# Unidade VI: Árvores AVL

#### Prof. Max do Val Machado



Instituto de Ciências Exatas e Informática Curso de Ciência da Computação

## Introdução

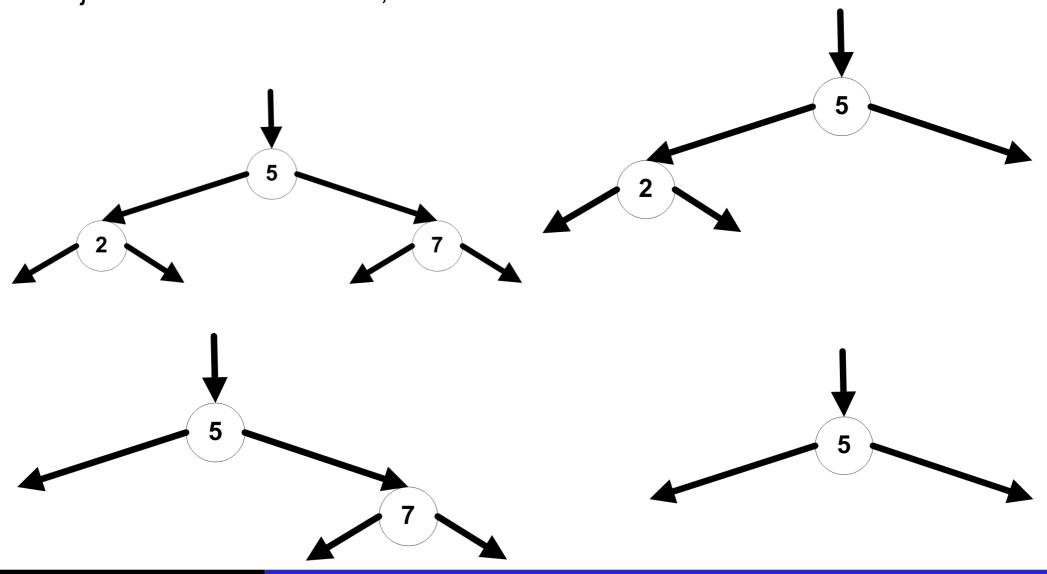
As árvores AVL foram propostas por Adelson-Velskii e Landis

 No pior caso, o número de comparações para se localizar um elemento em uma AVL é aproximadamente 1,44 \* Ig(n) = Θ (Ig(n))

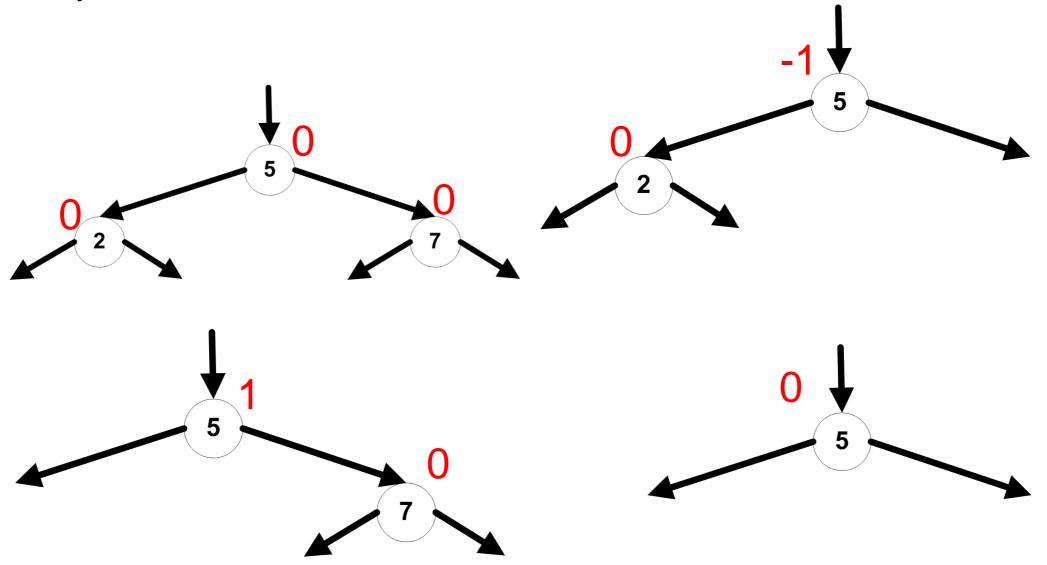
 Cada nó possui um fator de balanceamento que consiste na diferença entre o número de níveis de suas subárvores à esquerda e à direita

fator(i) = alturaDir(i) – alturaEsq(i)

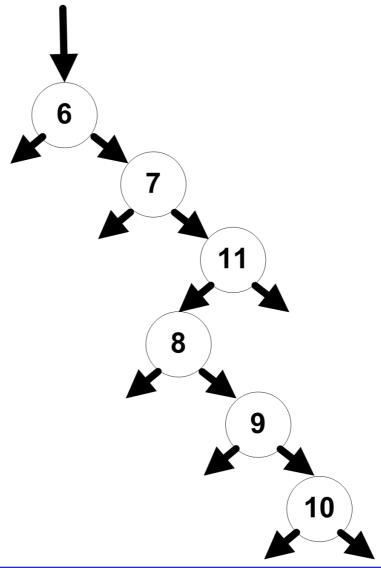
Sejam as árvores abaixo, mostre o fator de balanceamento de cada nó



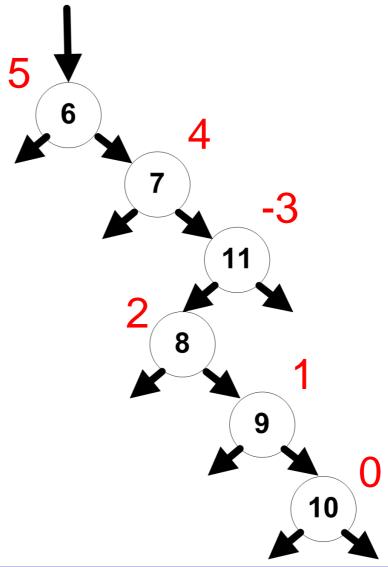
Sejam as árvores abaixo, mostre o fator de balanceamento de cada nó



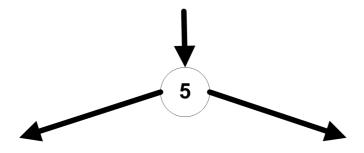
Seja a árvore abaixo, mostre o fator de balanceamento de cada nó



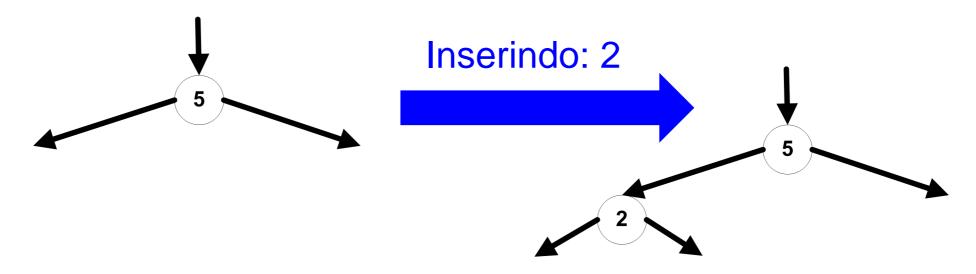
Seja a árvore abaixo, mostre o fator de balanceamento de cada nó



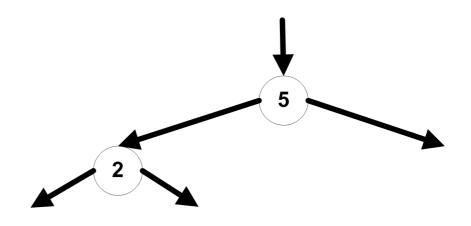
 Seja a árvore abaixo, faça a inserção de um elemento tal que o fator de balanceamento do nó cinco seja menos um



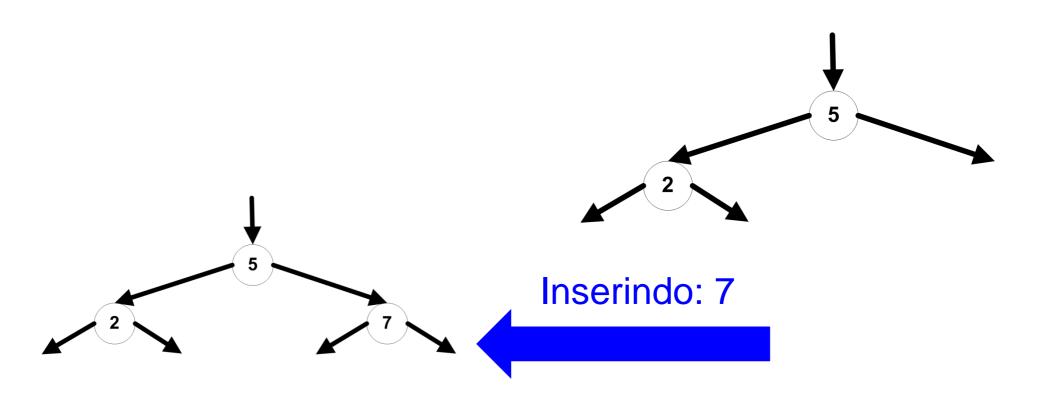
 Seja a árvore abaixo, faça a inserção de um elemento tal que o fator de balanceamento do nó cinco seja menos um



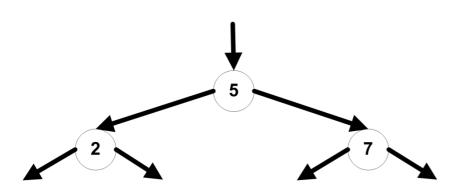
 Agora, faça a inserção de outro elemento para que o fator de balanceamento do nó cinco volte a ser zero



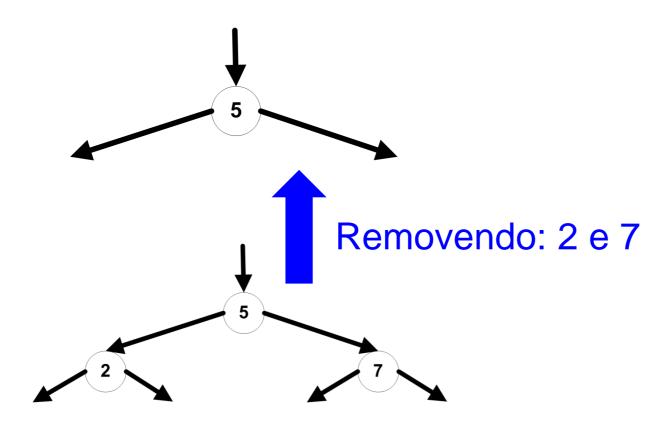
 Faça a inserção de outro elemento para que o fator de balanceamento do nó cinco volte a ser 0



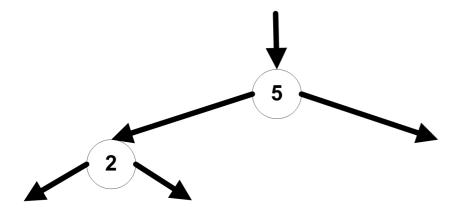
O que acontece se removermos o dois e, depois, o sete?



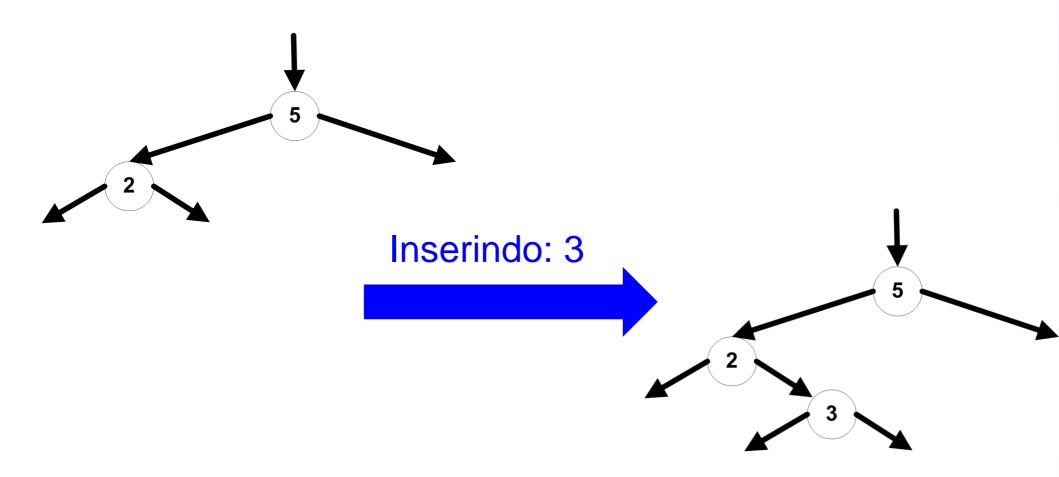
O que acontece se removermos o dois e, depois, o sete?



 Seja a árvore abaixo, faça a inserção de um elemento tal que o fator de balanceamento do nó cinco seja menos dois

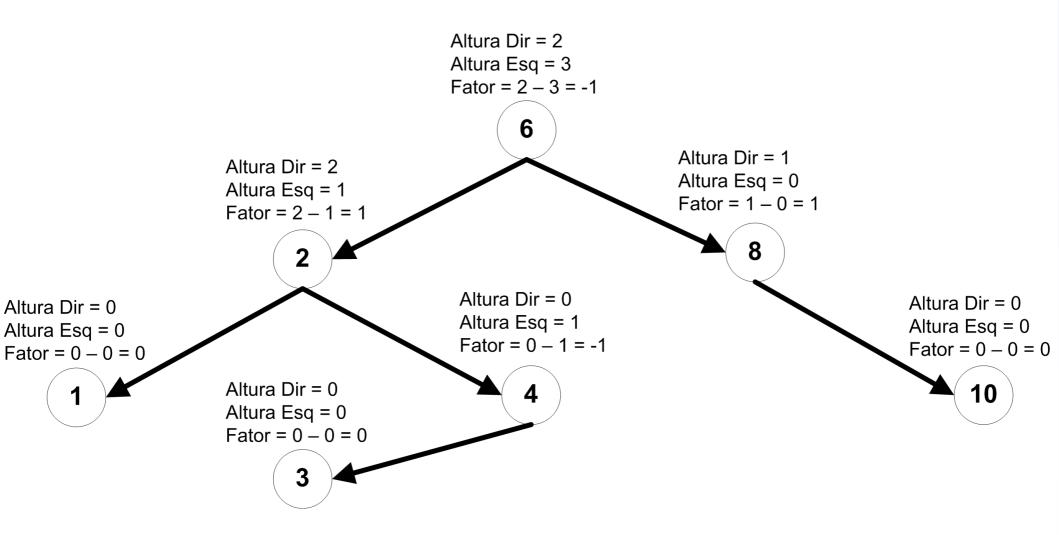


 Seja a árvore abaixo, faça a inserção de um elemento tal que o fator de balanceamento do nó cinco seja menos dois



# Exemplo de uma Árvore AVL

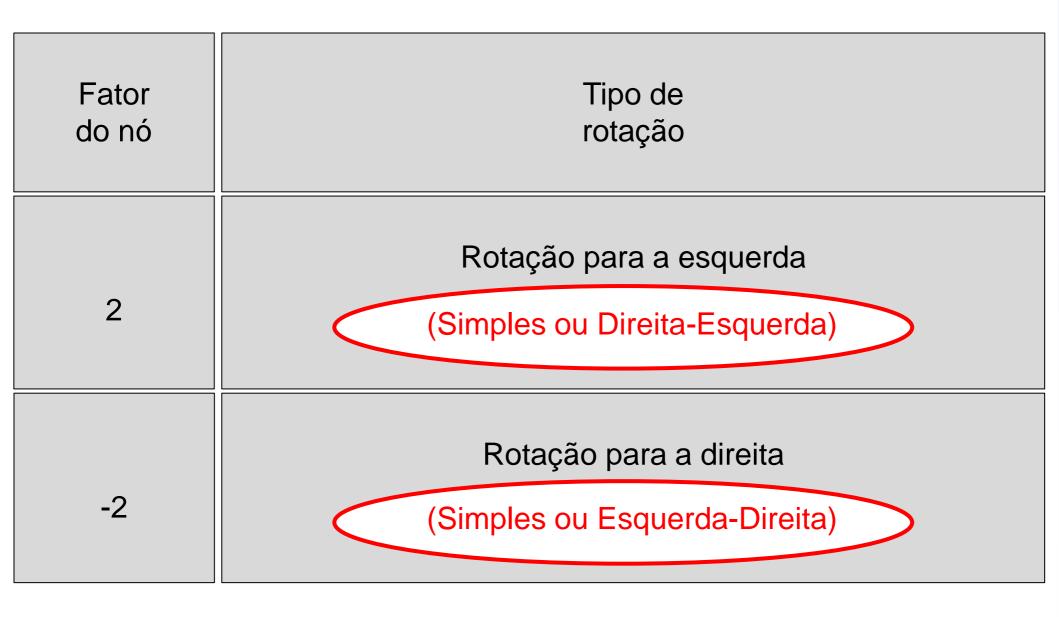
O fator de cada nó será -1, 0 ou 1 como no exemplo abaixo:

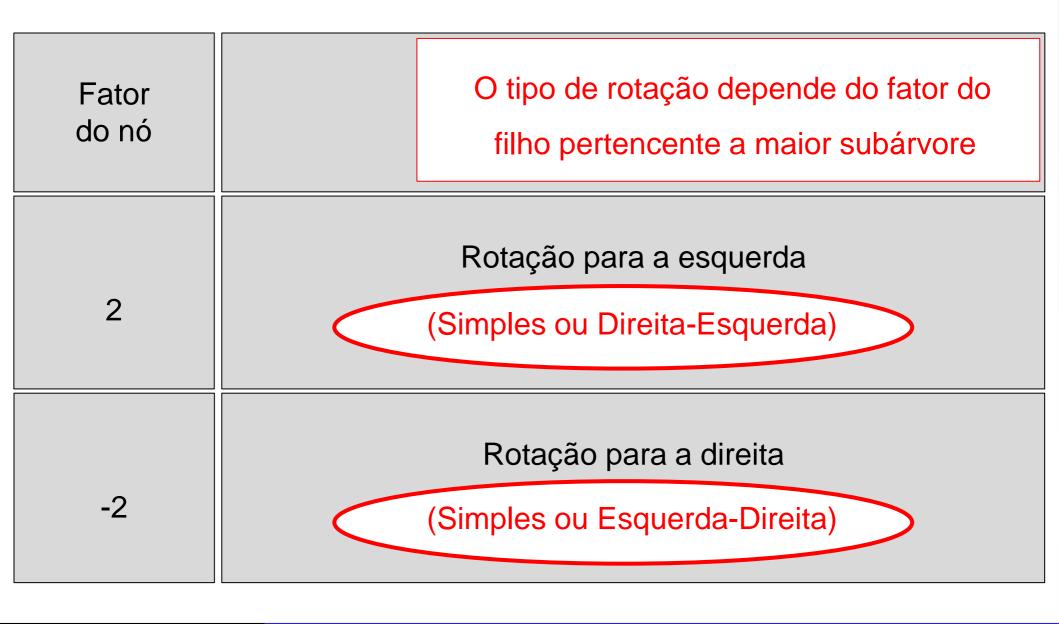


 Cada nó armazena seu fator de balanceamento e quando o fator de um nó se torna ± 2, o algoritmo efetua uma rotação nesse nó

 Existem quatro tipos de rotação (simples à esquerda, simples à direita, dupla direita – esquerda e dupla esquerda – direita)

Fator do nó	Tipo de rotação
2	Rotação para a esquerda
-2	Rotação para a direita

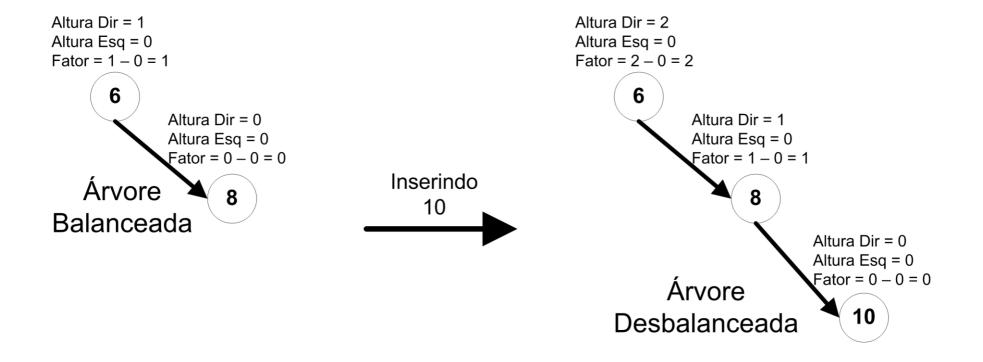




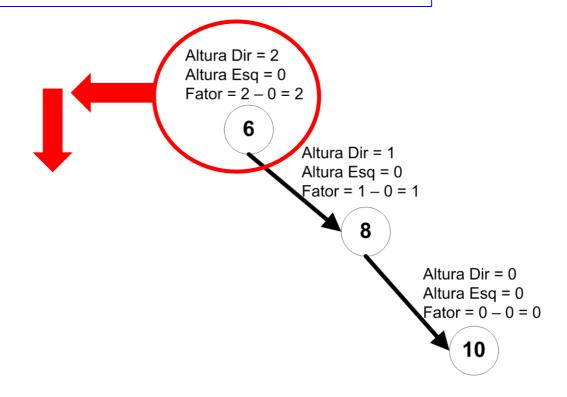
Fator do nó	Fator do filho à direita	Fator do filho à esquerda	Tipo de rotação
2	1 0		Simples à esquerda
	-1		Dupla dir-esq
2		-1 0	Simples à direita
-2		1	Dupla esq-dir

Fator do nó	Fator do filho à direita	Fator do filho à esquerda	Tipo de rotação
	<b>1</b> 0		Simples à esquerda
2	-1		Dupla dir-esq
2		-1 0	Simples à direita
-2		1	Dupla esq-dir

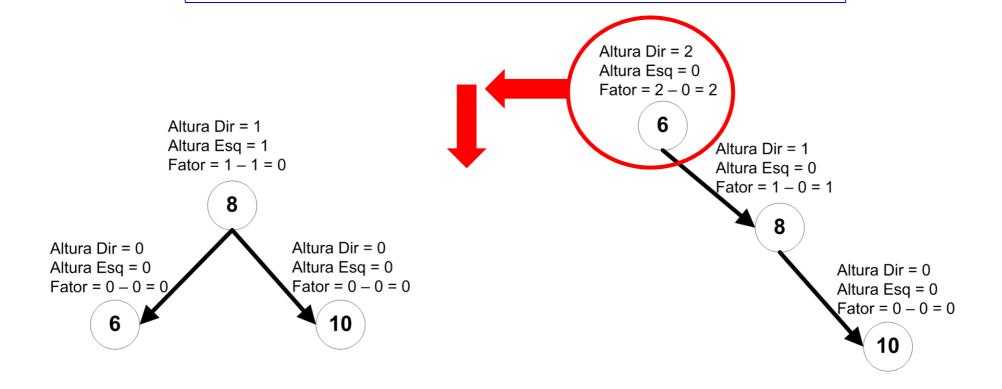
Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à direita com fator 1



Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à direita com fator 1

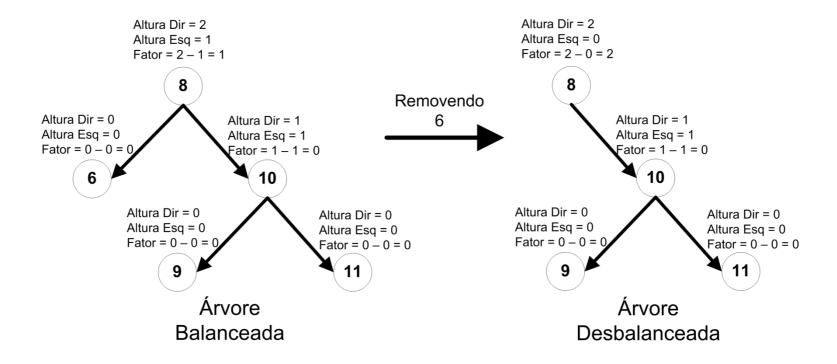


Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à direita com fator 1

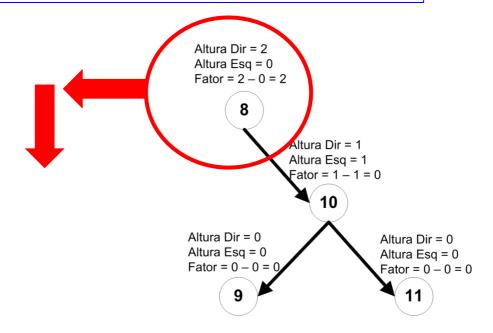


Fator do nó	Fator do filho à direita	Fator do filho à esquerda	Tipo de rotação
2	1 0		Simples à esquerda
2	-1		Dupla dir-esq
2		-1 0	Simples à direita
-2		1	Dupla esq-dir

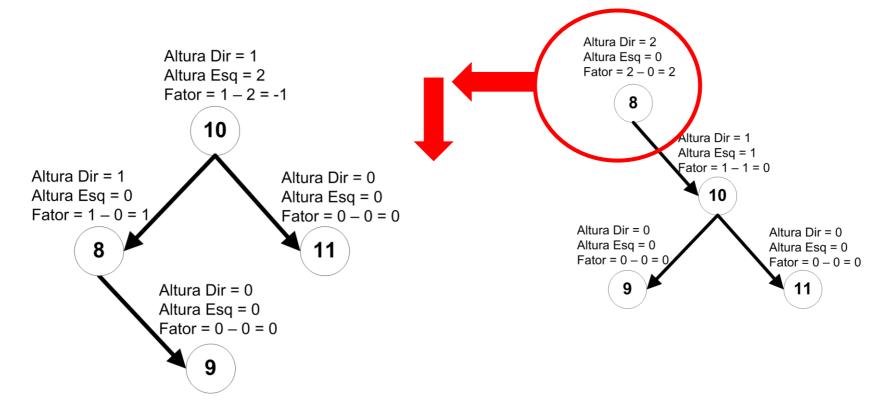
Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à direita com fator 0



Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à direita com fator 0



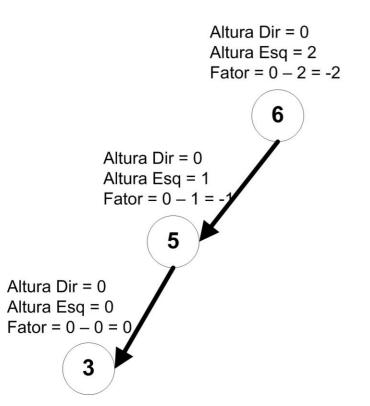
Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à direita com fator 0



Fator do nó	Fator do filho à direita	Fator do filho à esquerda	Tipo de rotação
2	1 0		Simples à esquerda
	-1		Dupla dir-esq
2		<b>-1</b> 0	Simples à direita
-2		1	Dupla esq-dir

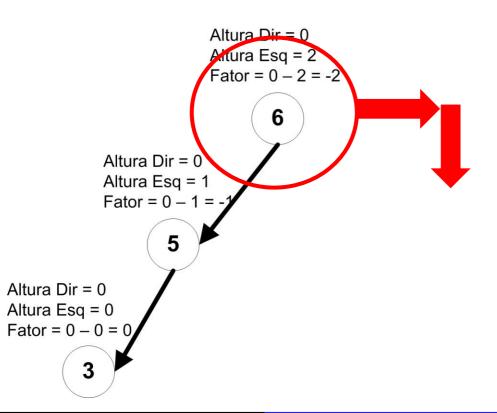
Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à esquerda com

fator -1



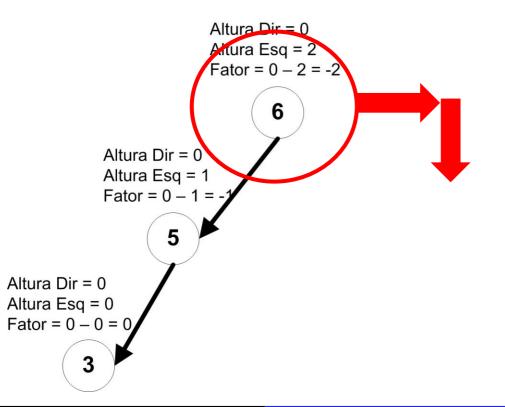
Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à esquerda com

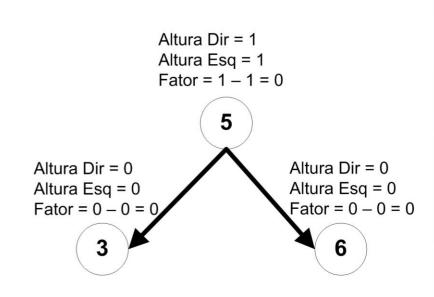
fator -1



Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à esquerda com

fator -1

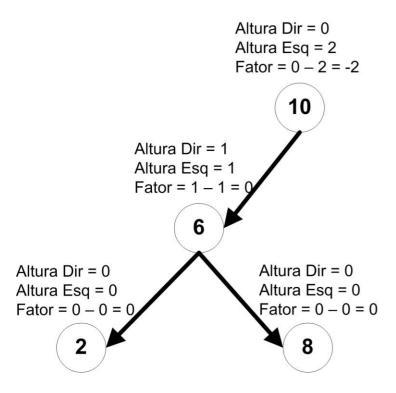




Fator do nó	Fator do filho à direita	Fator do filho à esquerda	Tipo de rotação
2	1 0		Simples à esquerda
	-1		Dupla dir-esq
2		-1 0	Simples à direita
-2		1	Dupla esq-dir

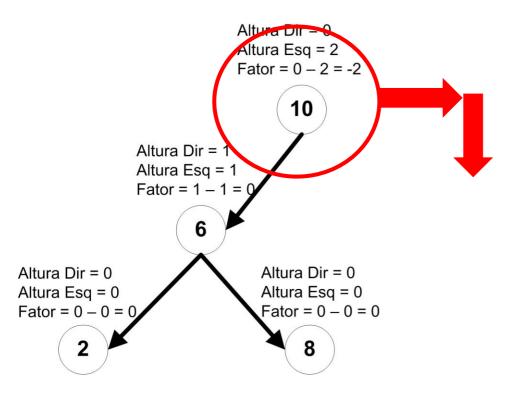
Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à esquerda com

fator -1



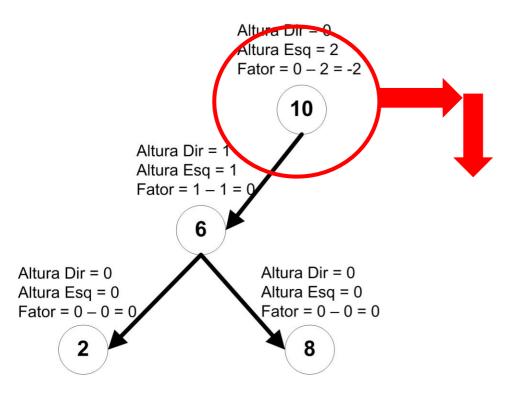
Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à esquerda com

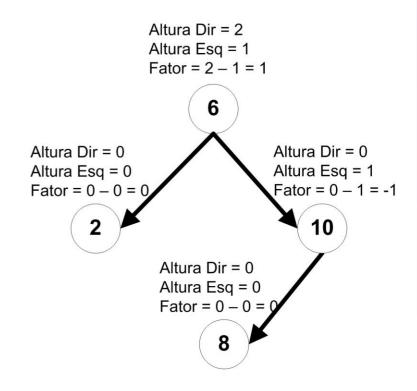
fator -1



Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à esquerda com

fator -1

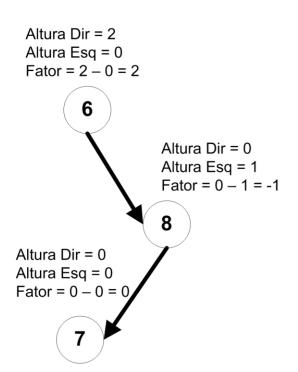




Fator do nó	Fator do filho à direita	Fator do filho à esquerda	Tipo de rotação
2	1 <b>0</b>		Simples à esquerda
	-1		Dupla dir-esq
-2	-1	-1 0	Dupla dir-esq Simples à direita

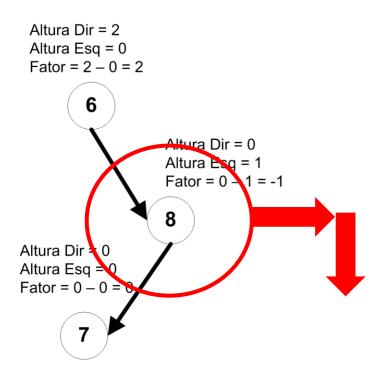
Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à esquerda com fator

-1



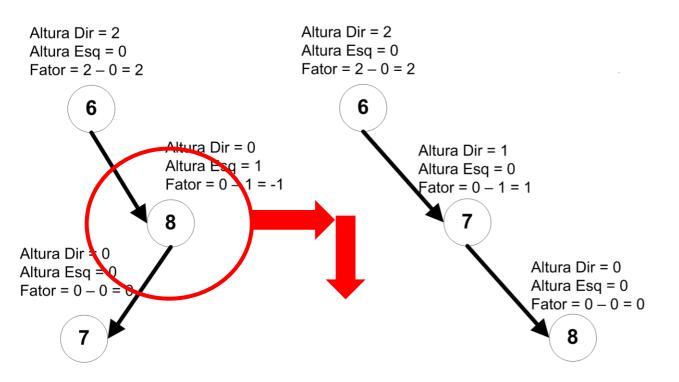
Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à esquerda com fator

-1



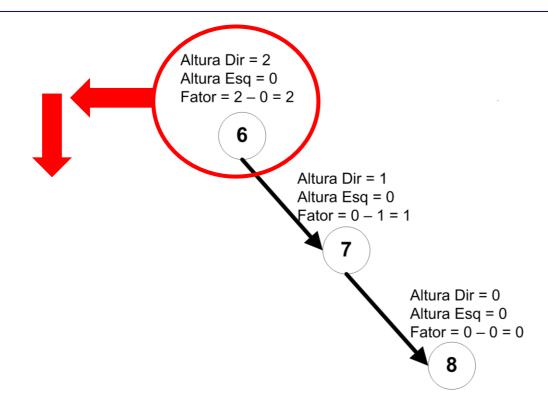
Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à esquerda com fator

-1



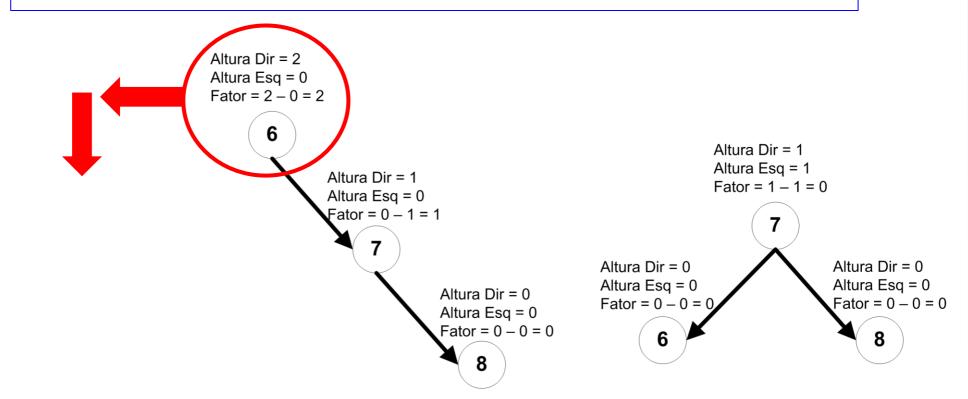
Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à esquerda com fator

-1



Nó com fator 2 (maior subárvore à direita) e seu filho à esquerda com fator

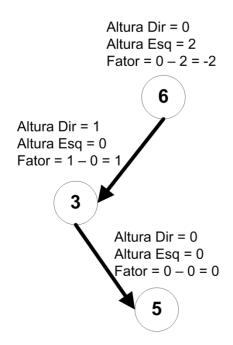
-1



Fator do nó	Fator do filho à direita	Fator do filho à esquerda	Tipo de rotação
2	1 0 -1		Simples à esquerda  Dupla dir-esq
-2		-1 0	Simples à direita
		1	Dupla esq-dir

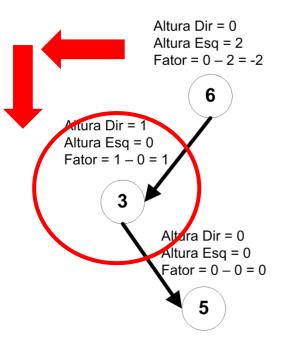
Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à direita com

#### fator 1



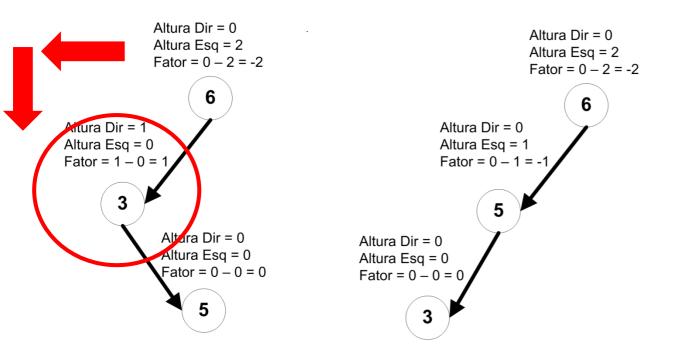
Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à direita com

#### fator 1



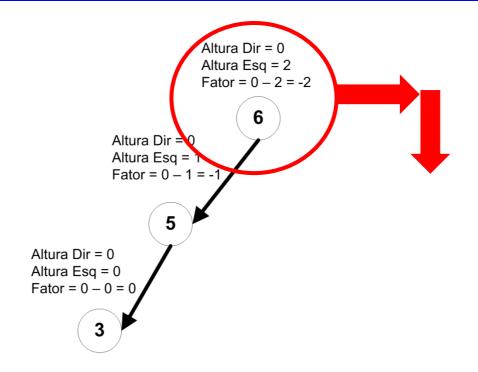
Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à direita com

fator 1



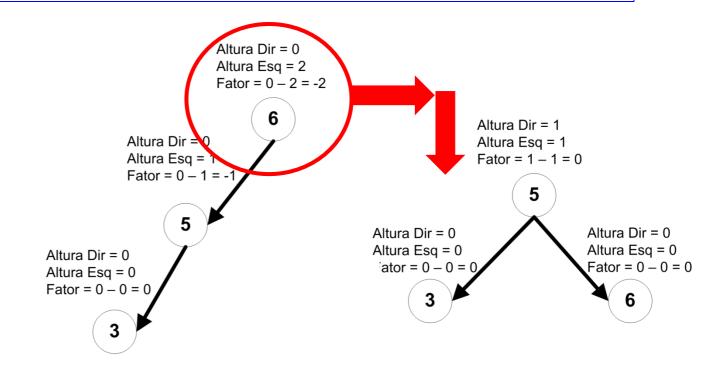
Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à direita com

fator 1



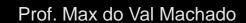
Nó com fator -2 (maior subárvore à esquerda) e seu filho à direita com

fator 1

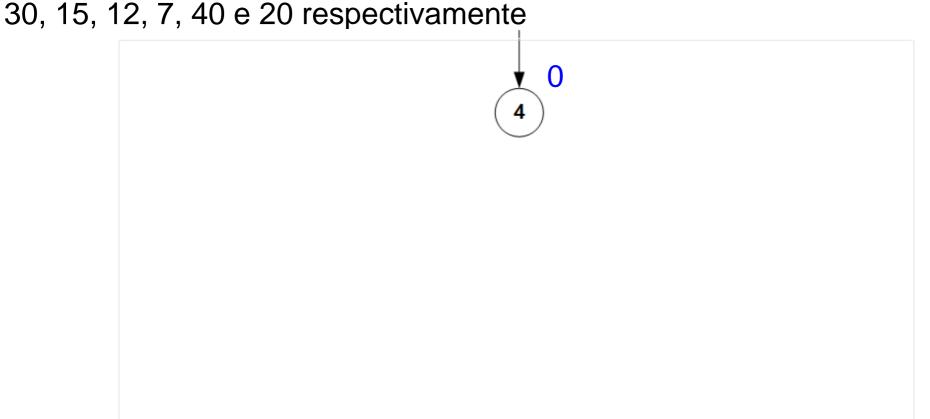


Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,
 30, 15, 12, 7, 40 e 20 respectivamente

Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

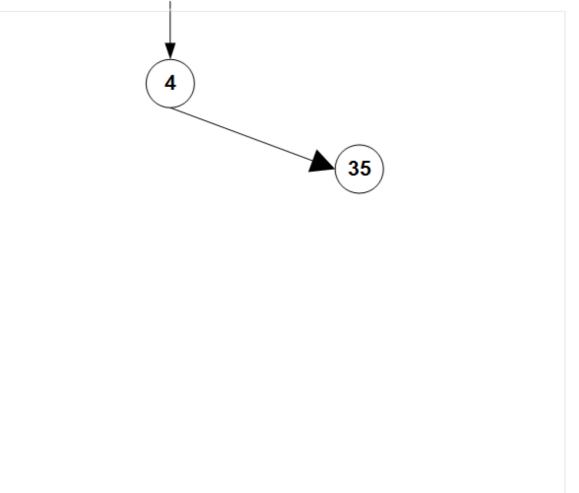


• Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



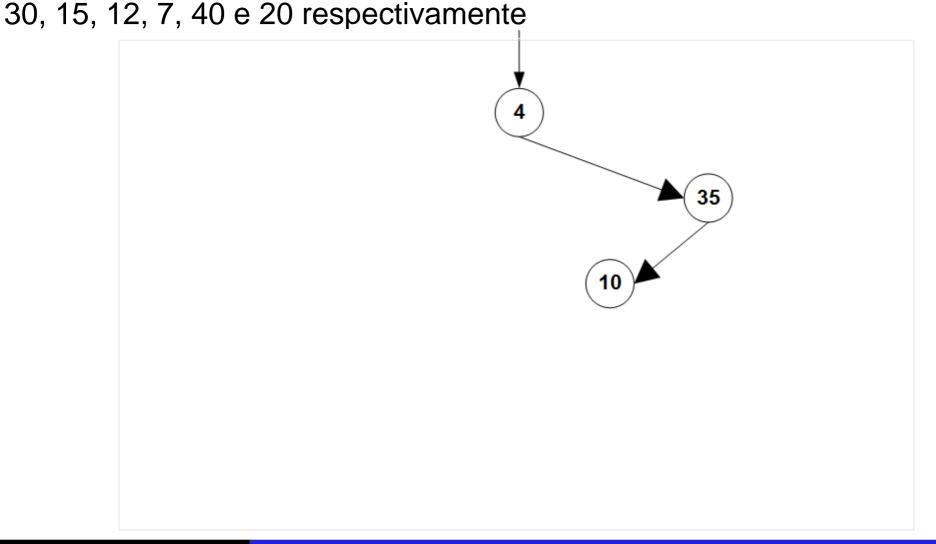
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,





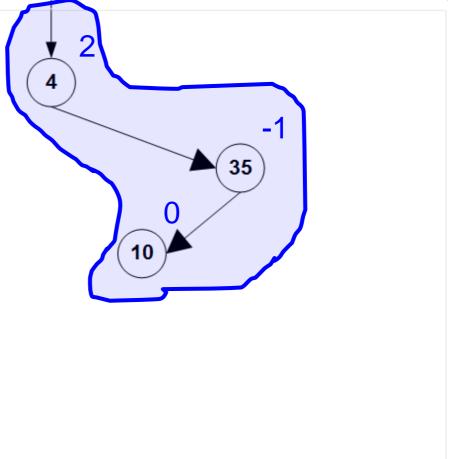
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



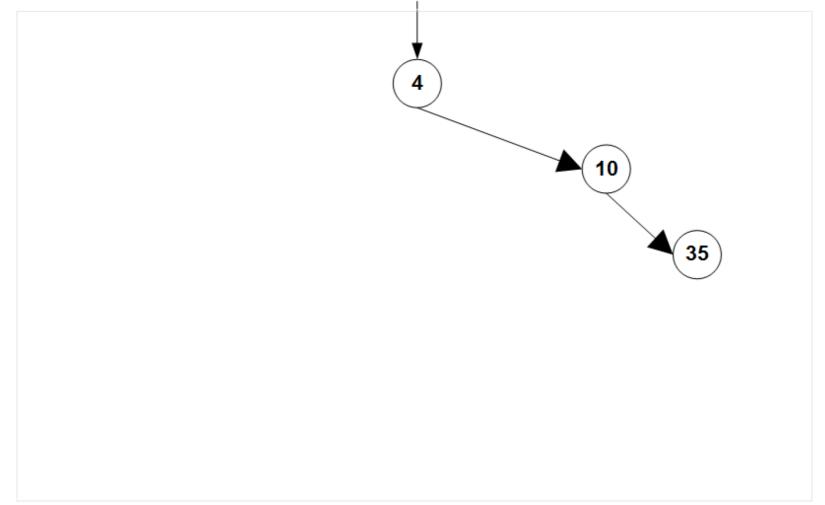
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

30, 15, 12, 7, 40 e 20 respectivamente rotação Dir (35) Esq (4)



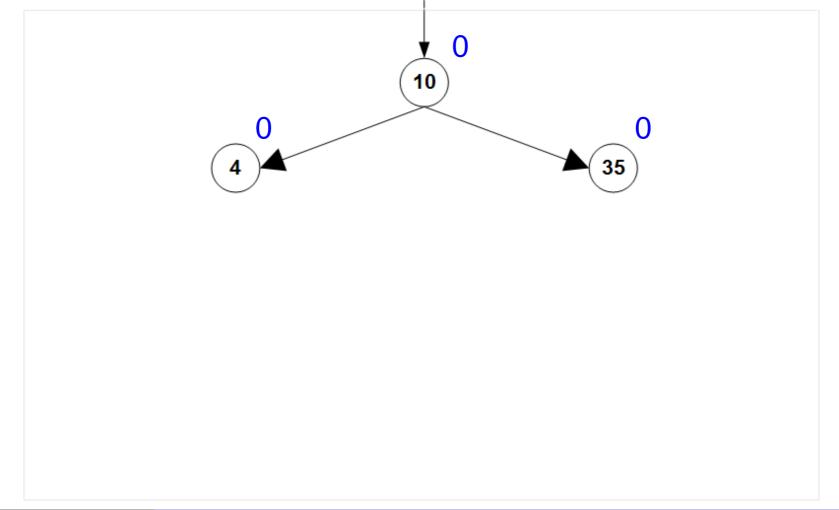
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

30, 15, 12, 7, 40 e 20 respectivamente rotação Dir (35) Esq (4)

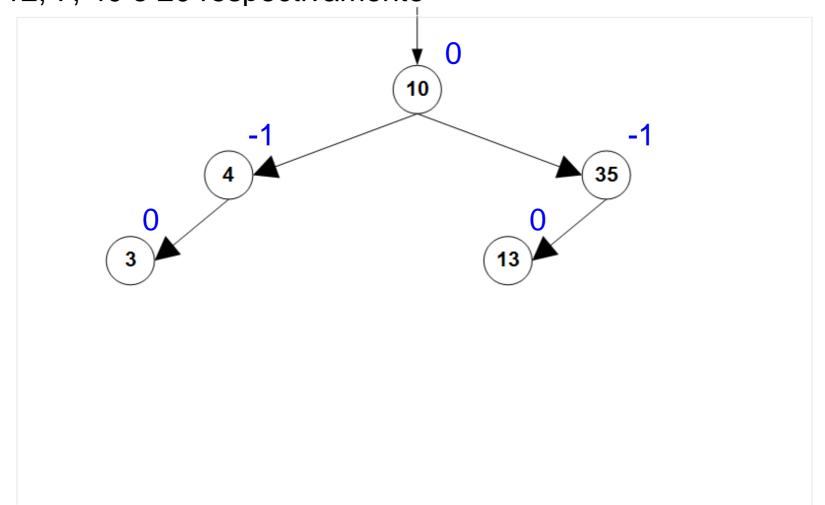


Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

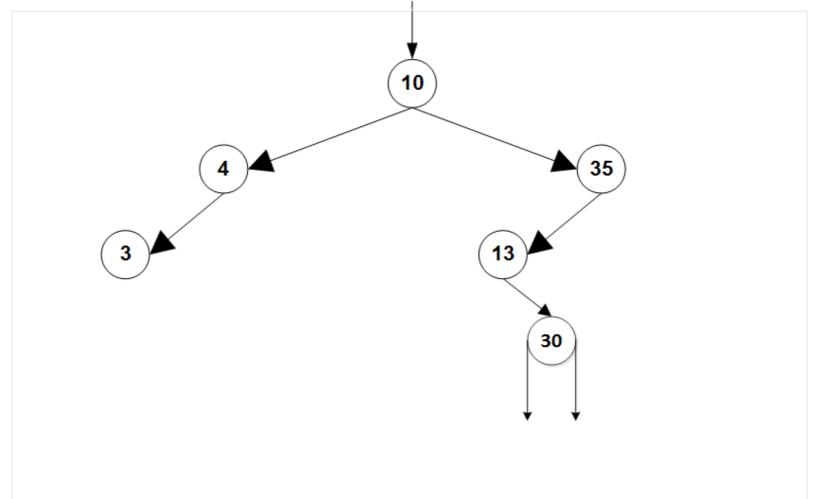
30, 15, 12, 7, 40 e 20 respectivamente rotação Dir (35) Esq (4)



Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,
30, 15, 12, 7, 40 e 20 respectivamente

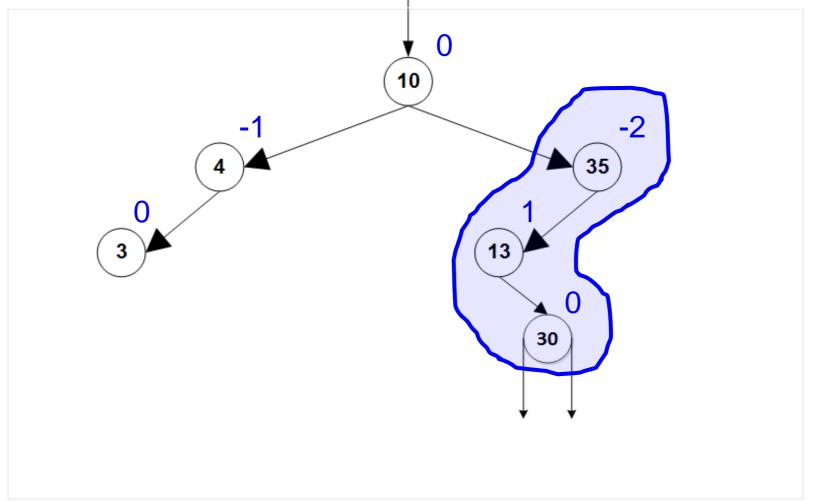


Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



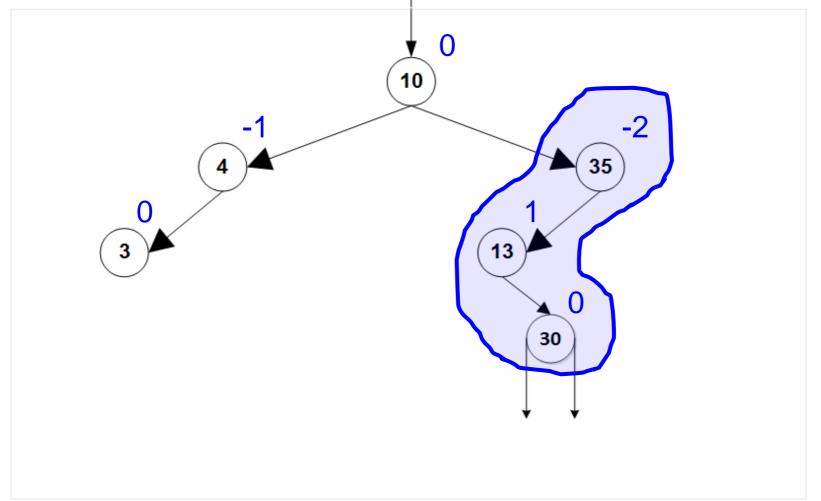
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

30, 15, 12, 7, 40 e 20 respectivamente rotação Dir (13) Esq (35)



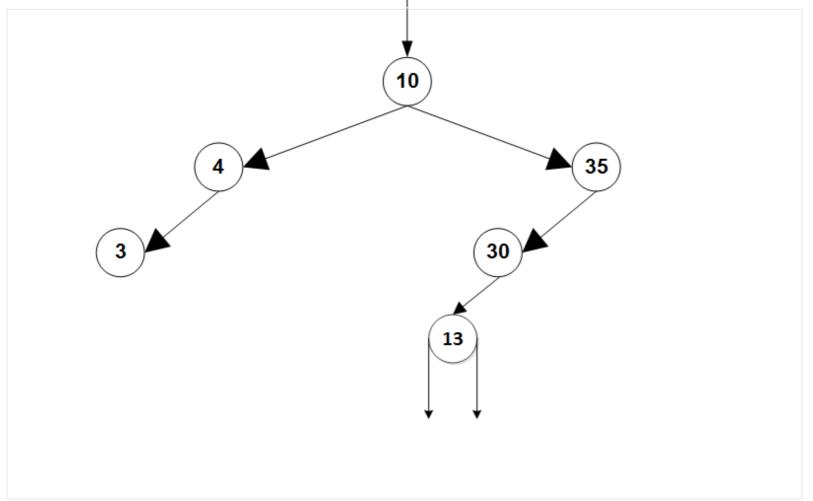
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

30, 15, 12, 7, 40 e 20 respectivamente rotação Esq (13) Dir (35)



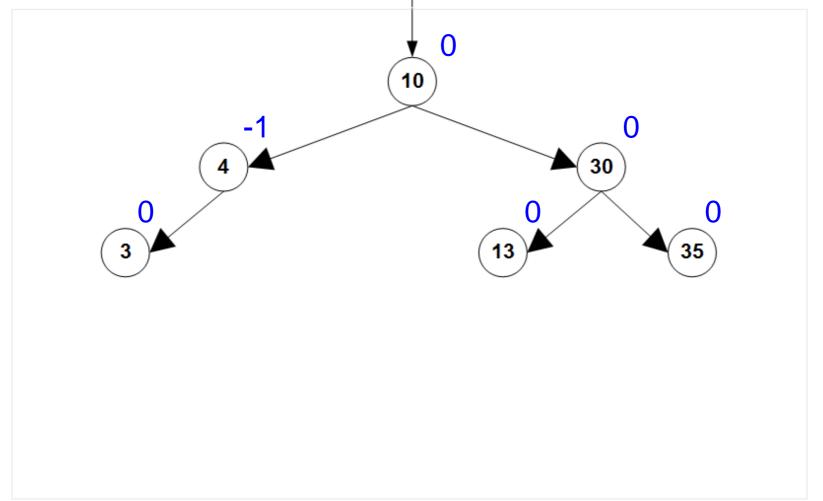
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

30, 15, 12, 7, 40 e 20 respectivamente rotação Esq (13) Dir (35)

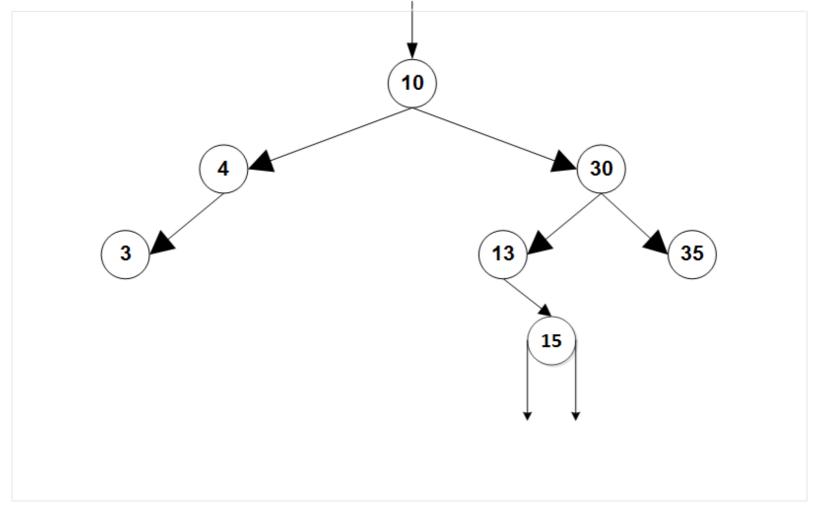


Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

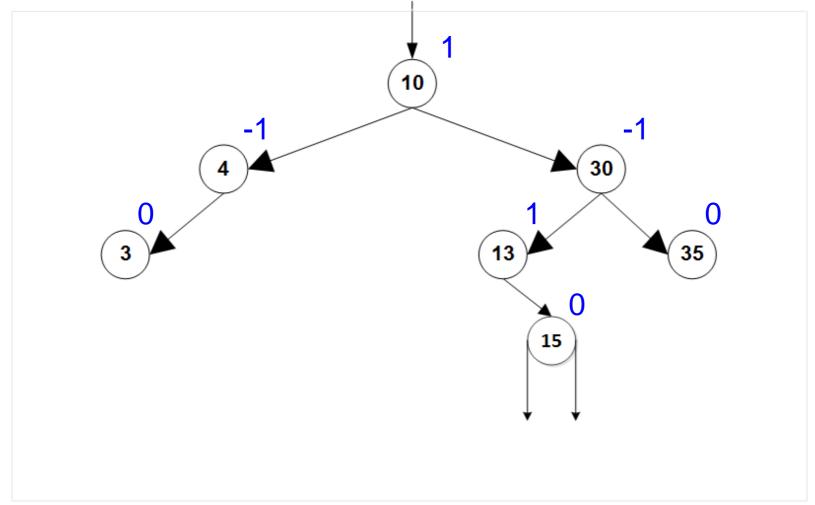
30, 15, 12, 7, 40 e 20 respectivamente rotação Esq (13) Dir (35)



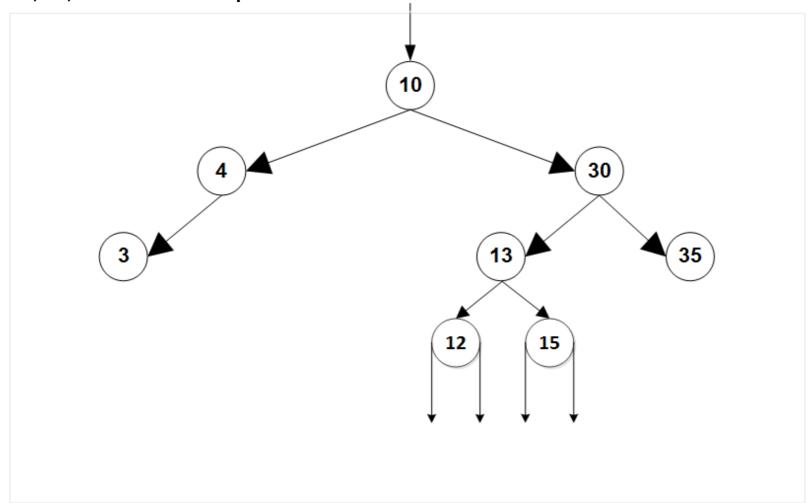
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



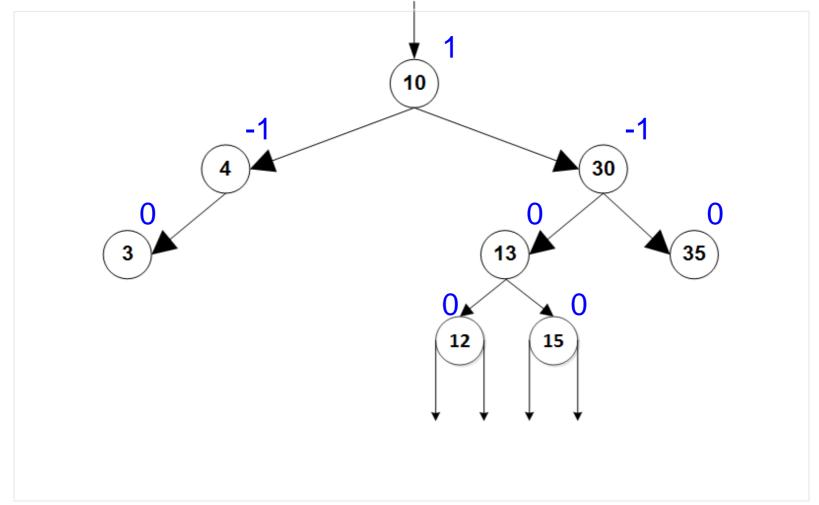
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



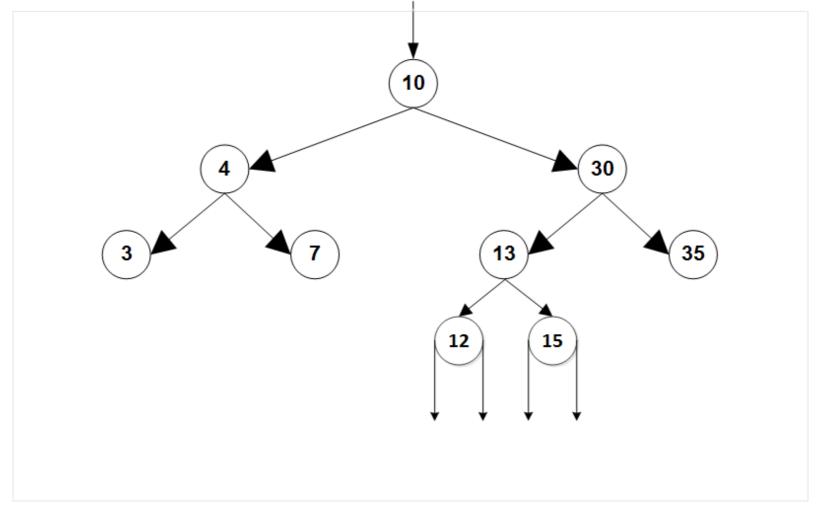
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



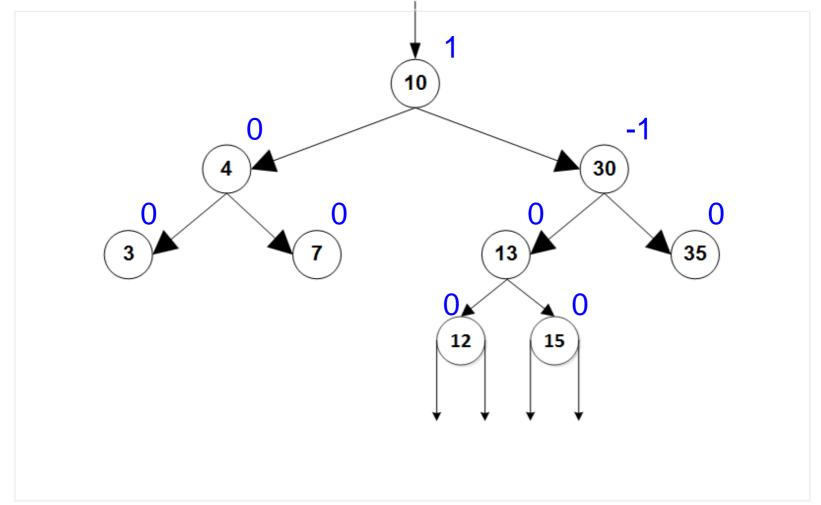
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



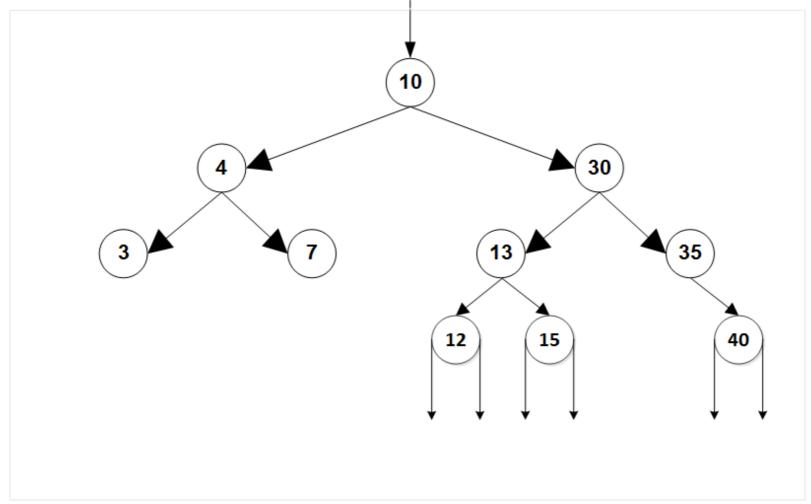
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



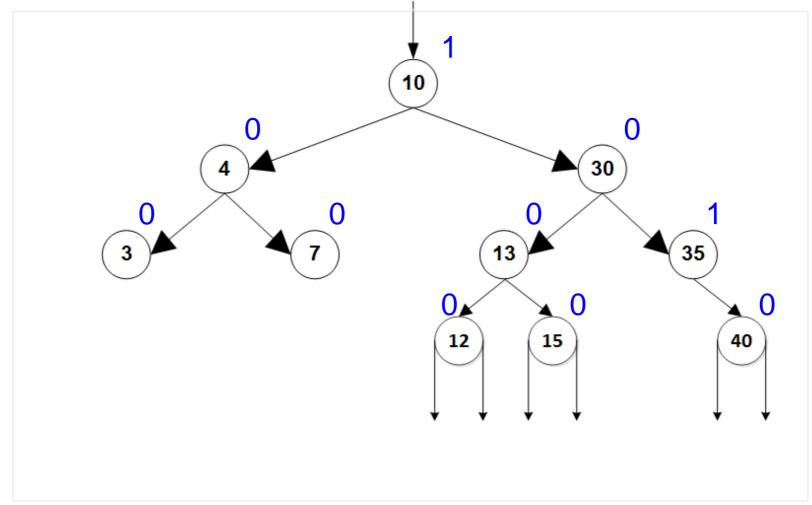
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



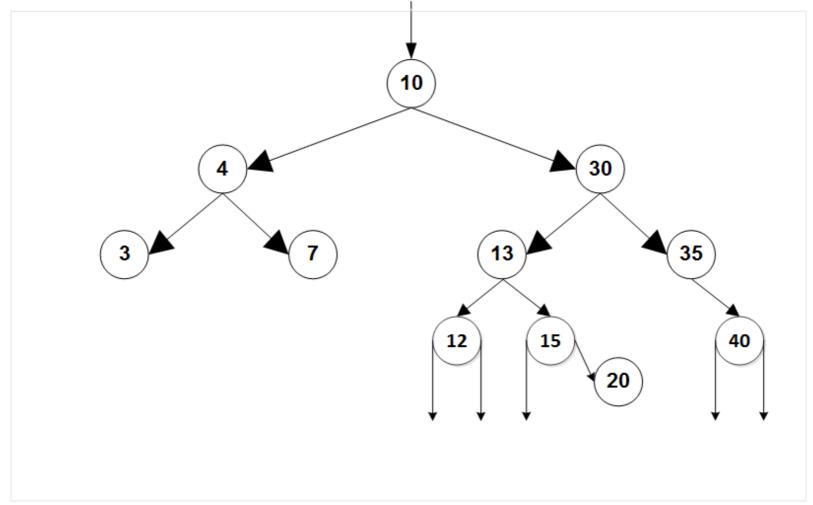
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

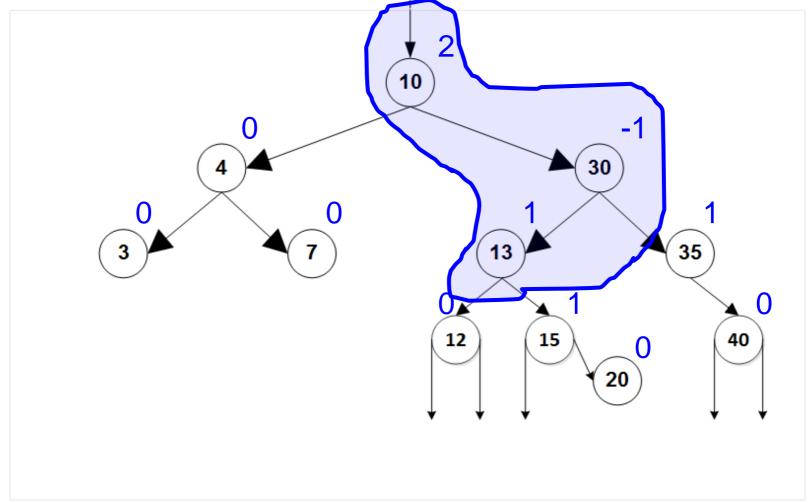


Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



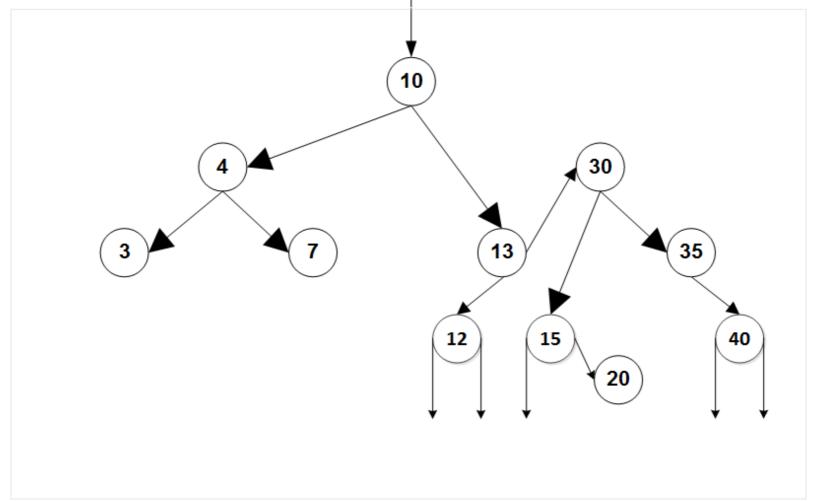
Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

**30**, **15**, **12**, **7**, **40** e **20** respectivamente rotação Dir (30) Esq (10)

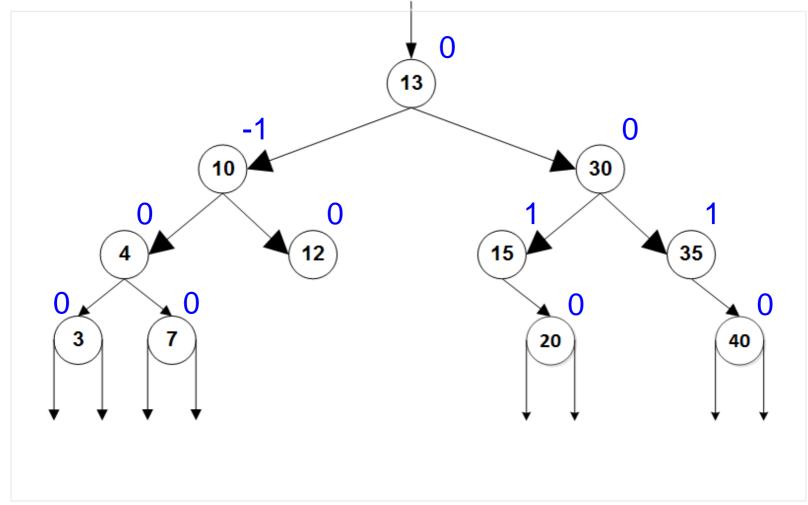


Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,

**30**, **15**, **12**, **7**, **40** e **20** respectivamente rotação Dir (30) Esq (10)

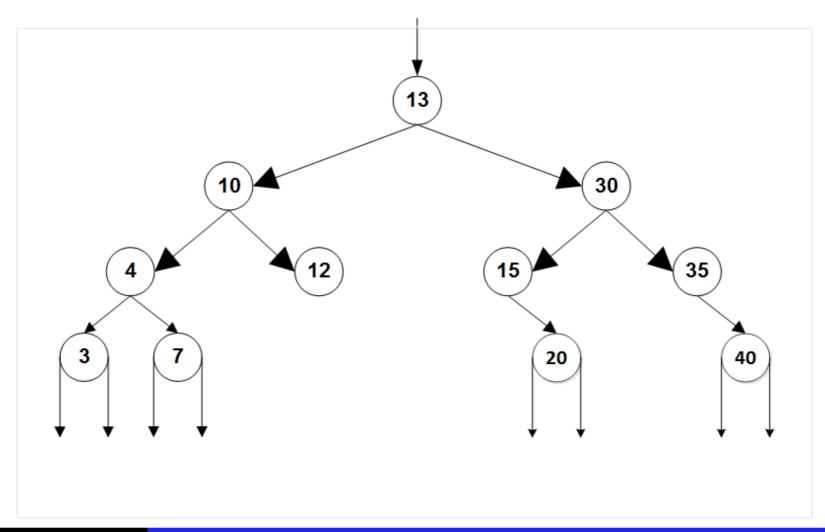


Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas do 4, 35, 10, 13, 3,



#### Exercício

Insira o 6 na AVL abaixo



#### Exercício

Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas dos números 1 a
 20, respectivamente

Crie uma árvore AVL através de inserções sucessivas dos números 20 a
 1, respectivamente

 Para cada um dos três exercícios anteriores, verifique sua resposta usando nosso código para a árvore AVL

# Algoritmo em C-like

Ver código em: fonte/unidade06/avl/