

## Exemplos de aplicações de pilhas e filas

### Notação polonesa inversa:

Na notação tradicional de expressões matemáticas (notação infixa) o operador sempre aparece entre os seus dois operandos:

$$a + b$$

$$a - b * c$$

Já na notação pós-fixa, também conhecida como notação polonesa inversa, o operador é colocado após os seus dois operandos. Exemplos:

Notação tradicional	Notação polonesa inversa
$a-b$	$ab-$
$a-b*c$	$abc*-$
$(a-b)*c$	$ab-c*$
$a*(b+c)*(d-g)*h$	$abc+*dg-*h*$

Neste tipo de notação os parênteses são dispensados. A ordem das operações é dada pela ordem em que os operadores aparecem. Por exemplo:

$abc*-$

- O primeiro operador que aparece é o  $*$ , então multiplica-se  $b$  e  $c$ .
- O segundo operador que aparece é o  $-$ , então multiplica-se  $a$  e o resultado da op. anterior.

$abc+*dg-*h*$

- O primeiro operador que aparece é o  $+$ , então soma-se  $b$  e  $c$ .
- O segundo operador que aparece é o  $*$ , então multiplica-se  $a$  e o resultado da op. anterior.
- O terceiro operador que aparece é o  $-$ , é feita a op.  $d - g$ .
- O quarto operador que aparece é o  $*$ , então multiplica-se o resultado de  $abc+*$  e  $dg-$ .
- O último operador é o  $*$ , então o resultado anterior e multiplicado por  $h$ .

A notação polonesa ganhou destaque na década de 70, por sua adoção nas calculadoras HP.

Esse tipo de notação pode ser facilmente resolvido usando uma estrutura do tipo **pilha**. Considere a expressão:

$$5 + (1 + 2) * 4 - 3$$

que na notação polonesa inversa fica:

$$5\ 1\ 2\ +\ 4\ *\ +\ 3\ -$$

Percorrendo a expressão da esquerda para a direita: cada vez que aparece um número, empilhamos. Cada vez que aparece um operador, desempilhamos os dois últimos números, calculamos o resultado da operação e empilhamos o resultado:

Próximo	Operações necessárias	Pilha
5	empilha(5)	5
1	empilha(1)	5, 1
2	empilha(2)	5, 1, 2
+	desempilha(2) desempilha(1) soma(1, 2) empilha(3)	5, 3
4	empilha(4)	5, 3, 4
*	desempilha(4) desempilha(3) multiplica(3, 4) empilha(12)	5, 12
+	desempilha(12) desempilha(5) soma(5, 12) empilha(17)	17
3	empilha(3)	17, 3
-	desempilha(3) desempilha(17) subtrai(17, 3) empilha(14)	<b>14</b>

O item final da pilha é o resultado da expressão.

### Validação de expressões com parênteses, colchetes e chaves

Expressões matemáticas frequentemente contém parênteses (), colchetes [] e chaves {}. Para a expressão estar bem formada, todos os símbolos abertos tem que ser fechados.

Exemplos de combinações bem formadas:

(( )) [ ( ) ]

(( ( [ ] ) ( ) ) [ ] )

( { ( ) } [ ] )

Exemplos de combinações mal formadas:

([]]  
 ((([]))())[]  
 {()}(([]))

Esse tipo de problema também pode ser facilmente resolvido com auxílio de uma estrutura do tipo **pilha**. A idéia é simples:

Ex.: ((([]))())[])

Próximo	Operações necessárias	Pilha
(	empilha (	(
(	empilha (	((
(	empilha (	(( (
[	empilha [	(( ([
]	se o topo da pilha contém [ <b>desempilha [</b> se não para (a expressão é mal formada)	(( (
)	se o topo da pilha contém ( <b>desempilha (</b> se não para (a expressão é mal formada)	(( (
(	empilha (	(( (
)	se o topo da pilha contém ( <b>desempilha (</b> se não para (a expressão é mal formada)	(( (
)	se o topo da pilha contém ( <b>desempilha (</b> se não para (a expressão é mal formada)	((
[	empilha [	(( [
]	se o topo da pilha contém [ <b>desempilha [</b> se não para (a expressão é mal formada)	((
)	se o topo da pilha contém ( <b>desempilha (</b> se não	



Próximo	Operações necessárias	Filas
N 6	enfileira(N, 6)	N: 6 P:
N 7	enfileira(N, 7)	N: 6, 7 P:
N 8	enfileira (N, 8)	N: 6, 7, 8 P:
I 9	enfileira(P, 9)	N: 6, 7, 8 P: 9
I 85	enfileira(P, 85)	N: 6, 7, 8 P: 9, 85
G 23	enfileira(G, 23)	N: 6, 7, 8 P: 9, 85, 23
C	se P não está vazia: <b>desenfileira(P)</b> se não: desenfileira(N)	N: 6, 7, 8 P: 85, 23
C	se P não está vazia: <b>desenfileira(P)</b> se não: desenfileira(N)	N: 6, 7, 8 P: 23
C	se P não está vazia: <b>desenfileira(P)</b> se não: desenfileira(N)	N: 6, 7, 8 P:
C	se P não está vazia: desenfileira(P) se não: <b>desenfileira(N)</b>	N: 7, 8 P:
F	para	N: 7, 8 P: