

Endliche Automaten

Endliche Automaten sind eines der einfachsten, aber doch höchst nützlichen, Berechnungsmodelle. Sie geben auch Berechnungsmodelle für äußerst beschränkte Ressourcen: endlichen Speicher. Mit ihrer Hilfe kann man Probleme lösen, die zu ihrer Lösung nur endlich viel Speicherplatz benötigen.

Ein (*deterministischer*) *endlicher Automat* besteht aus:

- Eine endliche Menge von *Zuständen*, meist bezeichnet als Q ;
- Ein endliches (Eingabe-) *Alphabet*, oft bezeichnet als A ;
- Einen ausgezeichneten *Anfangszustand* q_0 ;
- Eine Menge von *End-, oder akzeptierenden, Zuständen* F ;
- Eine *Übergangsfunktion*, die jedem Zustand q und jedem Buchstaben des Alphabets A einen Zustand q' zuordnet, den Zustand den der Automat erreicht wenn er im Zustand q ist und das Symbol a liest. Wir schreiben dann $q \xrightarrow{a} q'$.

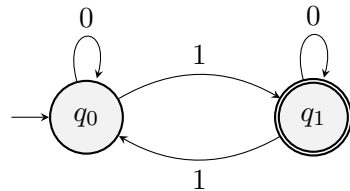
Ein endlicher Automat akzeptiert ein Wort $w = a_1 a_2 \dots a_n$ über dem Alphabet A , wenn in der Folge (die Ausführung des Automaten längs des Wortes w)

$$q_0 \xrightarrow{a_1} q_1 \xrightarrow{a_2} q_2 \dots q_{n-1} \xrightarrow{a_n} q_n$$

q_n ein akzeptierender Zustand ist. Die Sprache des Automaten ist die Menge aller Worte die akzeptiert werden. Eine Menge von Worten heißt eine *reguläre Sprache*, wenn es einen endlichen Automaten gibt dessen Sprache sie ist.

Endliche Automaten haben eine sehr ansprechende geometrische Darstellung: wir zeichnen einen Kreis für jeden Zustand; wir kennzeichnen den Anfangszustand mit einem eingehenden Pfeil (der von keinem anderen Zustand kommt); wir kennzeichnen den Endzustand durch einem doppelten Kreis; für jeden Zustand q und Symbol a zeichnen wir den Übergang von q mittels a nach q' , $q \xrightarrow{a} q'$, als einen Pfeil vom Zustand q zum Zustand q' mit dem Label a .

Beispiel 1 Hier ist ein Beispiel eines endlichen Automaten mit 2 Zuständen. Akzeptiert dieser endliche Automat die folgenden Worte: (a) 00011, (b) 10010, (c) 111110? Was ist die Sprache dieses Automaten?



Beispiel 2 Wir werden gemeinsam einen endlichen Automaten konstruieren, der alle Worte über dem Alphabet $\{0, 1\}$ akzeptiert, die mit 0 beginnen.

Aufgabe 1 Konstruieren Sie einen endlichen Automaten, der alle Worte über dem Alphabet $\{0, 1\}$ akzeptiert die mit 0 enden.

Aufgabe 2 Konstruieren Sie einen endlichen Automaten, der alle Worte über dem Alphabet $\{0, 1\}$ akzeptiert die mit 0 beginnen und auch mit 0 enden.

Aufgabe 3 Konstruieren Sie einen endlichen Automaten über dem lateinischen Alphabet, der Ihren Vornamen akzeptiert.

Aufgabe 4 Konstruieren Sie einen endlichen Automaten, der alle Worte über dem Alphabet $\{a, b\}$ akzeptiert die mit abb enden.

Aufgabe 5 Glauben Sie dass Sie einen endlichen Automaten konstruieren können, der alle Worte der Gestalt $0^n 1^n$, wobei n eine natürliche Zahl ist, akzeptiert?