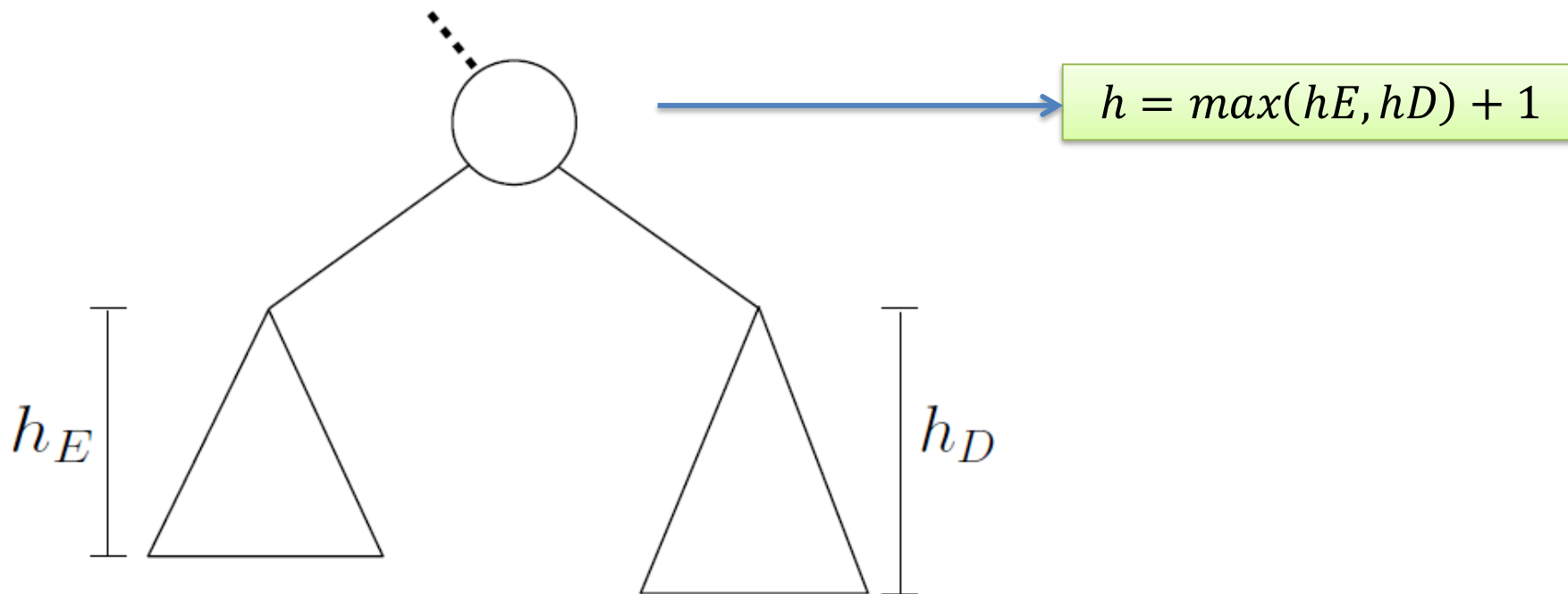


Estrutura de Dados e Algoritmos

Árvore AVL

- A altura de uma árvore binária é o nível máximo de suas folhas (profundidade):



- O balanceamento do nó de uma Árvore Binária de Pesquisa (ABP) está relacionado com as alturas de suas subárvores da esquerda (h_E) e da direita (h_D):

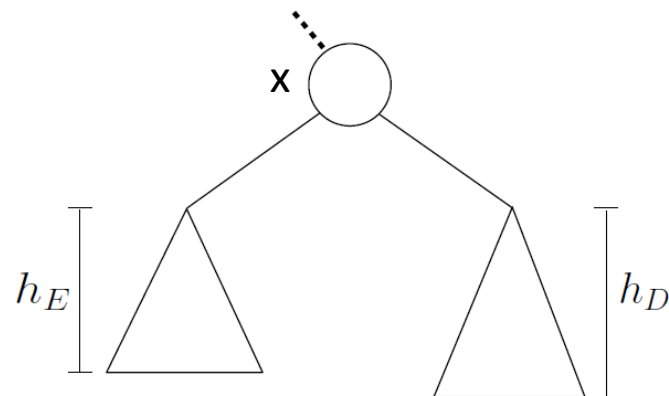
Definições:

x : nó de uma ABP;

$h_D(x)$: Altura da subárvore da direita de x ;

$h_E(x)$: Altura da subárvore da esquerda de x ;

$bal(x)$: $|h_D(x) - h_E(x)|$: Balanceamento de x ;

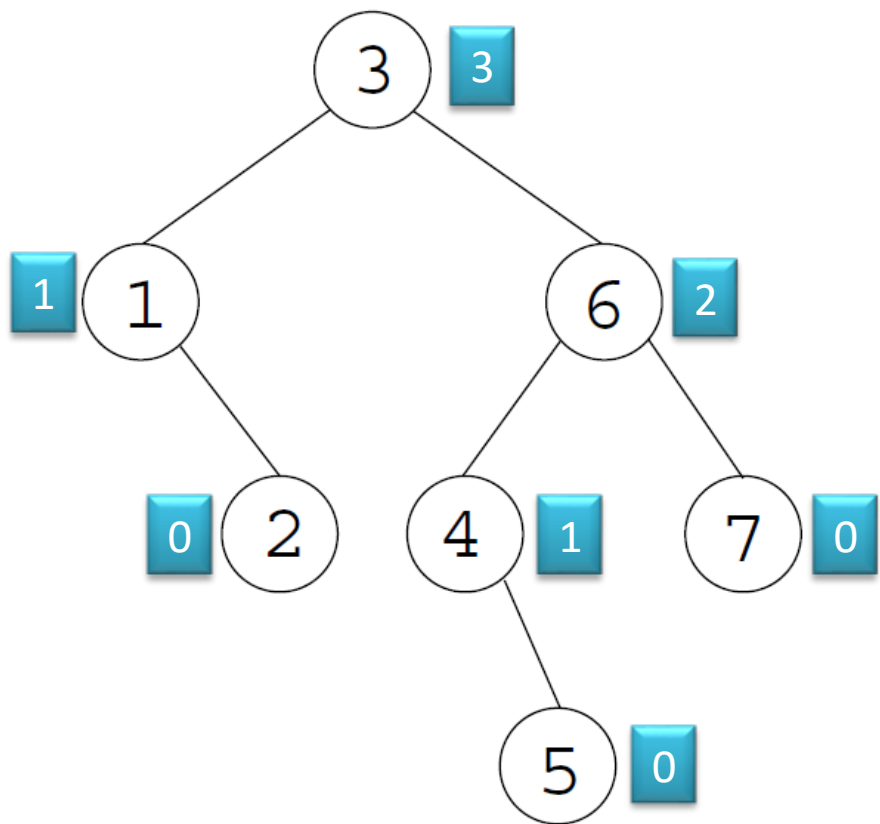


Uma ABP é uma árvore AVL quando todos seus nós possuem balanceamento ≤ 1 :

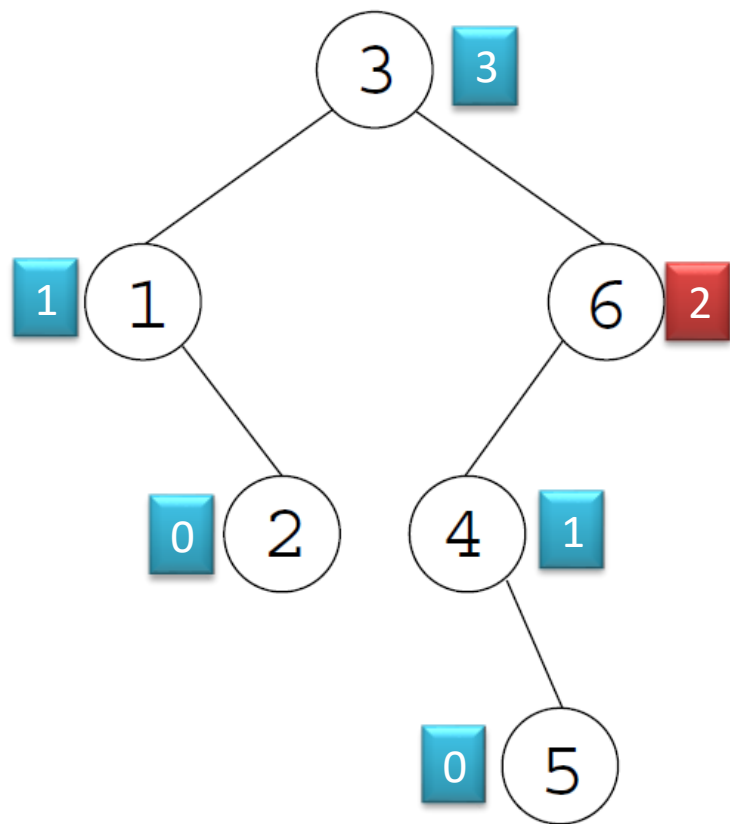
$$bal(x) \leq 1, \forall x$$

Autoria das Árvores AVL:
Adelson-Velskii, G. e Landis, E. M. (1962)

Exemplo de Árvore AVL



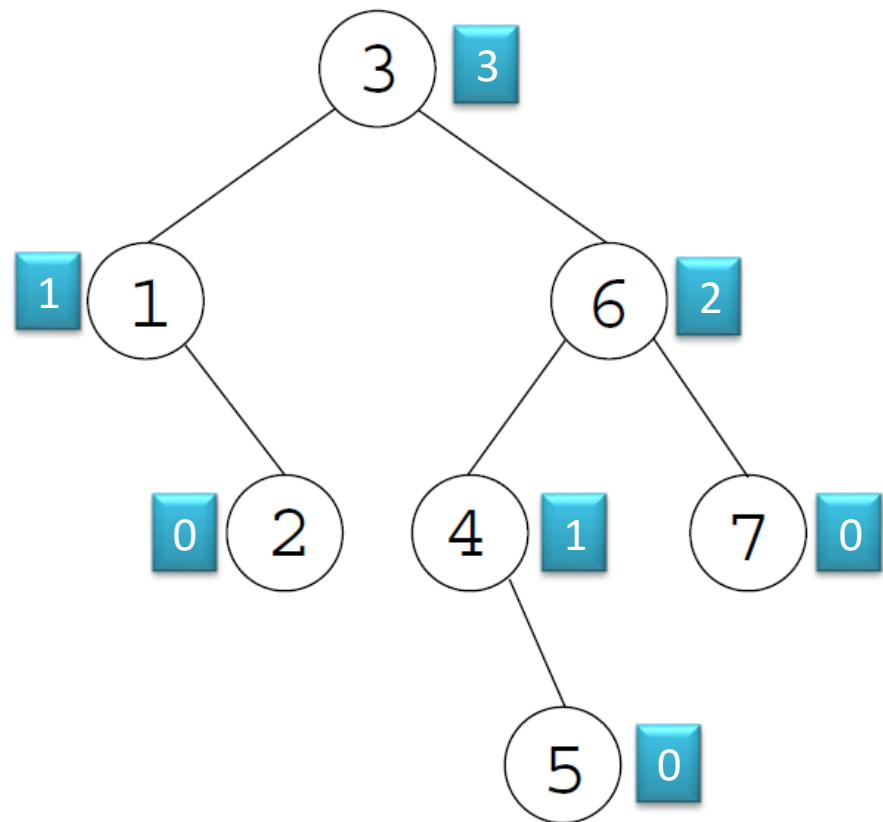
AVL



NÃO AVL

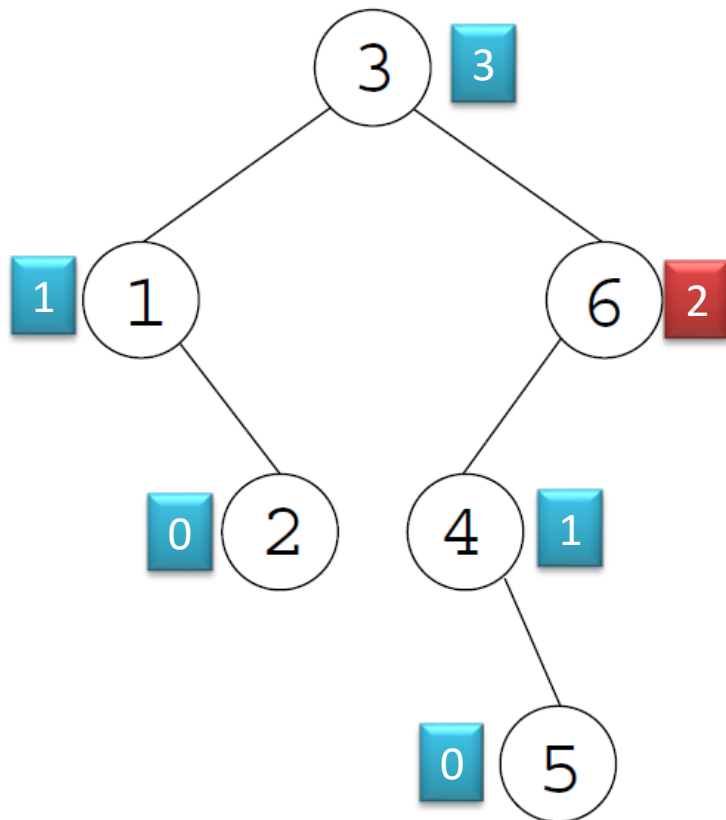
Exemplo de Árvore AVL

x	he(x)	hd(x)	bal(x)
1	0	1	1
2	0	0	0
3	2	3	1
4	0	1	1
5	0	0	0
6	2	1	1
7	0	0	0



AVL

Exemplo de Árvore AVL

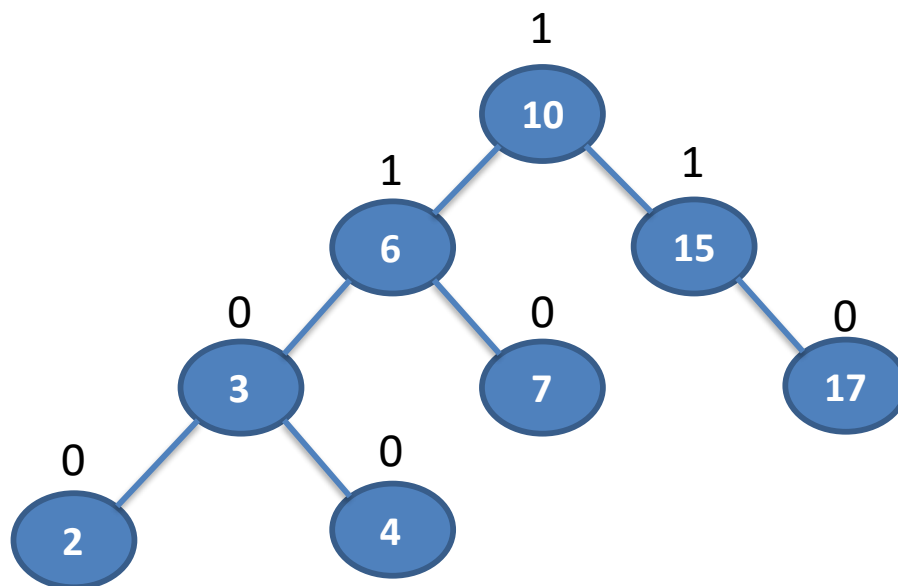


NÃO AVL

x	he(x)	hd(x)	bal(x)
1	0	1	1
2	0	0	0
3	2	3	1
4	0	1	1
5	0	0	0
6	2	0	2

- Se um nó x de uma árvore AVL é dito desbalanceado, então a diferença de alturas entre suas subárvores da esquerda e direita deve ser igual a dois.
- No caso de inserção, esta violação pode ocorrer nos seguintes casos:
 1. Uma inserção na subárvore da **esquerda** do filho da **esquerda** de x ;
 2. Uma inserção na subárvore da **direita** do filho da **esquerda** de x ;
 3. Uma inserção na subárvore da **esquerda** do filho da **direita** de x ;
 4. Uma inserção na subárvore da **direita** do filho da **direita** de x ;

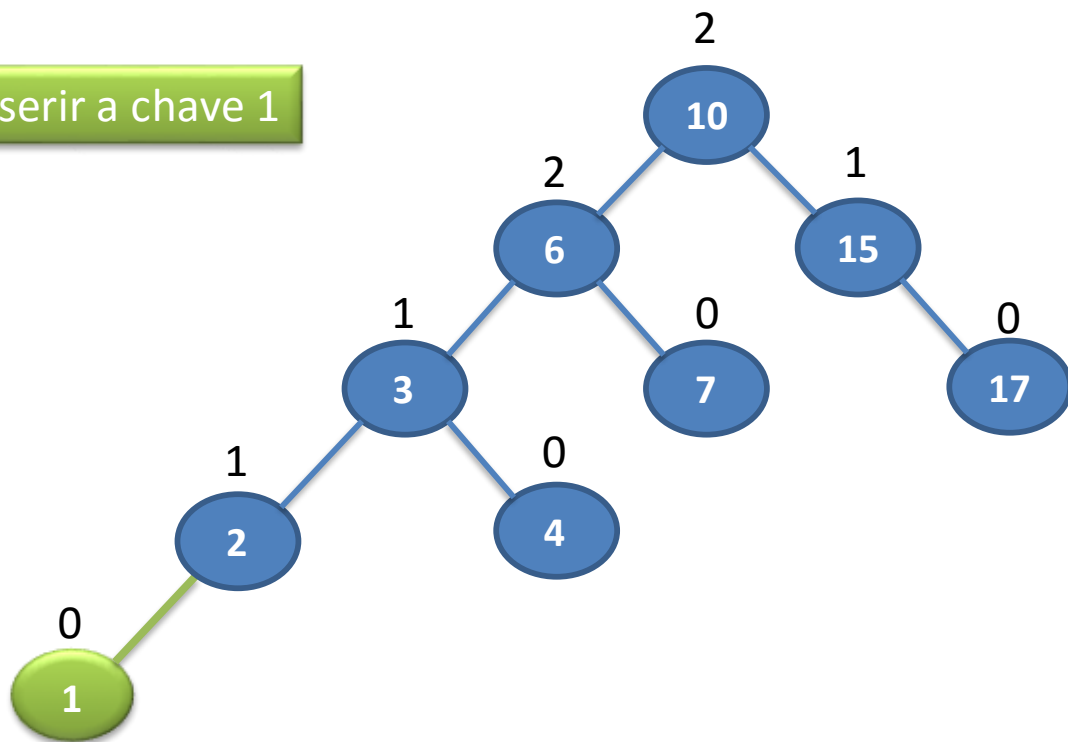
- Caso 1: Uma inserção na subárvore da **esquerda** do filho da **esquerda** de x:



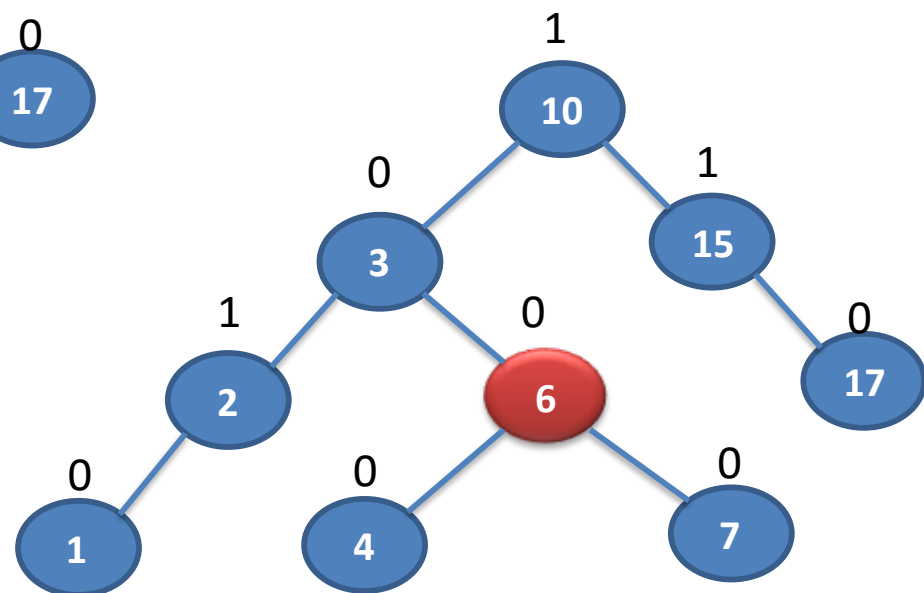
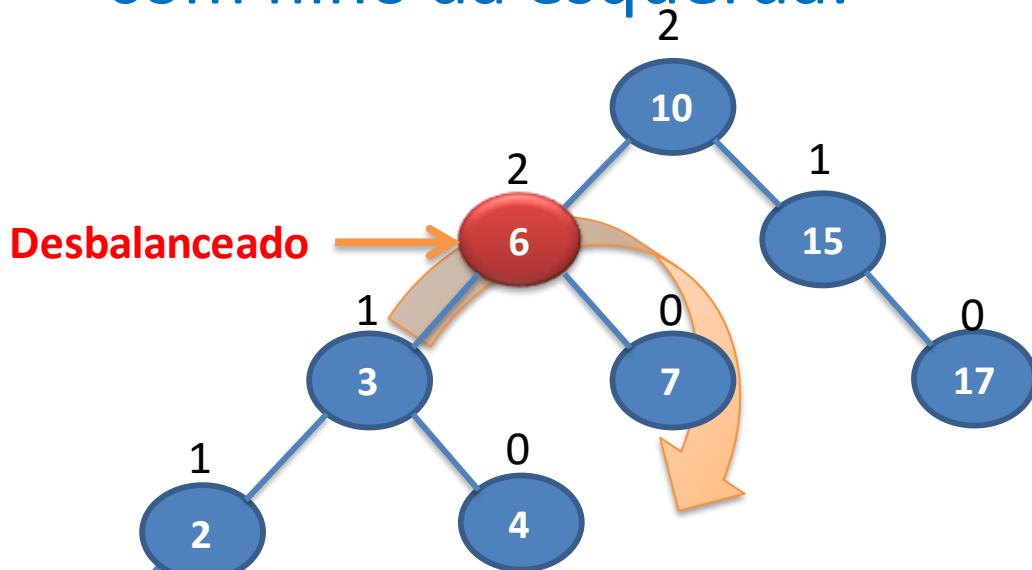
Números sobre os nós
representam $bal(X)$

- Caso 1: Uma inserção na subárvore da **esquerda** do filho da **esquerda** de x:

Inserir a chave 1

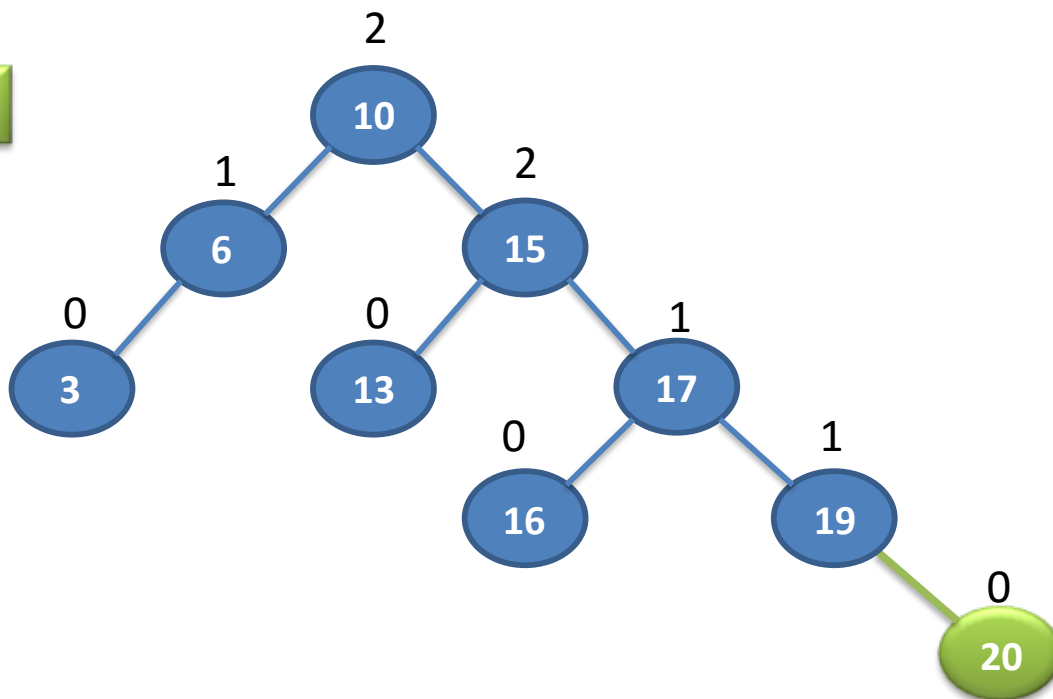


- Caso 1: Uma inserção na subárvore da esquerda do filho da esquerda de x: **Rotação simples à direita com filho da esquerda:**

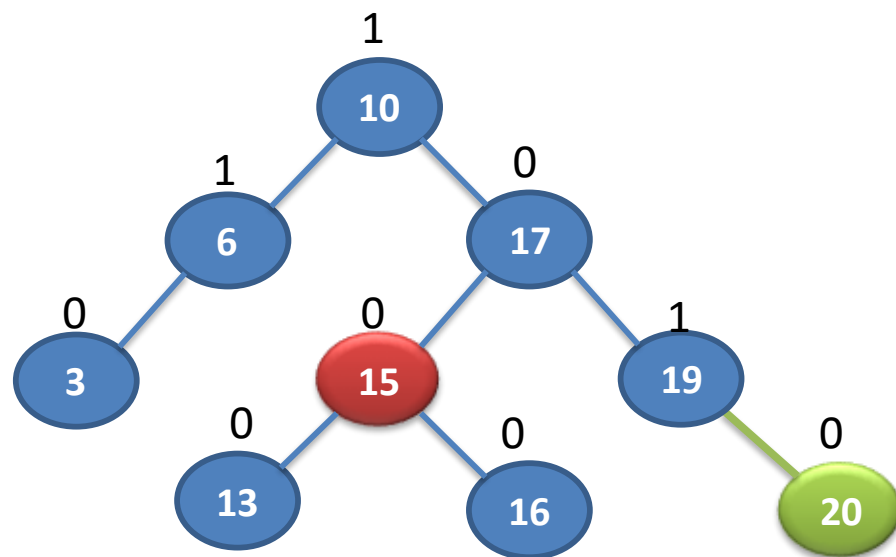


- Caso 4: Uma inserção na subárvore da **direita** do filho da **direita** de x:

Inserir a chave 20

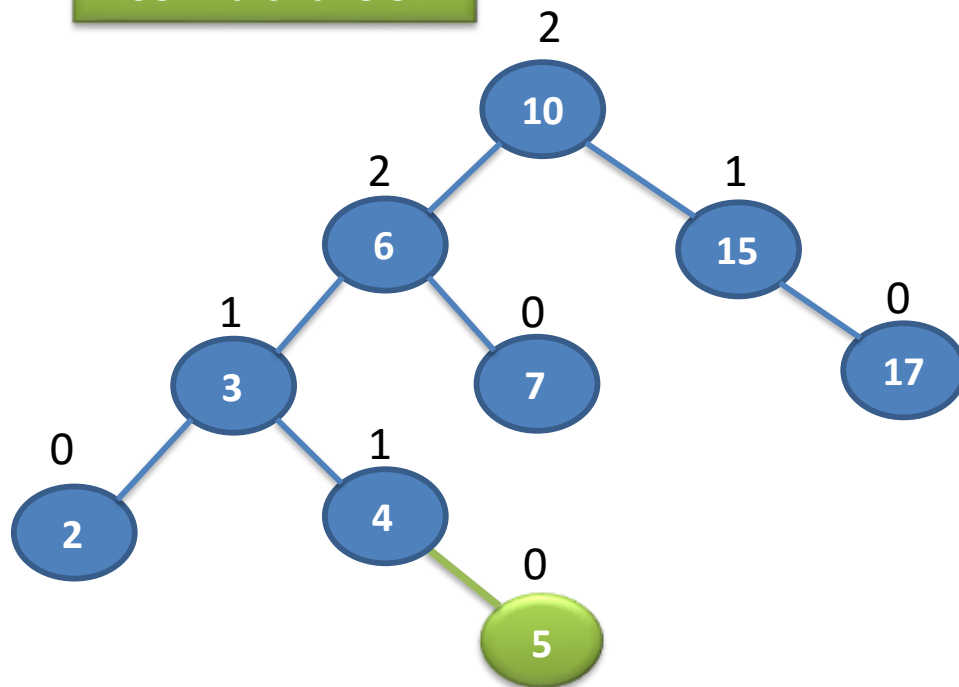


- Caso 4: Uma inserção na subárvore da **direita** do filho da **direita** de x: **Rotação simples à esquerda com filho da direita:**

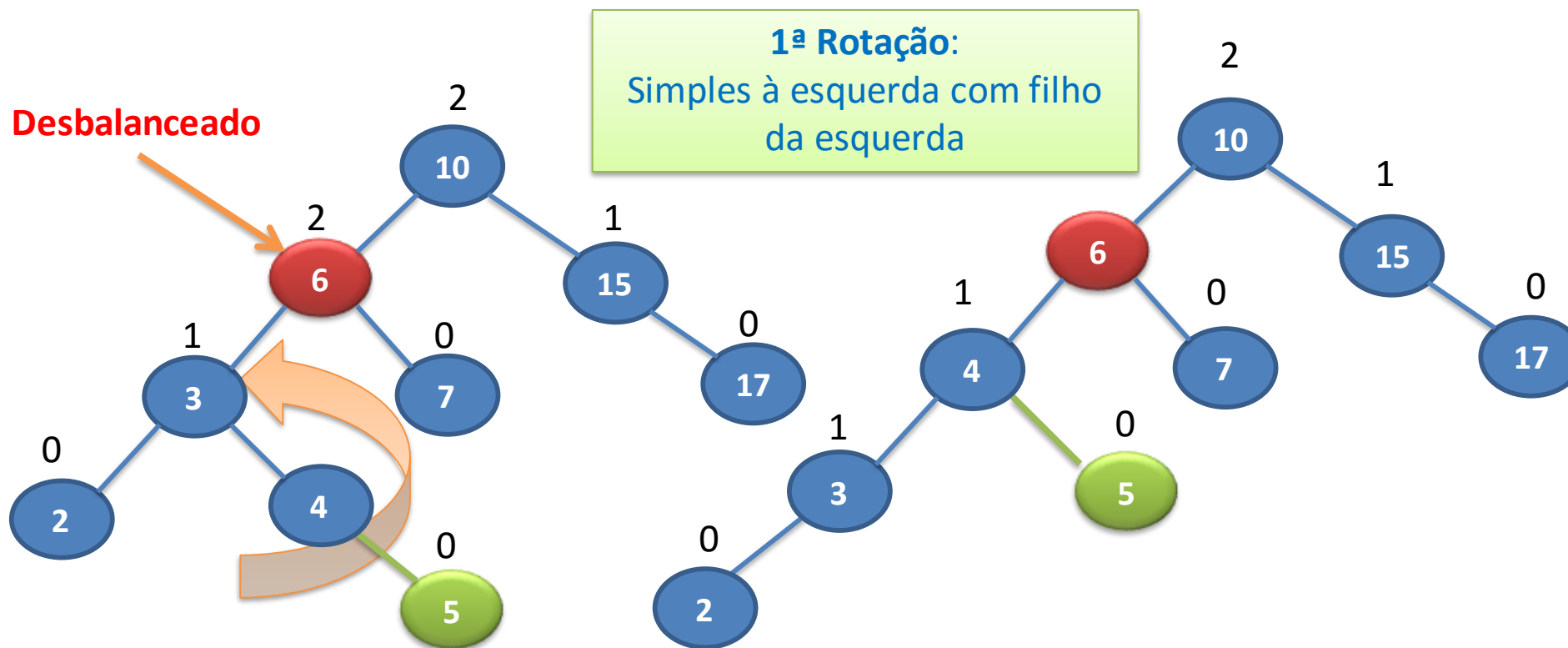


- Caso 2: Uma inserção na subárvore da **direita** do filho da **esquerda** de x:

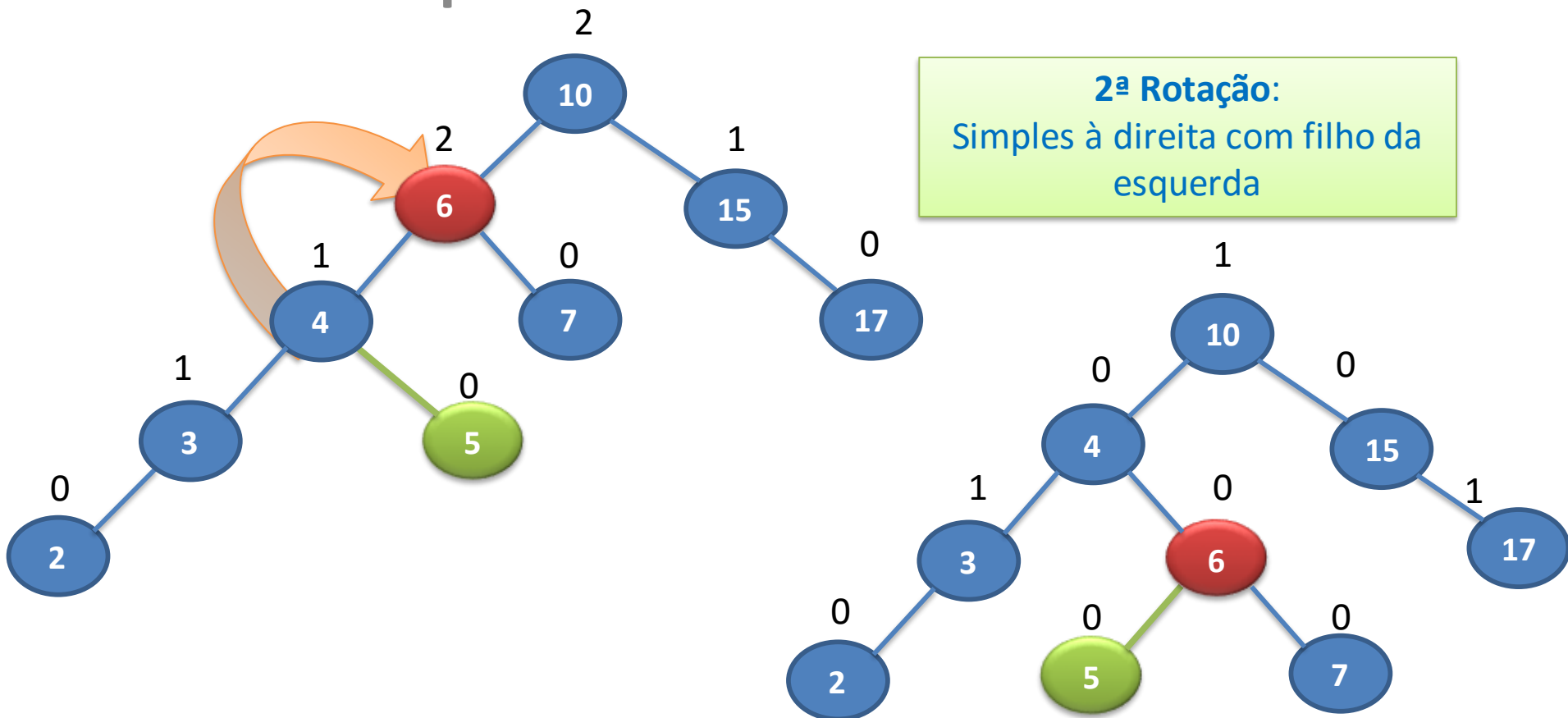
Inserir a chave 5



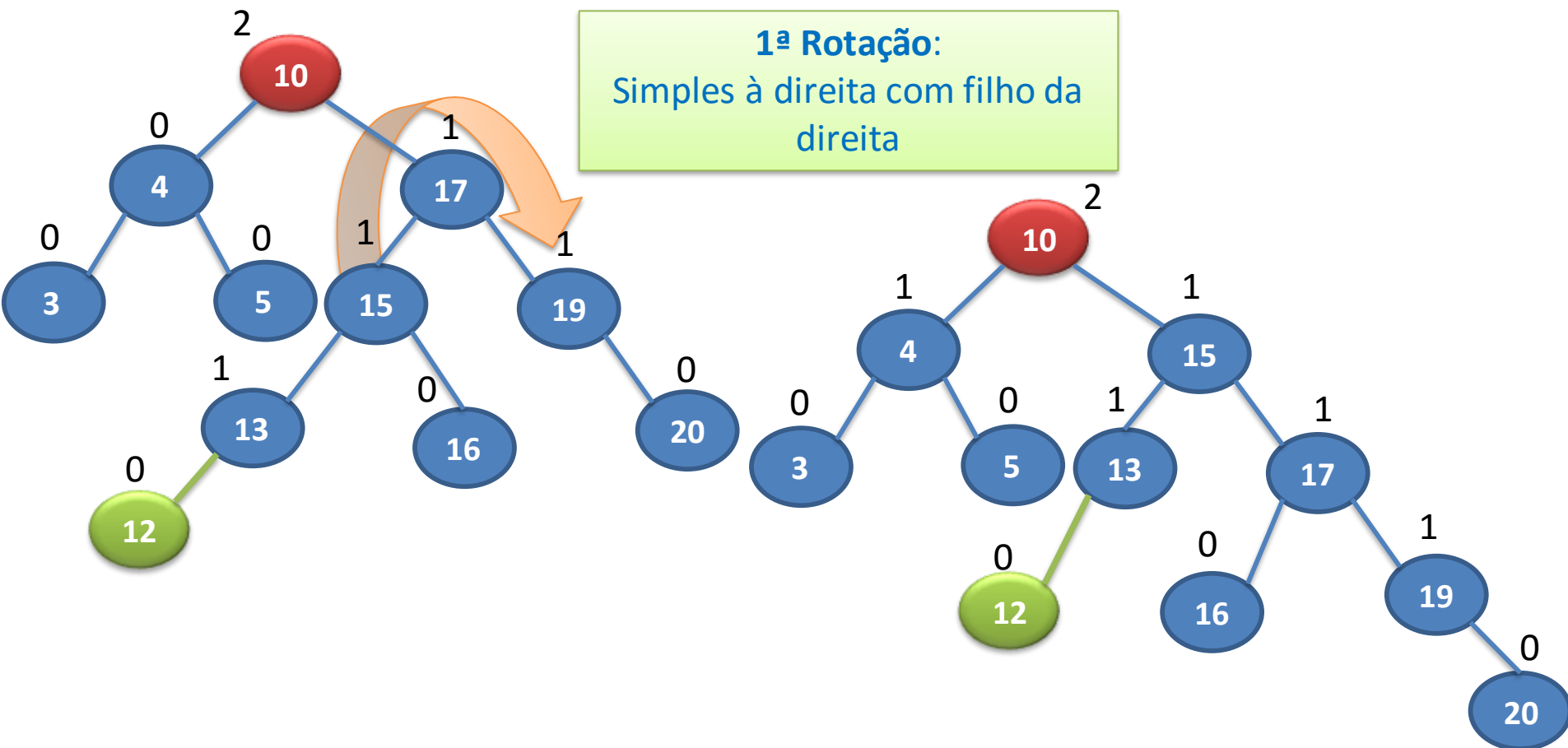
- Caso 2: Uma inserção na subárvore da **direita** do filho da **esquerda** de x:



- Caso 2: Uma inserção na subárvore da **direita** do filho da **esquerda** de x:



- Caso 3: Uma inserção na subárvore da **esquerda** do filho da **direita** de x:



- Caso 3: Uma inserção na subárvore da **esquerda** do filho da **direita** de x:

