Aprendizagem Automática

FICHA N. 1 ENUNCIADO

Nome: Ana Sofia Preto Oliveira
Número: A39275

1. Considere o conjunto de 7 vetores bi-dimensionais, divididos em duas classes $\Omega = \{\varpi_0, \varpi_1\}$, representados na matriz $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -6 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & -3 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$ (os 3 primeiros vetores do conjunto pertencem à classe ϖ_0).

   (a) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.
      i. O produto, $\Sigma_1\mu_0$, entre a matriz de covariância da classe ϖ_1 e o vetor de média da classe ϖ_0 é: $\mathbf{x} = [-10.75, -2.25]^\top$.
      ii. O produto, $\Sigma_1\mu_1$, entre a matriz de covariância da classe ϖ_1 e o vetor de média da classe ϖ_1 é: $\mathbf{x} = [6.38, -2.38]^\top$.
      iii. Todas as respostas anteriores.
      iv. Nenhuma das respostas anteriores.

   (b) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.
      i. Considere a matriz $\mathbf{X}_0$ de 2×3, composta pelos vetores da classe ϖ_0. O resultado do produto matricial $\mathbf{X}_0\mathbf{X}_0^\top$ é $\begin{bmatrix} 104.46 & 9.97 \\ 9.97 & 5.16 \end{bmatrix}$.
      ii. A matriz de covariância da classe ϖ_0 é: $\begin{bmatrix} 3.00 & -1.00 \\ -1.00 & 1.33 \end{bmatrix}$.
      iii. Todas as respostas anteriores.
      iv. Nenhuma das respostas anteriores.

   (c) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.
      i. O produto interno entre as médias das duas classes é: -12.75.
      ii. A norma da média da classe ϖ_1 é: 5.18.
      iii. Todas as respostas anteriores.
      iv. Nenhuma das respostas anteriores.

2. Considere um conjunto de N realizações de uma variável aleatória $\mathbf{x}$, bi-dimensional. Considere ainda que este conjunto está num `numpy` array `X` de dimensão $2 \times N$. Assuma que os seguintes comandos já foram executados:

```
import numpy as np
from scipy.linalg import sqrtm
```

   (a) Assuma que o conjunto de N realizações de $\mathbf{x}$ foi obtido com o seguinte comando: `X=np.random.randn(2,N)` onde `N` é um inteiro previamente definido (com $N >> 2$). Considere uma transformação linear deste conjunto de modo a que os dados transformados tenham uma distribuição gaussiana com média $\mu_\mathbf{y} = [4, -1]^\top$ e matriz de covariância $\Sigma_\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 23.28 & 33.49 \\ 33.49 & 62.31 \end{bmatrix}$. Os seguintes comandos geram os dados pretendidos (guardados em `Y`).

i.
```
Cy=np.array([[23.28,33.49],[33.49,62.31]])
A=sqrtm(Cy)
m=np.array([4, -1])
Y=np.dot(A,X)+m
```
ii.
```
A=np.array([[4.50,-1.74],[7.83,1.00]])
m=np.array([4, -1])
Y=np.dot(A,X)+m[:,np.newaxis]
```
iii. Todas as respostas anteriores.

iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(b) Estas instruções calculam a matriz de covariância dos dados (guardada em `Cx`)

i.
```
Cx=np.cov(X,rowvar=False)
```
ii.
```
Ctmp=np.mean(X**2,axis=1)
Ctmp=Ctmp[:,np.newaxis]
Cx=np.dot(Ctmp,Ctmp.T)
```
iii.
```
mx=np.mean(X,axis=1)
Xn=X-mx[:,np.newaxis]
Ctmp=np.dot(Xn,Xn.T)
Cx=Ctmp/(X.shape[1]-1)
```
iv.
```
mx=np.mean(X,axis=1)
Xn=X.T-mx[:,np.newaxis]
Ctmp=np.dot(Xn,Xn.T)
Cx=Ctmp/(X.shape[1]-1)
```

3. No ficheiro `A39275_Q003_data.p`, encontram-se um conjunto de dados bi-dimensionais divididos em 3 classes (índices de 0 a 2). Há duas variáveis num dicionário: a chave `trueClass` contém os índices das classes dos dados, enquanto a chave `dados` contém os dados bidimensionais. Verificam-se as seguintes condições no conjunto de dados disponibilizado:

(a) Considere que μ_i e Σ_i com $i = 0, \ldots, 2$ são os vetores de média e as matrizes de covariância das classes. Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. O determinante do produto matricial entre as matrizes de covariância das classes 1 e 2 é: 10.86.

ii. O vetor resultante do protudo $\Sigma_2\mu_2$, entre a matriz de covariância da classe 2 e o vetor de média da classe 2 é: $\begin{bmatrix} 7.41 \\ -3.51 \end{bmatrix}$.

iii. O produto interno entre as médias das classes 0 e 2 é: -9.20.

iv. O resultado do produto matricial $\mu_1^\top \Sigma_1 \mu_2$ é: 1.00.

(b) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. A média da classe 2 é: $\begin{bmatrix} 5.27 \\ -2.02 \end{bmatrix}$.

ii. A média da classe 0 é: $\begin{bmatrix} -6.13 \\ 3.31 \end{bmatrix}$.

iii. Todas as respostas anteriores.

iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(c) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. A probabilidade apriori da classe 1 é: 0.15.

ii. A matriz de covariância da classe 2 é: $\begin{bmatrix} 4.33 & 0.18 \\ 0.18 & 3.69 \end{bmatrix}$.

iii. Todas as respostas anteriores.

iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(d) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. A média dos dados é: $\begin{bmatrix} 0.43 \\ 2.52 \end{bmatrix}$.

ii. A matriz de covariância dos dados é: $\begin{bmatrix} 12.56 & 2.53 \\ 2.53 & 15.60 \end{bmatrix}$.

iii. Todas as respostas anteriores.

iv. Nenhuma das respostas anteriores.