

## Guía 6: Magnetismo estacionario en medios materiales

1. Un arbol de sección rectangular tiene radios interior  $R_i$  y exterior  $R_e$  y altura  $h$ ; está fabricado con un material ferromagnético blando de permeabilidad magnética relativa aprox. etc. e igual a  $\mu_r$ . Si se coloca un arrollamiento de  $N$  espiras por las que circula una corriente de  $I$  A.

a. Calcular el campo  $\vec{B}$  y su flujo en función de los parámetros constructivos

b. Idem(a) pero con el campo evaluado sobre el radio medio.

c. Grafique el campo y el flujo en ambos casos en función de la relación  $R_e/R_i$ .



Se que  $\oint \vec{H} d\vec{l} = I_r(\text{conc})$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = N \cdot I \Rightarrow H \cdot 2\pi r = N \cdot I \Rightarrow H = \frac{N \cdot I}{2\pi r}$$

Como es un medio LIIH  $\Rightarrow B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{2\pi r} \quad \forall r \in [R_i, R_e]$$

$$\phi = \oint \vec{B} d\vec{s} = \int_{0 R_i}^{h R_e} \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N \cdot I}{2\pi r} dr dz = \frac{\mu_0 \mu_r N \cdot I \cdot h \cdot \ln(R_e/R_i)}{2\pi} \Rightarrow \phi$$

b.

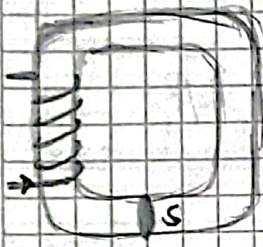
$$r_m = \frac{R_i + R_e}{2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N \cdot I}{2\pi r_m} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N \cdot I}{2\pi \frac{(R_i + R_e)}{2}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N \cdot I}{\pi (R_i + R_e)}$$

$$\phi = \oint \vec{B} d\vec{s} = \int_{0 R_i}^{h R_e} \frac{\mu_0 \mu_r N \cdot I}{2\pi (R_i + R_e)} dr dz = \frac{\mu_0 \mu_r N \cdot I \cdot h (R_e - R_i)}{2\pi (R_i + R_e)} \Rightarrow \phi$$

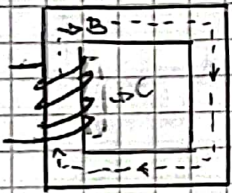


2. El circuito magnético mostrado está constituido por un núcleo de 40 cm de long. media y de sección etc igual a  $4 \text{ cm}^2$ . Dicho núcleo está construido con un material ferromagnético blando con permeabilidad magnética relativa aprox. etc igual a 1000. Si inicialmente el núcleo se encuentra desmagnetizado, calcular:

- la corriente necesaria q' se debe establecer en el arrollamiento de 200 espiras, en el sentido indicado, para q' el módulo del campo  $\vec{B}$  en el núcleo sea de 0,1 T.
- los vectores  $\vec{H}$  y  $\vec{M}$  (indicando su sentido en el circuito magnético).



El arrollamiento genera inducción  $\vec{B}$ , que origina flujo:  $\phi = \int \vec{B} d\vec{s}$



$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{conc}} \rightarrow H \cdot L = N \cdot I$$

Y como es material L.I.H:  $B = \mu_r \mu_0 H \rightarrow B = \mu_r \mu_0 \frac{NI}{L} \rightarrow \frac{B \cdot L}{\mu_r \mu_0 \cdot N} = I$

$$\Rightarrow \frac{0,1 \text{ T} \cdot 0,4 \text{ m}}{1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 200} = 0,16 \text{ A} \rightarrow I$$

$$\Rightarrow F_{\text{em}} = I \cdot N = 31,83 \text{ A}$$

b.

$$H = \frac{B}{\mu_r \mu_0} \rightarrow H = \frac{0,1 \text{ T}}{1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}} = 79,6 \frac{\text{A}}{\text{m}} \rightarrow H$$

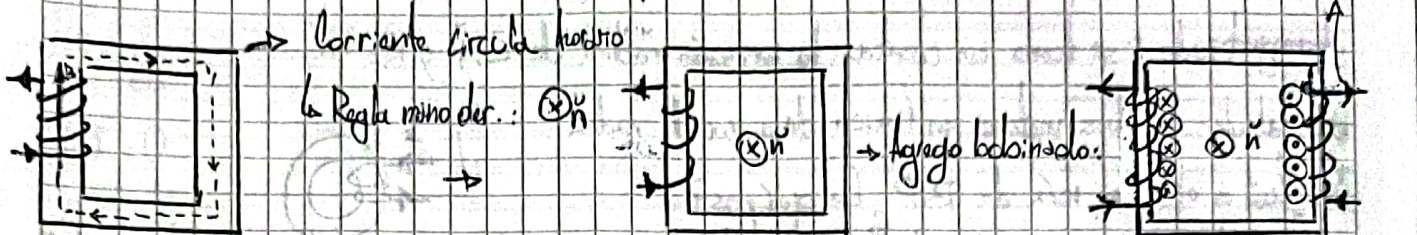
Para saber sentido hago:  $\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H} = \frac{0,1 \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}} - 79,6 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 79577,5 \frac{\text{A}}{\text{m}} - 79,6 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 79497,9 \frac{\text{A}}{\text{m}}$

La da positivo  $\Rightarrow \odot$  sentido q' inducción  $\vec{B}$  y valor  $79,6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$



# EXERCICIOS

3. En el mismo núcleo del problema 2 se coloca, además, un bobinado de 500 espiras con una corriente de 2A. Calcular  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}$  y  $\vec{H}$  (indicando sentido en circuito)



$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I_{conc} \Rightarrow H \cdot l = N_1 I_1 \pm N_2 I_2$$

$$H = \frac{200 \cdot 0.110 A \pm 500 \cdot 2 A}{0.4 m} = \begin{cases} 2580 \frac{A}{m} \oplus \\ -2420 \frac{A}{m} \ominus \end{cases}$$

Como  $B = \mu_0 \mu_r H$  con  $\mu_r = 1000 \Rightarrow B = 324 T \oplus$  v  $B = -3.04 T \ominus$

Finalmente:  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \Rightarrow H = 2575730.08 \oplus$  v  $H = -2416735.14 \ominus$

\* Tengo que ver qué caso me da  $I_2$  positiva:

$$\frac{H}{\mu_0 \mu_r} = \frac{N_1 I_1 \pm N_2 I_2}{l} \Rightarrow \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{N_1 I_2}{l} = I_2$$

Evaluó  $\oplus$ :  $I_2 = \frac{0.11 T \cdot 0.4 m}{1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot m/A} - 500 \cdot 2 A / 200$

$I_2 = -4.84 A \odot \rightarrow$  Era el otro...

$\Rightarrow$  El sentido de  $I_2$  es el dibujado.



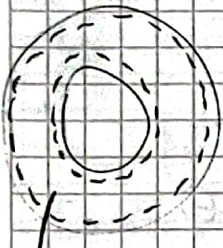
4. El circuito magnético mostrado está constituido por un núcleo toroidal cuyos radios son  $R_1 = 2\text{ cm}$  y  $R_2 = 8\text{ cm}$ , y de sección  $1\text{ cm}^2$  etc. Material: ferromagnético blando con permeabilidad magnética relativa de  $\mu_r = 800$ . El bobinado tiene 300 espiras y la corriente es  $I = 1\text{ A}$ . Inicialmente núcleo

desmagnetizado y se toma en cuenta la variación radial de  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  y  $\vec{M}$ .

a. Calcular los tres vectores en función de la coord. radial

b. ¿Cuál es el valor máx. de  $B$ ? ¿En qué pos?

c. Repetir cálculo con núcleo de material aire



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enc}} \rightarrow H \cdot \oint dl = I \cdot N \rightarrow H \cdot 2\pi r = I \cdot N \rightarrow \boxed{H = \frac{300 \cdot 1\text{ A}}{2\pi \cdot r}}$$

$$\text{Como es } \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \Rightarrow B = \mu_0 \mu_r H \Rightarrow B = \mu_0 \mu_r \frac{300 \text{ A}}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm}}{\text{A}} \cdot \frac{120000 \text{ A}}{\pi \cdot r} = 480000 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{r} = \boxed{4,8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Tm}}{r} \rightarrow B}$$

$$\vec{M} = \frac{B}{\mu_0} - \vec{H} \rightarrow M = \frac{B}{\mu_0} - H \Rightarrow M = H(800 - 1)$$

$$M = \frac{300 \text{ A}}{2\pi r} (799) = \boxed{\frac{149850 \text{ A}}{\pi r} \rightarrow M}$$

b.  $B = \frac{k}{r} \rightarrow$  A medida que aumenta  $r$ ,  $B$  se achica  $\Rightarrow B_{\text{max}}$  es en  $R_{\text{min}} = R_1$ .

$$\Rightarrow B = \frac{4,8 \cdot 10^{-2} \text{ Tm}}{0,02 \text{ m}} = \boxed{2,4 \text{ T}}$$

c. Si material es aire  $\Rightarrow \mu_r = 1$ .

$$H \text{ es igual: } \boxed{H = \frac{300 \text{ A}}{2\pi r}} \quad B = \mu_0 H = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm}}{\text{A}} \cdot \frac{150 \text{ A}}{\pi \cdot r} = \boxed{\frac{600 \cdot 10^{-7} \text{ Tm}}{r} \rightarrow B}$$

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H = 0 \rightarrow M = 0$$

$$R_1 \rightarrow B = \frac{600 \cdot 10^{-7} \text{ Tm}}{0,02 \text{ m}} = \boxed{3 \cdot 10^{-3} \text{ T}}$$