

Теория вероятностей и математическая статистика, Коллоквиум III

Версия от 31.03.2021 08:05

Содержание

| | |
|--|---|
| 1. Неравенство Чебышева и закон больших чисел в слабой форме для общих случайных величин. Усиленный закон больших чисел Колмагорова (б/д). Сходимости случайных величин: почти наверное и по вероятности. Взаимосвязь сходимостей по вероятности и почти наверное. | 4 |
| 2. Сходимость случайных величин по распределению. Лемма о достаточном условии сходимости ожиданий функций из заданного семейства от последовательности случайных величин (лемма 2 из лекции 2). Эквивалентное описание сходимости по распределению. | 4 |
| 3. Абсолютная непрерывность математического ожидания. Теорема Лебега о мажорируемой сходимости. Подстановка сходящейся по вероятности последовательности случайных величин в непрерывную функцию. Взаимосвязь сходимостей по вероятности и по распределению. | 4 |
| 4. Характеристические функции: определение и свойства. Вычисление характеристической функции нормальной случайной величины. Производные характеристических функций. | 4 |
| 5. Переформулировка сходимости по распределению в терминах характеристических функций. Однозначность задания распределения случайной величины ее характеристической функцией. Центральная предельная теорема. | 4 |
| 6. Подстановка сходящейся по распределению последовательности случайных величин в непрерывную функцию. Сходимость суммы и произведения сходящихся по распределению последовательностей случайных величин в случае, когда одна из предельных случайных величин постоянная. Примеры применения: выборочная дисперсия и взаимосвязь с ЦПТ. Теорема о сходимости последовательности вида $\frac{f(a + h_n X_n) - f(a)}{h_n}$ для сходящейся по распределению последовательности X_n . Взаимосвязь с ЦПТ. | 4 |
| 7. Неравенство типа Хефдинга-Чернова. Пример применения. | 4 |
| 8. Многомерная характеристическая функция. Сходимость по распределению последовательности случайных векторов. Эквивалентное описание сходимости по распределению через сходимость характеристических функций (без доказательства). Независимость случайных величин в терминах характеристической функции совместного распределения. Матрица ковариаций, смысл задаваемой ей билинейной формы, ее изменение при линейных преобразованиях. Многомерная ЦПТ. | 4 |
| 9. Многомерное нормальное распределение. Свойства нормального вектора: линейный образ нормального распределения нормален, характеристика через одномерные распределения, значение параметров нормального вектора, равносильность независимости и некоррелированности компонент. Представление нормального вектора, как линейный образ стандартного нормального вектора, ортогонализация. Плотность нормального вектора. | 4 |
| 10. Условное математическое ожидание в дискретном случае относительно разбиения и относительно случайной величины. Основные свойства: линейность, монотонность, формула полной вероятности, условное ожидание величины, независимой с разбиением, вынесение случайной величины из под знака условного ожидания. Эквивалентное определение условного математического ожидания и геометрическая интерпретация. | 4 |

| | |
|--|---|
| 11. Условное математическое ожидание в общем случае: определение и свойства. Формула для вычисления условного математического ожидания при известной плотности совместного распределения, условная плотность. Аналог формулы Байеса. | 4 |
|--|---|

1. Неравенство Чебышева и закон больших чисел в слабой форме для общих случайных величин. Усиленный закон больших чисел Колмагорова (б/д). Сходимости случайных величин: почти наверное и по вероятности. Взаимосвязь сходимостей по вероятности и почти наверное.
2. Сходимость случайных величин по распределению. Лемма о достаточном условии сходимости ожиданий функций из заданного семейства от последовательности случайных величин (лемма 2 из лекции 2). Эквивалентное описание сходимости по распределению.
3. Абсолютная непрерывность математического ожидания. Теорема Лебега о мажорируемой сходимости. Подстановка сходящейся по вероятности последовательности случайных величин в непрерывную функцию. Взаимосвязь сходимостей по вероятности и по распределению.
4. Характеристические функции: определение и свойства. Вычисление характеристической функции нормальной случайной величины. Производные характеристических функций.
5. Переформулировка сходимости по распределению в терминах характеристических функций. Однозначность задания распределения случайной величины ее характеристической функцией. Центральная предельная теорема.
6. Подстановка сходящейся по распределению последовательности случайных величин в непрерывную функцию. Сходимость суммы и произведения сходящихся по распределению последовательностей случайных величин в случае, когда одна из предельных случайных величин постоянная. Примеры применения: выборочная дисперсия и взаимосвязь с ЦПТ. Теорема о сходимости последовательности вида $\frac{f(a + h_n X_n) - f(a)}{h_n}$ для сходящейся по распределению последовательности X_n . Взаимосвязь с ЦПТ.
7. Неравенство типа Хефдинга-Чернова. Пример применения.
8. Многомерная характеристическая функция. Сходимость по распределению последовательности случайных векторов. Эквивалентное описание сходимости по распределению через сходимость характеристических функций (без доказательства). Независимость случайных величин в терминах характеристической функции совместного распределения. Матрица ковариаций, смысл задаваемой ей билинейной формы, ее изменение при линейных преобразованиях. Многомерная ЦПТ.
9. Многомерное нормальное распределение. Свойства нормального вектора: линейный образ нормального распределения нормален, характеристика через одномерные распределения, значение параметров нормального вектора, равносильность независимости и некоррелированности компонент. Представление нормального вектора, как линейный образ стандартного нормального вектора, ортогонализация. Плотность нормального вектора.
10. Условное математическое ожидание в дискретном случае относительно разбиения и относительно случайной величины. Основные свойства: линейность, монотонность, формула полной вероятности, условное ожидание величины, независимой с разбиением, вынесение случайной величины из под знака условного ожидания. Эквивалентное определение условного математического ожидания и геометрическая