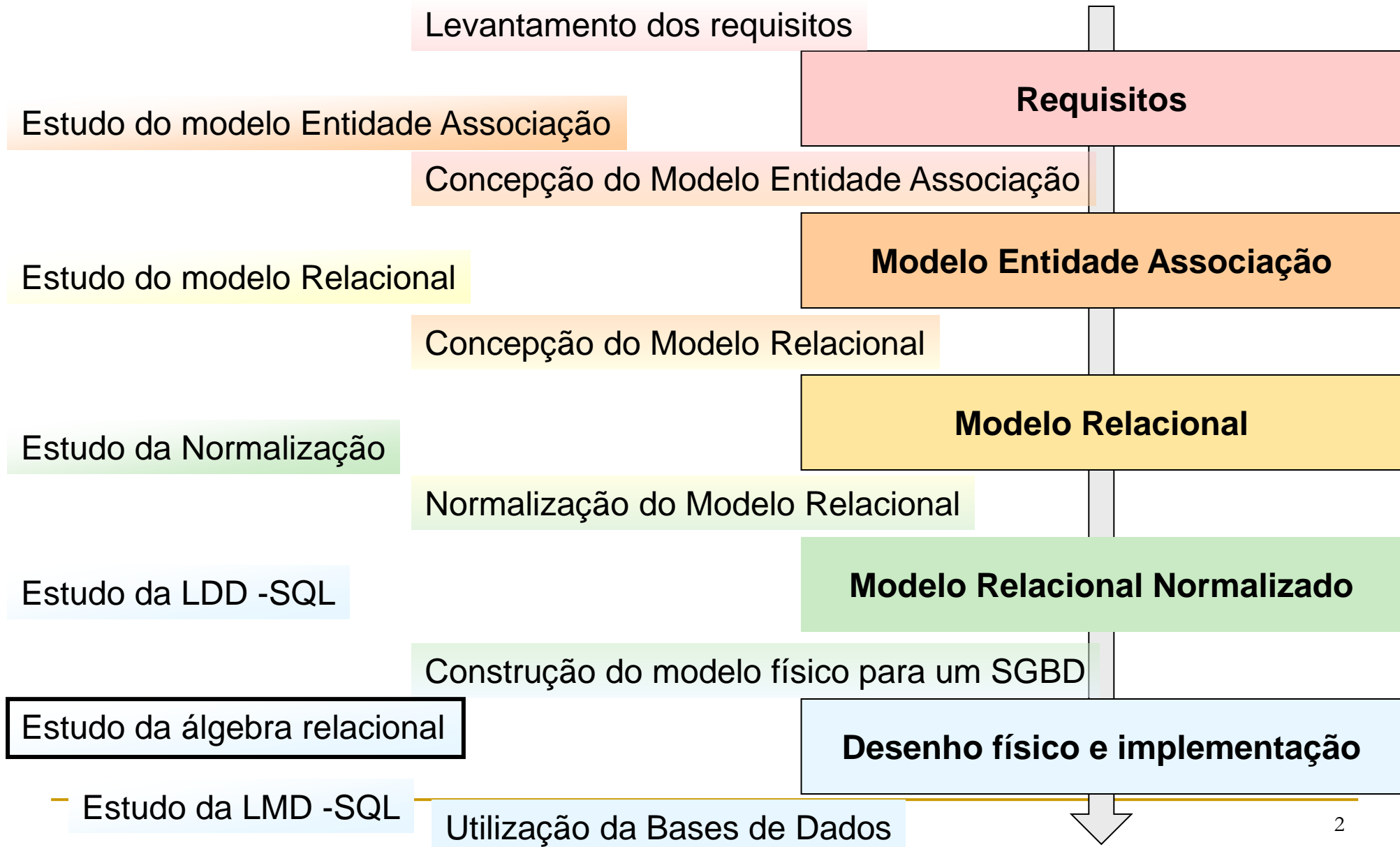


# 05 – Álgebra Relacional

Baseado nos slides dos professores Paulo Trigo e Porfírio Filipe  
Todas as alterações são da responsabilidade do professor António Teófilo

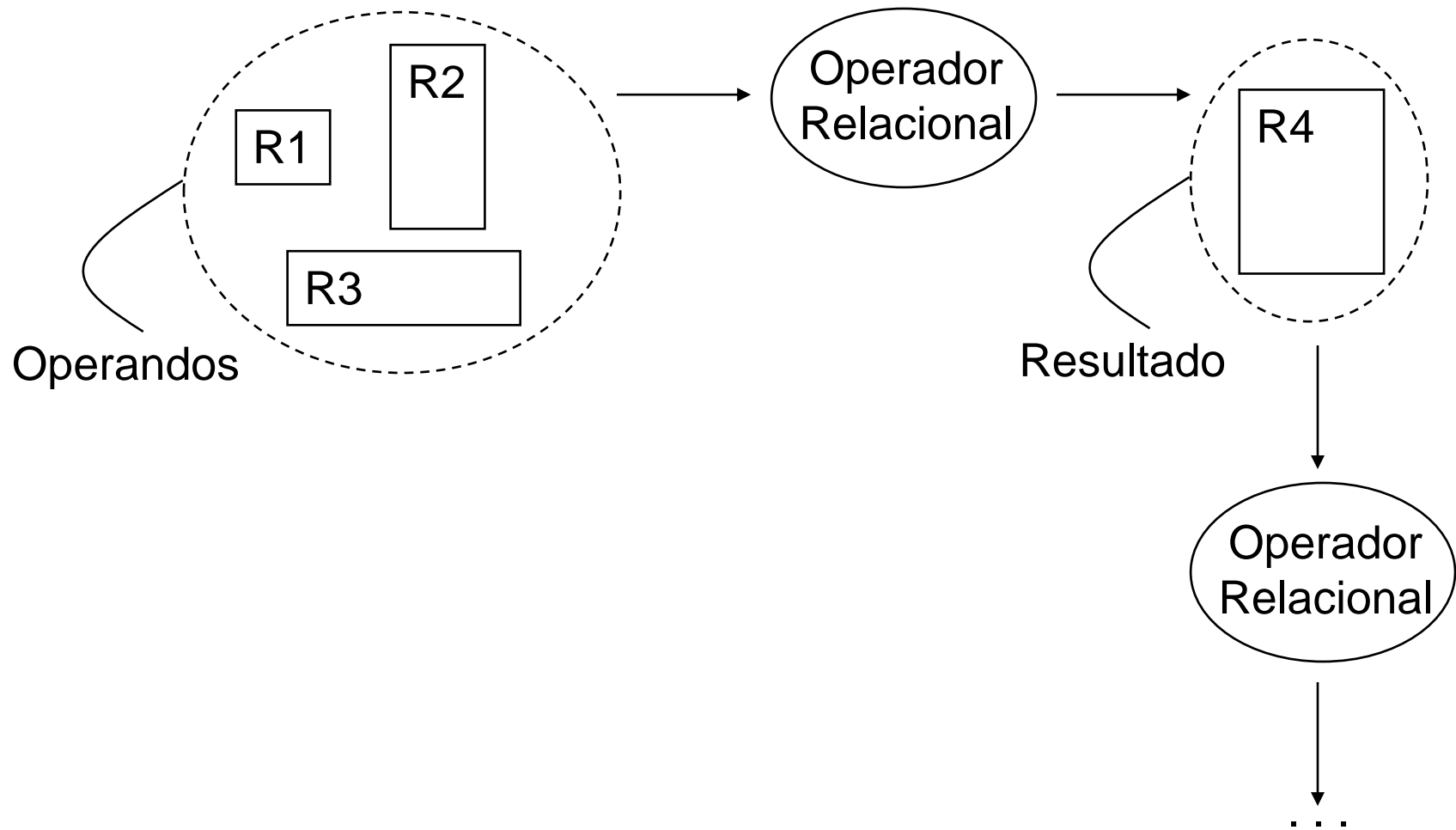
# Etapas do processo



# Álgebra Relacional

- Colecção de operações sobre Relações cujos resultados são também Relações.
- Cada operação inclui:
  - um conjunto de operandos
    - cada operando é uma Relação
  - um operador
    - o operador é designado por Operador Relacional
  - um resultado
    - o resultado é uma Relação
    - sendo uma Relação, o resultado poderá voltar a ser um operando numa nova operação

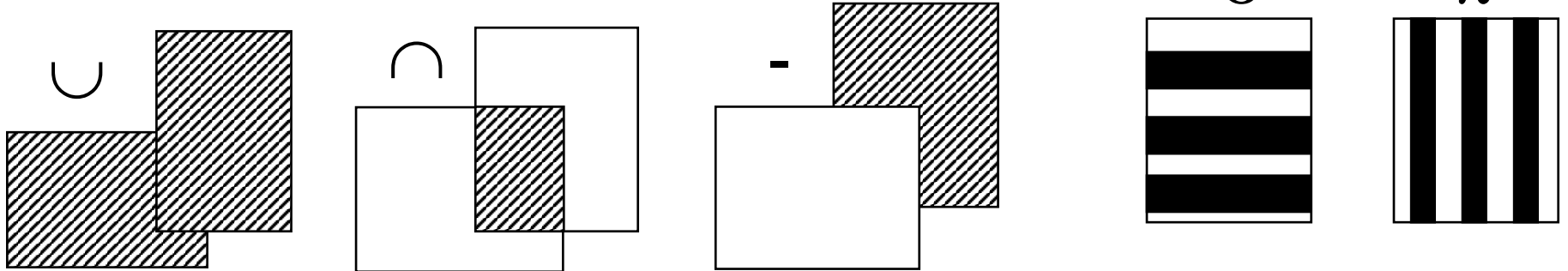
# Álgebra Relacional (Cont.)



# Operações Relacionais

- Existentes no formalismo matemático da teoria de conjuntos e aplicáveis pelo facto de uma Relação ser definida como um conjunto de tuplos:
    - União (operador  $\cup$ )
    - Intersecção (operador  $\cap$ )
    - Diferença (operador  $-$ )
    - Produto Cartesiano (operador  $\times$ )
  - Operações elaboradas especificamente para o modelo das bases de dados relacionais:
    - Selecção, ou Restrição (operador  $\sigma$ )
    - Projecção (operador  $\pi$ )
    - Junção (operador  $\bowtie$ )
    - Divisão (operador  $\div$ )
    - Agregação
- $\sigma$  - letra sigma  
 $\pi$  - letra PI

# Operações Relacionais – Guia visual



aa	bb	cc
----	----	----

 $\times$ 

111	222
-----	-----

 $=$ 

aa	111
aa	222
bb	111
bb	222
cc	111
cc	222

	A	B	C
r	t	u	
s	t	u	
z	t	u	
s	z	w	
w	z	w	

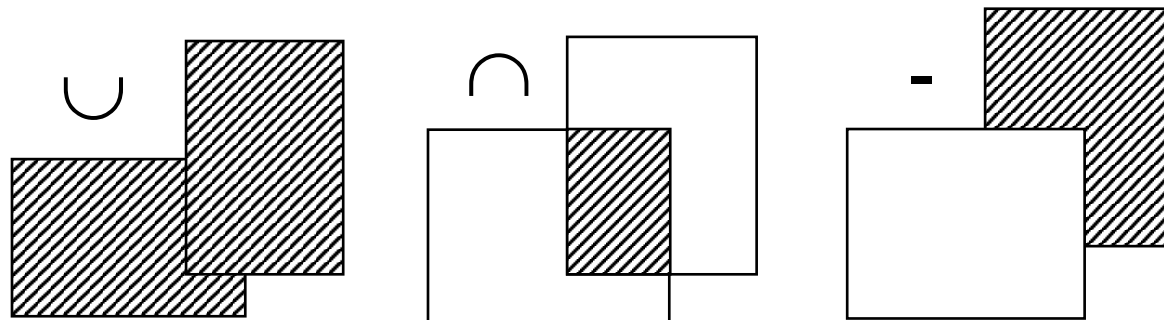
 $\div$ 

	B	C
z	w	
t	u	

 $=$ 

A
s

# União, Intersecção, Diferença, Produto cartesiano



# Exemplo: Alunos e Docentes

- Considerem-se os Esquemas de Relação:
  - ALUNO (numeroAluno, nomeAluno, dataNascimentoAluno)
  - DOCENTE (numeroDocente, nomeDocente, dataNascimentoDocente)
- E as Relações R1 e R2:

R1

<u>numeroAluno</u>	nomeAluno	dataNascimentoAluno
12345	António Silva	10-10-1967
54321	Isabel Sousa	10-10-1971
12321	Mário Gomes	10-10-1975

R2

<u>numeroDocente</u>	nomeDocente	dataNascimentoDocente
12345	António Silva	10-10-1967
11111	Joana Coutinho	10-10-1965

Cardinalidade = 2

Grau = 3



# União

- Sendo R e S duas Relações, o resultado da operação de União, denotado por  $R \cup S$ , é uma Relação que inclui:

- todos os tuplos que estão em R
- todos os tuplos que estão em S
- **(os tuplos duplicados não são considerados)**

- Formalmente,

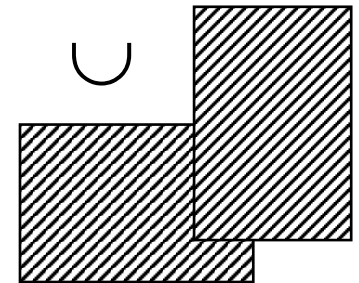
- $R \cup S = \{ t : t \in R \vee t \in S \}$

- Qual o conjunto de todos os alunos e docentes ?

- $R1 \cup R2$

- $R2 \cup R1$

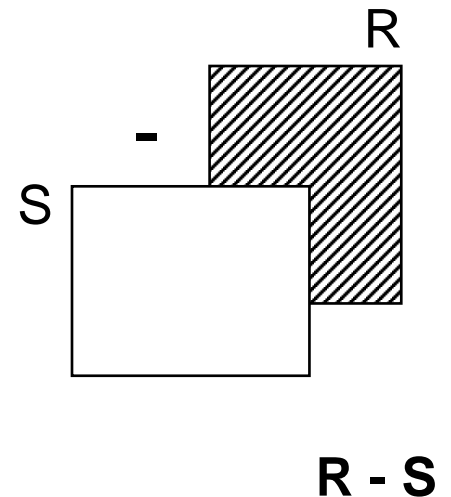
12345	António Silva	10-10-1967
54321	Isabel Sousa	10-10-1971
12321	Mário Gomes	10-10-1975
11111	Joana Coutinho	10-10-1965



- Notar que o tuplo  $\langle 12345, \text{'António Silva'}, 10-10-1967 \rangle$  aparece uma única vez

# Diferença

- Sendo R e S duas Relações, o resultado da operação de Diferença, denotado por  $R - S$ , é uma Relação que inclui:
  - todos os tuplos que estão em R mas que
  - não estão em S
- Formalmente,
  - $R - S = \{ t : t \in R \wedge t \notin S \}$
- Quais os alunos que não são docentes ?
  - $R1 - R2$



54321	Isabel Sousa	10-10-1971
12321	Mário Gomes	10-10-1975

R1

<u>numeroAluno</u>	nomeAluno	dataNascimentoAluno
12345	António Silva	10-10-1967
54321	Isabel Sousa	10-10-1971
12321	Mário Gomes	10-10-1975

R2

<u>numeroDocente</u>	nomeDocente	dataNascimentoDocente
12345	António Silva	10-10-1967
11111	Joana Coutinho	10-10-1965

■  $R - S = R - (R \cap S)$

# Características da operação de Diferença

- A operação de Diferença não é comutativa ou seja, pode acontecer:
  - $R - S \neq S - R$
- Quais os alunos que não são docentes ?
  - $R1 - R2$

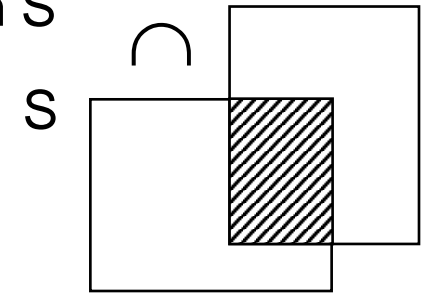
54321	Isabel Sousa	10-10-1971
12321	Mário Gomes	10-10-1975

- Quais os docentes que não são alunos ?
  - $R2 - R1$

11111	Joana Coutinho	10-10-1965
-------	----------------	------------

# Intersecção

- Sendo R e S duas Relações, o resultado da operação de Intersecção, denotado por  $R \cap S$ , é uma Relação que inclui:
  - todos os tuplos que estão simultaneamente em R e em S



- Formalmente,
  - $R \cap S = \{t : t \in R \wedge t \in S\}$
- A Intersecção entre R e S pode também ser obtida pela operação:
  - $(R - (R - S))$
- Quais os docentes que são também alunos ?
  - $R1 \cap R2$
  - $R2 \cap R1$
  - $R1 - (R1 - R2)$
  - $R2 - (R2 - R1)$

12345	António Silva	10-10-1967
-------	---------------	------------

# Operações de União, Diferença e Intersecção

- São operações binárias ou seja,
  - são aplicadas a duas Relações
- Os Atributos da Relação resultante da aplicação de uma destas operações devem ser identificados pelo seu índice de ordem no tuplo
- Estas operações só podem ser aplicada se os seus operandos (Relações) forem “Compatíveis em União”
- Duas Relações R e S são Compatíveis em União se:
  - tiverem o mesmo Grau (número de Atributos)
  - cada Atributo em R, deve ter o mesmo Domínio, que o atributo com o mesmo índice em S

# Produto Cartesiano

- Sendo R e S duas Relações, o resultado da operação de Produto Cartesiano, denotado por  $R \times S$ , é uma Relação que inclui:
  - todas as possíveis formas de combinar os tuplos das Relações R e S (por esta ordem)
- Formalmente,
  - $R \times S = \{ t1, t2 : t1 \in R \wedge t2 \in S \}$
- Se R tiver Grau Gr e S tiver Grau Gs,
  - $R \times S$  terá Grau  $Gr + Gs$
- Se R tiver Cardinalidade Cr e S tiver Cardinalidade Cs
  - $R \times S$  terá Cardinalidade  $Cr * Cs$

# Exemplo: Empregados e Categorias

- Considere-se os Esquemas de Relação:
  - EMPREGADO (numero, nome, departamento, categoria)
  - CATEGORIA (codigo, designacao, ordenado)
- E as Relações R1 e R2:

R1

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	2
30442	Isabel Sousa	Armazém	2
27710	Mário Gomes	Vendas	1

R2

codigo	designacao	ordenado
1	Estagiário	100
2	Técnico	140

- Pretende-se para cada empregado, a lista de todas as categorias
  - $R1 \times R2$

numero	nome	departamento	categoria	codigo	designacao	ordenado
31445	António Silva	Contabilidade	2	1	Estagiário	100
31445	António Silva	Contabilidade	2	2	Técnico	140
30442	Isabel Sousa	Armazém	2	1	Estagiário	100
30442	Isabel Sousa	Armazém	2	2	Técnico	140
27710	Mário Gomes	Vendas	1	1	Estagiário	100
27710	Mário Gomes	Vendas	1	2	Técnico	140

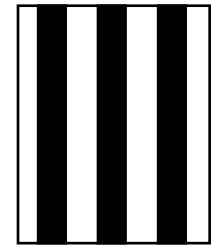
Seleccção

Projecção

$\sigma$



$\pi$





# Exemplo: Empregados

- Considere-se o Esquema de Relação:
  - EMPREGADO (numero, nome, departamento, categoria)
- E a Relação R1:

R1

<u>numero</u>	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	5
30442	Isabel Sousa	Armazém	4
27710	Mário Gomes	Vendas	3
35561	João Lopes	Armazém	4
27734	Pedro Nunes	Publicidade	1

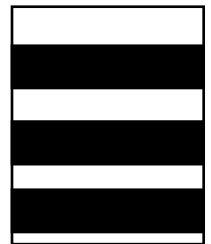
# Identificação de cada Atributo da Relação

- Formalmente, quando se aplica um operador, os nomes dos Atributos das Relações operando não são tidos em conta
  - cada Atributo identifica-se pelo seu índice de ordem no tuplo da Relação a que pertence
- Na prática, e para simplificar a legibilidade adopta-se por vezes identificar cada Atributo pelo seu nome
- Quando existir hipótese de ambiguidade, iremos identificar cada Atributo pelo seu índice no tuplo da Relação a que pertence,
  - escrevendo, se necessário, o índice entre os parêntesis rectos
- A categoria do empregado na relação R1 pode ser identificado por:
  - categoria
  - 4
  - [4]

# Seleccção ou Restrição

- Operação de Seleccção, também designada por Restrição ( $\sigma$ )
  - escolhe o subconjunto de tuplos (linhas) que verificam determinada condição
- Sendo R uma Relação, a operação de Seleccção tem o formato geral:
  - $\sigma_{\langle \text{CONDIÇÃO BOOLEANA} \rangle} (R)$
- Quais os empregados com categoria superior a 3 ?
  - $\sigma_{\text{categoria} > 3} (R1)$

$\sigma$



R1

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	5
30442	Isabel Sousa	Armazém	4
35561	João Lopes	Armazém	4

_umero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	5
30442	Isabel Sousa	Armazém	4
27710	Mário Gomes	Vendas	3
35561	João Lopes	Armazém	4
27734	Pedro Nunes	Publicidade	1

$\sigma$  - Letra Sigma

# Seleccção ou Restrição (Cont.)

- Cada <CONDIÇÃO BOOLEANA> consiste numa sequência de cláusulas da forma:
  - <Atributo>  $\theta$  <Valor Constante pertencente ao Domínio>
  - <Atributo>  $\theta$  <Atributo>
- As diversas cláusulas podem ser ligadas pelos operadores lógicos:
  - $\wedge$  (AND),  $\vee$  (OR),  $\neg$  (NOT)
- O operador  $\theta$  pode ser:
  - $=, <, \leq, >, \geq, \neq$
- Quais os empregados do departamento 'Contabilidade' com categoria superior a 4 ?
  - $\sigma_{\text{departamento} = \text{'Contabilidade'} \wedge \text{categoria} > 4}$  (R1)

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	5

$\theta$  - letra teta

# Características da operação de Selecção

- A operação de Selecção é unária ou seja,
  - é aplicado a uma única Relação
- O Grau da Relação resultante de uma operação de Selecção é o mesmo que o da Relação à qual a operação foi aplicada (operando)
- Uma sequência de operações  $\sigma$  pode-se transformar numa única, através de condições de conjunção ( $\wedge$ )
  - $\sigma_{\langle \text{cond1} \rangle} (\sigma_{\langle \text{cond2} \rangle} (\dots (\sigma_{\langle \text{condn} \rangle} (R)) \dots)) = \sigma_{\langle \text{cond1} \rangle \wedge \langle \text{cond2} \rangle \wedge \dots \wedge \langle \text{condn} \rangle} (R)$
- A composição de operações de Selecção é comutativa ou seja,
  - uma sequência de operações  $\sigma$  pode ser aplicada em qualquer ordem
  - $\sigma_{\langle \text{cond1} \rangle} (\sigma_{\langle \text{cond2} \rangle} (R)) = \sigma_{\langle \text{cond2} \rangle} (\sigma_{\langle \text{cond1} \rangle} (R))$

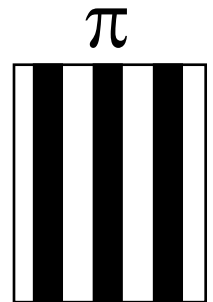
# Projecção

**R1**

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	5
30442	Isabel Sousa	Armazém	4
27710	Mário Gomes	Vendas	3
35561	João Lopes	Armazém	4
27734	Pedro Nunes	Publicidade	1

- Operação de Projeção ( $\pi$ )
  - escolhe determinado subconjunto de atributos (colunas)
- Sendo R uma Relação a operação de Projeção tem o formato geral:
  - $\pi_{\langle \text{LISTA DE ATRIBUTOS} \rangle} (R)$
- Quais os departamentos e categorias existentes ?
  - $\pi_{\text{departamento, categoria}} (R1)$

departamento	categoria
Contabilidade	5
Armazém	4
Vendas	3
Publicidade	1



- Notar que o tuplo <Armazém, 4> aparece uma única vez

# Características da operação de Projectão

- Quando aplicando uma operação de Projectão existirem dois ou mais tuplos iguais, apenas um é considerado na Relação Resultante
  - isto é conhecido como “Eliminação de Duplicados”
  - garante que o resultado é uma Relação - conjunto de tuplos.
- No caso da lista de atributos conter a Chave da Relação, então
  - a Relação Resultante terá o mesmo número de tuplos que a Relação à qual a operação foi aplicada (operando)
- No caso de <lista2> conter os Atributos de <lista1>, então
  - $\pi_{\langle \text{lista1} \rangle} ( \pi_{\langle \text{lista2} \rangle} ( R ) ) = \pi_{\langle \text{lista1} \rangle} ( R )$
- No caso de <lista2> não conter os Atributos de <lista1>, então
  - $\pi_{\langle \text{lista1} \rangle} ( \pi_{\langle \text{lista2} \rangle} ( R ) )$ , está INCORRECTO

# Sequência de operações

- Para aplicar diversas operações:
  - ❑ escrever as operações como uma única expressão
  - ❑ aplicar uma operação de cada vez, criando resultados intermédios
- Qual o número e nome dos empregados do departamento 'Armazém' ?
  - ❑  $\pi_{\text{numero, nome}} ( \sigma_{\text{departamento} = \text{'Armazém'}} ( R1 ) )$
  - ❑ ou
  - ❑  $R2 \leftarrow \sigma_{\text{departamento} = \text{'Armazém'}} ( R1 )$
  - ❑  $\pi_{\text{numero, nome}} ( R2 )$

numero	nome
30442	Isabel Sousa
35561	João Lopes



# Exercícios

- Tendo o esquema de relação Empregados e a relação R1 em consideração, pretende-se obter a expressão e o resultado de:
  - a) Quais os números dos empregados do departamento de Vendas, que têm a categoria 3.
  - b) Quais os departamentos que têm algum empregado com categoria 5.
  - c) Quais as categorias dos empregados do departamento de Armazém.
  - d) Quais são os departamentos que não têm empregados com a categoria 5

**R1**

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	5
30442	Isabel Sousa	Armazém	4
27710	Mário Gomes	Vendas	3
35561	João Lopes	Armazém	4
27734	Pedro Nunes	Publicidade	1
26483	Jorge Rodrigues	Contabilidade	3

# Exercícios

- Tendo o esquema de relação Empregados e a relação R1 em consideração,
- Escreva o significado e o resultado das seguintes expressões:
  - a)  $\pi_{\text{numero, nome}} ( \sigma_{\text{departamento} \neq \text{'Armazém'} \wedge \text{categoria} > 3} ( R1 ) )$
  - b)  $\pi_{\text{categoria}} ( \sigma_{\text{departamento} = \text{'Armazém'}} ( R1 ) )$
  - c)  $\pi_{\text{nome}} ( \sigma_{\text{categoria} < 5} ( \sigma_{\neg (\text{departamento} = \text{'Armazém'})} ( R1 ) ) )$

**R1**

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	5
30442	Isabel Sousa	Armazém	4
27710	Mário Gomes	Vendas	3
35561	João Lopes	Amazém	4
27734	Pedro Nunes	Publicidade	1
26483	Jorge Rodrigues	Contabilidade	3

# Junção e suas variantes

## Divisão

---

Junção teta

Equijoin

Junção natural

Semi-junção

Junção externa (à direita) (à esquerda)

# Exemplo: Empregados e Categorias

- Considerem-se os Esquemas de Relação:
  - EMPREGADO (numero, nome, departamento, categoria)
  - CATEGORIA (codigo, designacao, ordenado)
- E as Relações R1 e R2:

**R1**

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	2
30442	Isabel Sousa	Armazém	2
27710	Mário Gomes	Vendas	1

**R2**

codigo	designacao	ordenado
1	Estagiário	100
2	Técnico	140

# Produto Cartesiano e Selecção

- A aplicação de uma operação de Selecção à Relação resultante do Produto Cartesiano tem um grande interesse prático
- Pretende-se para cada empregado, conhecer tudo sobre a sua categoria

□  $\sigma_{\text{categoria} = \text{codigo}} (R1 \times R2)$

numero	nome	departamento	categoria	codigo	designacao	ordenado
31445	António Silva	Contabilidade	2	2	Técnico	140
30442	Isabel Sousa	Armazém	2	2	Técnico	140
27710	Mário Gomes	Vendas	1	1	Estagiário	100

- O interesse da aplicação da operação de Selecção sobre a Relação resultante de um Produto Cartesiano,

□ levou à definição da operação de Junção (*Join*)

R1

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	2
30442	Isabel Sousa	Armazém	2
27710	Mário Gomes	Vendas	1

R2

codigo	designacao	ordenado
1	Estagiário	100
2	Técnico	140

# Projectão sobre o produto cartesiano

R1

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	2
30442	Isabel Sousa	Armazém	2
27710	Mário Gomes	Vendas	1

R2

codigo	designacao	ordenado
1	Estagiário	100
2	Técnico	140

□  $R1 \times R2$

numero	nome	departamento	categoria	codigo	designacao	ordenado
31445	António Silva	Contabilidade	2	1	Estagiário	100
31445	António Silva	Contabilidade	2	2	Técnico	140
30442	Isabel Sousa	Armazém	2	1	Estagiário	100
30442	Isabel Sousa	Armazém	2	2	Técnico	140
27710	Mário Gomes	Vendas	1	1	Estagiário	100
27710	Mário Gomes	Vendas	1	2	Técnico	140

□  $\sigma_{\text{categoria} = \text{codigo}} (R1 \times R2)$

numero	nome	departamento	categoria	codigo	designacao	ordenado
31445	António Silva	Contabilidade	2	1	Estagiário	100
31445	António Silva	Contabilidade	2	2	Técnico	140
30442	Isabel Sousa	Armazém	2	1	Estagiário	100
30442	Isabel Sousa	Armazém	2	2	Técnico	140
27710	Mário Gomes	Vendas	1	1	Estagiário	100
27710	Mário Gomes	Vendas	1	2	Técnico	140

- Sendo R e S duas Relações, a operação de Junção (*Join*) tem o formato geral:
  - $R \bowtie \langle \text{CONDIÇÃO JUNÇÃO} \rangle S$
- A  $\langle \text{CONDIÇÃO JUNÇÃO} \rangle$  tem o formato geral:
  - $\langle \text{CONDIÇÃO} \rangle \wedge \langle \text{CONDIÇÃO} \rangle \wedge \dots \wedge \langle \text{CONDIÇÃO} \rangle$
- A  $\langle \text{CONDIÇÃO} \rangle$  tem o formato geral:
  - $I \theta J$  onde
    - I é o i-ésimo Atributo de R
    - J é o j-ésimo Atributo de S
    - I e J têm o mesmo Domínio
    - $\theta$  é um dos operadores de comparação  $\{ =, <, \leq, >, \geq, \neq \}$
- A operação de Junção com este formato geral é designada por “Junção Teta”

# Junção (Cont.)

- A Junção entre as Relações R e S, é dada pela Selecção:
  - $R \bowtie_{I \theta J} S = \sigma_{A_I \theta A_{(N+J)}} (R \times S)$ ,
  - onde N é o Grau de R
- Os tuplos cujos valores dos Atributos da Junção forem NULL,
  - não pertencem à Relação resultante
- Exemplo,
  - $R1 \bowtie_{4 > 1} R2$

numero	nome	departamento	categoria	codigo	designacao	ordenado
31445	António Silva	Contabilidade	2	1	Estagiário	100
30442	Isabel Sousa	Armazém	2	1	Estagiário	100

- Nas condições de Junção mais comuns, o operador  $\theta$  é a igualdade,
  - nesses caso temos a operação designada por *Equijoin*



# Junção Natural

- Considerem-se os Esquemas de Relação:
  - ALUNO (numeroAluno, nome, numeroMatricula)
  - AUTOMOVEI (numeroMatricula, modelo, cor)
- Qual o automóvel de cada aluno ?
  - $ALUNO \bowtie_{3=1} AUTOMOVEI$
- Neste exemplo,
  - o Atributo onde se especifica a condição de Junção tem o mesmo nome em ambos os Esquemas de Relação
- Quando num *Equijoin* são indicados Atributos com o mesmo tipo e nome,
  - basta indicar qual o nome do atributo em causa
  - $ALUNO \bowtie_{\text{numeroMatricula}} AUTOMOVEI$
- Esta Junção designa-se por “Junção Natural”

# Junção Natural (Cont.)

- Sendo R e S duas Relações contendo um mesmo sub-conjunto de Atributos X, designa-se por Junção Natural à Relação que,
  - contem todos os Atributos de R e de S que possuem os mesmo valores nos Atributos X, ou seja é o conjunto,
  - $\{ \langle t1.A1, \dots, t2.B1, \dots, t1.X \rangle : t1 \in R \wedge t2 \in S \wedge t1.X = t2.X \}$
- A Junção Natural entre as Relações R e S, sobre o conjunto de Atributos X, é dada pela Selecção:
  - $R \bowtie_X S = \pi_{i1, i2, \dots, im} ( \sigma_{R.A1=S.A1 \wedge \dots \wedge R.Ak=S.Ak} ( R \times S ) ),$
  - onde  $i1, \dots, im$  são todos os Atributos de  $R \times S$  por ordem,
    - exceptuando os Atributos  $S.A1, \dots, S.Ak$  (Atributos de X em S) \*
- Omitir a indicação explícita de qual o conjunto X, ou seja escrever
  - $R \bowtie S$
  - assume que serão considerados todos os Atributos que em R e S, tenham o mesmo tipo e nome

\* elimina atributos duplicados

# Junção Natural - exemplo

**ALUNO**

numeroAluno	nome	numeroMatricula
12345	Miguel Sousa	12-34-EE
67890	Isabel Rocha	34-56-XG
22222	Mário Mendes	22-22-BB

**AUTOMOVEL**

numeroMatricula	modelo	cor
12-34-EE	Toyota	Azul
22-22-BB	Ford	Cinzento

**Aluno ⋈ Automovel**

**Resultado**

numeroAluno	nome	numeroMatricula	modelo	cor
12345	Miguel Sousa	12-34-EE	Toyota	Azul
22222	Mário Mendes	22-22-BB	Ford	Cinzento

# Semi - Junção

- Sendo R e S duas Relações, a operação de **Semi - Junção (Semijoin)**, resulta da **Projecção sobre todos os Atributos de R** do resultado da Junção Natural entre R e S ou seja,
  - $R \bowtie_X S = \pi_{R.A1, \dots, R.An} (R \bowtie_X S)$

**ALUNO**

numeroAluno	nome	numeroMatricula
12345	Miguel Sousa	12-34-EE
67890	Isabel Rocha	NULL
22222	Mário Mendes	22-22-BB

**AUTOMOVEL**

numeroMatricula	modelo	cor
12-34-EE	Toyota	Azul
22-22-BB	For	Cinzento

- Quais os alunos que têm pelo menos um automóvel ?
  - $ALUNO \bowtie_{\text{numeroMatricula}} AUTOMOVEL$

**Resultado**

numeroAluno	nome	numeroMatricula
12345	Miguel Sousa	12-34-EE
22222	Mário Mendes	22-22-BB

Neste caso a chave estrangeira numeroMatricula permite NULL

# Junção Externa

- Nas operações de Junção (*Join*) já apresentadas, os tuplos de uma Relação que não têm “tuplos associados” na outra Relação (valores iguais nos atributos de *Join*) não pertencem à Relação resultado.
- De modo a manter todos os tuplos na Relação resultado foi definida a operação de Junção Externa (*Outer Join*)
- Sendo R e S duas Relações, a operação de Junção Externa (*Outer Join*), resulta de se,
  - adicionar à Junção os tuplos de R e S que não estão contidos nela,
  - completando-os com valores NULL para os atributos não existentes
- A Relação Externa entre R e S representa-se por,
  - $R \bowtie_{\theta} S$

# Junção Externa (Cont.)

- Considerem-se as seguintes Relações:

R1

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	3
30442	Isabel Sousa	Armazém	3
27710	Mário Gomes	Vendas	2

R2

codigo	designacao	ordenado
1	Estagiário	100
2	Técnico	140
3	Coordenador	250

- Quais os empregados e categorias existentes e para cada empregado quais as categorias superiores à sua ?

□ R1 ⋈<sub>4 < 1</sub> R2

numero	nome	departamento	categoria	codigo	designacao	ordenado
31445	António Silva	Contabilidade	3	NULL	NULL	NULL
30442	Isabel Sousa	Armazém	3	NULL	NULL	NULL
27710	Mário Gomes	Vendas	2	3	Coordenador	250
NULL	NULL	NULL	NULL	1	Estagiário	100
NULL	NULL	NULL	NULL	2	Técnico	140

# Junção Externa à Esquerda e à Direita

- A operação de Junção Externa à Esquerda (*Left Outer Join*) entre as Relações R e S mantém todos os tuplos da Relação escrita à esquerda do operador,
  - $R \bowtie_{\theta} S$
- A operação de Junção Externa à Direita (*Right Outer Join*) entre as Relações R e S mantém todos os tuplos da Relação escrita à direita do operador,
  - $R \bowtie_{\theta} S$

# Junção Externa à Esquerda e à Direita (Cont.)

- Considerem-se as seguintes Relações:

R1

numero	nome	departamento	categoria
31445	António Silva	Contabilidade	2
30442	Isabel Sousa	Armazém	2
27710	Mário Gomes	Vendas	1
32657	Júlio Simões	Publicidade	NULL

R2

codigo	designacao	ordenado
1	Estagiário	100
2	Técnico	140
3	Coordenador	250
4	Gestor	340

- Pretende-se uma lista de todas as categorias existentes e para cada categoria os empregados dessa categoria.

□ R1  R2

numero	nome	departamento	categoria	codigo	designacao	ordenado
31445	António Silva	Contabilidade	2	2	Técnico	140
30442	Isabel Sousa	Armazém	2	2	Técnico	140
27710	Mário Gomes	Vendas	1	1	Estagiário	100
NULL	NULL	NULL	NULL	3	Coordenador	250
NULL	NULL	NULL	NULL	4	Gestor	340



# Divisão

- A operação de Divisão de uma relação R por uma relação S produz a Relação quociente Q,
  - $R \div S$
- R e S têm que ser Compatíveis em Divisão:
  - se X é o conjunto de atributos de R e Y o conjunto de atributos de S então, R e S são Compatíveis em Divisão se  $X \supseteq Y$
- A Relação quociente Q (resultado da operação  $R \div S$ ),
  - os atributos que vão ser examinados são os que pertencem simultaneamente às duas relações, R e S
  - são procurados os conjuntos de tuplos em R onde os valores dos atributos comuns são iguais a todos os que aparecem em S
  - o quociente será, desses tuplos, os valores dos atributos de R que não fazem parte de S

A B C			B C		A
r	t	u	z	w	s
s	t	u		u	
z	t	u			
s	z	w			
w	z	w			

÷

z	w
t	u

=

s
---

# Divisão (Cont.)

- Considerem-se as seguintes Relações:

**FORNECEDOR\_PRODUTO**

numeroFornecedor	codigoProduto
1	Arroz
2	Arroz
2	Café
3	Café

**PRODUTO**

codigoProduto
Arroz
Café

- Qual o produtor que fornece todos os produtos ?
  - $\text{FORNECEDOR\_PRODUTO} \div \text{PRODUTO}$

numeroFornecedor
2

# Divisão (Cont. 1)

- Formalmente, sendo  $R(A_1, \dots, A_p, A_{p+1}, \dots, A_n)$  e  $S(A_{p+1}, \dots, A_n)$  duas Relações, designa-se por Divisão de R por S à Relação
  - $Q(A_1, \dots, A_p)$  tal que,
  - o tuplo que resulta da concatenação de qualquer tuplo de Q com qualquer tuplo de S, dá um tuplo existente em R

# Agregação

# Agregação – apresentação do conceito

- A operação de agregação junta várias linhas numa só, e que executa uma determinada função de agregação ao conjunto de linhas agregadas
- Exemplo:
  - Na relação seguinte pretende-se saber o total de salários de cada departamento

**R1**

numero	nome	departamento	salario
31445	António Silva	Contabilidade	130
30442	Isabel Sousa	Armazém	240
27710	Mário Gomes	Vendas	240
27720	Maria Mendes	Vendas	300
27730	João Pereira	Vendas	130

- Cada conjunto de tuplos de cada departamento será agregado num só tuplo, que contém o nome do departamento e o somatório da coluna de salário do respectivo departamento.

departamento	salario
Contabilidade	130
Armazém	240
Vendas	670

De notar que as restantes colunas não podem figurar no resultado pois poderiam apresentar valores diferentes nos vários tuplos e não havendo uma função de agregação para tal situação esses valores não poderiam ser agregados

# Exemplo de agregação

R1

numero	nome	departamento	salario
31445	António Silva	Contabilidade	130
30442	Isabel Sousa	Armazém	240
27710	Mário Gomes	Vendas	240
27720	Maria Mendes	Vendas	300
27730	João Pereira	Vendas	130
31023	Luís Mendes	Contabilidade	150
32645	Jorge Pimenta	Armazém	230

31445	António Silva	Contabilidade	130
31023	Luís Mendes	Contabilidade	150

Departamento	Sum salario
Contabilidade	280

30442	Isabel Sousa	Armazém	240
32645	Jorge Pimenta	Armazém	230

Departamento	Sum salario
Armazém	270

27710	Mário Gomes	Vendas	240
27720	Maria Mendes	Vendas	300
27730	João Pereira	Vendas	130

Departamento	Sum salario
Vendas	670

Agregação por departamento com somatório de salários

Todos os tuplos com o mesmo valor de Departamento são agregados numa mesma linha, que só poderá conter os atributos de agrupamento (Departamento) e colunas resultantes de agregações (sum(salario))

Resultado

departamento	salario
Contabilidade	280
Armazém	270
Vendas	670

# Agregação – operador de agregação

- O operador de agregação deve indicar:
  - Atributos para agrupamento
    - Indicação de que colunas devem ser consideradas na agregação
    - Estipula qual o critério de agregação, ou seja, de junção dos tuplos
  - Funções de agregação
    - Lista de pares de: <função de agregação> <argumento>
    - Estipula quais as funções que se quer aplicar aos tuplos agregados, de modo a produzir resultados (também agregados) por conjunto de tuplos agregados
  - Da aplicação desse operador resultará um esquema de relação com os atributos para agrupamento e com uma coluna por cada função de agregação indicada
- Definição do operador de agregação
  - Símbolo:  $\mathfrak{F}$  (script F)
  - Sendo R uma Relação,  $\mathfrak{F}$  tem o formato geral:
    - <ATRIBUTOS PARA AGRUPAMENTO>  $\mathfrak{F}$  <FUNÇÕES DE AGREGAÇÃO> ( R )

# Funções de Agregação

- Função de Agregação – função que agrega valores de vários tuplos num só valor
  - **COUNT \***: contagem do nº de tuplos agregados
  - **COUNT idColuna**: contagem do nº de tuplos agregados com valores diferentes de NULL na coluna
  - **SUM idColuna**: somatório dos valores da coluna
  - **AVG idColuna**: média dos valores da coluna
  - **MAX idColuna**: valor máximo dos valores da coluna
  - **MIN idColuna**: valor mínimo dos valores da coluna
- Aplicações:
  - O exemplo do total de salários de cada departamento ficaria:
    - departamento  $\Sigma$  sum salario ( R1 )
  - O total de salários (de todos os departamento)
    - $\Sigma$  sum salario ( R1 )

departamento	sum salario
Contabilidade	130
Armazém	240
Vendas	670

Sum salario
1040



# Agregação – Exercícios

Considerando R2:

- Qual o valor máximo e o mínimo de salários do departamento de Vendas ?

- $\sigma_{\text{departamento} = \text{"Vendas"}} ( \text{departamento } \bowtie \text{ MAX salario, MIN salario } ( \mathbf{R2} ) )$ , ou melhor ainda
- $\text{departamento } \bowtie \text{ MAX salario, MIN salario } ( \sigma_{\text{departamento} = \text{"Vendas"}} ( \mathbf{R2} ) )$

departamento	Max salario	Min salario
Vendas	300	130

- indique para cada departamento e para cada função qual o número de funcionários e salário médio deles.

- $\text{departamento, funcao } \bowtie \text{ COUNT *, AVG salario } ( \mathbf{R2} )$

departamento	funcao	Count *	Avg salario
Produção	Estagiário	1	130
Produção	Operacional	3	260
Produção	Director	1	350
Vendas	Estagiário	2	135
Vendas	Operacional	2	255
Vendas	Director	1	300

numero	nome	departamento	salario	funcao
31445	António Silva	Produção	130	Estagiário
30442	Isabel Sousa	Produção	240	Operacional
27710	Mário Gomes	Vendas	240	Operacional
27720	Maria Mendes	Vendas	300	Director
27730	João Pereira	Vendas	130	Estagiário
26345	Manuel Oliveira	Produção	350	Director
32541	Ana Isidro	Produção	290	Operacional
34472	Marta Cunha	Vendas	140	Estagiário
33121	José Matos	Produção	250	Operacional
30126	Jorge Pinto	Vendas	270	Operacional

# Exercícios

# Exercício 1 (Esquemas de relação)

- Considere os seguintes Esquemas de Relação e respectivas Relações:

- EMPRESA (numeroContribuinte, nome)
- FILIAL (numeroContribuinte, codigo, localidade)
  - FK: {numeroContribuinte} → EMPRESA
- EMPREGADO (numeroEmpregado, nome, numeroContribuinte, codigo)
  - FK: {numeroContribuinte, codigo} → FILIAL

EMPRESA

numeroContribuinte	nome
555556666	BigC
666664444	LitleZ
123456789	A&B
777777777	MMM

FILIAL

numeroContribuinte	codigo	localidade
555556666	1	Lisboa
666664444	1	Porto
123456789	1	Coimbra
123456789	2	Leiria
123456789	3	Lisboa

EMPREGADO

numeroEmpregado	nome	numeroContribuinte	codigo
10	Isabel Ferreira	555556666	1
111	Pedro Marques	555556666	1
21	João Nunes	123456789	3
54	Ana Sousa	123456789	2
300	Luísa Fonseca	NULL	NULL

# Grupo 1 – interpretação de interrogações

Relativamente às Relações apresentadas: efectue as seguintes operações, apresentando o resultado sob a forma de uma tabela; e escreva em português a questão cuja resolução seria o conteúdo da respectiva alínea.

a)  $\pi_{\text{NOME}} (\text{EMPRESA})$

b)  $\sigma_{\text{LOCALIDADE} = \text{'Lisboa'} \vee \text{LOCALIDADE} = \text{'Leiria'}} (\text{FILIAL})$

c)  $\pi_{\text{numeroContribuinte}} (\sigma_{\text{NOME} = \text{'BigC'}} (\text{EMPRESA}))$

d)  $\pi_{\text{numeroEmpregado, nome, localidade}} (\text{EMPREGADO} \bowtie_{3=1 \wedge 4=2} (\sigma_{\text{LOCALIDADE} = \text{'Lisboa'}} (\text{FILIAL})))$

e)  $\pi_{2,5,7} (\text{EMPRESA} \bowtie_{1=6} (\text{FILIAL} \bowtie_{1=3 \wedge 2=4} \text{EMPREGADO}))$

EMPRESA

numeroContribuinte	nome
555556666	BigC
666664444	LittleZ
123456789	A&B
777777777	MMM

FILIAL

numeroContribuinte	codigo	localidade
555556666	1	Lisboa
666664444	1	Porto
123456789	1	Coimbra
123456789	2	Leiria
123456789	3	Lisboa

EMPREGADO

numeroEmpregado	nome	numeroContribuinte	codigo
10	Isabel Ferreira	555556666	1
111	Pedro Marques	555556666	1
21	João Nunes	123456789	3
54	Ana Sousa	123456789	2
300	Luísa Fonseca	NULL	NULL

## Grupo 2 : operações e interrogações

Indique a expressão em álgebra relacional que permite obter:

- a) a localidade em que trabalha o empregado com número de empregado 111
- b) o nome da empresa em que trabalha a 'Ana Sousa'
- c) por cada empresa (nome) o seu número de funcionários