博弈论概念

1. CH1 导论

博弈：个人，队组或其他组织的决策行为，特别是有策略互动和利益依存特征的决策行为。

博弈论：研究这些决策行为的理论

博弈方：在博弈中独立决策、独立承担结果的个人或组织。

策略：博弈中各博弈方的决策内容，即规定每个博弈方可以选择的行为或经济活动的水平、量值等

策略组合：由所有博弈方的某种策略组成的集合称为策略组合

得益：博弈方从博弈中获得的利益，也是博弈方决策行为的主要依据。

有限博弈和无限博弈：如果每个博弈方的策略数是有限的，则称为有限博弈；如果至少有一个博弈方的策略有无限多个，则称为无限博弈。

零和博弈，常和博弈，变和博弈：总得益始终是0的博弈称为零和博弈；总得益始终为某一非零常数的博弈称为常和博弈；博弈结果不同，总得益也不同的博弈称为变和博弈。

静态博弈，动态博弈和重复博弈：所有博弈方同时或可看作同时选择策略的博弈称为静态博弈；各博弈方的选择和行动有先后次序，且后选择、后行动的博弈方决策行为之前可以看到其他博弈方的决策行为，这种无论哪种意义上都无法看作同时决策的博弈称为动态博弈；重复进行某个博弈构成的博弈过程称为重复博弈。

完全信息和不完全信息：各博弈方完全了解所有博弈方各种情况下得益的博弈称为完全信息博弈，至少部分博弈方不完全了解其他博弈方得益的情况的博弈称为不完全信息博弈。

完美信息和不完美信息：对博弈进程完全了解/不完全了解

2. CH2 完全信息静态博弈

上策均衡：在一个博弈的某个策略组合中，如果所有策略都是各博弈方的上册，那么这个策略组合就是这个博弈的上策均衡

严格下策反复消去法：依据排除法思路，反复寻找博弈的“严格下策（不论其他博弈方策略如何改变，如果一个策略给一个博弈方带来的得以总是比其他策略小，那就是该博弈方的严格下册）”，并消去

纳什均衡：

定性：在非合作博弈中，给定其他博弈方的策略的条件下，每个博弈方选择自己的最优策略，所有博弈方选择的最优策略构成一个策略组合，该组合就是纳什均衡。

数学定义：在博弈$G=\{S_1,...,S_n;u_1,...,u_n\}$中，如果个博弈方的策略组成的策略组合$(s_1^*,...,s_n^*)$都是对其他博弈方策略的组合$(s_1^*,...,s_{i-1}^*,s_{i+1}^*,...s_n^*)$的最佳对策，即$u_i((s_1^*,...,s_{i-1}^*,s_i^*,s_{i+1}^*,...s_n^*))\geq u_i((s_1^*,...,s_{i-1}^*,s_{ij},s_{i+1}^*,...s_n^*)),s_{ij}\in S_i$，则称$(s_1^*,...,s_n^*)$为博弈G的一个纳什均衡

纯策略：在完全信息博弈中，如果在给定信息集下，博弈方在其策略空间中只选择一种特定策略，这个策略就称为纯策略。

混合策略：

定性：在完全信息博弈中，如果在给定信息集下，博弈方在其策略空间中以一定概率分布随机选择策略，这个策略就称为混合策略。

数学定义：在博弈$G=\{S_1,...,S_n;u_1,...,u_n\}$中，博弈方$i$的策略空间为$S_i=(s_{i1},...,s_{ik})$中，则博弈方$i$以特定概率分布$p_i=(p_{i1},...,p_{ik})$在其k个可选策略中随机选择的策略，称为一个混合策略。

混合策略纳什均衡：给定其他博弈方策略的条件下，每个博弈方选择自己的最优混合策略，所有博弈方选择的最有混合策略构成一个混合策略组合，该策略组合就是混合策略纳什均衡。

纳什定理：在一个有n个博弈方的博弈$G=\{S_1,...,S_n;u_1,...,u_n\}$中，如果n是有限的，且$S_i$都是有限集合，则该博弈至少存在一个纯策略纳什均衡或混合策略纳什均衡。

帕累托上策均衡：在一个多重纳什均衡的博弈中，某个纳什均衡给所有博弈方带来的得益都大于其他纳什均衡，这种纳什均衡之间的关系就是帕累托优劣关系，根据帕累托优劣关系选择出来的纳什均衡，称为帕累托上策均衡

3. CH3 完全且完美信息静态博弈

子博弈：由一个动态博弈第一阶段以后的某阶段开始的后续博弈阶段构成，有初始信息集和进行博弈所需的全部信息，能够自成一个博弈的原博弈组成部分，称为原动态博弈的一个子博弈。

子博弈完美纳什均衡：如果一个完全且完美信息动态博弈的一个策略组合，满足在整个动态博弈及它的所有子博弈中都构成纳什均衡，那么该均衡就是一个子博弈完美纳什均衡。

逆推归纳法：从动态博弈的最后一个阶段博弈方的行为开始分析，逐步倒推会前一个阶段相应博弈方的行为分析，一直倒推至第一个阶段的博弈方的行为分析，最后对倒推分析进行归纳总结的博弈分析方法，称为“逆推归纳法”。

颤抖手均衡：假设一个博弈方以小概率偏离了原来的子博弈完美纳什均衡路径，并错选了其他非最后行动，但如果其他博弈方的行动仍能都成对其错选行动的最优反应，且原子博弈完美纳什均衡仍能维持，并且是稳定的，则该子博弈完美纳什均衡被称为颤抖手均衡。

顺推归纳法：根据博弈方在前面各阶段的行为，包括偏离特定均衡路径的行为，推断他们的思路并未后面阶段博弈提供依据的分析方法，称为顺推归纳法。

4. CH4 重复博弈

重复博弈：一个静态或动态的基本博弈重复进行所构成的博弈

有限次重复博弈：给定一个基本博弈G，重复进行T此，每次重复博弈时博弈方都能观察到以前的博弈结果，这样的博弈过程称为G的T此重复博弈，记为G（T)。

有限次重复博弈民间定理：设原博弈的一次性博弈有“均衡得益数组”优于“最差均衡得益数组”，那么在该博弈的多次重复中，对所有不小于“个体理性得益”的“可实现得益”，都至少有一个子博弈完美纳什均衡的极限的平均得益来实现他们。

无限次重复博弈民间定理：设G是一个有n个博弈方的完全信息静态博弈。用$(e_1,...,e_n)$表示G的纳什均衡的得益，用$(x_1,...,x_n)$表示G的任意可实现得益。如果$x_i > e_i$对任意博弈方i都成立，且党贴现率δ足够接近1，那么无限次重复博弈$G(\infty,\delta)$中一定存在一个子博弈完美纳什均衡，使各博弈方的平均得益可达到$(x_1,...,x_n)$

触发策略：博弈双方先试探合作，一旦发掘对方不合作，就选择不合作进行报复，这种策略组合称为“出发策略”。

5. CH5 完全但不完美信息动态博弈

完全但不完美信息动态博弈：各博弈方对策略和得益情况有“完全信息”，但对博弈进程没有“完美信息”的动态博弈

完美贝叶斯均衡：当一个策略组合及博弈方的响应判断满足以下4点时，就称为一个“完美贝叶斯均衡”：

1. 概率判断：在各多节点信息集处，选择行动的博弈方须对博弈达到该信息集中的每个节点的概率具有“判断”。
2. 序列理性：给定各博弈方的概率判断，他们的策略必须按博弈的进程序列，追求可实现得益的最大化。
3. 均衡路径上的判断符合均衡策略：在均衡路径上的多节点信息集处，“概率判断”由贝叶斯法则和各博弈方的均衡策略共同决定。

4. 非均衡路径上的判断符合均衡策略：不在均衡路径上的多节点信息集处，“概率判断”由贝叶斯法则和各博弈方在此处可能有的均衡策略共同决定。

6. CH6 不完全信息静态博弈

不完全信息博弈：在一个博弈中，至少有一个博弈方不完全清楚其他某些博弈方的策略或得益等信息，但知道其策略或得益等信息空间的概率分布，这种博弈叫不完全信息博弈。

不完全信息静态博弈：在一个静态博弈中，至少有一个博弈方不完全清楚其他某些博弈方的策略或得益等信息，但知道其策略或得益等信息空间的概率分布，这种博弈叫不完全信息博弈。

类型和类型空间：

海萨尼转换：将不完全信息静态博弈转化为完全但不完美信息动态博弈的思路。

1。 引入虚拟博弈方“自然”，“自然”进行动态博弈第一阶段的选择；

2. 表示不完全信息：每个博弈方知道自己的类型，但不知道“自然”为其他博弈方选择的类型，只知道所选类型的概率分布。
3. 博弈方在动态博弈第二阶段进行原来的静态博弈：各博弈方同时从歌词行动空间选择最优行动
4. 表示得益：除“自然”博弈方外，其他博弈方各自得益$u_i = u_i(a_1, \ldots, a_n, t_i)$

贝叶斯纳什均衡：在不完全信息静态博弈$G = \{A_1, \ldots, A_n; T_1, \ldots, T_n; p_1, \ldots, p_n; u_1, \ldots, u_n\}$中，如果对任意博弈方i和他的每一种可能类型$t_i \in T_i$，其策略函数$S_i^*(t_i)$所对应的行动$a_i$都能最大化其期望利益：

$$\max_{a_i \in A_i} \sum_{t_{-i}} \{u_i[S_1^*(t_1), \ldots, S_{i-1}^*, a_i, s_{i+1}^*(t_{i+1}), \ldots, S_n^*(t_n), t_i]p(t_{-i}|t_i)\}$$

这样的策略函数构成的策略组合称为贝叶斯纳什均衡。