

Математический Анализ 2, Коллоквиум III

Версия от 15.03.2021 16:47

Содержание

1. Собственный интеграл, зависящий от параметра. Теорема о непрерывности по параметру. Теорема о дифференцировании по параметру под знаком интеграла. Теорема об интегрировании по параметру под знаком интеграла.	4
1.1. Собственный интеграл, зависящий от параметра.	4
1.2. Теорема о непрерывности по параметру	4
1.3. Теорема о дифференцировании по параметру под знаком интеграла.	4
1.4. Теорема об интегрировании по параметру под знаком интеграла.	4
2. Равномерная сходимость семейства функций. Определение. Критерий Коши равномерной сходимости. .	4
2.1. TBD	4
3. Свойства равномерно сходящегося семейства функций. Теорема о предельном переходе. Теорема о непрерывности по параметру. Теорема об интегрировании по параметру. Теорема о дифференцировании по параметру.	4
3.1. TBD	4
4. Равномерная сходимость несобственного интеграла. Определение. Критерий Коши равномерной сходимости несобственного интеграла. Мажорантный признак Вейерштрасса равномерной сходимости несобственного интеграла. Вторая интегральная теорема о среднем (для собственного интеграла). Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости несобственного интеграла.	4
4.1. TBD	4
5. Свойства равномерно сходящегося несобственного интеграла. Теорема о предельном переходе под знаком несобственного интеграла. Монотонный предельный переход и теорема Дини и равномерной сходимости семейства функций. Следствие из теоремы Дини о монотонном предельном переходе под знаком несобственного интеграла. Теорема о непрерывности несобственного интеграла по параметру.	4
5.1. TBD	4
6. Свойства равномерно сходящегося несобственного интеграла. Теорема о дифференцировании по параметру под знаком несобственного интеграла. Теорема о собственном интегрировании по параметру под знаком несобственного интеграла. Теорема о несобственном интегрировании по параметру под знаком несобственного интеграла.	4
6.1. TBD	4
7. Эйлеровы В- и Г- функции. Определение В-функции, ее область определения и свойства: симметричность, формула понижения, случайно натурально-значных аргументов. Формула Эйлера – Гаусса. Формула дополнения (с использованием разложения \sin в бесконечное произведение без доказательства). Связь между В- и Г- функциями.	4
7.1. TBD	4

8.	Абстрактные ряды Фурье. Пространство квадратично-интегрируемых функций \mathcal{R}_2 (определение). Скалярное произведение и норма в этом пространстве (определение). Ортогональная и ортонормированная система элементов (определение). Стандартная тригонометрическая система на $[-\pi; \pi]$, ее ортогональность и нормы элементов. Ряд в пространстве квадратично-интегрируемых функций и его сходимость (определение). Непрерывность скалярного произведения. Равенство Парсеваля.	4
8.1.	TBD	4
9.	Абстрактные ряды Фурье. Коэффициенты и ряды Фурье (определение). Коэффициенты и ряд Фурье по стандартной тригонометрической системе на $[-\pi; \pi]$. Лемма о перпендикуляре. Неравенство Бесселя. Из полноты пространства следует сходимость ряда Фурье. Ряд и частичная сумма ряда Фурье как наилучшее приближение. Полная ортогональная система (определение). Критерии полноты ортогональной системы (представимость любого элемента его рядом Фурье; равенство Парсеваля; отсутствие ненулевого элемента, ортогонального всем элементам системы).	4
9.1.	TBD	4
10.	Тригонометрический ряд Фурье. Теорема о сходимости тригонометрического ряда Фурье в среднем-квадратичном (без доказательства полноты тригонометрической системы). Представление частичной суммы ряда Фурье через ядро Дирихле. Лемма Римана. Условие Дини и теорема о поточечной сходимости ряда Фурье. Разложение \sin в бесконечное произведение.	4
10.1.	TBD	4
11.	Тригонометрический ряд Фурье. Теорема о почленном дифференцировании ряда Фурье. Теорема о связи гладкости функции и скорости убывания ее коэффициентов Фурье. Теорема о связи гладкости функции и скорости сходимости ее ряда Фурье. Теорема о полноте тригонометрической системы.	4
11.1.	TBD	4

1. Собственный интеграл, зависящий от параметра. Теорема о непрерывности по параметру. Теорема о дифференцировании по параметру под знаком интеграла. Теорема об интегрировании по параметру под знаком интеграла.
 - 1.1. Собственный интеграл, зависящий от параметра.
 - 1.2. Теорема о непрерывности по параметру
 - 1.3. Теорема о дифференцировании по параметру под знаком интеграла.
 - 1.4. Теорема об интегрировании по параметру под знаком интеграла.
2. Равномерная сходимость семейства функций. Определение. Критерий Коши равномерной сходимости.
 - 2.1. TBD
3. Свойства равномерно сходящегося семейства функций. Теорема о предельном переходе. Теорема о непрерывности по параметру. Теорема об интегрировании по параметру. Теорема о дифференцировании по параметру.
 - 3.1. TBD
4. Равномерная сходимость несобственного интеграла. Определение. Критерий Коши равномерной сходимости несобственного интеграла. Мажорантный признак Вейерштрасса равномерной сходимости несобственного интеграла. Вторая интегральная теорема о среднем (для собственного интеграла). Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости несобственного интеграла.
 - 4.1. TBD
5. Свойства равномерно сходящегося несобственного интеграла. Теорема о предельном переходе под знаком несобственного интеграла. Монотонный предельный переход и теорема Дини и равномерной сходимости семейства функций. Следствие из теоремы Дини о монотонном предельном переходе под знаком несобственного интеграла. Теорема о непрерывности несобственного интеграла по параметру.
 - 5.1. TBD
6. Свойства равномерно сходящегося несобственного интеграла. Теорема о дифференцировании по параметру под знаком несобственного интеграла. Теорема о собственном интегрировании по параметру под знаком несобственного интеграла. Теорема о несобственном интегрировании по параметру под знаком несобственного интеграла.
 - 6.1. TBD
7. Эйлеровы В- и Г- функции. Определение В-функции, ее область определения и свойства: симметричность, формула понижения, случайно натурально-значных аргументов. Формула Эйлера – Гаусса. Формула дополнения (с использованием разложения \sin в бесконечное произведение без доказательства). Связь между В- и Г-функциями.
 - 7.1. TBD
8. Абстрактные ряды Фурье. Пространство квадратично-интегрируемых функций \mathcal{R}_2 (определение). Скалярное произведение и норма в этом пространстве (определение). Ортогональная и ортонормированная система элементов (определение). Стандарт-