T4

Ana Ellen

2024-08-26

Lista Modelos ARCH: Teórica e Prática

1-

Considere o modelo ARCH(1) dado por:

$$r_t = \delta + \epsilon_t$$
$$\epsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim N(0,1)$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\epsilon_{t-1}^2$$

onde $\omega > 0$ e $\alpha \geq 0$. Seja o conjunto de informação $I_{t-1} = \{r_1, r_2, \ldots, r_{t-1}\}$.

(a) Explique em palavras por que os parâmetros ω e α são restritos a serem positivo e não negativo, respectivamente.

- ω: A variância precisa sempre assumir um valor positivo por ser uma medida de dispersão, e como ω atua como o valor mínimo que a variância pode assumir pela equação, este deve ser positivo.
- α: Como α é a variável que acompanha os erros quadrados, se esta for negativa, existe chance da volatilidade se tornar negativa, o que não seria possível; já se α for 0, o valor da variânncia seria o valor mínimo, ω. Também porque, se α fosse negativo, grandes choque do passado diminuiriam muito a variância futura, o que não consiste como comportamento dos mercados financeiros.

(b) Explique em palavras como o modelo acima permite clusters de volatilidade, que é um fato empírico estilizado de séries financeiras.

- Como a variância condicional depende dos choques passados, se um grande choque ocorre em um certo período, ele aumenta a variância condicional do próximo, o que pode acabar levando a outro grande choque. Logo, os períodos de alta volatilidade tendem a ficar mais agrupados, permitindo clusters de volatilidade.

(c) Cite dois fatos estilizados de séries temporais financeiras que não são capturados pelo modelo acima.

- Efeito de alavancagem (bad news)
- Caudas pesadas se a distribuição for Normal (captura se for t Student)

(d) Explique em palavras a diferença entre variância condicional e incondicional.

Enquanto a **condicional** é a variância prevista para um dado período, considerando informações já disponíveis, a **incondicional** é a variância média ao longo de todo o período e não muda ao longo do tempo.

2-

Descreva como as FAC e FACP são utilizadas no contexto de modelos da família ARCH. Em quais etapas do ajuste do modelo elas são úteis?

- *Utilidade:* Para checar a heterocedasticidade condicional - FAC e FACP são aplicadas nos resíduos ao quadrado da equação da média ou na série de retornos ao quadrado - são usadas para checar a heterocedasticidade condicional.
- *Etapas:* São usadas antes do ajuste do modelo, para identificar a ordem e para fazer o diagno´stico do modelo.

3-

Ajuste os modelos da família ARCH vistos em aula, considerando a ordem (1,1) com as distribuições normal e t-Student para as seguintes séries, iniciando em 2019:

```r
library(rugarch)
```

```
## Carregando pacotes exigidos: parallel
```

```
##
## Anexando pacote: 'rugarch'
```

```
## O seguinte objeto é mascarado por 'package:stats':
##
##     sigma
```

```r
library(quantmod)
```

```
## Carregando pacotes exigidos: xts
```

```
## Carregando pacotes exigidos: zoo
```

```
##
## Anexando pacote: 'zoo'
```

```
## Os seguintes objetos são mascarados por 'package:base':
##
##     as.Date, as.Date.numeric
```

```
## Carregando pacotes exigidos: TTR
```

```
## Registered S3 method overwritten by 'quantmod':
##   method            from
##   as.zoo.data.frame zoo
```

```r
getSymbols("PETR4.SA", from="2019-01-01", to=Sys.Date())
```

```
## [1] "PETR4.SA"
```

```r
getSymbols("^BVSP", from="2019-01-01", to=Sys.Date())
```

```
## [1] "BVSP"
```

```r
ret_petrobras <- dailyReturn(Cl(PETR4.SA), type = 'log')
ret_ibovespa <- dailyReturn(Cl(BVSP), type = 'log')

# Especificar o modelo ARCH(1) com distribuição normal
spec_norm <- ugarchspec(variance.model = list(model = "sGARCH", garchOrder = c(1,1)),
                        mean.model = list(armaOrder = c(0,0)),
                        distribution.model = "norm")

# Especificar o modelo ARCH(1) com distribuição t-Student
spec_t <- ugarchspec(variance.model = list(model = "sGARCH", garchOrder = c(1,1)),
                     mean.model = list(armaOrder = c(0,0)),
                     distribution.model = "std")
```

(a) Log-retornos diários das ações da PETROBRAS

```r
# Ajustar o modelo para Petrobras
fit_petro_norm <- ugarchfit(spec = spec_norm, data = ret_petrobras)
# Ajustar o modelo para Petrobras
fit_petro_t <- ugarchfit(spec = spec_t, data = ret_petrobras)

fit_petro_norm
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : sGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(0,0,0)
## Distribution : norm
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.000830    0.000604   1.3730 0.169762
## omega   0.000059    0.000021   2.8061 0.005014
## alpha1  0.157866    0.029813   5.2951 0.000000
## beta1   0.772253    0.050880  15.1780 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.000830    0.000736  1.12735 0.259594
## omega   0.000059    0.000067  0.88049 0.378593
## alpha1  0.157866    0.119961  1.31597 0.188182
## beta1   0.772253    0.185806  4.15623 0.000032
##
## LogLikelihood : 3203.027
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.5538
## Bayes        -4.5388
## Shibata      -4.5538
## Hannan-Quinn -4.5482
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.1229  0.7259
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]    0.5557  0.6680
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]    2.1185  0.5907
## d.o.f=0
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.7668  0.3812
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.7129  0.6876
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    3.7382  0.6335
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]    0.4456 0.500 2.000  0.5044
## ARCH Lag[5]    0.7949 1.440 1.667  0.7946
## ARCH Lag[7]    1.1868 2.315 1.543  0.8814
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  0.9785
## Individual Statistics:
## mu     0.08513
## omega  0.39006
## alpha1 0.10864
## beta1  0.25018
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.07 1.24 1.6
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value    prob sig
## Sign Bias           0.4436 0.65738
## Negative Sign Bias  2.2660 0.02360  **
## Positive Sign Bias  0.5700 0.56876
## Joint Effect       10.1643 0.01722  **
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20      93.6    7.573e-12
## 2    30     106.0    1.034e-10
## 3    40     123.8    9.359e-11
## 4    50     146.1    1.344e-11
##
##
## Elapsed time : 0.1246159
```

```r
fit_petro_t
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : sGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(0,0,0)
## Distribution : std
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.001492    0.000521   2.8644 0.004178
## omega   0.000030    0.000011   2.6958 0.007022
## alpha1  0.066205    0.018741   3.5326 0.000412
## beta1   0.891466    0.028434  31.3516 0.000000
## shape   3.871101    0.409899   9.4440 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.001492    0.000473   3.1521 0.001621
## omega   0.000030    0.000015   1.9561 0.050450
## alpha1  0.066205    0.032159   2.0587 0.039523
## beta1   0.891466    0.044302  20.1224 0.000000
## shape   3.871101    0.408499   9.4764 0.000000
##
## LogLikelihood : 3326.357
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.7279
## Bayes        -4.7092
## Shibata      -4.7279
## Hannan-Quinn -4.7209
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.1538  0.6949
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]    0.4766  0.7047
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.6545  0.7019
## d.o.f=0
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      6.163 0.01305
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     6.328 0.07521
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     9.759 0.05645
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]    0.2499 0.500 2.000  0.6171
## ARCH Lag[5]    0.2748 1.440 1.667  0.9469
## ARCH Lag[7]    0.6470 2.315 1.543  0.9632
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.8834
## Individual Statistics:
## mu     0.1124
## omega  0.4107
## alpha1 0.4232
## beta1  0.2982
## shape  0.4586
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.28 1.47 1.88
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.1212 9.035e-01
## Negative Sign Bias  4.2257 2.537e-05 ***
## Positive Sign Bias  0.0444 9.646e-01
## Joint Effect       22.0492 6.371e-05 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     15.03       0.7208
## 2    30     27.51       0.5445
## 3    40     30.42       0.8357
## 4    50     53.19       0.3162
##
##
## Elapsed time : 0.1586082
```

(b) Log-retornos diários do IBOVESPA

```r
# Ajustar o modelo para Ibovespa
fit_ibov_norm <- ugarchfit(spec = spec_norm, data = ret_ibovespa)
# Ajustar o modelo para Ibovespa
fit_ibov_t <- ugarchfit(spec = spec_t, data = ret_ibovespa)

fit_ibov_norm
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : sGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(0,0,0)
## Distribution : norm
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.000541    0.000308  1.75743 0.078845
## omega   0.000004    0.000005  0.87727 0.380340
## alpha1  0.089475    0.013917  6.42927 0.000000
## beta1   0.887160    0.022890 38.75796 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.000541    0.000312  1.73041 0.083557
## omega   0.000004    0.000026  0.17174 0.863638
## alpha1  0.089475    0.039875  2.24388 0.024840
## beta1   0.887160    0.094552  9.38275 0.000000
##
## LogLikelihood : 4150.505
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -5.9025
## Bayes        -5.8876
## Shibata      -5.9025
## Hannan-Quinn -5.8969
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.509  0.2192
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]     1.619  0.3345
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.655  0.4737
## d.o.f=0
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      0.151  0.6976
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     1.975  0.6242
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     6.463  0.2485
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]     2.351 0.500 2.000  0.1252
## ARCH Lag[5]     2.592 1.440 1.667  0.3547
## ARCH Lag[7]     3.232 2.315 1.543  0.4709
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.143
## Individual Statistics:
## mu     0.07953
## omega  0.32993
## alpha1 0.41723
## beta1  0.28822
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.07 1.24 1.6
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value    prob sig
## Sign Bias           1.2857 0.19874
## Negative Sign Bias  1.3079 0.19112
## Positive Sign Bias  0.5836 0.55962
## Joint Effect        6.2854 0.09852   *
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     27.90      0.08544
## 2    30     40.96      0.06946
## 3    40     55.53      0.04173
## 4    50     77.38      0.00599
##
##
## Elapsed time : 0.1026399
```

```r
fit_ibov_t
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : sGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(0,0,0)
## Distribution : std
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.000693    0.000301   2.3053 0.021153
## omega   0.000004    0.000003   1.4571 0.145079
## alpha1  0.081398    0.015423   5.2776 0.000000
## beta1   0.893442    0.018213  49.0540 0.000000
## shape   9.568586    2.018920   4.7395 0.000002
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.000693    0.000317  2.18603 0.028814
## omega   0.000004    0.000008  0.59233 0.553629
## alpha1  0.081398    0.026968  3.01838 0.002541
## beta1   0.893442    0.029930 29.85061 0.000000
## shape   9.568586    2.426171  3.94390 0.000080
##
## LogLikelihood : 4170.834
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -5.9300
## Bayes        -5.9113
## Shibata      -5.9300
## Hannan-Quinn -5.9230
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.550  0.2131
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]     1.645  0.3291
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.647  0.4753
## d.o.f=0
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                    0.02016  0.8871
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   2.68607  0.4674
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   8.11868  0.1222
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]     3.346 0.500 2.000 0.06735
## ARCH Lag[5]     3.490 1.440 1.667 0.22621
## ARCH Lag[7]     4.332 2.315 1.543 0.30116
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.6059
## Individual Statistics:
## mu     0.1982
## omega  0.1239
## alpha1 0.3441
## beta1  0.2383
## shape  0.1785
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.28 1.47 1.88
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value    prob sig
## Sign Bias           1.1489 0.25079
## Negative Sign Bias  1.6195 0.10556
## Positive Sign Bias  0.7242 0.46907
## Joint Effect        6.9603 0.07317   *
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     27.98      0.08377
## 2    30     38.18      0.11835
## 3    40     53.59      0.05993
## 4    50     62.01      0.10041
##
##
## Elapsed time : 0.1333451
```

4-

Para os modelos ajustados acima, calcule os coeficientes de persistência e half-life e interprete os resultados.

```r
# Calcular coeficiente de persistência e half-life para Petrobras
alpha_petro <- coef(fit_petro_norm)["alpha1"]
beta_petro <- coef(fit_petro_norm)["beta1"]
persistencia_petro <- alpha_petro + beta_petro
half_life_petro <- log(0.5) / log(persistencia_petro)

# Exibir resultados para Petrobras
persistencia_petro
```

```
##    alpha1
## 0.9301186
```

```r
half_life_petro
```

```
##   alpha1
## 9.568145
```

```r
# Calcular coeficiente de persistência e half-life para Petrobras
alpha_petro <- coef(fit_petro_t)["alpha1"]
beta_petro <- coef(fit_petro_t)["beta1"]
persistencia_petro <- alpha_petro + beta_petro
half_life_petro <- log(0.5) / log(persistencia_petro)

# Exibir resultados para Petrobras
persistencia_petro
```

```
##    alpha1
## 0.9576717
```

```r
half_life_petro
```

```
##   alpha1
## 16.02644
```

Petrobras:

Normal | A persistência da volatilidade é alta (0,93), e o choque leva cerca de 9,57 períodos para se dissipar pela metade.

t Student | A persistência é ligeiramente maior (0,96), com um half-life mais longo, de 16,03 períodos, indicando choques mais duradouros.

```r
# Calcular coeficiente de persistência e half-life para Ibovespa
alpha_ibov <- coef(fit_ibov_norm)["alpha1"]
beta_ibov <- coef(fit_ibov_norm)["beta1"]
persistencia_ibov <- alpha_ibov + beta_ibov
half_life_ibov <- log(0.5) / log(persistencia_ibov)

# Exibir resultados para Ibovespa
persistencia_ibov
```

```
##    alpha1
## 0.9766347
```

```r
half_life_ibov
```

```
##   alpha1
## 29.31771
```

```r
# Calcular coeficiente de persistência e half-life para Ibovespa
alpha_ibov <- coef(fit_ibov_t)["alpha1"]
beta_ibov <- coef(fit_ibov_t)["beta1"]
persistencia_ibov <- alpha_ibov + beta_ibov
half_life_ibov <- log(0.5) / log(persistencia_ibov)

# Exibir resultados para Ibovespa
persistencia_ibov
```

```
##    alpha1
## 0.9748408
```

```r
half_life_ibov
```

```
##  alpha1
## 27.2024
```

Ibovespa:

Normal | A volatilidade é muito persistente (0,98), com um half-life de 29,32 períodos, sugerindo que os choques levam bastante tempo para se dissipar.

t Student | A persistência é quase igual (0,97), com um half-life um pouco menor (27,20 períodos), mas ainda indica uma longa duração dos choques.