DEEP LEARNING PRÁCTICA 4 - 2025

Autoencoder Variacional Convolucional

1. La divergencia de Kullback-Leibler entre dos distribuciones de probabilidad p y q está definida por

$$D_{KL}(p||q) = \int dx\ p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)} \tag{1}$$

   - Demostrar que D_{KL} es siempre mayor o igual que 0. Usar el hecho que $\log(x) \leq x - 1$ para todo $x > 0$.
   - Deducción de la cota variacional:
     - Escribir $\log(p(x))$ como $\int dz\ q(z|x) \log(p(x))$
     - Usando la regla de Bayes probar que

$$\begin{aligned} \log(p(x)) &= \int dz\ q(z|x) \log\left(\frac{p(x,z)}{p(z|x)}\right) \\ &= \int dz\ q(z|x) \log\left(\frac{p(x,z)q(z|x)}{p(z|x)q(z|x)}\right) \\ &= D_{KL}(q(.|x)|p(.|x)) + \int dz\ q(z|x) \log\left(\frac{p(x,z)}{q(z|x)}\right) \end{aligned} \tag{2}$$

     - Demostrar que la cota variacional, definida por el último término de la ecuación anterior se puede escribir como

$$B = \left[\int dz\ q(z|x) \log\left(p(x|z)\right) - D_{KL}(q(.|x)||p(.))\right] \tag{3}$$

       El primer término es un error de reconstrucción mientras que el segundo se interpreta como la divergencia KL de la posterior aproximada respecto al prior.
   - Calcular D_{KL} cuando p y q son distribuciones gaussianas con valor medio μ_p, μ_q y desviaciión standard σ_p, σ_q respectivamente.

2. Entrenar y evaluar la performance de un autoencoder variacional convolucional que aprende a generar dígitos manuscritos a partir de la base de datos MNIST.

- Instalar los paquetes tensorflow-probability e imageio si lo están.
- Cargar la imágenes de MNIST y dividirlas en datasets de trauining y validación,
- Definir dos redes: encoder y decoder. La entrada de la primera está en el espacio de imágenes y la salida en el espacio latente. La entrada de la segunda está en el espacio latente y la saluda en el espacio de imágenes.
- Definir una función de reparametrización, que tomas las variables latentes, las combina con números aleatorios y genera la entrada al decodificador.
- Entrenar la red.
- Samplear el espacio latenre y examinar las salidas de decodificador.
- Ver que pasa cambianbdo la función de pérdida, por ejemplo reemplazando cross-entripy por mean square error.