

Logica de ordinul I

Barem subiect 2

17.02.2017

Nume și prenume:

Grupa:

Anul:

1. Verificați, utilizând rezoluția în LP1, satisfiabilitatea formulei:

$$\forall x. \forall y. \forall z. ((P(x, y, z) \vee \neg Q(f(x, a))) \wedge Q(z) \wedge R(f(x, z), a) \wedge \neg P(a, f(a, a), z))$$

Rezolvare:

(1) $P(x, y, z) \vee \neg Q(f(x, a))$

(2) $Q(z)$

(3) $R(f(x, z), a)$

(4) $\neg P(a, f(a, a), z)$

(5) $P(x, y, z)$

Justificare:

$$\frac{Q(z') \quad P(x, y, z) \vee \neg Q(f(x, a)) \quad \{z' \mapsto f(x, a)\} \in mgu\{z' \doteq f(x, a)\}}{P(x, y, z)\{z' \mapsto f(x, a)\}} \text{ RESOLUTION: (1) și (2)}$$

(6) \square

Justificare:

$$\frac{P(x, y, z') \quad \neg P(a, f(a, a), z) \quad \{x \mapsto a, y \mapsto f(a, a), z' \mapsto z\} \in mgu\{x \doteq a, y \doteq f(a, a), z' \doteq z\}}{\square\{x \mapsto a, y \mapsto f(a, a), z' \mapsto z\}} \text{ RESOLUTION: (5) și (4)}$$

Barem:

- (1) - (4): 1 punct (pentru toate)
- (5) + Justificare: 0.5 + 0.5 puncte (se acordă doar 0.25 puncte pentru Justificare incompletă)
- (6) + Justificare: 0.5 + 0.5 puncte (se acordă doar 0.25 puncte pentru Justificare incompletă)

- Maxim: 3 puncte
- Se acceptă și alte soluții corecte, dar punctajul maxim nu poate fi depășit.

2. Folosind deducția naturală în LP1, demonstrați că:

$$\forall x.P(a, x, x), \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash \exists z.P(f(a), z, f(f(a)))$$

Rezolvare:

- | | |
|--|---|
| (1) $\forall x.P(a, x, x), \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash \forall x.P(a, x, x)$ | (ipoteza) |
| (2) $\forall x.P(a, x, x), \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z)))$ | (ipoteza) |
| (3) $\forall x.P(a, x, x), \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash P(a, f(a), f(a))$ | (\forall_e , (1), $\{x \mapsto f(a)\}$) |
| (4) $\forall x.P(a, x, x), \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash \forall y.\forall z.(P(a, y, z) \rightarrow P(f(a), y, f(z)))$ | (\forall_e , (2), $\{x \mapsto a\}$) |
| (5) $\forall x.P(a, x, x), \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash \forall z.(P(a, f(a), z) \rightarrow P(f(a), f(a), f(z)))$ | (\forall_e , (4), $\{y \mapsto f(a)\}$) |
| (6) $\forall x.P(a, x, x), \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash P(a, f(a), f(a)) \rightarrow P(f(a), f(a), f(f(a)))$ | (\forall_e , (5), $\{z \mapsto f(a)\}$) |
| (7) $\forall x.P(a, x, x), \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash P(f(a), f(a), f(f(a)))$ | (\rightarrow_e , (6), (3)) |
| (8) $\forall x.P(a, x, x), \forall x.\forall y.\forall z.(P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash \exists z.P(f(a), z, f(f(a)))$ | (\exists_i , (7), $\{z \mapsto f(a)\}$) |

Barem:

- (1) + (2): 0.5 + 0.5 puncte
- (3), ..., (8): cate 1 punct pentru fiecare
- Se consideră corecte doar deducțiile care sunt specificate **complet** ca mai sus (specificând **precis** regulile aplicate, substituțiile, etc.)
- Maxim: 7 puncte
- Se acceptă și alte soluții corecte, dar punctajul maxim nu poate fi depășit.