

ECA414 – Sistemas de Controle I

Experiência 08 – Sistema de segunda ordem

Nome: _____ R.A.: _____

Nome: _____ R.A.: _____

Nome: _____ R.A.: _____

Nome: _____ R.A.: _____

1 Resposta ao degrau em sistema de segunda ordem

A função de transferência para um sistema de segunda ordem em sua forma canônica é:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

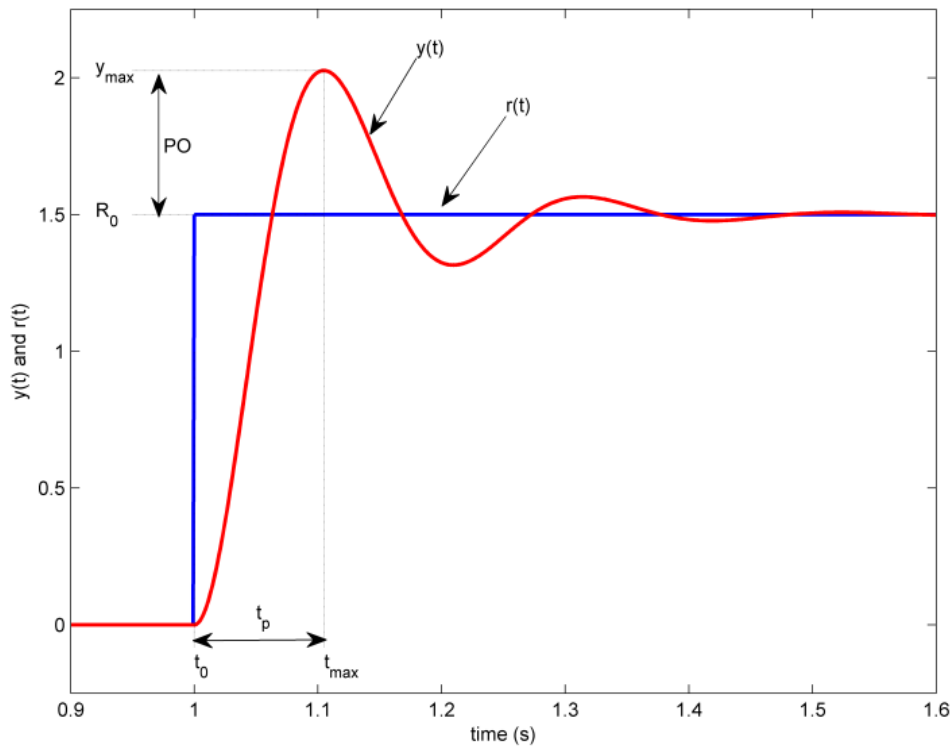
Onde ω_n é a frequência natural e ζ (zeta) é o fator de amortecimento. As propriedades da resposta do sistema dependem de ω_n e ζ .

Considerando um sistema de segunda ordem mostrado na equação 1, submetendo-o a uma entrada degrau definida por

$$R = \frac{R_0}{s}, \quad (2)$$

Com um degrau de amplitude $R_0 = 1,5$, a resposta do sistema a esta entrada é mostrada na Figura 1, onde a linha vermelha é a resposta na saída $y(t)$ e linha azul e a entrada degrau $r(t)$.

Figura 1 – Resposta padrão ao sistema de segunda ordem



2 Peak Time (Tempo de Pico) e Overshoot (Sobressinal)

O valor máximo atingido na resposta é definido por y_{max} e ocorre no tempo que pode ser chamado de t_{max} . Para uma resposta como a da Figura 1, o percentual de *Overshoot* pode ser encontrado utilizando

$$PO = \frac{100(y_{max} - R_0)}{R_0} \quad (3)$$

A partir do tempo inicial t_0 , o tempo necessário para que a resposta atinja o valor máximo é

$$t_p = t_{max} - t_o \quad (4)$$

Este é o *Peak Time* (tempo de Pico) do sistema.

Em um sistema de segunda ordem, a quantidade de *Overshoot* depende somente do fator de amortecimento do sistema e pode ser calculado usando a equação

$$PO = 100e^{\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \quad (5)$$

O *peak time* (tempo de pico) depende de ambas as variáveis, frequência natural ω_n e o fator de amortecimento ζ e é representado por:

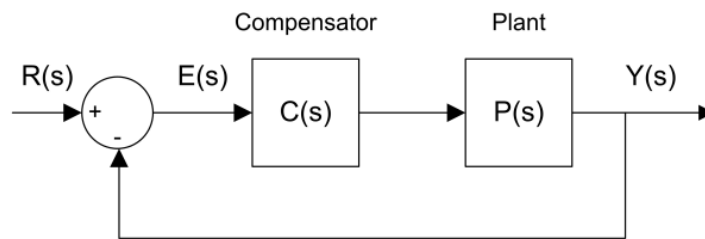
$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (6)$$

Em termos genéricos, o fator de amortecimento afeta o formato da resposta enquanto a frequência natural afeta a velocidade da resposta.

3 Feedback Unitário

O loop de controle com *feedback* unitário mostrado na Figura 2 será utilizado para controlar a posição no kit QUBE-Servo 2.

Figura 2 – Loop de controle com *feedback* unitário



A função de transferência do QUBE-Servo 2 com a Posição em relação à Tensão é

$$\frac{\Theta_m(s)}{V_m(s)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \quad (7)$$

Onde K é o ganho em regime permanente, τ é a constante de tempo do sistema, $\Theta_m = \mathcal{L}[\theta_m(t)]$ é a posição do disco/motor, e $V_m = \mathcal{L}[v_m(t)]$ é a tensão aplicada ao motor. Os valores das constantes K e τ poderão ser utilizados apartir dos experimentos anteriores de caracterização do sistema. Repare que a função de transferência é a mesma da obtida nas experiências anteriores (velocidade/tensão) porém agora multiplicada por uma integração, $\frac{1}{s}$ representando agora a resposta da posição.

O controlador denotado como $C(s)$ será 1 nesta atividade onde desejamos utilizar apenas o *feedback* unitário.

A função de transferência em malha fechada do Qube Servo 2, de sua posição a partir de um *Set-Point* $R(s) = \Theta_d(s)$ será

$$\frac{\Theta_d(s)}{V_m(s)} = \frac{\frac{K}{\tau}}{s^2 + \frac{1}{\tau}s + \frac{K}{\tau}} \quad (8)$$

4 Experimento

Relacionando as equações (1) e (8) encontre os valores de:

$$\omega_n =$$

$$\zeta =$$

A partir dos valores de ω_n e ζ encontrados, calcule os valores esperados de tempo de pico (*peak time*) e de sobressinal (*overshoot*)

$$t_p =$$

$$PO =$$

Abra o arquivo **Sistema de Segunda Ordem.vi** e explore o código.

Verifique o painel frontal e o diagrama de blocos deste vi. Conforme as experiências anteriores há um gráfico XY que permite a verificação dos valores através do cursor.



DICA: Utilize o atalho **Ctrl+E** para alternar entre o painel Frontal e o Diagrama de Blocos.

Figura 3 – Diagrama de blocos do vi

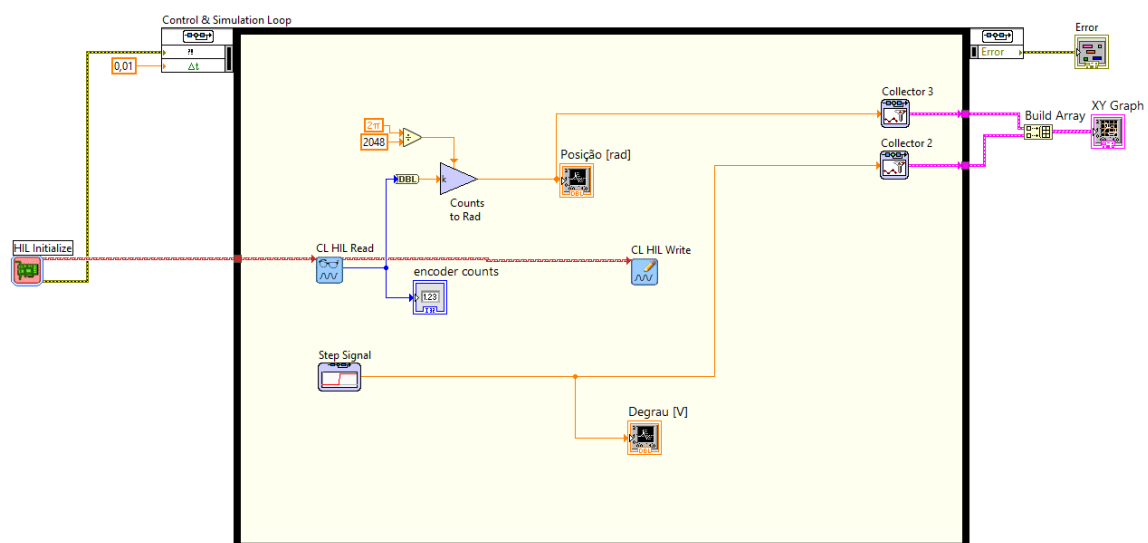
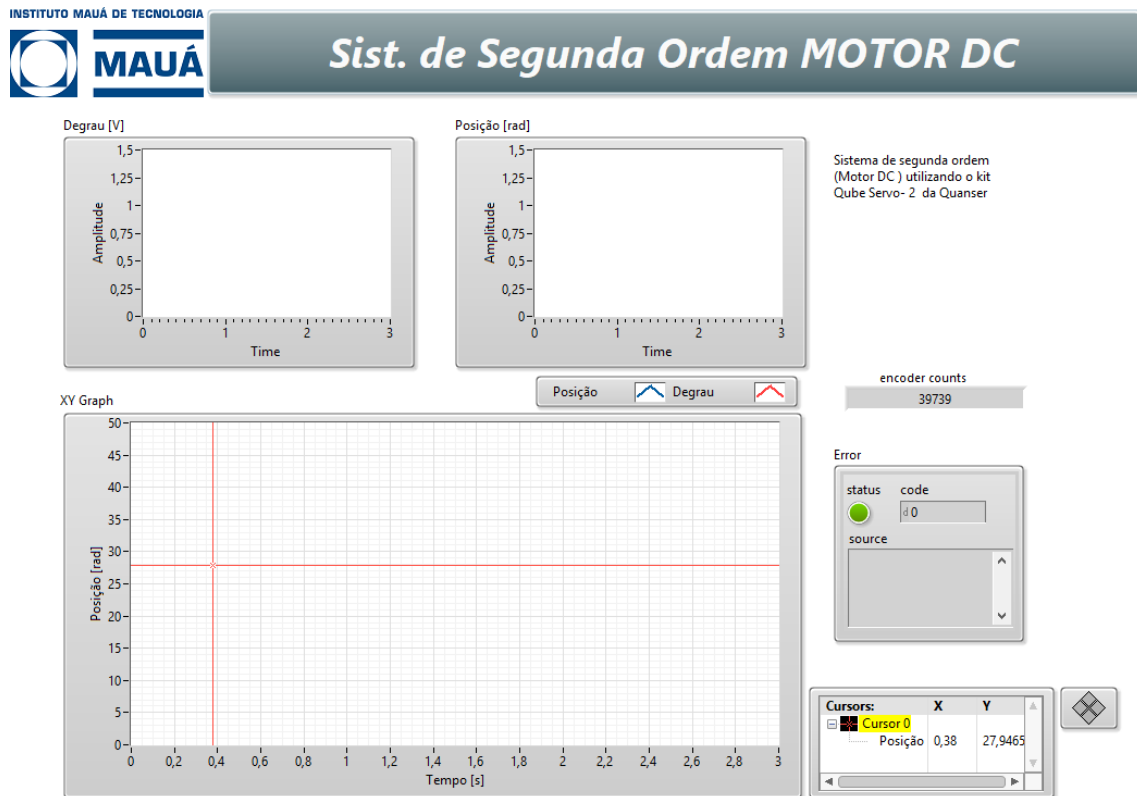


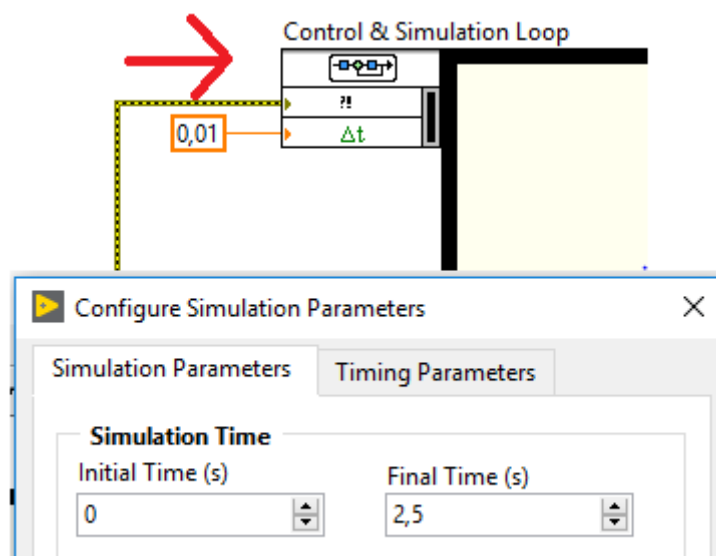
Figura 4 – Painel Frontal do vi



Complete o código de forma a fechar a malha, considerando *feedback* unitário conforme o diagrama da Figura 2. Lembrando que, para esta atividade $C(s) = 1$.

Aplique um degrau unitário com tempo de 2,5 segundos no código. Para isto, configure o degrau para seu valor final igual a 1 e troque o tempo do loop de *Inf* para 2,5.

Figura 5 – Configuração do tempo do ensaio



Execute o código e verifique a resposta. Meça os valores com o cursor e compare com os valores teóricos calculados.

É possível salvar a imagem do gráfico clicando com o botão direito do mouse sobre o gráfico, vá até *Export > Export Simplified Image*, escolha *Bitmap* e o local onde deseja salvar a imagem.

5 Conclusões