Universitatea "Al. I. Cuza" din Iaşi, Facultatea de Informatică

Testul 3 la "MATEMATICĂ" / I1B1, I1B4, I1B6, I1X1$_{29\text{-}57}$

(seria 2016 - 2017 / 22.12.2016 / 11:00 - 11:50 / amf. C3)

Numele şi prenumele studentului participant la test:

Anul şi grupa din care face parte studentul:

SUBIECTELE ŞI BAREMUL GENERAL

Bonusul de participare: 10 puncte

Subiectul 1 (30 de puncte)

Să se arate că următoarele două forme biliniare sunt *echicategoriale*, adică cu nucleele funcţionalelor pătratice corespunzătoare aparţinând aceleiaşi categorii de cuadrice, cerută a se preciza:

$$\begin{aligned} g_1(x,y) &= x_1y_1 + x_1y_2 - x_1y_3 - x_2y_1 + 2x_2y_2 - x_2y_3 - x_3y_1 - x_3y_2 - x_3y_3, \\ g_2(x,y) &= x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 8x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2 - x_3y_3,\ \forall x = (x_1,x_2,x_3),\ y = (y_1,y_2,y_3) \in \mathbb{R}^3. \end{aligned}$$

Subiectul 2 (30 de puncte)

Fie $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{\theta_{\mathbb{R}^2}\} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = (x^2+y^2)^{-1}\log(x^2+y^2+1).$ Este posibilă prelungirea acestei funcţii, prin continuitate, în sens global, la $\mathbb{R}^2$? Dar dacă $f(x,y) = \sqrt{(x^2+y^2)^{-3}}\arctan(x^2+y^2), \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{\theta_{\mathbb{R}^2}\}$.Argumentaţi răspunsurile.

Subiectul 3 (30 de puncte)

Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\{(a,a,a) \in \mathbb{R}^3\}$ să fie o mulţime de puncte singulare, adică puncte în care jacobianul funcţiei f în cauză este nul, pentru:

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3, f(x,y,z) = (3x + my + 2z, x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz, x^2 + y^2 + z^2 - xy + xz), \forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3.$$

Precizări:

1) Toate subiectele sunt obligatorii.
2) Timpul total de lucru este de 50 de minute.
3) Nota acordată pentru soluţionarea subiectelor reprezintă a zecea parte din întregul punctaj realizat.

F. Iacob / 22.12.2016