Statistical Inference in R and JAGS

Noble Hendrix & Jim Thorson
noblehendrix@gmail.com / james.thorson@noaa.gov

Priors in GLMM

18 January 2016

UDEC, Concepción Chile

Distribuciones a priori

- Cual es el rol de las distribuciones a priori en análisis Bayesiano?

Gelman et al. (2004):

1. Una población de valores de parámetro posibles (perspectiva poblacional)
2. Una descripción del conocimiento e incertidumbre sobre valores de parámetro (perspectiva del estado del conocimiento)

En ambos casos, la distribución a priori debiera incluir todos los valores creíbles – *no en la a priori, no en la posterior*

Gelman et al. 2004. Bayesian Data Analysis 2nd ed. CRS Press

Distribuciones a priori informativas

- A priori conjugadas – tiene la misma forma que la verosimilitud, entonces llevan a una posterior con la misma forma
- Facilita la actualización porque la posterior es una distribución de forma paramétrica conocida
- Algunos ejemplos:
  - A priori Normal a Verosimilitud Normal
  - A priori Beta para p Pr(éxito) en verosimilitud binomial
  - A priori Gamma para la tasa λ en verosimilitud Poisson
- A prioris no-conjugadas también funcionan si son apropiadas

A prioris no informativas

- A prioris que tenga un efecto menor en la posterior (de referencia, genérica, o chata)
- Permite a los datos proveer inferencia a través de la contribución de verosimilitud a la posterior
- A priori propia – no depende de los datos e integra a 1
- Se puede usar una a priori impropia y aun así obtener una posterior propia (que integre a 1), pero no está garantizada

Distribuciones a priori pueden afectar la eficiencia

El tipo de muestreador es típicamente elegido dependiendo de la combinación de distribución a priori y la verosimilitud (BUGS/JAGS)

- A priori conjugada – Muestreador de Gibbs
- A priori no-conjugada:
  - Cóncava Logarítmica – Rechazo libre sin derivativas (ajusta los limites inferior y superior del objetivo)
  - Rango no restringido – MH con propuesta Gaussiana
  - Rango Uniforme & Restringido – Muestreo en rebanadas
- Nota que estos métodos son generalmente menos eficientes a medida que vamos hacia abajo

Uso de imprecisa más que no informativa

- Como representar la falta de conocimiento o una expectativa científica para valores de coeficientes sin usar la distribución uniforme?
- A priori conjugadas con varianzas grandes, por ejemplo N(0, 1000)
- A priori más precisas pero distribuciones mas chatas sobre el rango de interés, Ej. InvGamma(0.001, 0.001) para la varianza de una distribución Normal

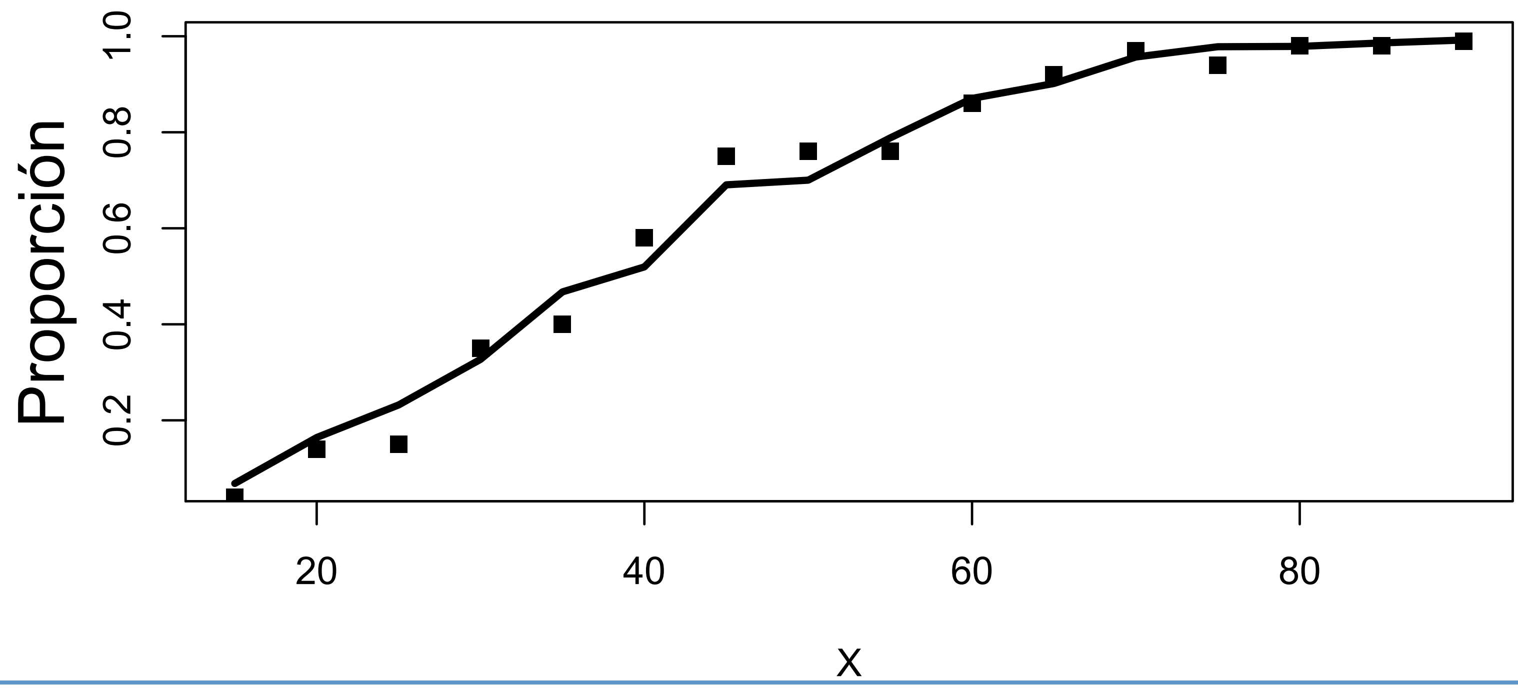
Uso de distribuciones a priori en variables transformadas

- La transformación de variables puede ser complicada
- $J \sim \mathrm{Unif}(a,b)$
- Como se ve la distribución de $\mathrm{logit}(J)$ cuando $\mathrm{logit}(x) = \log(x/1\text{-}x)$?

- Importante evaluar las especificaciones de las distribuciones a priori mediante simulación y transformación!

Caso de estudio – regresión logística

Estudio – proceso de muestreo binomial – digamos la supervivencia de 16 pruebas de 100 peces expuestos a distintos niveles del micronutriente X



Modelo para regresión logística

- El modelo es

$$Y_i \sim Bin(p_i, N_i)$$

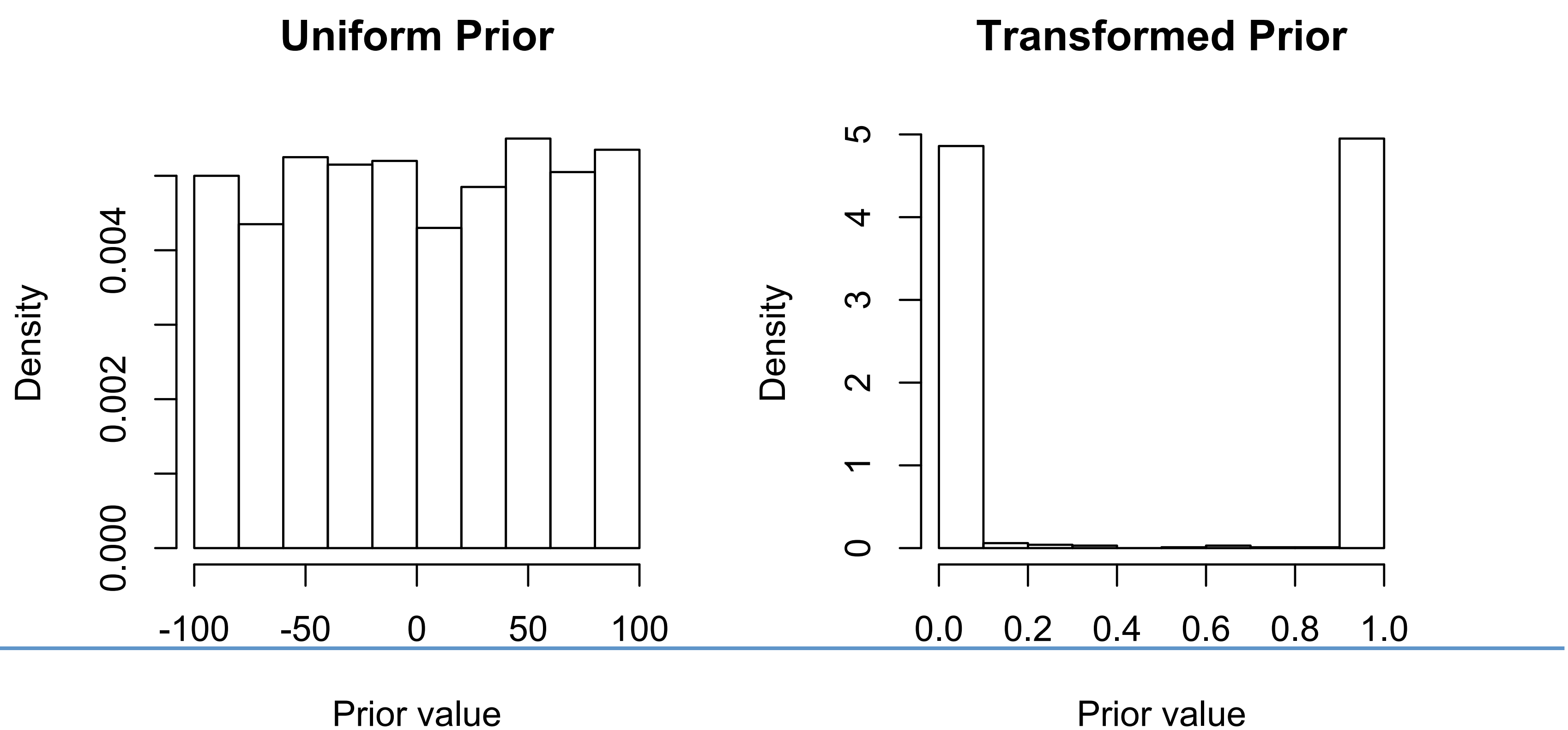
$$p_i = \frac{exp(\beta X_i)}{1+exp(\beta X_i)}$$

N_i es el tamaño, p_i es la probabilidad de éxito en la prueba i^{th} , donde p_i es modelada como una función de la covariable X_i via la función $logit^{-1}$

- Que distribuciones a priori debieran ser proveídas para los coeficientes β?
- Que tal distribuciones uniformes entre -100 y 100? – que les parece?

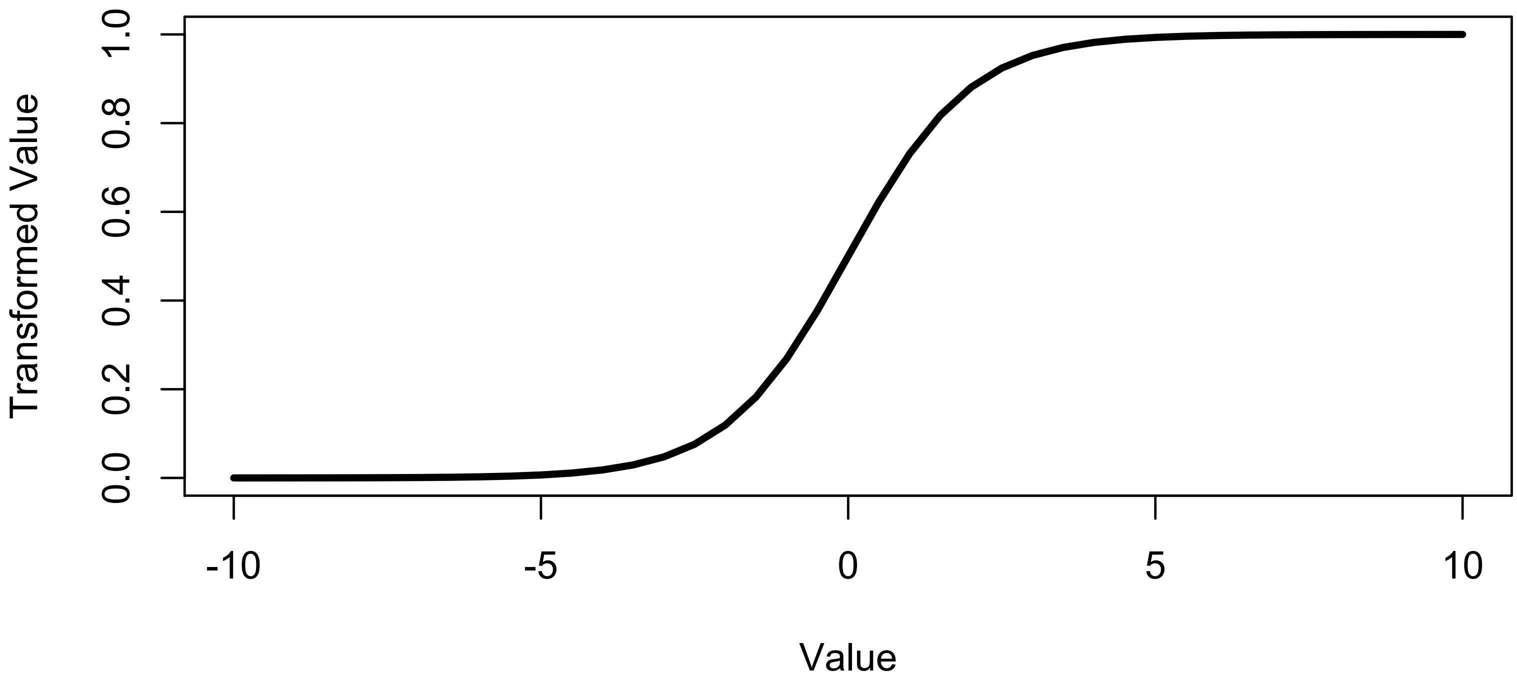
Distribuciones a priori para la regresión logística

Uniforme(-100, 100) transformada a (0,1) con la funcion logit^{-1}



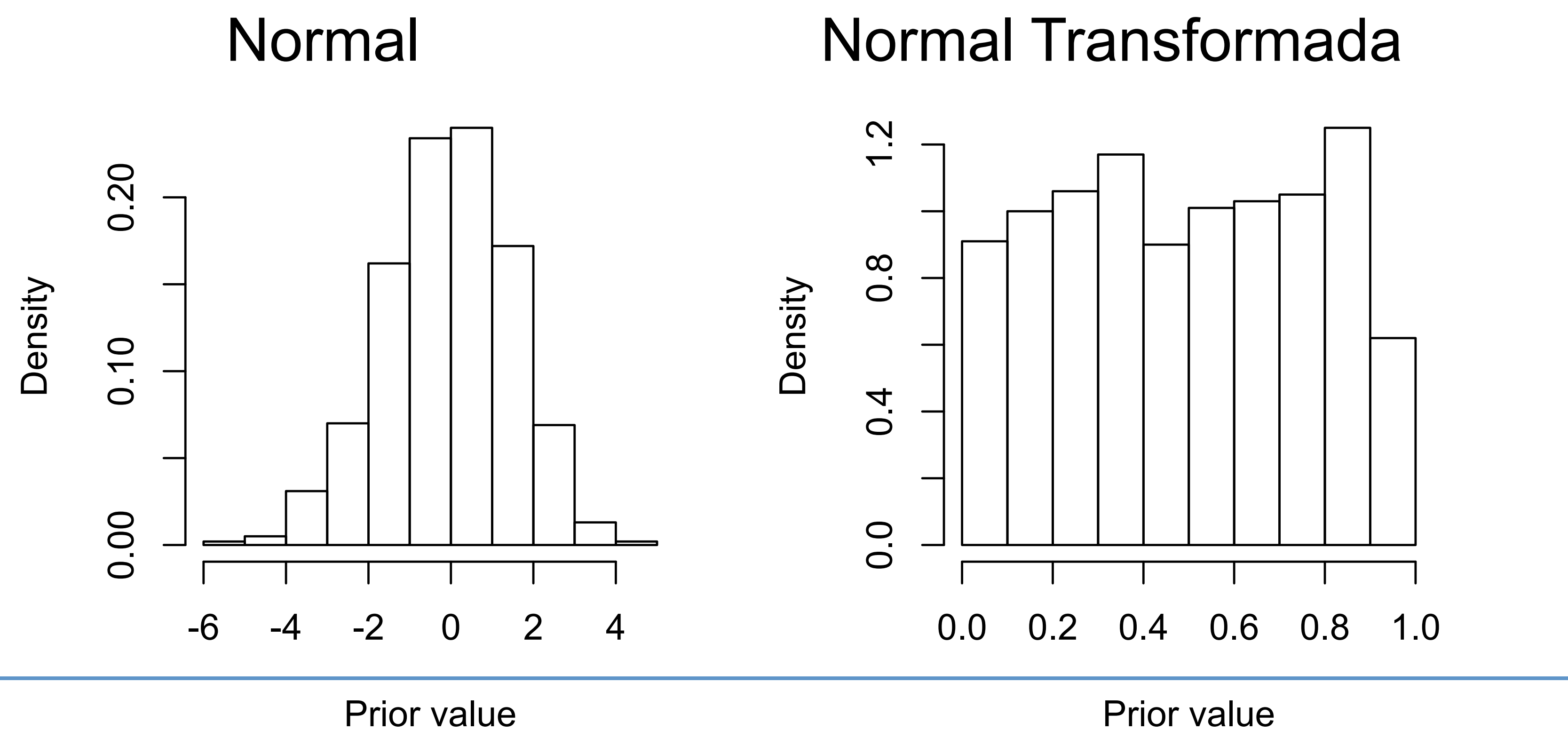
Porque esta ocurriendo esto?

La funcion logit^{-1} esta "comprimiendo" valores < 5 a 0 y > 5 to 1



Distribuciones a priori para la regresión logística

En su lugar focalizar en rango $(-5,5)$, entonces $N(0, 2.5)$ transformada a $(0,1)$ con función logit^{-1}



Y si adicionamos efectos aleatorios a la regresión logística?

- Puede haber alguna variabilidad adicional alrededor de cada observación que queremos estimar
- El modelo es:

$$Y_i \sim Bin(p_i, N_i)$$

$$p_i = \frac{exp(Z_i)}{1+exp(Z_i)}$$

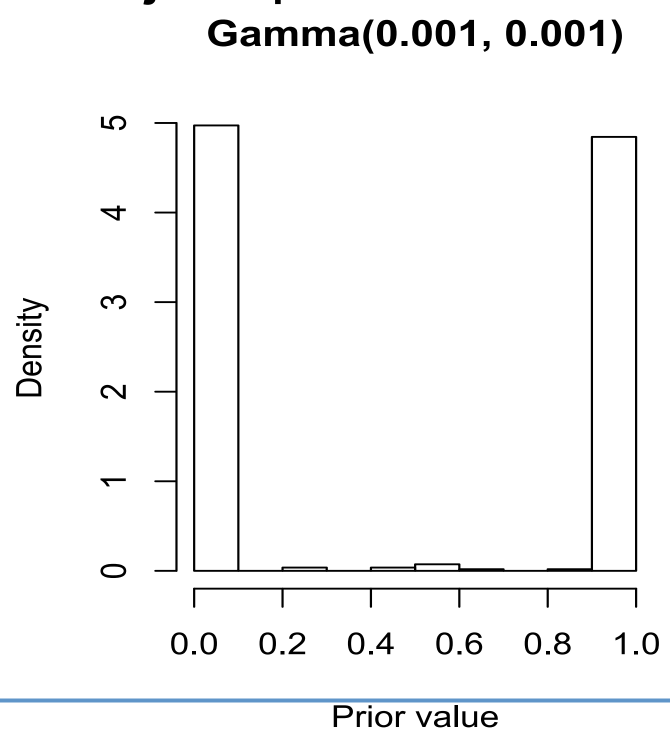
$$Z_i \sim N(\mu_i, \tau)$$

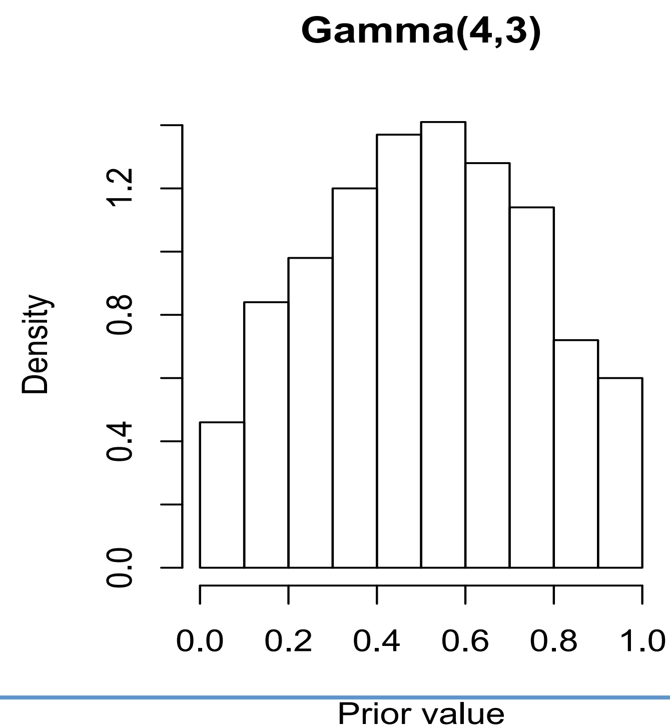
$$\mu_i = \beta X_i$$

Ya hemos discutido las distribuciones a priori en los coeficientes β de la regresión, pero que hacemos con los efectos aleatorios?
- Ellos también requieren investigación!

Distribuciones a priori para efectos aleatorios en regresiones logísticas

La distribución típica para el termino de precisión (inverso de la varianza) es Gamma(0.001, 0.001), pero esto también causa problemas (King 2010); una Gamma(4,3) es una mejor opción





King, et al. 2010. Bayesian Analysis for Population Ecology Ch. 11. CRC Press.