Matematično fizikalni seminar

4.Naloga

Ana Marija Šolar

Vpisna številka: 28191078

1. Uvod

Pri četrti nalogi smo morali iskati ekstreme funkcij. Naše metode iščejo minimume, če bi želeli maksimume zamenjamo predznak funkcij . Za iskanje minimumov smo uporabili metodo zlatega reza in parabolično metodo, ter ju primerjali z vgrajeno. Na koncu smo pa na dane podatke x_i in y_i, ter napake ordinatne osi prilagodili dano funkcijo, z metodo Chi kvadrat in vgrajeno.

2. 2D ekstremi

a. Metoda zlatega reza

Za delovanje te metode moramo na x osi izbrati tri točke $(A,\ B,\ C)$. Za katere naj velja $A\ <\ B\ <\ C$ in naj bodo razmaknjena v proporcih zlatega reza $\varphi : \frac{1}{\varphi}$ ($\varphi\ =\ \frac{1+\sqrt{5}}{2} =\ 1{,}618033$ ...). Če imamo med temi točkami minimumom bo za njih veljalo: $f(B)\ <\ f(A)$) in $f(B)\ <\ f(C)$. Lokacija B bo definirana z enačbo:

$B\ =\ A\ + h\frac{1}{\varphi}$, kjer je $h\ =\ |C - A|$

Za bolj natančno določen ekstrem bomo zmanjševali ta dva intervala. Torej potrebujemo novo točko, katero dobimo z enačbo:

$$D\ =\ A\ +\ h \cdot \frac{1}{\varphi^2}$$

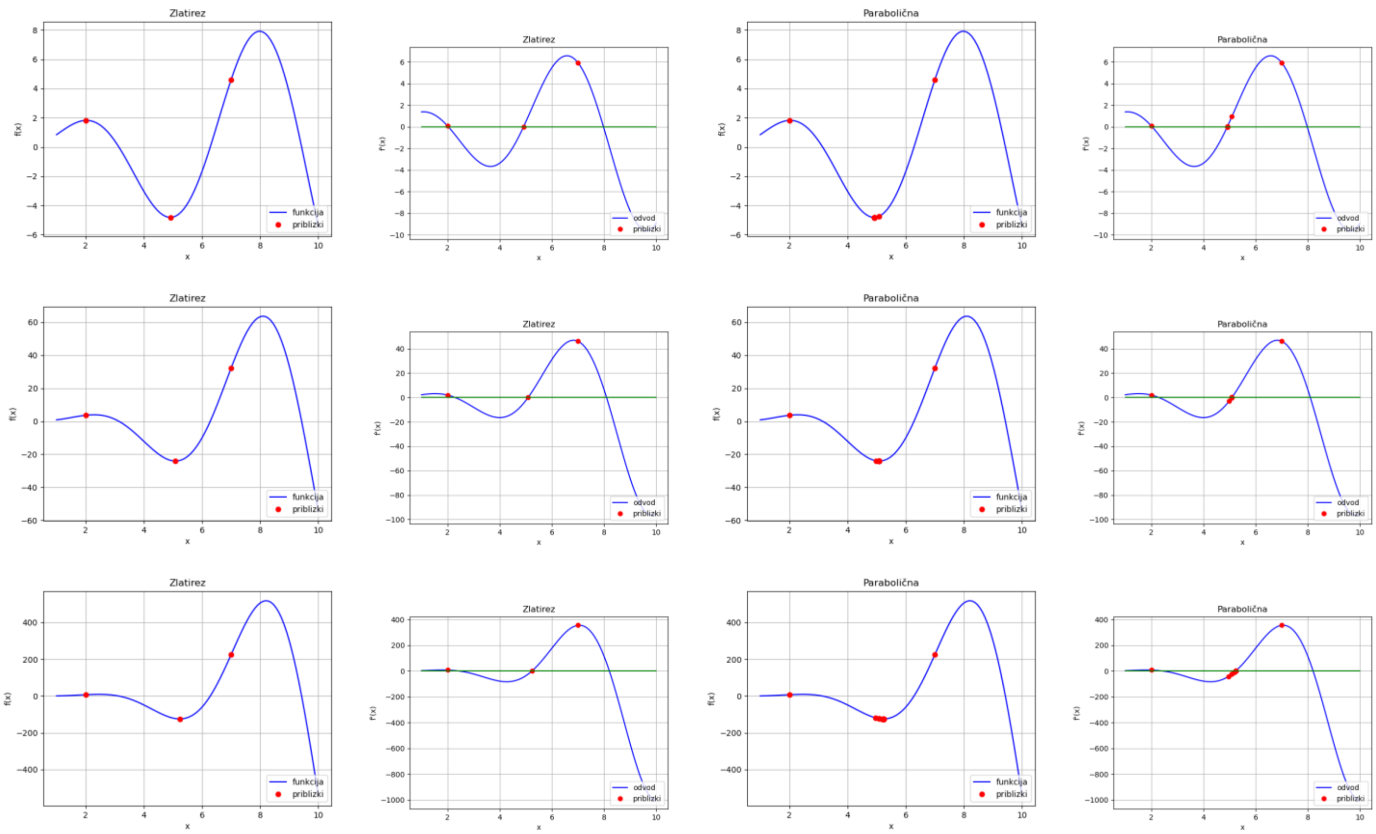
Katera pade med točke$A$ in B . Od tu imamo dve možnosti, če je $f(D)\ >\ f(B)$ zamenjamo točko A z D , v drugem primeru ko je $f(D)\ <\ f(B)$ pa zamenjamo C z B . to ponavljamo do želene natančnosti, pri vsakem koraku se razmik med krajiščema intervala pomnožijo z $\frac{1}{\varphi}$.

b. Parabolična metoda

Naslednja metoda tudi potrebuje tri točke $(a,\ b,\ c)$, kateri razmik je neodvisen razen, če so dovolj blizu, kjer ležijo na isti premici. Na te tri izbrane točke prilagajamo parabolo, kater minimum ocenimo z funkcijo:
$x\ =\ b\ -\ \frac{1}{2}\frac{(b-a)^2[f(b)-f(c)]-(b-c)^2[f(b)-f(a)]}{(b-a)[f(b)-f(c)]-(b-c)[f(b)-f(a)]}$

c. Rezultati

Spodaj so grafi obeh metod iskanja minimuma funkciji: $f(x) = x^n \cdot \sin(x)$ in njeni odvodi na intervalu [0, 10], n = 1,2,3, za natančnost 10^(-10).



	n=1 (št. poskusov)	n=2 (št. poskusov)	n=3 (št. poskusov)
Brent metoda	15	14	16
Zlati rez metoda	53	53	53
Parabolična metoda	19	19	27

Na podlagi število poskusov je najhitrejša metoda parabolična, poleg vgrajene. S prilagajanjem natančnosti je zlati rez metoda vedno dosegla enako število poskusov pri različnih redih n, torej sklepam, da nimam pravilno zapisano kodo.

3. Fitting

Pri prilagajanju funkcij na podatke smo uporabili dve metodi. χ^2 metoda in metoda največje zanesljivosti.

a. Chi-kvadrat

Imamo podatke $\{x_i,\ y_i\}$, z nedoločenostjo $\{\sigma_i\}$, modelska funkcija označimo z $y\ =\ f(x,\ \alpha)$, kjer so α neznani parametri. Te neznane parametre ocenjujemo preko cenilke:

$\chi^2(\alpha)\ =\ \sum_i^N \frac{(y_i - f(x_i,\alpha))^2}{\sigma_i^2}$, kjer imamo N podatkov.

α parametre dobimo z minimiziranjem cenilke.

b. Rezultati

S prilagajanjem funkcije $f(x, a, b) = a*x*exp(b*x)$ na priložene podatke sem dobila vrednosti neznank a,b, kateri mi vrneta enako vrednost.

	a	b
Chi^2	0.4259	-0.2414
Scipy curve fit	0.4259	-0.2414

Spodaj je graf podatkov, čez katere je prilagojena podana funkcija z zgornjo in spodnjo mejo, kateri dobimo iz napak. Desno je heat$f(x,\ a,\ b,\ c) = a * x * \exp(b * x) + c$, kjer je c =0. Z njim prikažemo grafično najboljše območje naših neznank v 2D.