

Mestrado em Engenharia Informática

Métodos Formais em Engenharia de Software

[Notebook Collab](#)

PG50196 - Ana Paula Oliveira Henriques

[TPC 1] SAT solving

Questão 1:

O conjunto adequado de variáveis proposicionais para modelar o problema em estudo é:

- (1) CPU1 \rightarrow O computador tem CPU1.
- (2) CPU2 \rightarrow O computador tem CPU2.
- (3) RAM1 \rightarrow O computador tem RAM1.
- (4) RAM2 \rightarrow O computador tem RAM2.
- (5) MB1 \rightarrow O computador tem MB1.
- (6) MB2 \rightarrow O computador tem MB2.
- (7) PG1 \rightarrow O computador tem PG1.
- (8) PG2 \rightarrow O computador tem PG2.
- (9) PG3 \rightarrow O computador tem PG3.
- (10) MON1 \rightarrow O computador tem MON1.
- (11) MON2 \rightarrow O computador tem MON2.
- (12) MON3 \rightarrow O computador tem MON3.

Atendendo às seguintes regras e restrições apresentadas no enunciado prático:

- Cada computador tem de ter obrigatoriamente uma única motherboard, um único CPU, uma única placa gráfica e uma única memória RAM.

$$(CPU1 \vee CPU2) \wedge (CPU1 \rightarrow \neg CPU2) \wedge (MB1 \vee MB2) \wedge (MB1 \rightarrow \neg MB2) \wedge (RAM1 \vee RAM2) \wedge (RAM1 \rightarrow \neg RAM2) \wedge (PG1 \vee PG2 \vee PG3) \wedge (PG1 \rightarrow (\neg PG2 \wedge \neg PG3)) \wedge (PG2 \rightarrow \neg PG3)$$

- O computador poderá ter ou não ter monitores.

$$(MON1 \vee \neg MON1) \wedge (MON2 \vee \neg MON2) \wedge (MON3 \vee \neg MON3)$$

- A motherboard MB1 quando combinada com a placa gráfica PG1, obriga ao uso da RAM1.

$$(MB1 \wedge PG1) \rightarrow RAM1$$

B

- A placa gráfica PG1 precisa do CPU1, excepto quando combinada com uma RAM2.

$$(PG1 \wedge \neg RAM2) \rightarrow CPU1$$

- O CPU2 só pode ser instalado na motherboard MB2.

$$CPU2 \rightarrow MB2$$

- O monitor MON1 para poder funcionar precisa da placa gráfica PG1 e da memória RAM2.

$$MON1 \rightarrow (PG1 \wedge RAM2)$$

- O monitor MON2 precisa da memória RAM2 para poder trabalhar com a placa gráfica PG3.

$$(MON2 \wedge PG3) \rightarrow RAM2$$

Assim sendo, o conjunto de fórmulas proposicionais que descrevem o problema é:

$$\Gamma = \{(CPU1 \vee CPU2) \wedge (CPU1 \rightarrow \neg CPU2) \wedge (MB1 \vee MB2) \wedge (MB1 \rightarrow \neg MB2) \wedge (RAM1 \vee RAM2) \wedge (RAM1 \rightarrow \neg RAM2) \wedge (PG1 \vee PG2 \vee PG3) \wedge (PG1 \rightarrow (\neg PG2 \wedge \neg PG3)) \wedge (PG2 \rightarrow \neg PG3), (MON1 \vee \neg MON1) \wedge (MON2 \vee \neg MON2) \wedge (MON3 \vee \neg MON3), (MB1 \wedge PG1) \rightarrow RAM1, (PG1 \wedge \neg RAM2) \rightarrow CPU1, CPU2 \rightarrow MB2, MON1 \rightarrow (PG1 \wedge RAM2), (MON2 \wedge PG3) \rightarrow RAM2\}$$

Convertendo as fórmulas para CNF, temos então:

$$(CPU1 \vee CPU2) \wedge (\neg CPU1 \vee \neg CPU2) \wedge (MB1 \vee MB2) \wedge (\neg MB1 \vee \neg MB2) \wedge (RAM1 \vee RAM2) \wedge (\neg RAM1 \vee \neg RAM2) \wedge (PG1 \vee PG2 \vee PG3) \wedge (\neg PG1 \vee \neg PG2) \wedge (\neg PG1 \vee \neg PG3) \wedge (\neg PG2 \vee \neg PG3) \wedge (MON1 \vee \neg MON1) \wedge (MON2 \vee \neg MON2) \wedge (MON3 \vee \neg MON3) \wedge (\neg MB1 \vee \neg PG1 \vee RAM1) \wedge (\neg PG1 \vee RAM2 \vee CPU1) \wedge (\neg CPU2 \vee MB2) \wedge (\neg MON1 \vee PG1) \wedge (\neg MON1 \vee RAM2) \wedge (\neg MON2 \vee \neg PG3 \vee RAM2)$$

Questão 2:

Prosseguimos agora para a codificação do problema num SAT *solver*. Para tal, recorreu-se ao formato DIMACS para escrever a anterior fórmula proposicional (em CNF) no ficheiro `computador.cnf`:

```
p cnf 12 19
1 2 0
-1 -2 0
5 6 0
-5 -6 0
3 4 0
-3 -4 0
7 8 9 0
-7 -8 0
-7 -9 0
-8 -9 0
10 -10 0
```

B

```

11 -11 0
12 -12 0
-5 -7 3 0
-7 4 1 0
-2 6 0
-10 7 0
-10 4 0
-11 -9 4 0

```

A execução do comando **minisat computador.cnf OUTPUT1** origina o seguinte output:

```

===== [ Problem Statistics ] =====
|
| Number of variables:          12
| Number of clauses:           16
| Parse time:                  0.00 s
| Eliminated clauses:          0.00 Mb
| Simplification time:         0.00 s
|
===== [ Search Statistics ] =====
| Conflicts |          ORIGINAL          |          LEARNT          | Progress |
|           | Vars  Clauses Literals |   Limit  Clauses Lit/C1 |          |
=====
restarts      : 1
conflicts     : 0              (0 /sec)
decisions     : 1              (0.00 % random) (533 /sec)
propagations  : 0              (0 /sec)
conflict literals : 0          ( nan % deleted)
Memory used   : 4.46 MB
CPU time      : 0.001875 s

SATISFIABLE

```

Abrindo o ficheiro **OUTPUT1** gerado com a invocação do *solver* Minisat, retiramos que:

```

SAT
1 -2 3 -4 -5 6 7 -8 -9 -10 -11 -12 0

```

$\therefore \text{CPU1} = \text{RAM1} = \text{MB2} = \text{PG1} = 1, \text{CPU2} = \text{RAM2} = \text{MB1} = \text{PG2} = \text{PG3} = \text{MON1} = \text{MON2} = \text{MON3} = 0$

Concluimos, por isso, que o conjunto de fórmulas é, de facto, **consistente** porque as atribuições feitas a cada uma das variáveis proposicionais permitem que, no final, as fórmulas proposicionais do problema sejam verdadeiras.

Questão 3:

(a) O monitor MON1 só poderá ser usado com uma motherboard MB1?

Para responder à pergunta anterior, é preciso determinar se a afirmação "O monitor MON1 só poderá ser usado com uma motherboard MB1", representada pela fórmula proposicional **MON1** \rightarrow **MB1**, é uma consequência do modelo. Seja a fórmula **F** = **MON1** \rightarrow **MB1** $\equiv \neg$ **MON1** \vee **MB1**, então $\Gamma \models \mathbf{F}$ se e só se $\Gamma \wedge \neg \mathbf{F}$ UNSAT.

$$\neg \mathbf{F} = \neg (\neg \mathbf{MON1} \vee \mathbf{MB1}) \equiv \mathbf{MON1} \wedge \neg \mathbf{MB1}$$

```
p cnf 12 21
1 2 0
-1 -2 0
5 6 0
-5 -6 0
3 4 0
-3 -4 0
7 8 9 0
-7 -8 0
-7 -9 0
-8 -9 0
10 -10 0
11 -11 0
12 -12 0
-5 -7 3 0
-7 4 1 0
-2 6 0
-10 7 0
-10 4 0
-11 -9 4 0
10 0
-5 0
```

RESULTADO:

```
SAT
1 -2 -3 4 -5 6 7 -8 -9 10 -11 -12 0
```

O modelo é satisfazível, ou seja, a afirmação não é uma consequência do modelo. Como tal, a resposta é não, o monitor MON1 não tem de ser apenas usado com uma motherboard MB1.

(b) Um cliente pode personalizar o seu computador da seguinte forma: uma motherboard MB1, o CPU1, a placa gráfica PG2 e a memória RAM1?

Neste caso, é-nos questionado se a personalização do computador com uma motherboard MB1, o CPU1, a placa gráfica PG2 e a memória RAM1 é possível. Para responder a esta pergunta, temos de verificar se a junção da fórmula **MB1 \wedge CPU1 \wedge PG2 \wedge RAM1** com o conjunto de fórmulas é satisfazível, i.e., **$\Gamma \wedge \mathbf{F}$ SAT**.

```
p cnf 12 23
1 2 0
-1 -2 0
5 6 0
-5 -6 0
3 4 0
-3 -4 0
7 8 9 0
-7 -8 0
-7 -9 0
-8 -9 0
10 -10 0
11 -11 0
12 -12 0
-5 -7 3 0
-7 4 1 0
-2 6 0
-10 7 0
-10 4 0
-11 -9 4 0
5 0
1 0
8 0
3 0
```

RESULTADO:

```
SAT
1 -2 3 -4 5 -6 -7 8 -9 -10 -11 -12 0
```

Como a solução é satisfazível, então a resposta é sim, essa personalização do computador é possível.

(c) É possível combinar a motherboard MB2, a placa gráfica PG3 e a RAM1 num mesmo computador?

Mais uma vez, é necessário testar se a junção do conjunto de fórmulas com a fórmula **MB2** \wedge **PG3** \wedge **RAM1**, que representa a combinação da motherboard MB2, da placa gráfica PG3 e da RAM1 num mesmo computador, é satisfazível. A combinação será possível se e só se **$\Gamma \wedge F$** **SAT**.

```
p cnf 12 22
1 2 0
-1 -2 0
5 6 0
-5 -6 0
3 4 0
-3 -4 0
7 8 9 0
-7 -8 0
-7 -9 0
-8 -9 0
10 -10 0
11 -11 0
12 -12 0
-5 -7 3 0
-7 4 1 0
-2 6 0
-10 7 0
-10 4 0
-11 -9 4 0
6 0
9 0
3 0
```

RESULTADO:

```
SAT
1 -2 3 -4 -5 6 7 -8 -9 -10 -11 -12 0
```

Sendo o modelo satisfazível, concluímos que é possível combinar a motherboard MB2, a placa gráfica PG3 e a RAM1 num mesmo computador.

(d) Para combinarmos a placa gráfica PG2 e a RAM1 temos que usar o CPU2?

Tal como na alínea (a), teremos de verificar se a afirmação "Para combinarmos a placa gráfica PG2 e a RAM1 temos que usar o CPU2" é uma consequência do modelo. Para esse efeito, e sendo $F = (PG2 \wedge RAM1) \rightarrow CPU2 \equiv \neg PG2 \vee \neg RAM1 \vee CPU2$, então $\Gamma \models F$ se e só se $\Gamma \wedge \neg F$ UNSAT.

$$\neg F = \neg(\neg PG2 \vee \neg RAM1 \vee CPU2) \equiv PG2 \wedge RAM1 \wedge \neg CPU2$$

```
p cnf 12 22
1 2 0
-1 -2 0
5 6 0
-5 -6 0
3 4 0
-3 -4 0
7 8 9 0
-7 -8 0
-7 -9 0
-8 -9 0
10 -10 0
11 -11 0
12 -12 0
-5 -7 3 0
-7 4 1 0
-2 6 0
-10 7 0
-10 4 0
-11 -9 4 0
8 0
3 0
-2 0
```

RESULTADO:

```
SAT
1 -2 3 -4 5 -6 -7 8 -9 -10 -11 -12 0
```

O modelo obtido é satisfazível, o que significa que a fórmula F não é consequência do conjunto de fórmulas Γ . Posto isto, a resposta à pergunta é não, para combinarmos a placa gráfica PG2 e a RAM1 não temos que usar o CPU2.