Razón de cambio: derivada

Ejercicio 1:

Representa en una misma ventana de graficación las funciones dadas y describe la relación entre ellas.

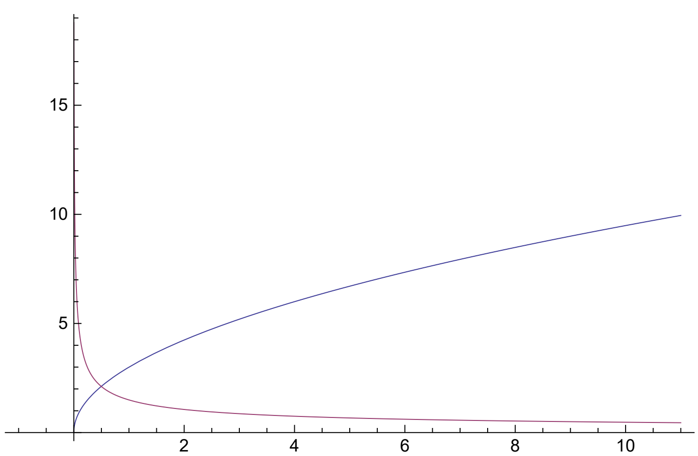
a) $m\ (x) = 3\sqrt{x}$

$m1\ (x) = \frac{g[x+0.01]-g[x]}{0.01}$

b) $n\ (x) = 2x - x^2$

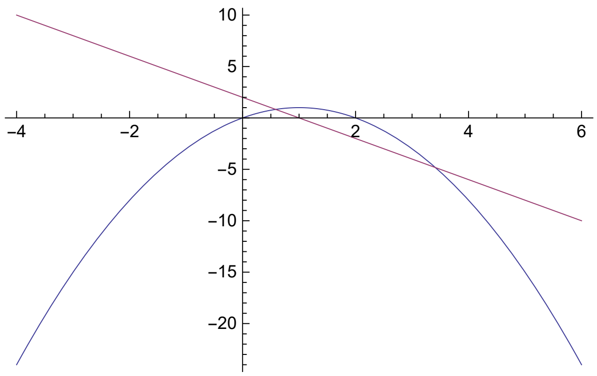
$n1\ (x) = \frac{h[x+0.01]-h[x]}{0.01}$

```
m[x_] := 3 √x
m1[x_] := (m[x + 0.01] - m[x]) / 0.01
n[x_] := 2 x - x^2
n1[x_] := (n[x + 0.001] - n[x]) / 0.001
Plot[{m[x], m1[x]}, {x, -1, 11}]
```




```
(*La linea azul es la grafica de la funcion y es creciente,
mientras que la linea roja es la grafica de la
 funcion y va decreciendo(sin llegar a ser nunca negativa)
 ya que la pendiente de la linea azul es cada vez menor*)
```

```
Plot[{n[x], n1[x]}, {x, -4, 6}]
```

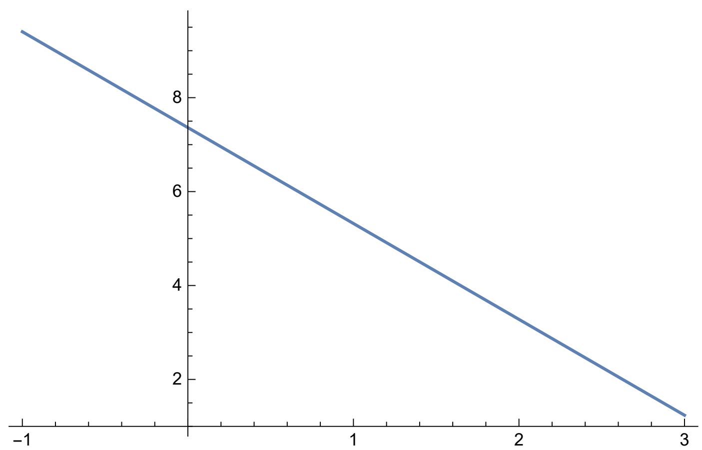



```
(*La linea azul es la grafica de la funcion y es concava hacia
 abajo. La grafica de la derivada es la linea roja y tiene valores
 positivos hasta que llega al vertice (donde se hace cero) y
 tiene valores negativos cuando la funcion se hace decreciente*)+
```

Ejercicio 2:
Utilizar la gráfica y los puntos A(1,g(1)), B(1.5,g(1.5)), C(2,g(2)), D(2.5,g(2.5)) y E(3.5,g(3.5)) para responder a las siguientes preguntas
a) ¿Entre qué par de puntos es mayor la razón de cambio promedio de la función.
b) ¿La razón de cambio promedio entre A y B es mayor o menor que la razón de cambio instantánea de B?
c) Trazar una recta tangente a la gráfica entre los puntos C y D cuya pendiente sea igual a la razón de cambio promedio de la función entre C y D.
d) Escribe un enunciado con la información del inciso c)

```
(*
    a)Entre C y D
   b)Es menor porque la tangente es
 igual a 3 y la recta secante entre A y B es 0.625.
*)
```

```
(*  c)   h[x] sera la funcion con pendiente de -2.04167       *)
h[x_] := Expand[-2.04167 (x - 2.283785) + 2.69948]

Plot[h[x], {x, -1, 3}]
```

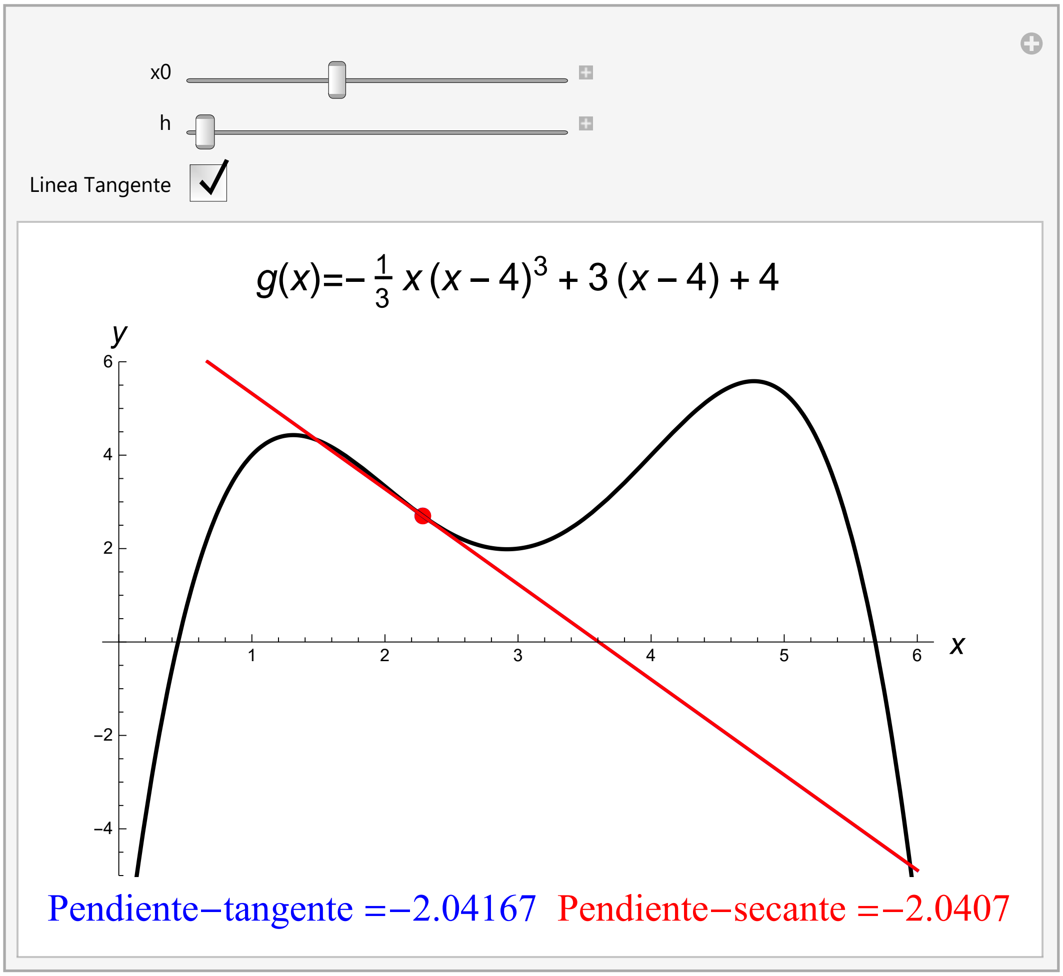



```
g'[x]
```

$$\frac{73}{3} - 32\,x + 12\,x^2 - \frac{4\,x^3}{3}$$

```
g'[2.283785]

-2.04167

g[2.283785]

2.69948

(*
   d) busque la derivada de la funcion g[x] y evalue el punto x=
 2.83785 que ya habia probado en la tabla para
   comprobar que la pendiente ahi fuera de -2.04167,
luego evalue a la funcion g[x] en x=2.83785 y me dio y=
  2.69948... asi que la funcion de la recta con pendiente -2.04167,
que pasa por el punto (2.83785,2.69948) es h[x]=-2.04167(x-2.283785)+2.69948
*)
```

```
g[x_] := -1/3 x (x - 4) ^3 + 3 (x - 4) + 4;  (*Se define la función*)
xmin = 0;
xmax = 6;   (* se definen los extremos del dominio de la función*)
ainicia = 0;(* inicio del punto de tangencia*)
amin = 0;
amax = 6; (* se define el punto de tangencia mínimo y máximo*)
hinicia = 0;(*inicio del punto de intersección de la línea secante*)
hmin = 0;
hmax = 4.8;
Manipulate[
 If[h == 0, h = .001];
 Grid[
  {{Plot[{g[x], If[t1, g[a] + (D[g[t], t] /. t -> a) * (x - a)],
      g[a] + ((g[a + h] - g[a]) / h) * (x - a)}, {x, xmin, xmax},
     PlotStyle → {{Thickness[0.005], Black}, {Thickness[0.004], Blue},
       {Thickness[0.004], Red}}, PlotRange → {-5, 6}, ImageSize → {475, 325},
     PlotLabel → Style[Row[{Style["g(x)", Italic], "=",
         ToString[g[x], TraditionalForm]}], 20],
     AxesLabel → {Style["x", 16, Italic], Style["y", 16, Italic]},
     Prolog → {{PointSize[0.02], If[t1, Blue, Red], Point[{a, f[a]}]},
        {PointSize[0.02], Red, Point[{a + h, g[a + h]}]}}]}},
   {Row[
     {If[t1, Style[Text[
         "Pendiente-tangente =" <> ToString[D[f[t], t] /. t → a]], Blue, 20]],
      Style[Text["Pendiente-secante =" <> ToString[(g[a + h] - f[a]) / h]],
       Red, 20]}, "   "]}}],
 {{a, ainicia, "x0"}, amin, amax},
 {{h, hinicia, "h"}, hmin, hmax},
 {{t1, False, "Linea Tangente"}, {True, False}},
 TrackedSymbols → {a, h, t1}, SaveDefinitions → True]
```



Ejercicio 3:
Calcular la derivada de las funciones dadas, usa el comando de derivada del software, después, en tu casa, calculas las derivadas a mano para verificar tu resultado (escaner la hoja de respuesta y subir como PDF)

b) Graficar en el mismo plano cartesiano a la función y a su derivada.

c) Describir el comportmiento de la función que corresponde a cualquier cero de la gráfica de la derivada.

Nota: el comando para derivar es: f'[x]

$$f1[x\_] := \frac{\sqrt{x} + 1}{x^2 + 1}$$

$$f2[x\_] := \sqrt{\frac{x + 1}{x}}$$

$$f3[x\_] := \sqrt{\frac{2x}{x + 1}}$$

$$f4[x\_] := \sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 1}$$

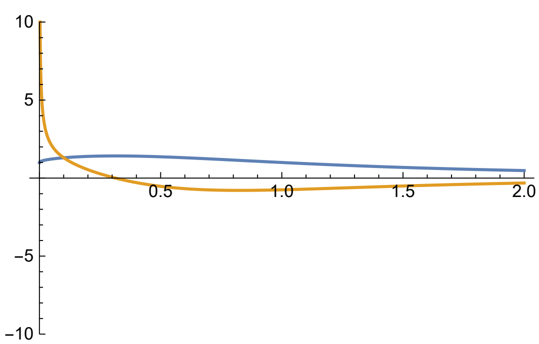
$$f5[x\_] := \frac{Cos[Pi\, x] + 1}{x}$$

$$f6[x\_] := x^2\, Tan\left[\frac{1}{x}\right]$$

```
f1'[x]
```

$$-\frac{2\left(1 + \sqrt{x}\right) x}{\left(1 + x^2\right)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}\left(1 + x^2\right)}$$

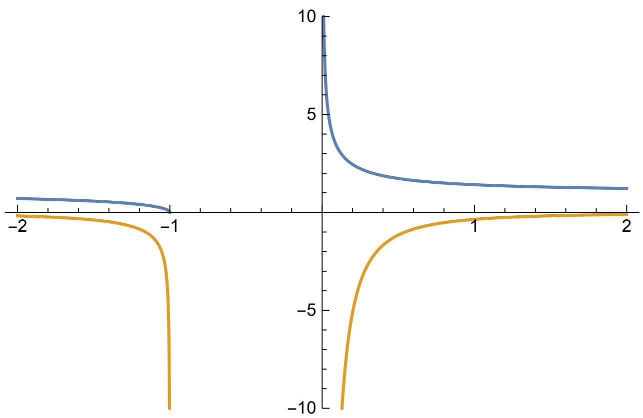
```
Plot[{f1[x], f1'[x]}, {x, -2, 2}, PlotRange → {-10, 10}]
```



```
f2'[x]
```

$$\frac{\frac{1}{x}-\frac{1+x}{x^2}}{2\sqrt{\frac{1+x}{x}}}$$

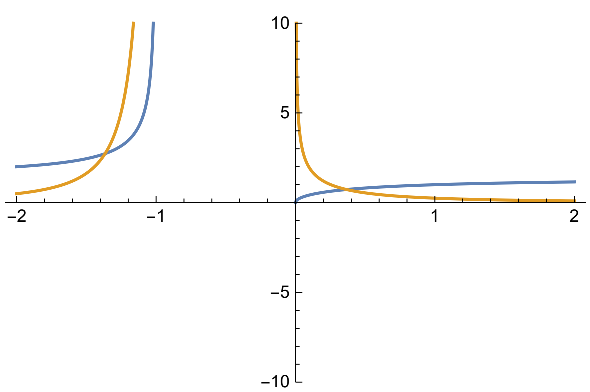
```
Plot[{f2[x], f2'[x]}, {x, -2, 2}, PlotRange → {-10, 10}]
```




```
f3'[x]
```

$$\frac{-\frac{x}{(1+x)^2}+\frac{1}{1+x}}{\sqrt{2}\sqrt{\frac{x}{1+x}}}$$

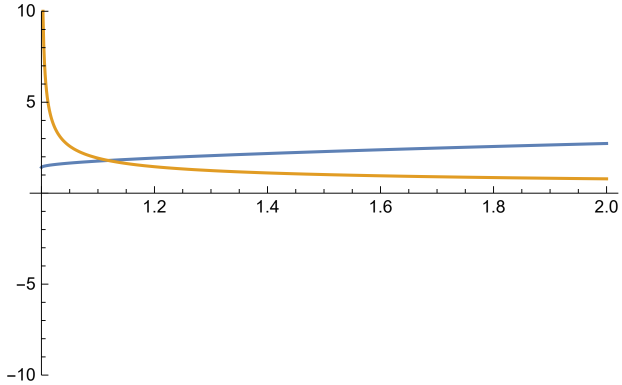
```
Plot[{f3[x], f3'[x]}, {x, -2, 2}, PlotRange → {-10, 10}]
```



```
f4'[x]
```

$$\frac{1}{2\sqrt{-1+x}}+\frac{1}{2\sqrt{1+x}}$$

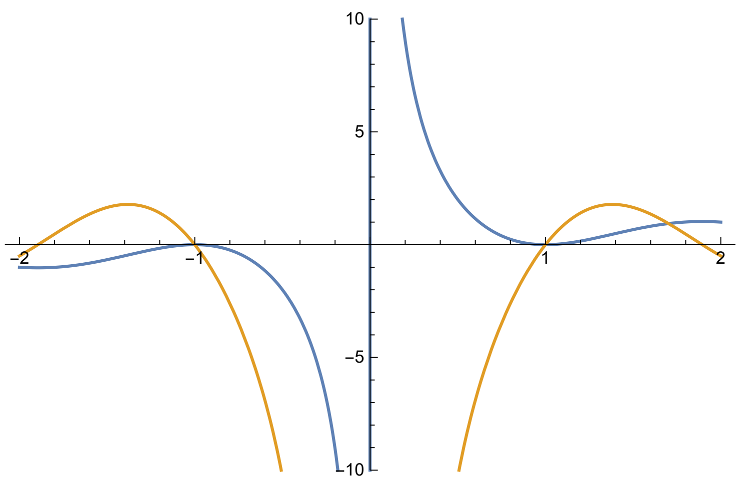
```
Plot[{f4[x], f4'[x]}, {x, -2, 2}, PlotRange → {-10, 10}]
```




```
f5'[x]
```

$$-\frac{1+\mathrm{Cos}[\pi x]}{x^2}-\frac{\pi\,\mathrm{Sin}[\pi x]}{x}$$

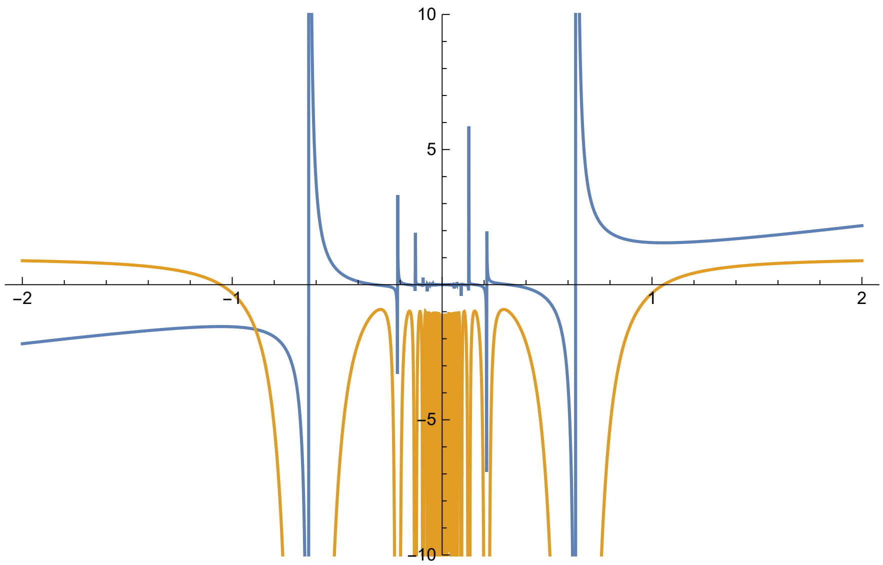
```
Plot[{f5[x], f5'[x]}, {x, -2, 2}, PlotRange → {-10, 10}]
```



```
f6'[x]
```

$$-\mathrm{Sec}\left[\frac{1}{x}\right]^2 + 2\,x\,\mathrm{Tan}\left[\frac{1}{x}\right]$$

```
Plot[{f6[x], f6'[x]}, {x, -2, 2}, PlotRange → {-10, 10}]
```



$$F_1(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{x^2+1}$$

$$F_1'(x) = \frac{\frac{d}{dx}(\sqrt{x}+1)(x^2+1) - \frac{d}{dx}(x^2+1)(\sqrt{x}+1)}{(x^2+1)^2} =$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(x^2+1) - (2x)(\sqrt{x}+1)}{(x^2+1)^2} = \frac{-2(\sqrt{x}+1)x}{(x^2+1)^2} + \frac{\frac{x^2+1}{2\sqrt{x}}}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{-2(\sqrt{x}+1)x}{(x^2+1)^2} + \frac{x^2+1}{2\sqrt{x}(x^2+1)^2}$$

$$F_2(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x}} = \frac{(x+1)^{1/2}}{x^{1/2}}$$

$$F_2'(x) = \frac{\frac{d}{dx}(x+1)^{1/2}(x^{1/2}) - \frac{d}{dx}(x^{1/2})(x+1)^{1/2}}{(x^{1/2})^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(x+1)^{-1/2}(1)(x^{1/2}) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(x+1)^{1/2}}{x} = \frac{\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x+1}}{2\sqrt{x}}}{x}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{x}{x+1}} - \sqrt{\frac{x+1}{x}}}{2x} \cdot \frac{\sqrt{\frac{x+1}{x}}}{\sqrt{\frac{x+1}{x}}} = \frac{\sqrt{\frac{x(x+1)}{(x+1)(x)}} - \sqrt{\frac{(x+1)^2}{x^2}}}{2x\sqrt{\frac{x+1}{x}}}$$

$$= \frac{1 - \frac{(x+1)}{x}}{2x\sqrt{\frac{x+1}{x}}} = \frac{\frac{1}{x} - \frac{(1+x)}{x}}{2\sqrt{\frac{1+x}{x}}}$$

$$F_3(x) = \sqrt{\frac{2x}{x+1}} = \frac{(2x)^{1/2}}{(x+1)^{1/2}}$$

$$F_3'(x) = \frac{\frac{d}{dx}(2x)^{1/2}(x+1)^{1/2} - \frac{d}{dx}(x+1)^{1/2}(2x)^{1/2}}{x+1}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x}} \cdot \frac{2}{1}(x+1)^{1/2} - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}}(2x)\right)^{1/2}}{x+1}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{2x}} - \frac{\sqrt{2x}}{2\sqrt{x+1}}}{x+1} = \frac{\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{2x}} - \frac{\sqrt{2x}}{2\sqrt{x+1}}}{x+1} \cdot \frac{\frac{\sqrt{2x}}{2\sqrt{x+1}}}{\frac{\sqrt{2x}}{2\sqrt{x+1}}} =$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2x}\sqrt{x+1}}{2\sqrt{x+1}\sqrt{2x}} - \frac{2x}{4(x+1)}}{\frac{\sqrt{2x}\,(x+1)}{2\sqrt{x+1}}} = \frac{\frac{1}{\cancel{2}} - \frac{x}{\cancel{2}(x+1)}}{\frac{\sqrt{2}\sqrt{x}\,(x+1)}{\cancel{2}\sqrt{x+1}}} = \frac{\frac{-x}{(1+x)} + \frac{1}{1}}{\sqrt{2}\sqrt{\frac{x(x+1)^2}{x+1}}}$$

$$= \frac{\frac{-x}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+x)}}{\sqrt{2}\sqrt{\frac{x}{x+1}}}$$

$$F_4(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$$

$$F_4'(x) = \frac{d}{dx}\left(\sqrt{x-1}\right) + \frac{d}{dx}\left(\sqrt{x+1}\right)$$

$$= \frac{d}{dx}(x-1)^{1/2} + \frac{d}{dx}(x+1)^{1/2}$$

$$= \frac{1}{2}(x-1)^{-1/2}(1) + \frac{1}{2}(x+1)^{-1/2}(1)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{-1+x}} + \frac{1}{2\sqrt{1+x}}$$

$$F_5(x) = \frac{\cos(\pi x) + 1}{x}$$

$$F_5'(x) = \frac{-\frac{d}{dx} x\left(\cos(\pi x)+1\right) + \frac{d}{dx}\left(\cos(\pi x)+1\right)(x)}{x^2}$$

$$= \frac{-(\cos \pi x + 1) + (-\pi \operatorname{Sen}(\pi x)(x))}{x^2}$$

$$= \frac{-(\cos \pi x + 1)}{x^2} + \frac{(-\pi \operatorname{Sen}(\pi x)(x))}{x^2}$$

$$= \frac{-(\cos \pi x + 1)}{x^2} - \frac{\pi \operatorname{Sen}(\pi x)}{x}$$

$$= -\frac{1 + \cos \pi x}{x^2} - \frac{\pi \operatorname{Sen}(\pi x)}{x}$$

$$F_4(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$$

$$F_4'(x) = \frac{d}{dx}\left(\sqrt{x-1}\right) + \frac{d}{dx}\left(\sqrt{x+1}\right)$$

$$= \frac{d}{dx}\left(x-1\right)^{1/2} + \frac{d}{dx}\left(x+1\right)^{1/2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(x-1\right)^{-1/2}(1) + \frac{1}{2}\left(x+1\right)^{-1/2}(1)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{-1+x}} + \frac{1}{2\sqrt{1+x}}$$

$$F_5(x) = \frac{\cos(\pi x) + 1}{x}$$

$$F_5'(x) = \frac{-\frac{d}{dx}x\left(\cos(\pi x)+1\right) + \frac{d}{dx}\left(\cos(\pi x)+1\right)(x)}{x^2}$$

$$= \frac{-(\cos \pi x + 1) + (-\pi \operatorname{Sen}(\pi x)(x))}{x^2}$$

$$= \frac{-(\cos \pi x + 1)}{x^2} + \frac{(-\pi \operatorname{Sen}(\pi x)(x))}{x^2}$$

$$= \frac{-(\cos \pi x + 1)}{x^2} - \frac{\pi \operatorname{Sen}(\pi x)}{x}$$

$$= -\frac{1 + \cos \pi x}{x^2} - \frac{\pi \operatorname{Sen}(\pi x)}{x}$$