

Знайдемо формулу для АЧХ, яка знаходиться як модуль $H(j\omega)$

$$|H(j\omega)| = K(\omega) = \frac{\sqrt{4^2 + (-2e^{-j\omega} - 3e^{-2j\omega} + 7e^{-3j\omega} + 5e^{-4j\omega})^2}}{\sqrt{1^2 + (3e^{-j\omega} - 2e^{-2j\omega} + 8e^{-3j\omega})^2}}$$

Для побудови графіка АЧХ з частотою дискретизації 1 кГц використаємо Python:



Тепер визначимо частотний діапазон в якому система підсилює сигнал. Оскільки АЧХ-це залежність коефіцієнту передачі системи від частоти, то там де $AЧХ > 1$ сигнал буде підсилюватися. В нас 2 таких проміжки $\omega \in (0; 64.45)$ і $\omega \in (106.44; 355.48)$

6. З використанням різницевого рівняння розрахувати перші 4 відкриті імпульсної характеристики системи.

Запишемо різницеве рівняння у зручному для розрахунків вигляді

$$y[n] = 4x[n] - 2x[n-1] - 3x[n-2] + 7x[n-3] + 5x[n-4] - 3y[n-1] + 2y[n-2] - 8y[n-3]$$

та з використанням зі збутованими значеннями $h[n]$ та $\delta[n]$

$$h[n] = 4\delta[n] - 2\delta[n-1] - 3\delta[n-2] + 7\delta[n-3] + 5\delta[n-4] - 3h[n-1] + 2h[n-2] - 8h[n-3]$$

$$n=0: h[0] = 4\delta[0] - 2\delta[-1] - 3\delta[-2] + 7\delta[-3] + 5\delta[-4] - 3h[-1] + 2h[-2] - 8h[-3] =$$

$$= 4 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = 4$$

$$n=1: h[1] = 4\delta[1] - 2\delta[0] - 3\delta[-1] + 7\delta[-2] + 5\delta[-3] - 3h[0] + 2h[-1] - 8h[-2] =$$

$$= 4 \cdot 0 - 2 \cdot 1 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 4 + 2 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = -14$$

$$n=2: h[2] = 4\delta[2] - 2\delta[1] - 3\delta[0] + 7\delta[-1] + 5\delta[-2] - 3h[1] + 2h[0] - 8h[-1] =$$

$$= 4 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 3 \cdot 1 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot (-14) + 2 \cdot 4 - 8 \cdot 0 = 47$$

$$n=3: h[3] = 4\delta[3] - 2\delta[2] - 3\delta[1] + 7\delta[0] + 5\delta[-1] - 3h[2] + 2h[1] - 8h[0] =$$

$$= 4 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 47 + 2 \cdot (-14) - 8 \cdot 4 = -194$$

Відповідь: $h[n] = [4, -14, 47, -194]$

7. З використанням різницевого рівняння розрахувати перші 5 відкритих реакції системи на вхідний сигнал $x[n]$, побудувати графік.

$$n=0: y[0] = 4x[0] - 2x[-1] - 3x[-2] + 7x[-3] + 5x[-4] - 3y[-1] + 2y[-2] - 8y[-3] =$$

$$= 4 \cdot 13 - 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = 52$$

$$n=1: y[1] = 4x[1] - 2x[0] - 3x[-1] + 7x[-2] + 5x[-3] - 3y[0] + 2y[-1] - 8y[-2] =$$

$$= 4 \cdot (-6) - 2 \cdot 13 - 3 \cdot 0 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot 52 - 2 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = -206$$

$$n=2: y[2] = 4x[2] - 2x[1] - 3x[0] + 7x[-1] + 5x[-2] - 3y[1] + 2y[0] - 8y[-1] =$$

$$= 4 \cdot (-5) - 2 \cdot (-6) - 3 \cdot 13 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot (-206) + 2 \cdot 52 - 8 \cdot 0 = 675$$

$$n=3: y[3] = 4x[3] - 2x[2] - 3x[1] + 7x[0] + 5x[-1] - 3y[2] + 2y[1] - 8y[0] =$$

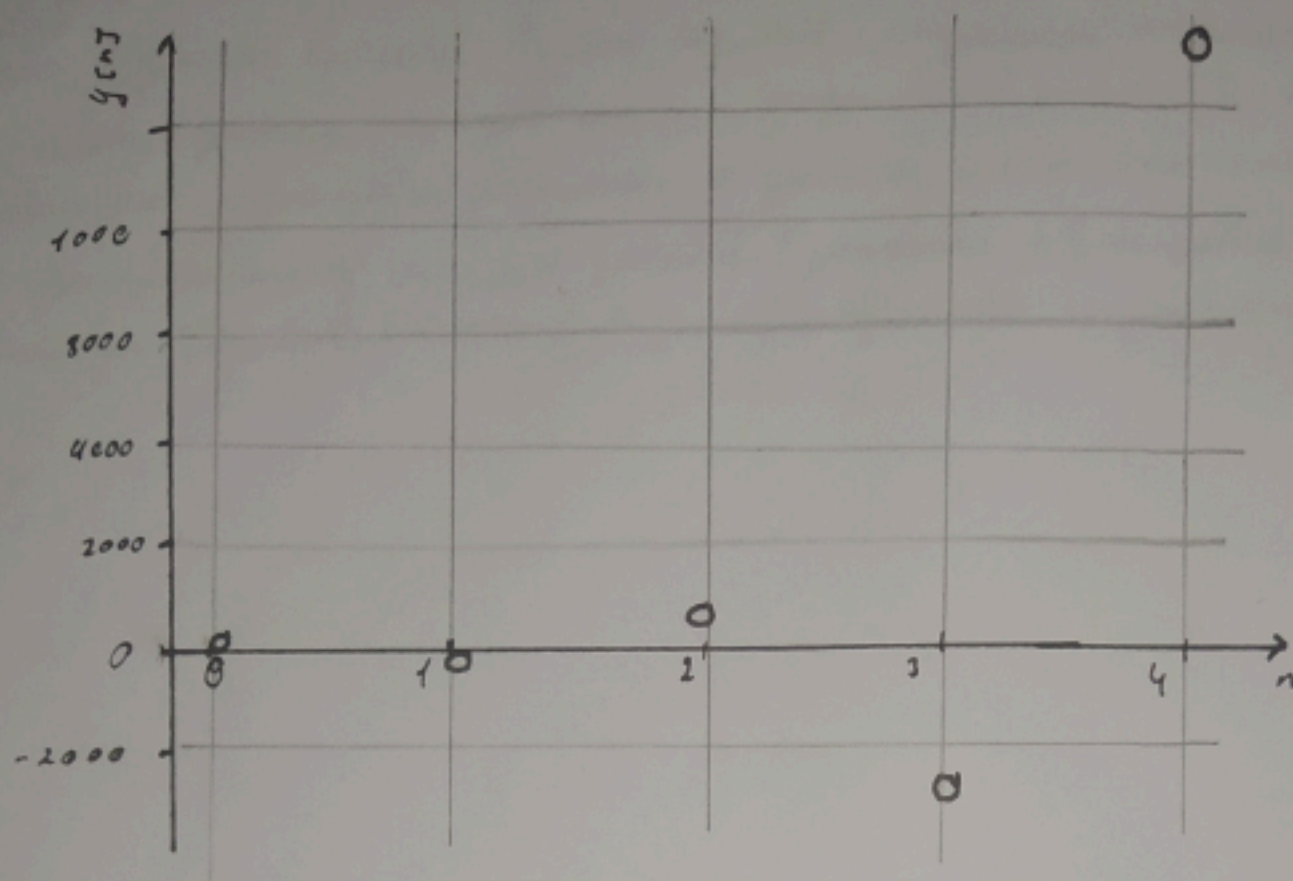
$$= 4 \cdot 3 - 2 \cdot (-5) - 3 \cdot (-6) + 7 \cdot 13 + 5 \cdot 0 - 3 \cdot (675) + 2 \cdot (-206) - 8 \cdot (52) = -2722$$

$$n=4: y[4] = 4x[4] - 2x[3] - 3x[2] + 7x[1] + 5x[0] - 3y[3] + 2y[2] - 8y[1] =$$

$$= 4 \cdot 9 - 2 \cdot 3 - 3 \cdot (-5) + 7 \cdot (-6) + 5 \cdot (13) - 3 \cdot (-2722) + 2 \cdot (675) - 8 \cdot (-206) = 11232$$

Відповідь: $y[n] = [52, -206, 675, -2722, 11232]$

Графік для пункту 7.



8. З використанням отриманої імпульсної характеристики розрахувати перші 5 відліків реакції системи на вхідний сигнал $x[n]$

$$h[n] = [4, -14, 47, -194]$$

$$x[n] = [13, -6, -5, 3, 9]$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[n-k]$$

$$n=0: y[0] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[-k] = x[0] h[0] + x[1] h[-1] + \dots = 13 \cdot 4 = 52$$

$$n=1: y[1] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[1-k] = x[0] h[1] + x[1] h[0] + x[2] h[-1] + \dots =$$

$$= 13 \cdot (-14) + (-6) \cdot 4 = -206$$

$$n=2: y[2] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[2-k] = x[0] h[2] + x[1] h[1] + x[2] h[0] + x[3] h[-1] + \dots =$$

$$= 13 \cdot 47 + (-6) \cdot (-14) + (-5) \cdot 4 = 675$$

$$n=3: y[3] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[3-k] = x[0] h[3] + x[1] h[2] + x[2] h[1] + x[3] h[0] + x[4] h[-1] + \dots =$$

$$= 13 \cdot (-194) + (-6) \cdot 47 + (-5) \cdot (-14) + 3 \cdot 4 = -2722$$

$$n=4: y[4] = \sum_{k=0}^8 x[k] h[4-k] = x[0] h[4] + x[1] h[3] + x[2] h[2] + x[3] h[1] + x[4] h[0] + \dots =$$

$$= 0 + (-6) \cdot (-194) + (-5) \cdot 47 + 3 \cdot (-14) + 9 \cdot 4 = 923$$

Відповідь: $y[n] = [52, -206, 675, -2722, 923]$

9. Порівняти результати пп. 7 та 8, зробивши висновки.

Порівнюючи пункти 7 та 8 можна сказати, що вони однакові до того моменту поки відомі імпульсні характеристики для відповідних відліків. Стільки відомо відліків імпульсної характеристики стільки значень реакції можна отримати точно. Це означає, що знаючи різницеве рівняння, а знаючи лише його імпульсну характеристику можна знайти значення різницевого рівняння стільки відліків, скільки й відомо імпульсній характеристиці.