

Logica de ordinul I

Barem subiect 1

17.02.2017

Nume și prenume:

Grupa:

Anul:

1. Verificați, utilizând rezoluția în LP1, satisfiabilitatea formulei:

$$\forall x. \forall y. \forall z (P(x, a) \wedge (Q(f(y)) \vee \neg P(z, x)) \wedge \neg Q(f(a)))$$

Rezolvare:

(1) $P(x, a)$

(2) $Q(f(y)) \vee \neg P(z, x)$

(3) $\neg Q(f(a))$

(4) $Q(f(y))$

Justificare:

$$\frac{P(x', a) \quad Q(f(y)) \vee \neg P(z, x) \quad \{x' \mapsto z, x \mapsto a\} \in mgu\{x' \doteq z, a \doteq x\}}{Q(f(y))\{x' \mapsto z, x \mapsto a\}} \text{ RESOLUTION: (1) și (2)}$$

(5) \square

Justificare:

$$\frac{Q(f(y)) \quad \neg Q(f(a)) \quad \{y \mapsto a\} \in mgu\{f(y) \doteq f(a)\}}{\square\{y \mapsto a\}} \text{ RESOLUTION: (3) și (4)}$$

Barem:

- (1) - (3): 1 punct
- (4) + Justificare: 0.5 + 0.5 puncte (se acordă doar 0.25 puncte pentru Justificare incompletă)
- (5) + Justificare: 0.5 + 0.5 puncte (se acordă doar 0.25 puncte pentru Justificare incompletă)
- Maxim: 3 puncte

- Se acceptă și alte soluții corecte, dar punctajul maxim nu poate fi depășit.

2. Folosind deducția naturală în LP1, demonstrați că:

$$\forall y.Q(b, y), \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y))) \vdash \exists z.(Q(b, z) \wedge Q(z, s(s(b))))$$

Rezolvare:

- | | |
|---|---|
| (1) $\forall y.Q(b, y), \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y))) \vdash \forall y.Q(b, y)$ | (<i>ipoteza</i>) |
| (2) $\forall y.Q(b, y), \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y))) \vdash \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y)))$ | (<i>ipoteza</i>) |
| (3) $\forall y.Q(b, y), \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y))) \vdash Q(b, s(b))$ | (\forall_e , (1), $\{y \mapsto s(b)\}$) |
| (4) $\forall y.Q(b, y), \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y))) \vdash \forall y.(Q(b, y) \rightarrow Q(s(b), s(y)))$ | (\forall_e , (2), $\{x \mapsto b\}$) |
| (5) $\forall y.Q(b, y), \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y))) \vdash Q(b, s(b)) \rightarrow Q(s(b), s(s(b)))$ | (\forall_e , (4), $\{y \mapsto s(b)\}$) |
| (6) $\forall y.Q(b, y), \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y))) \vdash Q(s(b), s(s(b)))$ | (\rightarrow_e , (3), (5)) |
| (7) $\forall y.Q(b, y), \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y))) \vdash Q(b, s(b)) \wedge Q(s(b), s(s(b)))$ | (\wedge_i , (3), (6)) |
| (8) $\forall y.Q(b, y), \forall x.\forall y.(Q(x, y) \rightarrow Q(s(x), s(y))) \vdash \exists z.(Q(b, z) \wedge Q(z, s(s(b))))$ | (\exists_i , (7), $\{z \mapsto s(b)\}$) |

Barem:

- (1) + (2): 0.5 + 0.5 puncte
- (3), ..., (8): cate 1 punct pentru fiecare
- Se consideră corecte doar deducțiile care sunt specificate **complet** ca mai sus (specificând **precis** regulile aplicate, substituțiile, etc.)
- Maxim: 7 puncte
- Se acceptă și alte soluții corecte, dar punctajul maxim nu poate fi depășit.