

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМ. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”
ФАКУЛЬТЕТ ЕЛЕКТРОНІКИ
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОННОЇ ІНЖЕНЕРІЇ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахункових робіт з курсу "Теорія поля"
для підготовки бакалаврів за спеціальністю 153 «Мікро- та
наносистемна техніка»,

Рекомендовано кафедрою
електронної інженерії
протокол № 28 від 16.06.2020 р.

Зав. кафедрою ЕІ

----- Тимофєєв В.І.

Розробники:

проф. Москалюк В.О.

доц. Саурова Т.А..

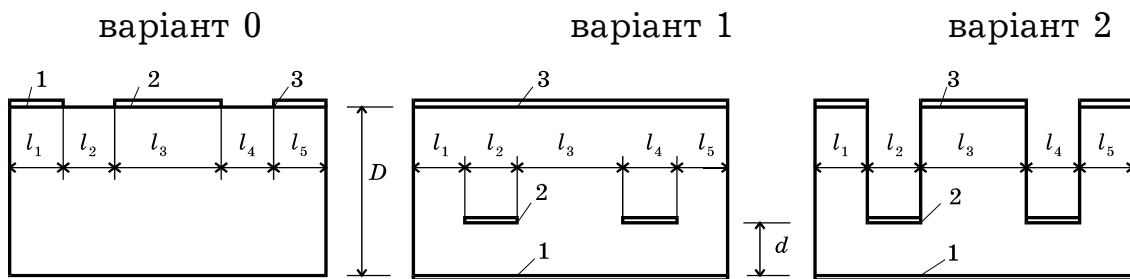
Київ 2020

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РГР

Завдання № 1.

1. Розрахувати розподіл потенціалу в міжелектродному просторі польового транзистора (варіант конструкції вибирається за передостанньою цифрою номера залікової книжки) з точністю до 0,01 В. Номер варіанту обирається за останньою цифрою номера залікової книжки.

2. Побудувати картини поля за допомогою еквіпотенціалей і векторів напруженості електричного поля. Побудувати косокутну проекцію потенціального рельєфу $U(x,y) = -eV(x,y)$.



$$l_1 = l_2 = l_3/2 = l_4 = l_5 = 1,0 \text{ мкм}, \quad d = 1,0 \text{ мкм}, \quad D = 3,0 \text{ мкм}$$

1 – витік, 2 – затвор, 3 – стік

№ вар.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$-V_{зв}, \text{ В}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$V_{св}, \text{ В}$	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5

Мета завдання – засвоєння принципів та методів чисельного інтегрування рівняння Лапласа, а також способів графічного зображення результатів. Чисельні розрахунки та побудову графічних зображень рекомендується робити «вручну» без використання комп'ютерних програм. У звіті представити алгоритм розрахунку, особливості використання

граничних умов, завершальні таблиці чисельних результатів, графічні зображення полів та висновки по роботі.

Метод чисельного інтегрування рівняння Лапласа

Результати розрахунку розподілу поля зазвичай отримують у вигляді *неперервних* аналітичних функцій, які дозволяють знайти потенціал або напруженість поля у будь-якій точці простору (за винятком, мабуть, деяких особливих точок). Однак при більш складній конфігурації електродів аналітичний розрахунок стає практично неможливим і доводиться використовувати так називані *чисельні методи інтегрування* рівнянь Лапласа або Пуассона. Вони дозволяють наближено розраховувати поле у визначених *дискретних* точках простору, причому кількість точок і точність розрахунку в них можна вибирати будь-якими, в залежності від необхідного ступеня деталізації поля і трудомісткості розрахунків.

Одним з найбільш розповсюджених є *метод скінченних різниць*. В основу методу покладена заміна похідних у рівнянні Лапласа малими приростами. Розглянемо його для плоского поля $V(x, y)$. Надаючи по черзі аргументам x і y деякої неперервної функції $V(x, y)$ малого приросту з кроком h , можна приблизно (з точністю до величин другого порядку малості відносно h^2) замінити частинні похідні функції відношеннями різниць (рис. 1):

$$\frac{\partial V}{\partial x} \approx \begin{cases} [V(x, y) - V(x - h, y)] / h & \text{— лів оруч,} \\ [V(x + h, y) - V(x, y)] / h & \text{— прав оруч,} \end{cases} \quad (1, a)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} \approx \begin{cases} [V(x, y) - V(x, y - h)] / h & \text{— унизу,} \\ [V(x, y + h) - V(x, y)] / h & \text{— угорі.} \end{cases} \quad (1, б)$$

Подібним чином для частинних похідних другого порядку можна записати через приріст перших похідних:

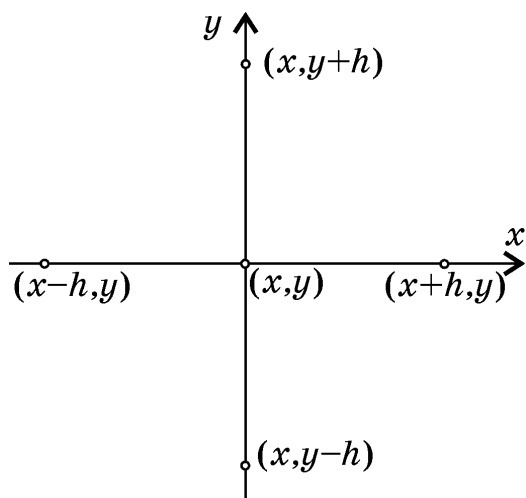


Рис. 1. П'ятиточкова схема для обчислення похідних через скінченні прирости і розрахунку потенціалів.

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &\approx \frac{1}{h} \left[\frac{V(x+h, y) - V(x, y)}{h} - \frac{V(x, y) - V(x-h, y)}{h} \right] = \\ &= [V(x+h, y) + V(x-h, y) - 2V(x, y)] / h^2; \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &\approx [V(x, y+h) + V(x, y-h) - 2V(x, y)] / h^2;\end{aligned}$$

При цьому двовимірне диференціальне рівняння Лапласа

$$\partial^2 V / \partial x^2 + \partial^2 V / \partial y^2 = 0$$

наближено замінюється наступним алгебраїчним рівнянням:

$$V(x+h, y) + V(x-h, y) + V(x, y+h) + V(x, y-h) - 4V(x, y) = 0. \quad (2)$$

Дане різницеве рівняння зв'язує між собою значення шуканої функції в п'ятих сусідніх точках, розташованих як зазначено на рис. 1. Простий фізичний зміст цього рівняння одержимо, якщо представити його у формі

$$V(x, y) = [V(x+h, y) + V(x-h, y) + V(x, y+h) + V(x, y-h)]/ 4, (3)$$

– потенціал у кожній точці простору дорівнює середньому арифметичному значенню потенціалів у сусідніх точках. Варто помітити, що таке просте представлення рівняння Лапласа виходить тільки в прямокутних координатах при рівних приростах (кроках) по осях x і y , а в інших випадках воно матиме інший вигляд.

Порядок дій для організації розрахунку може бути наступним.

Вибір області інтегрування, де розраховується поле, – це частина алгоритму, яка найбільш важко формалізується. Найпростішою і зручною є прямокутна область, у границях якої локалізоване поле. Це може бути, наприклад, деяка область напівпровідникового приладу (рис. 2, а) з розташованими там електродами. Якщо поля не дуже локалізовані в деякій області простору, наприклад, при розрахунку поля системи зарядів, можна ввести деякий додатковий електрод з нульовим потенціалом (рис. 2, б), що «обрізає» поле на такій відстані від зарядів, де потенціал знехтувально малий, або установити вільну границю (рис. 2, в), на якій поле достатньо слабке, а потенціал змінюється повільно.

Природно, що при виборі області інтегрування варто враховувати симетрію конструкції і заданих потенціалів (електричного поля). Важливо, щоб обрана модель електродів не сильно спотворювала поле порівняно з полем у реальному об'єкті.

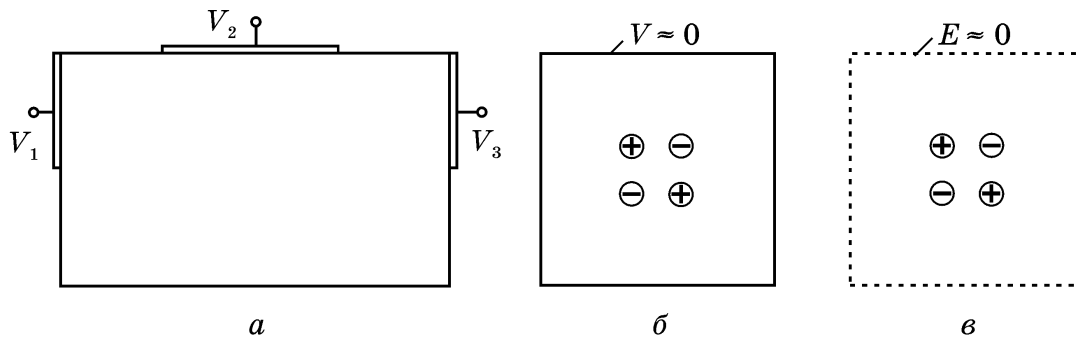


Рис. 2. Область чисельного розрахунку поля може бути обмежена природними границями напівпровідника (а), введенням електрода, що екранує, (б) там, де потенціал можна вважати нульовим, або вільною границею (в), де напруженість поля знехтувально мала.

Дискретний масив точок, в яких розраховується потенціал, визначається точками перетину (вузлами) ліній сітки, що будується в області інтегрування. Кількість вузлів сітки визначається як необхідним ступенем деталізації поля, так і необхідною похибкою розрахунку, і звичайно складає величини порядку 10...100 по кожній з координат. У найпростішому випадку крок сітки вибирається постійним і однаковим по осях x та y (рис. 3, а). Але часто крок сітки роблять змінним, так щоб у тих областях, де потенціал змінюється швидше, крок був дрібнішим (рис. 3, б).

Для складання основної частини системи рівнянь необхідно для усіх внутрішніх вузлових точок, що не збігаються з електродами і не розташовані на границі області інтегрування, тобто для точок з номерами (на прикладі конструкції рис. 3, а) $i = 1, \dots, (m - 1)$ і $j = 1, \dots, (n - 1)$ записати рівняння (2) у вигляді

$$V_{(i-1),j} + V_{(i+1),j} + V_{i,(j-1)} + V_{i,(j+1)} = 4V_{i,j} . \quad (4)$$

Це рівняння для змінних i і j являє собою систему лінійних алгебраїчних рівнянь, яку треба вирішити,

доповнивши її співвідношеннями для розрахунку потенціалів в інших точках, де правило (4) не може бути використане. До таких точок відносяться вузли, де потенціали фіксовані напругою джерел живлення, і вузли на границі області інтегрування, для яких не існує чотирьох сусідніх вузлів. В останніх необхідно вводити інші правила для розрахунку потенціалів, так називані *граничні умови*.

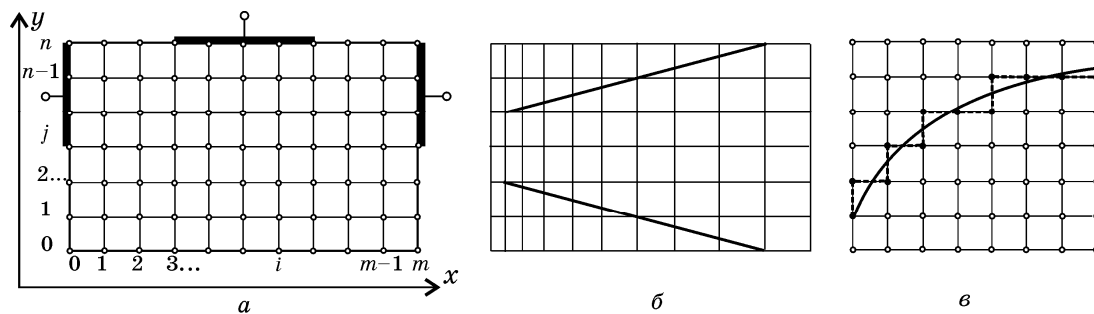


Рис. 3. Дискретизація простору інтегрування за допомогою сітки з постійним кроком (а). В області більш сильного поля (б) крок сітки може бути обраний більш дрібним. Електроди складного профілю (в) замінюються дискретним набором найближчих вузлів.

Граничні умови існують двох видів. Умови *Дірихле* припускають присвоєння вузловим точкам, що збігаються з електродами, відомих значень потенціалів цих електродів. Якщо електроди мають складний профіль, то їх можна замінити ламаною лінією, що проходить по вузлах сітки і відхиляється від дійсної форми менш, ніж на половину кроку сітки (рис. 3, в).

У другому виді граничних умов, умовах *Неймана*, приймають рівність нулевій похідної від потенціалу в напрямку нормалі \mathbf{n} до границі: $\partial V / \partial \mathbf{n} = 0$. Вони виконуються на границі напівпровідник-повітря наближено; для осей симетрії, де функція $V(\mathbf{n})$ має максимум або мінімум, ці умови є точними. Їх також наближено використовують на такій відстані від

електродів, де поле слабке і зміною потенціалу можна знехтувати за обраної точності розрахунків.

Реалізувати ці умови під час обчислень можна різними способами. По-перше, можна присвоїти граничним точкам значення потенціалів приграничного ряду. Наприклад, для лівої границі (рис. 4, а) $V_{0,j} = V_{1,j}$, для нижньої границі $V_{i,0} = V_{i,1}$, і т.п. По-друге, подумки доповнивши сітку ще одним рядом вузлів за межами області інтегрування (рис. 4, а), присвоюємо їм потенціал граничних точок ($V_{-1,j} = V_{0,j}$). Застосування (4) у цій вже п'ятиточковій схемі до граничних вузлів дає таке правило для обчислення в них потенціалу:

$$V_{0,j} = (V_{1,j} + V_{0,(j-1)} + V_{0,(j+1)})/3. \quad (5)$$

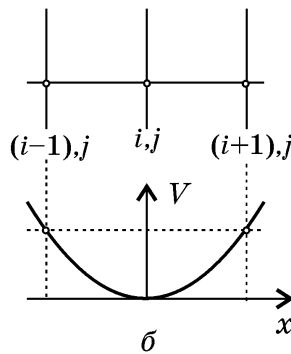
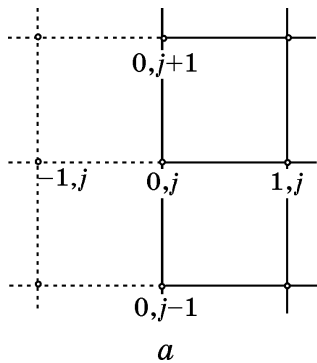


Рис. 4. Способи врахування граничних умов у поверхні напівпровідника (а) і на осі симетрії (б), що ґрунтуються на рівності нулевій похідної уздовж нормалі.

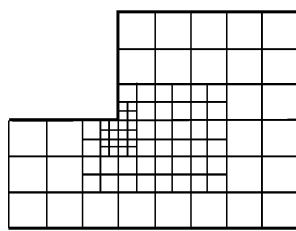
По-третє, розрахунок на границі можна робити так само, як і на осі симетрії (рис. 4, б), де похідна в напрямку осі дорівнює 0, а симетричні потенціали однакові. Тому $V_{(i-1),j} = V_{(i+1),j}$, а для граничних точок

$$V_{0,j} = (2V_{1,j} + V_{0,(j-1)} + V_{0,(j+1)})/4. \quad (6)$$

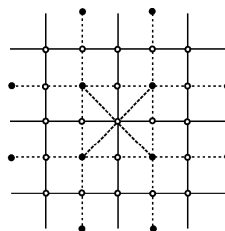
Вибір тієї чи іншої форми граничних умов Неймана обумовлюється в основному зручністю програмування процедури обчислень.

Розв'язок системи рівнянь (4), доповненої граничними умовами, можна робити одним з досить численних методів. При пошуку найбільш ефективного методу необхідно прийняти до уваги, що матриця коефіцієнтів цієї системи буде сильно розрідженою: оскільки в (4) потенціал у кожній точці зв'язаний з потенціалами тільки в чотирьох сусідніх точках, то в матриці буде багато нульових коефіцієнтів.

Широко поширеним і повчальним при ручних розрахунках є *ітераційний метод* (метод послідовних наближень). Насамперед задаються довільними початковими значеннями потенціалу у всіх внутрішніх вузлах і на вільних границях, де потрібно розраховувати потенціали. Цей масив значень $V^{(0)}_{i,j}$ разом з потенціалами на електродах становить так називане *нульове наближення*. Потім розраховують нові значення потенціалів у всіх внутрішніх вузлах сітки за формулою (4), а на вільних границях – відповідно до тієї чи іншої форми умов Неймана, і одержують *перше наближення*. Використовуючи розраховані потенціали $V^{(1)}_{i,j}$ і граничні значення, знаходять функції $V^{(2)}_{i,j}$ *другого наближення* і т.д. Ітераційний процес продовжується доти, поки $(n + 1)$ -е наближення не дасть значень потенціалу у всіх вузлах, що збігаються (у межах заданої точності) з n -м наближенням. Звісно, варто мати на увазі, що чим точніше буде обране нульове наближення, тим швидше буде йти процес збіжності і, відповідно, меншої кількості ітерацій буде потрібно для досягнення необхідної точності. Цьому ж сприяє і порядок проходження вузлів при перерахуванні: варто рухатися від електродів, де задані потенціали, до вільних границь.



a



б

Рис. 5. Ділення кроку сітки навпіл може бути зроблене в окремій локальній області (*a*), де поле більш сильне. П'ятиточкова схема (*б*) для знаходження нульового наближення для більш дрібної сітки через розраховані значення потенціалів у вузлах (темні точки) сітки з попереднім кроком.

Досить ефективно для зменшення часових витрат використовувати при організації обчислень наступний прийом: спочатку розв'язок варто знаходити при малій кількості клітинок сітки, розмір яких обумовлюється приблизно з таким розрахунком, щоб у кожній частині області інтегрування було не менше двох рядків клітинок. Потім розв'язок уточнюють, зменшуючи крок сітки вдвічі, потім вчетверо і т.д. по всій області чи в тій її частині, де бажано мати більш точний розв'язок (рис. 5, *a*). При цьому попередній розв'язок використовується для одержання нульового наближення для обчислень з більш дрібною сіткою. Для визначення нового нульового наближення у відсутніх в попередніх ітераціях точках може використовуватися те ж правило (4) п'ятиточкової схеми, але «сусідніми» вибираються вже розраховані значення потенціалів у вузлах, розташованих по діагоналі (рис. 5, *б*).

Розрахунок напруженості електричного поля провадиться за співвідношеннями $E_x = -\partial V / \partial x$, $E_y = -\partial V / \partial y$, що наближено обчислюються через скінченні різниці (1). Використовуючи значення похідних ліворуч і праворуч, можна знайти середнє арифметичне

$$E_{x\ i,j} = (V_{(i-1),j} - V_{(i+1),j})/2h. \quad (7,a)$$

Аналогічно

$$E_{y\ i,j} = (V_{i,(j-1)} - V_{i,(j+1)})/2h. \quad (7,b)$$

Однак, у деяких випадках, зручно використовувати додаткову польову сітку, що зсунута відносно потенціальної на $h/2$ (рис. 6) нагору і вправо. Значення складових напруженості в центрі виділеної на малюнку клітинки можна визначити за розрахованими потенціалами у найближчих вузлах потенціальної сітки:

$$E_x = (V_{i,j} - V_{(i+1),j} + V_{i,(j+1)} - V_{(i+1),(j+1)})/2h, \quad (8,a)$$

$$E_y = (V_{i,j} - V_{i,(j+1)} + V_{(i+1),j} - V_{(i+1),(j+1)})/2h. \quad (8,b)$$

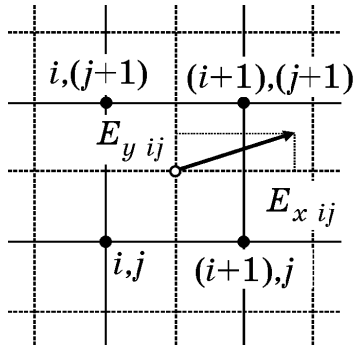


Рис. 6. Визначення напруженості поля у вузлі польової сітки (штрихові лінії) за знайденими значеннями потенціалів у найближчих вузлах потенціальної сітки (суцільні лінії).

Ці значення присвоюються всьому просторові усередині польової клітинки для подальшого розрахунку руху зарядів.

Візуалізація результатів розрахунку необхідна для інтегрального сприйняття великого масиву чисел і уявлення про отриману функцію розподілу потенціалу чи напруженості поля.

Потенціальна функція часто зображується за допомогою ліній рівного потенціалу чи *еквіпотенціалей* із указаними на

них значеннями потенціалу. Для цього весь діапазон зміни потенціалу розбивається на *рівні інтервали* і з'єднуються точки з однаковими потенціалами. Природно, що для знаходження певного значення на кожній лінії сітки необхідно використовувати ті чи інші методи інтерполяції. Приклад такої побудови наведено на рис. 7, а.

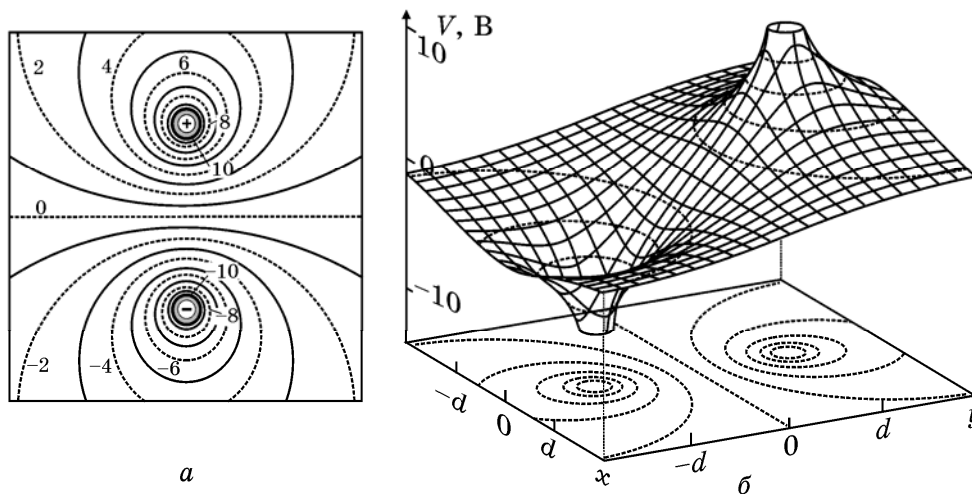


Рис. 7. Поле двох різноіменно заряджених проводів (а) зручно представляти у вигляді еквіпотенціальних ліній (б), що являють собою лінії рівної «висоти» на потенціальній функції $V(x, y)$ (в).

Інший розповсюджений спосіб полягає в побудові «тривимірної» потенціальної поверхні. Для цього в тій чи іншій косокутній системі координат будується просторова сітка (рис. 8) і в кожному з вузлів у певному масштабі по вертикальній осі відкладається розраховане значення потенціалу. Отримані сусідні точки потім з'єднуються у найпростішому випадку прямими лініями. Результати такої побудови наведені на рис. 7, б. Там же зображені лінії постійного рівня цих поверхонь, що і є еквіпотенціальними лініями.

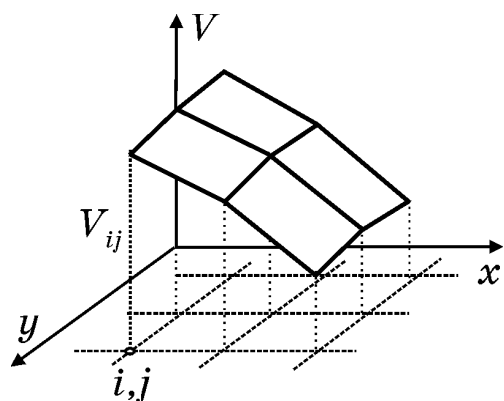


Рис. 8. Фрагмент побудови потенціальної поверхні.

Розподіл напруженості електричного поля найпростіше зображувати у вигляді векторного поля, де для кожного вузла за розрахованими проекціями $E_{x\ ij}$ і $E_{y\ ij}$ в обраному масштабі будується вектор напруженості \mathbf{E}_{ij} . Приклад такого представлення наведений на рис. 9, б.

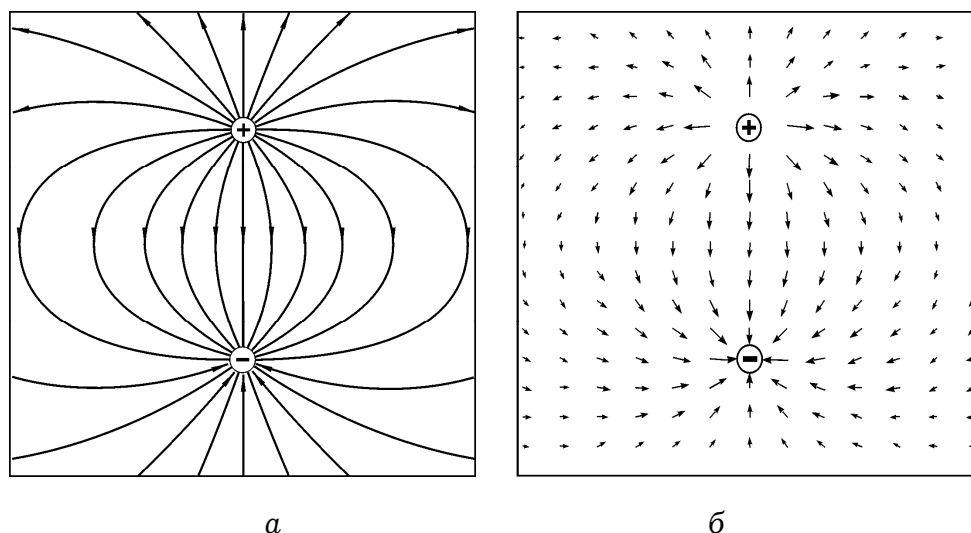


Рис. 9. Зображення напруженості того ж поля, що і на рис. 7, у вигляді векторних полів за допомогою силових ліній (а) та векторів для дискретного масиву точок (б).

Завдання № 2.

1. Для коаксіального кабеля з діелектричним заповненням, діаметрами провідників D і d , довжиною l , збудженого на частоті f , навантаженого на опір $Z_{\text{н}}$, розрахувати КСХ, коефіцієнт відбивання і вхідний опір. Побудувати графіки розподілу амплітуд струму і напруги вздовж кабеля.

2. Розрахувати місце підключення та величину реактивності (наприклад, довжину шлейфа), необхідної для узгодження лінії з даним навантаженням.

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ε	2,26 (поліетилен)					2,0 (фторопласт)				
f , ГГц	1					2				
d , мм	1,37	2,7	0,72	1,2	1,35	0,73	1,54	0,41	0,85	1,3
D , мм	4,6	9,0	4,6	7,3	9,0	2,2	4,6	2,2	4,6	7,3
l , см	40	60	80	100	120	20	30	40	60	80
Z_H , Ом	50+i50		50-i50		25+i25		25-i25		100	

Мета завдання – засвоєння розрахунків найпростіших параметрів для довгих ліній та засвоєння принципу узгодження навантаження. Основні формули для виконання п. 1 завдання викладено у розд. 3.4 навчального посібника [1].

Для виконання п. 2 треба мати на увазі, що за відмінності опорів навантаження і хвильового опору в лінії встановлюється режим *змішаних хвиль*, який можна розглядати як суперпозицію режимів біжучої і чисто стоячої хвилі. При цьому КСХ буде відмінним від 1, у вузлах амплітуда коливань не буде нульовою, а в пучностях – подвоєною. Опір уздовж лінії змінюватиметься відповідно до

$$\dot{Z}(x) = Z_0 \frac{\dot{Z}_H + iZ_0 \operatorname{tg} kx}{Z_0 + i\dot{Z}_H \operatorname{tg} kx}. \quad (9)$$

для даного значення \dot{Z}_H , а потужність падаючої хвилі повністю не поглинатиметься таким навантаженням, частка її, рівна $(1 - |\rho|^2)$ відбиватиметься.

У технічних пристроях такий режим має цілу низку недоліків (додаткові втрати в лінії за рахунок коливань реактивної енергії, погіршення частотних характеристик і так далі). Для компенсації цього і отримання режиму хвилі, що біжить, використовують так звані *узгоджуючі пристрої*, які,

будучи включеними перед навантаженням, створюють відбиту хвилю, рівну за амплітудою і з протилежною фазою відносно хвилі, відбитої від навантаження. У результаті інтерференції цих хвиль у лінії перед узгоджувачем пристроєм, встановлюється режим біжучої хвилі. Такий пристрій має бути чисте реактивним, щоб не створювати додаткові втрати. Для його розрахунку за допомогою виразу (9) знаходять в лінії таку (такі) точку x^* , в якій опір має активну складову, рівну хвильовому опору: $Z(x^*) = Z_0 \pm iX(x^*)$. Її можна знайти, розв'язуючи рівняння

$$\operatorname{Re} \frac{\dot{Z}_H + iZ_0 \operatorname{tg} kx^*}{Z_0 + i\dot{Z}_H \operatorname{tg} kx^*} = 1. \quad (10)$$

Одночасно з цим знаходимо значення реактивного опору в цій точці $\pm X(x^*)$. При включенні в цьому місці узгоджувачого елементу, наприклад, шлейфу з реактивним опором $\mp X(x^*)$, таким саме за величиною, але протилежного знаку, сумарний опір дорівнюватиме хвильовому. У результаті навантаження разом з узгоджувачем елементом можна розглядати як узгоджене, що забезпечує режим біжучої хвилі. При цьому між навантаженням і узгоджувачем елементом буде режим стоячих хвиль. Зазвичай таких точок x^* , що задовольняють умові узгодження, може бути багато, але вибирати треба ту, яка знаходиться як можна ближче до навантаження.

Таку процедуру зручно та більш наочно робити графічно. Для цього, краще на одному графіку побудувати функції $\operatorname{Re} \dot{Z}(x)$ та $\operatorname{Im} \dot{Z}(x)$. Графічно з першої з них знаходимо точку x^* , в якій $\operatorname{Re} \dot{Z}(x) = Z_0$, а з другого значення реактивного опору $X(x^*)$ у цій же просторовій точці.

ЗАВДАННЯ № 3

1. Визначити діапазон частот, у якому можна використовувати прямокутний хвильовод розмірами $a \times b$ в одномодовому режимі. Визначити довжину хвилі і фазову швидкість для основної моди на частоті в 1,5 рази вище критичної для H_{10} і порівняти їх з відповідними величинами у вільному просторі. Як зміниться цей діапазон за умови $v_{\phi} \leq 2c$? На якій відстані відбудеться згасання найближчої вищої моди на 30 дБ.

2. Навести ескізи розподілу полів і струмів у стінках хвильовода для основної моди.

3. Яка потужність передається по хвильоводу при $H_0 = 1$ А/м? Знайти згасання основної моди у мідному (для парних варіантів) і в алюмінієвому (для непарних варіантів) хвильоводі. Як воно зміниться при срібленні (парні) або золоченні (непарні) хвильовода?

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
a , мм	72,1	58,2	47,6	40,4	28,5	22,9	19,0	13,0	8,6	5,7
b , мм	34,0	29,1	22,1	20,2	12,6	10,2	9,5	6,5	4,3	2,8

Мета завдання – розрахунок основних параметрів хвиль у прямокутному хвильоводі, його частотного діапазону, особливостей режиму «відсічки», засвоєння розподілу полів електромагнітної хвилі для основної моди. Основні поняття та формули витікають із закона дисперсії та викладено у розд. 5.1, 5.2 та 5.3 підручника [1].

$$\begin{aligned}
v_{\phi} &= c / \sqrt{1 - (f_{\text{кр}} / f)^2}, \\
\Lambda &= \lambda / \sqrt{1 - (f_{\text{кр}} / f)^2}, \\
K &= k \sqrt{1 - (f_{\text{кр}} / f)^2},
\end{aligned} \tag{11}$$

Одномодовий діапазон. За рядом причин хвилевід використовують зазвичай у так званому *одномодовому режимі*, тобто на тих частотах, на яких у хвилеводі може розповсюджуватись лише одна мода. Для знаходження цього діапазону розглянемо діаграму (рис. 10), на якій вздовж осі частот нанесені значення $f_{\text{кр}} = c / \lambda_{\text{кр}}$, які можуть бути розраховані за значеннями $\lambda_{\text{кр}}$ для різних індексів m і n .

$$\lambda_{\text{кр}} = 2 / \sqrt{(m / a)^2 + (n / b)^2}, \tag{12}$$

Найменше значення $f_{\text{кр}}$ буде мати хвиля TE_{10} . Решта мод мають більші значення $f_{\text{кр}}$, їх взаємне розташування буде залежати від співвідношення розмірів a і b . Якщо $a > 2b$, то найближчим до $f_{\text{кр}}^{10}$ буде $f_{\text{кр}}^{20}$, у протилежному випадку $f_{\text{кр}}^{01}$.

Зауважимо, що деякі моди можуть мати однакові

значення $f_{\text{кр}}$ (наприклад,

TE_{11} і TM_{11}), вони називаються *виродженими*.

Якщо збуджувати хвилевід на деякій частоті, позначеній на діаграмі $f_{\text{ген}}$, то у хвилеводі будуть розповсюджуватись лише моди TE_{10} , TE_{20} , TE_{01} , для

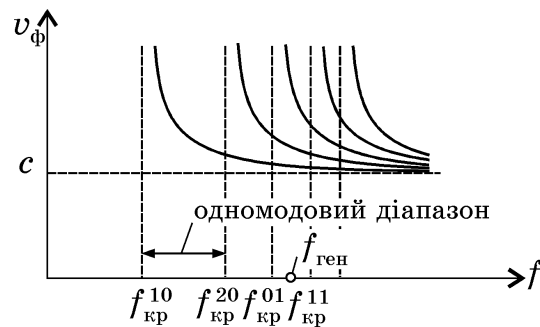


Рис. 10. Визначення одномодового діапазону за критичними частотами хвилеводних мод

яких виконується умова розповсюдження $f_{\text{кр}}^{mn} < f_{\text{ген}}$. Для

решти мод буде режим відсічки. При зменшенні частоти збудження у режим відсічки попадають хвилі TE_{01} , потім TE_{20} і останньою TE_{10} . Звідси ясно, що лише для хвилі TE_{10} можна знайти діапазон частот, в якому вона зможе розповсюджуватись без домішки інших хвиль. Тому мода TE_{10} називається *основною*, а решта – *вищими*.

Діапазон одномодового режиму хвилеводу лежить у границях від $f_{кр}$ основної моди до $f_{кр}$ найближчої вищої моди. Треба пам'ятати, що реальний діапазон дещо вужчий за розглянутий, тому що при використанні хвилеводу в режимі, близькому до критичного, суттєво збільшуються втрати енергії й зростає поглинання хвилі. У даній роботі це зроблено через обмеження фазової швидкості подвійною швидкістю світла.

Основна мода. Враховуючи особливе значення моди TE_{10} , охарактеризуємо розподіл її полів. Аналітичні вирази для складових поля легко одержати із загальних виразів [1] при $m = 1, n = 0$:

$$\begin{aligned} \dot{E}_x &= 0; & \dot{H}_y &= 0; \\ \dot{E}_y &= H_0 Z_c (2a/\Lambda) \sin(\pi x/a); \\ \dot{H}_x &= -H_0 (2a/\Lambda) \sin(\pi x/a); \\ \dot{H}_z &= iH_0 \cos(\pi x/a); \end{aligned} \tag{13}$$

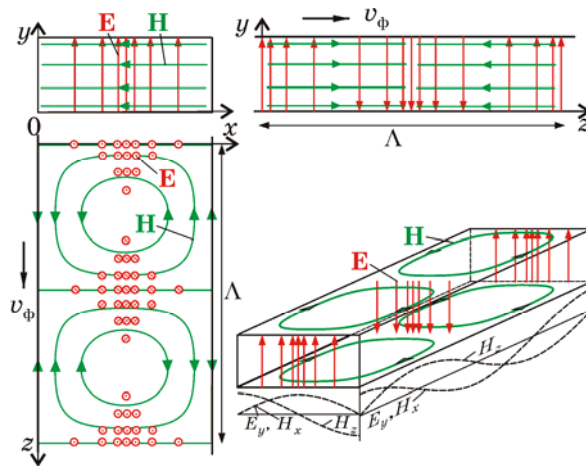


Рис. 11. Різні проекції розподілу силових ліній електричного (червоні лінії) і магнітного (зелені лінії) поля

На рис. 11 зображена "фотографія" силових ліній електричного і магнітного поля. Електричні силові лінії мають лише одну складову і з'єднують широкі стінки. Найбільше значення E_y має у центрі хвилеводу, а на бічних стінках зменшується до нуля. Магнітні силові лінії являють собою замкнені лінії, що лежать в площинах, паралельних широким стінкам. Важливою особливістю є те, що положення максимумів поперечних складових E і H співпадають. У цих же точках має максимальне значення й поздовжня складова вектора Пойнтінга. З часом вся картина переміщується вздовж осі z з фазовою швидкістю: $v_{\phi} = c / \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}$.

При зменшенні частоти до критичного значення довжина хвилі в хвилеводі, тобто й просторовий період поля (рис. 11), зростає до нескінченності, складова $H_x \rightarrow 0$ і магнітне поле стає поздовжнім, а коливання у всіх точках хвилеводу відбуваються синфазно. Вектор Пойнтінга для такого режиму визначається тільки складовими H_z і E_y і буде направлений перпендикулярно до осі хвилеводу. Це означає, що передачі енергії по хвилеводу не відбувається.

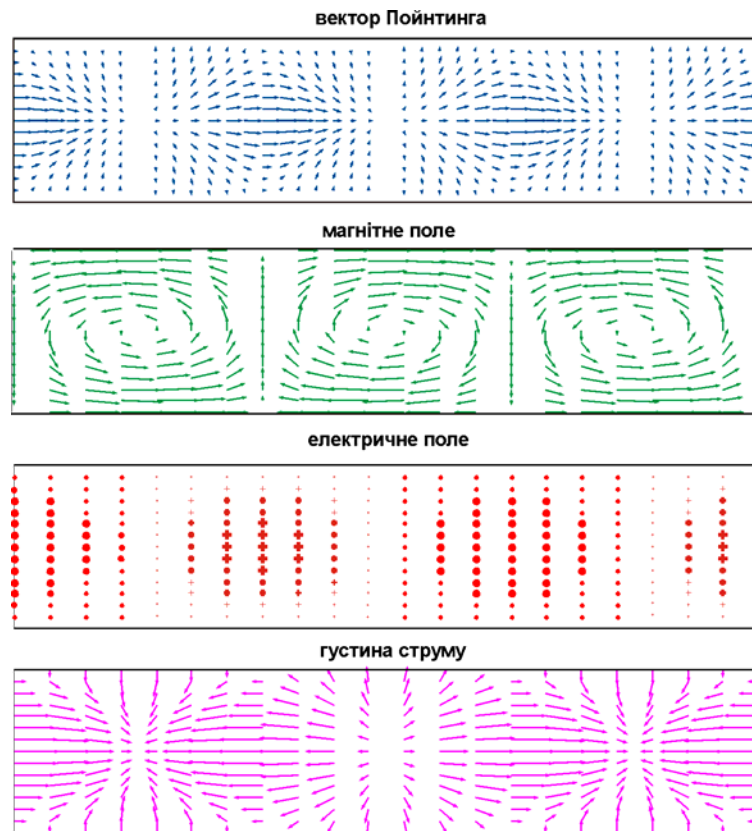


Рис. 12. Розподіл векторів Пойнтинга, електричного і магнітного поля, густини поверхневого струму на широкій стінці хвилеводу для основної моди TE_{10} .

На рис. 12 зображено розподіл полів, вектора Пойнтинга та густини струму в площині широкої стінки у вигляді векторних полів, побудованих на основі виразів (13).

Для *найближчої вищої моди* (нехай це буде TE_{20}) довільна частота з цього діапазону буде меншою за її критичну частоту. Тому, враховуючи закон дисперсії та його наслідки (11) матимемо для фазової швидкості, довжини хвилі та хвильового числа *уявні значення*. За цих умов хвильові множники приймають форму $e^{\pm |K|z} e^{i\omega t}$, яка показує, що складові поля у всіх точках хвилеводу коливаються синфазно у часі, а амплітуда коливань вздовж хвилеводу спадає експоненціально. Таке виродження хвильового процесу приводить до того, що енергія коливань електромагнітного поля зменшується вздовж хвилеводу за законом $e^{\pm 2|K|z}$, а

швидкість спаду визначається величиною $|K|$, яка в свою чергу залежить від «віддаленості» частоти збудження від критичної частоти даної моди. Оцінивши відстань, на якій відбувається згасання найближчої вищої моди (нагадаємо, що 30 дБ відповідають спаду енергії в 10^3 разів), можна бути впевненими, що інші вищі моди згасатимуть ще швидше, і не поширюватимуться вздовж хвилевода.

Рекомендовано до використання:

1. Москалюк В.О., Саурова Т.А. Теорія поля, підручник, (електронна версія).. КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018