Алгоритм A*

Николаева Анна Константиновна

Что это такое

- Алгоритм **A*** (англ. *A star*) — алгоритм поиска, который находит во взвешенном графе маршрут наименьшей стоимости от начальной вершины до выбранной конечной
- Исследует граф путём просмотра путей через наиболее перспективные узлы, выбираемые в соответствии с указанным правилом

Преимущества относительно других алгоритмов поиска минимального пути

- обходит меньшее количество вершин, благодаря тому, что он работает с *«оптимистичной»* оценкой пути через вершину
- A* проходит наименьшее количество вершин графа среди допустимых алгоритмов, использующих такую же точную (или менее точную) эвристику

Использование

- при разработке игр, когда нужно находить кратчайшие пути между заданными точками
- при построении пути навигатором
- и многое другое

Описание алгоритма

- Для выбора очередной раскрываемой вершины используется эвристическая функция:

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

- $g(x)$ – наименьшая стоимость до *x* из стартовой вершины
- h(x) – эвристическая оценка стоимости пути из *x* до конечной вершины

Выбор эвристической функции

- $h(x)$ должна быть ***допустима:*** для любой вершины *x* $h(x)$ не больше веса кратчайшего пути от *x* до конечной вершины.
- $h(x)$ должна быть ***монотонна:*** *если y* – потомок *x, то верно*

$$f(x) \leq f(y)$$

- Примеры эвристических функций:

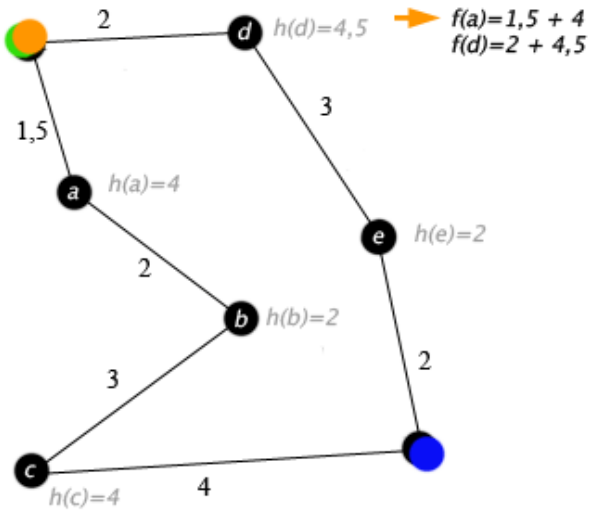
1) манхэттенское расстояние
2) расстояние Чебышева
3) евклидово расстояние по прямой

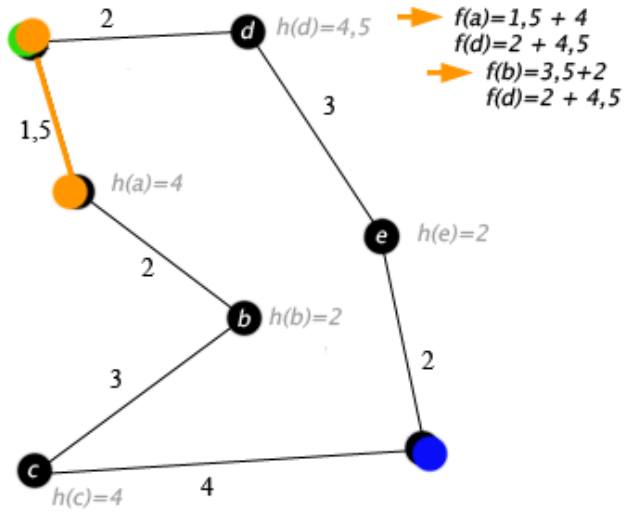
Основные шаги

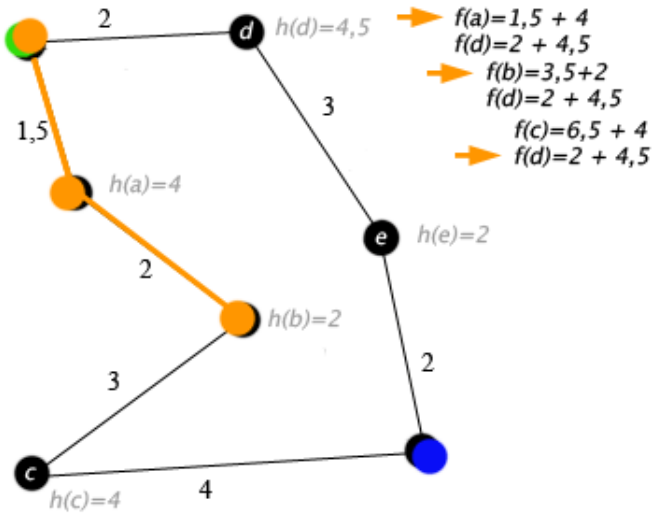
1) Добавляем стартовую вершину *s* в множество рассматриваемых вершин *U*. Полагаем $g(s) = 0$, $f(s) = h(s)$.
2) Пока *U* не пусто, выбираем из *U* вершину *x* с min $f(x)$, добавляем ее в множество рассмотренных вершин *Q*, просматриваем ее соседей, при этом:
   - Если сосед x_0 ранее просматривался и $g(x_0) \leq g(x) + d(x, x_0)$, то переходим к следующему
   - Если сосед x_0 не просматривался или значение $g(x_0) \geq g(x) + d(x, x_0)$, то меняем предка x_0 на x и пересчитываем значения $g(x_0)$, $f(x_0)$. Если x_0 не принадлежит *U,* то добавляем ее в *U.*

Детали реализации

- Используется очередь с приоритетом (приоритет на основе эвристической функции)
- Для каждой вершины хранится ссылка на родителя
- Эвристическая функция должна быть порядка O(1)
- В зависимости от реализации очереди, может производиться обход в глубину (если реализуется LIFO) или в ширину (FIFO)







Пример работы

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5d/Astar_progress_animation.gif

Псевдокод

- Q — множество вершин, которые требуется рассмотреть,
- U — множество рассмотренных вершин,
- $f[x]$ — значение эвристической функции для вершины x,
- $g[x]$ — стоимость пути от начальной вершины до x,
- $h(x)$ — эвристическая оценка расстояния от вершины x до конечной вершины

```
bool A*(start, goal):
    U = ∅
    Q = ∅
    Q.push(start)
    g[start] = 0
    f[start] = g[start] + h(start)
    while Q.size() != 0
        current = вершина из Q с минимальным значением f
        if current == goal
            return true
        Q.remove(current)
        U.push(current)
        for v : смежные с current вершины
            tentativeScore = g[current] + d(current, v)
            if v ∈ U and tentativeScore >= g[v]
                continue
            if v ∉ U or tentativeScore < g[v]
                parent[v] = current
                g[v] = tentativeScore
                f[v] = g[v] + h(v)
                if v ∉ Q
                    Q.push(v)
    return false
```