

成绩	
教师签字	

通 信 工 程 学 院

实 验 报 告

( 信 号 与 系 统 )

实验题目：非正弦周期信号的分解与合成

专业：	通信工程	年级：	2022 级
姓名：	苏睿杰	学号：	20220826
实验时间：	2023 年 11 月 24 日	班级：	42

## 实验十六 非正弦周期信号的分解与合成

### 一、实验目的

1. 用实验方法观测非正弦周期信号的分解，并与其傅里叶级数各项的频率与系数作比较。
2. 观测基波和其谐波的合成。

### 二、仪器设备

1. 实验箱一台。
2. 数字示波器。

### 三、原理说明

任何信号都是由各种不同频率、幅度和初相的正弦波叠加而成的。由非正弦周期信号傅里叶级数展开式可知，各次谐波为基波频率的整数倍。而第一个非周期信号包含了从零到无穷大的所有频率成分，其幅度将随谐波次数的增高而减小，直至无穷小，将被测信号加到分别调谐于其基波和各次谐波频率的电路上。从每一带通滤波器的输出端可以用示波器观察到相应频率的正弦波。本实验所用的被测信号是选用  $50\text{Hz}$  的方波、矩形波、三角波、全波和半波等。

### 四、理论值的计算

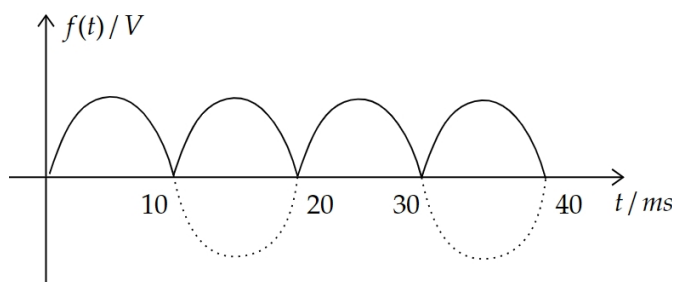


图 1: 全波整流信号

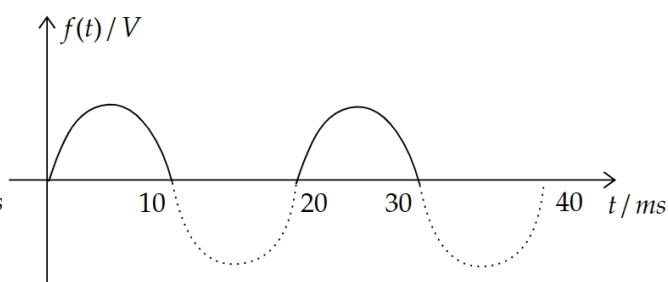


图 2: 半波整流信号

1. 基频为  $50\text{Hz}$  的方波的谐波型傅里叶级数

将方波信号的傅里叶级数展开：

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

利用公式可算得

$$\begin{aligned}a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = 0 \\a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt = 0 \\b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{4}{n\pi} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)\end{aligned}$$

又由于

$$\begin{aligned}A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{4}{n\pi} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \\ \varphi_n &= -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = -\frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

最后可得到

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos\left(n\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

## 2. 基频为 50Hz 的三角波的谐波型傅里叶级数

将三角波信号的傅里叶级数展开：

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

利用公式可算得

$$\begin{aligned}a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = 0 \\a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt = 0 \\b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{8}{(n\pi)^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\end{aligned}$$

又由于

$$\begin{aligned}A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{8}{(n\pi)^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \\ \varphi_n &= -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = -\frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

最后可得到

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{8}{(n\pi)^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos\left(n\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

### 3. 基频为 50Hz 的锯齿波的谐波型傅里叶级数

将锯齿波信号的傅里叶级数展开：

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

利用公式可算得

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{2} \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt = \frac{2}{n^2 \omega^2 T^2} [1 - \cos(n\omega T)] = 0 \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{1}{n\pi} \end{aligned}$$

又由于

$$\begin{aligned} A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{1}{n\pi} \\ \varphi_n &= -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

最后可得到

$$f(t) = \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \cos\left(n\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

## 五、实验内容及步骤

1. 调节函数信号发生器，使其输出为 50Hz 方波。将其接至该实验模块的输入端，再细调函数信号发生器的输出，使 50Hz（基波）的 BPF 模块有最大的输出。然后，将各带通滤波器的输出分别接至示波器和交流毫伏表，观测各次谐波的频率和幅度，并记录之。
2. 将方波分解所得的基波和三次谐波分量接至加法器的相应输入端，观测加法器的输出波形，并记录所得的波形。
3. 再将方波的五次谐波分量加到加法器的相应输入端，观测相加后的波形，记录之。
4. 分别输入 50Hz 的矩形波、三角波、全波和半波信号，并分别观测谐波分量，记录波形的幅值及频率。
5. 在加法器的输入端接入相应的各谐波分量，进行信号的合成实验，观察频率失真，并记录结果。

六、数据记录及整理

1. 半波的分解和合成

信号的分解

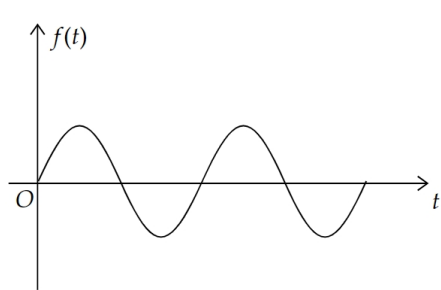


图 3: 基波, 频率为 49.2Hz, 峰峰值为 6.12V

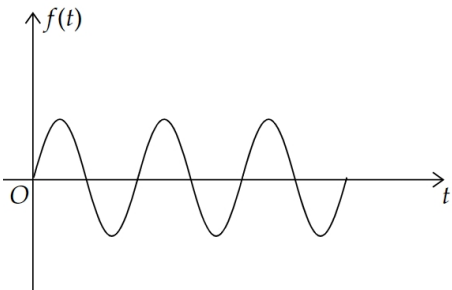


图 4: 二级谐波, 频率为 110.2Hz, 峰峰值为 9.88V

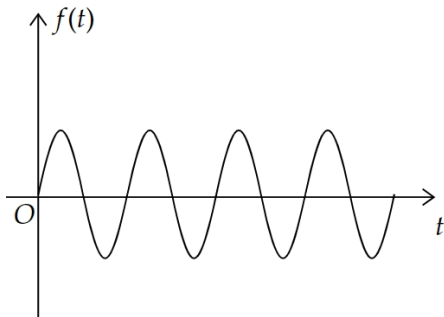


图 5: 三级谐波, 频率为 149.8Hz, 峰峰值为 6.60V

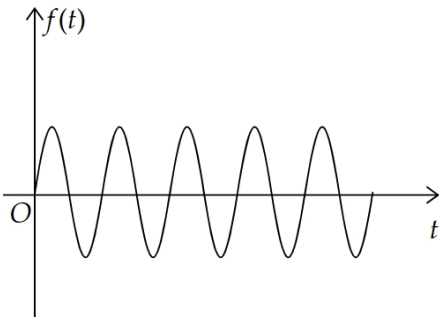


图 6: 四级谐波, 频率为 208.7Hz, 峰峰值为 3.12V

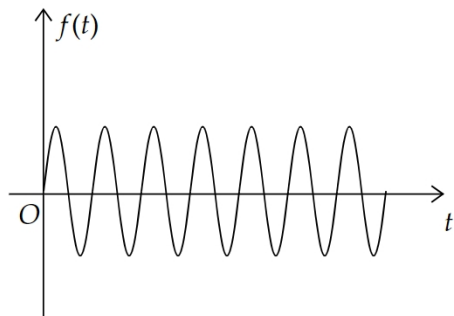


图 7: 五级谐波, 频率为 248Hz, 峰峰值为 0.196V

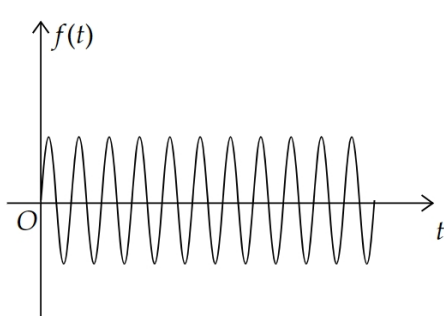


图 8: 六级谐波, 频率为 336Hz, 峰峰值为 0.54V

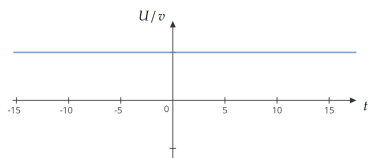


图 9: 直流分量, 值为-3V

# 信号的合成

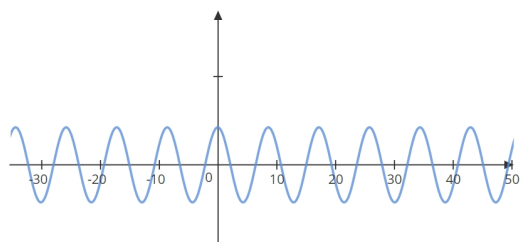


图 10: 直流和基波合成, 频率为 50.01Hz, 峰峰值为 6.80V

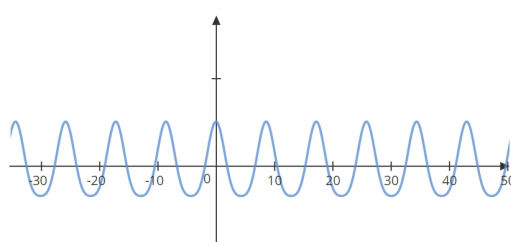


图 11: 直流, 一, 二级谐波合成, 频率为 50.03Hz, 峰峰值为 6.62V

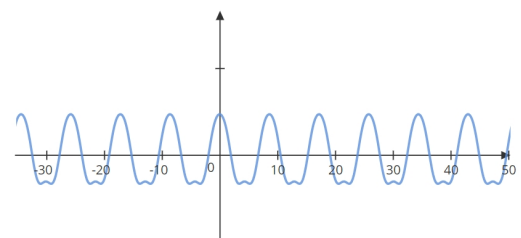


图 12: 直流, 一, 二, 三级谐波, 频率为 49.87Hz, 峰峰值为 6.24V

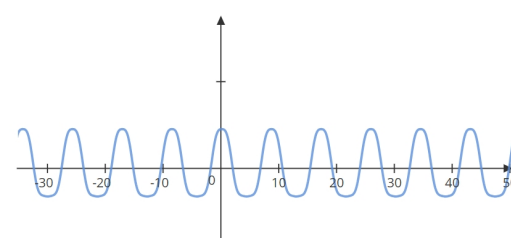


图 13: 直流, 一, 二, 三, 四级谐波, 频率为 46.12Hz, 峰峰值为 6.52V

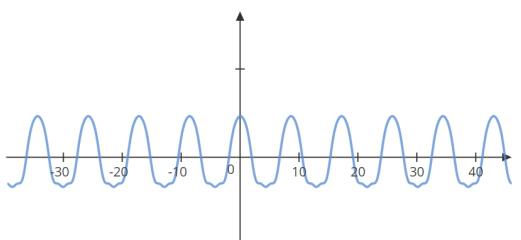


图 14: 直流, 一, 二, 三, 四, 五级谐波, 频率为 49.99Hz, 峰峰值为 6.31V

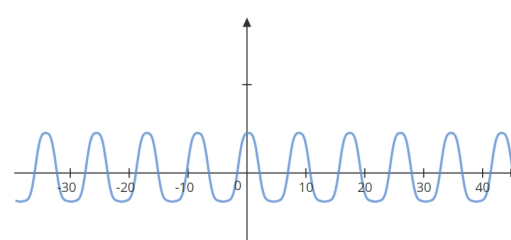


图 15: 直流, 一, 二, 三, 四, 五, 六级谐波, 频率为 50.23Hz, 峰峰值为 6.57V

2. 全波的分解和合成

信号的分解

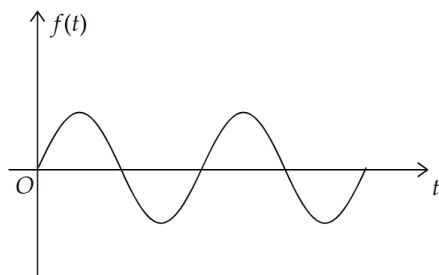


图 16: 一级谐波, 频率为 100.8Hz, 峰峰值为 0.176V

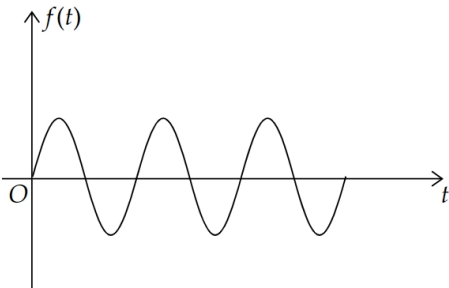


图 17: 二级谐波, 频率为 199.2Hz, 峰峰值为 5.24V

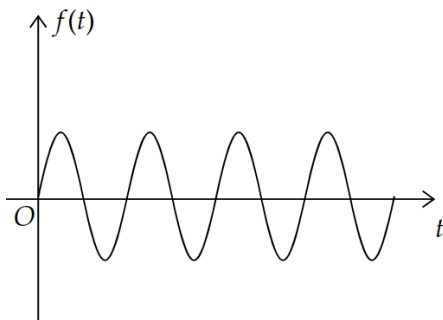


图 18: 三级谐波, 频率为 291.1Hz, 峰峰值为 0.56V

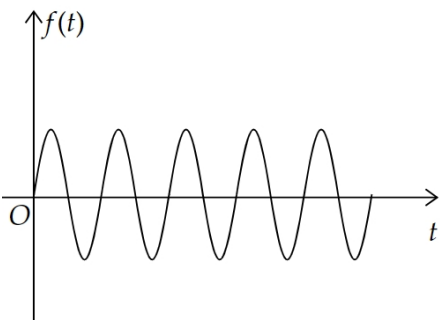


图 19: 四级谐波, 频率为 374.3Hz, 峰峰值为 1.52V

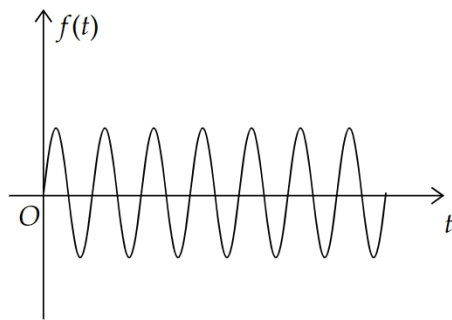


图 20: 五级谐波, 频率为 499.8Hz, 峰峰值为 0.24V

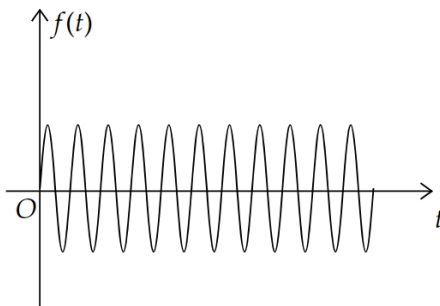


图 21: 六级谐波, 频率为 572.1Hz, 峰峰值为 6.52V

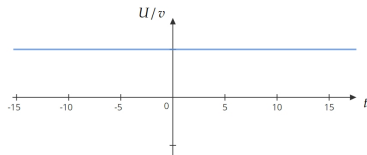


图 22: 直流分量, 值为 -0.68V

信号的合成

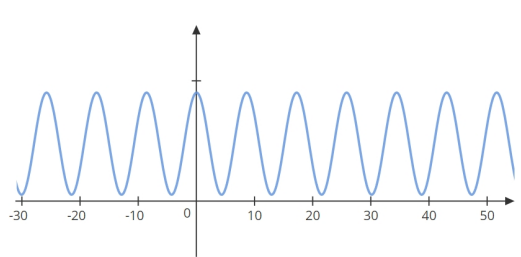


图 23: 直流和基波合成, 频率为 100.01Hz, 峰峰值为 5.80V

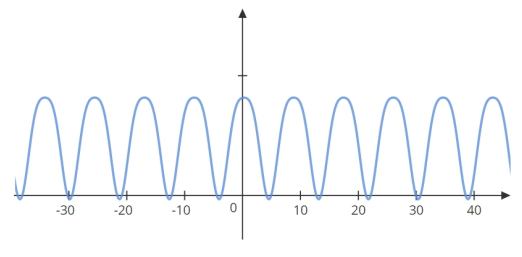


图 24: 直流, 一, 二级谐波合成, 频率为 100.03Hz, 峰峰值为 5.62V

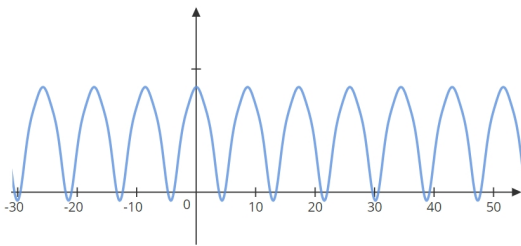


图 25: 直流, 一, 二, 三级谐波, 频率为 99.87Hz, 峰峰值为 6.24V

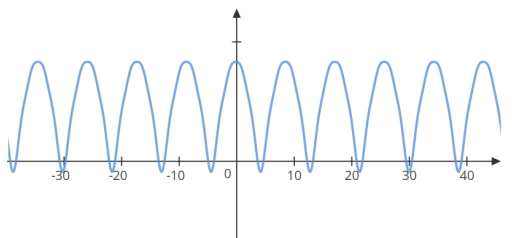


图 26: 直流, 一, 二, 三, 四级谐波, 频率为 96.12Hz, 峰峰值为 6.52V

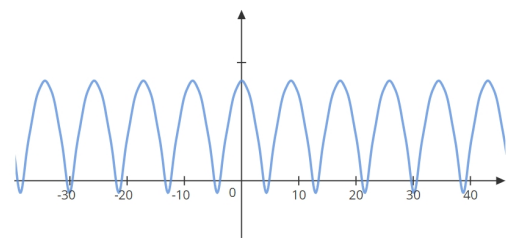


图 27: 直流, 一, 二, 三, 四, 五级谐波, 频率为 99.99Hz, 峰峰值为 6.31V

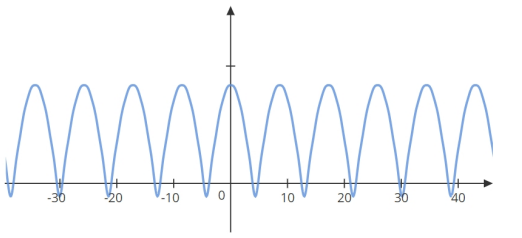


图 28: 直流, 一, 二, 三, 四, 五, 六级谐波, 频率为 100.23Hz, 峰峰值为 6.57V



3. 三角波的分解和合成

信号的分解

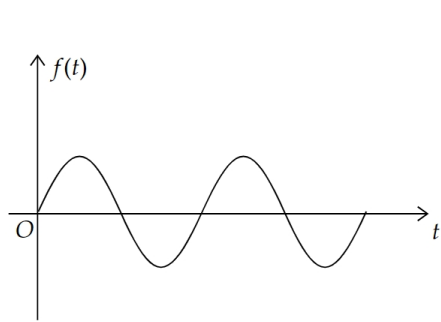


图 29: 基波, 频率为 50.12Hz, 峰峰值为 6.4V

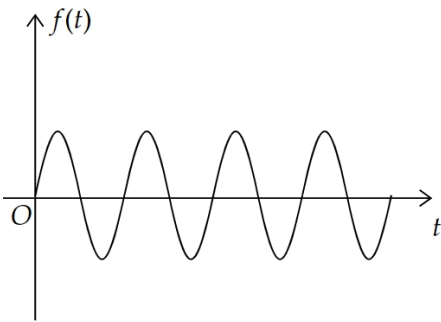


图 30: 三级谐波, 频率为 153.22Hz, 峰峰值为 2.16V

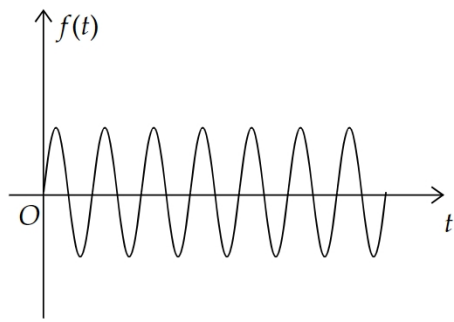


图 31: 五级谐波, 频率为 251.4Hz, 峰峰值为 2.1V

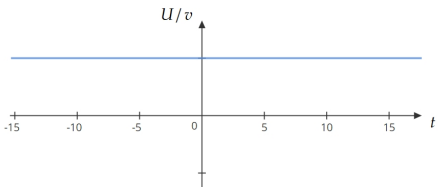


图 32: 直流分量, 值为 -1.06V

## 信号的合成

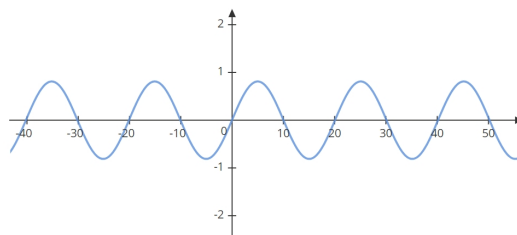


图 33: 直流和基波合成, 频率为 49.12Hz, 峰峰值为 6.5V

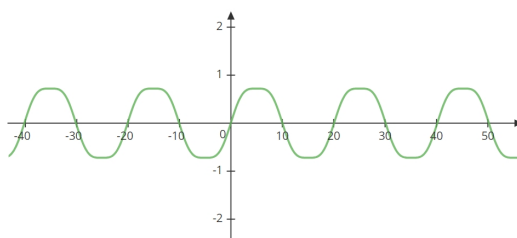


图 34: 直流和一, 三级谐波合成, 频率为 50.02Hz, 峰峰值为 6.23V

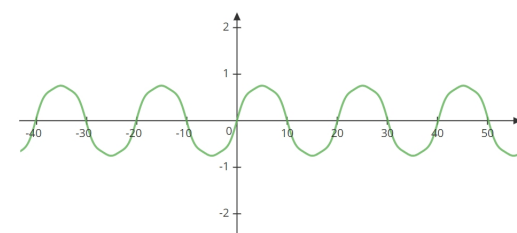


图 35: 直流和一, 三, 五级谐波合成, 频率为 50.01Hz, 峰峰值为 6.48V

4. 方波的分解和合成  
信号的分解

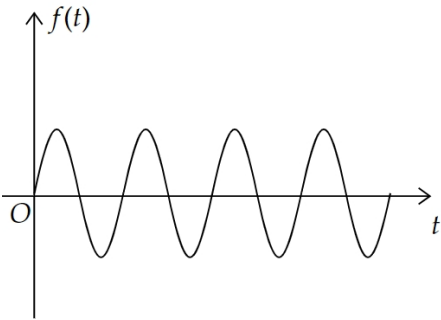
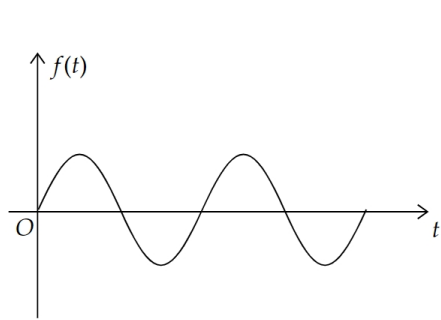


图 36: 一级谐波, 频率为 49.97Hz, 峰峰值为 20V 图 37: 三级谐波, 频率为 153.2Hz, 峰峰值为 7.20V

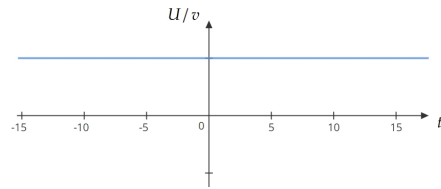
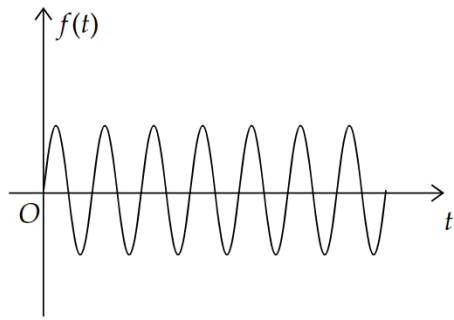


图 38: 五级谐波, 频率为 245.6Hz, 峰峰值为 4.48V

图 39: 直流分量, 值为 -0.6V

## 信号的合成

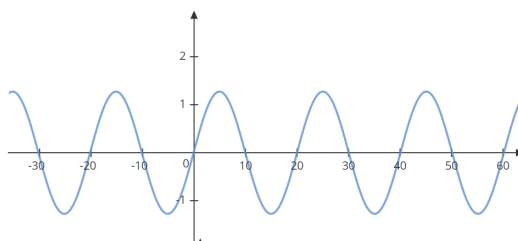


图 40: 直流和基波合成, 频率为 48.12Hz, 峰峰值为 20.5V

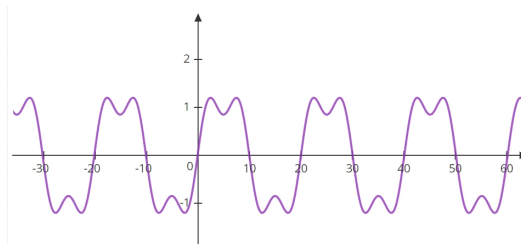


图 41: 直流和一, 三级谐波合成, 频率为 50.12Hz, 峰峰值为 21.23V

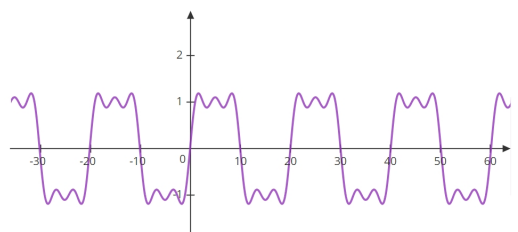


图 42: 直流和一, 三, 五级谐波合成, 频率为 50.51Hz, 峰峰值为 21.48V

5. 矩形波的分解和合成

信号的分解

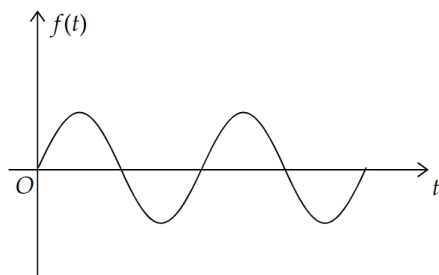


图 43: 一级谐波, 频率为 49.97Hz, 峰峰值为 11.4V

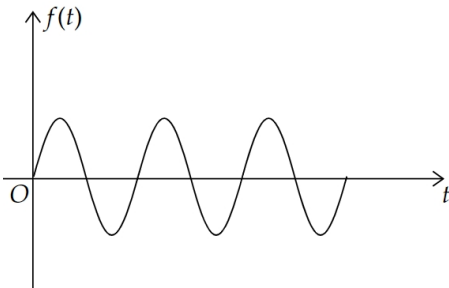


图 44: 二级谐波, 频率为 102.3Hz, 峰峰值为 10.2V

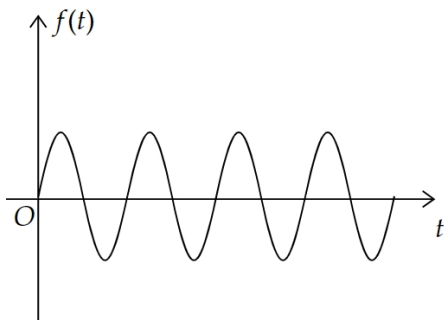


图 45: 三级谐波, 频率为 151.4Hz, 峰峰值为 9.08V

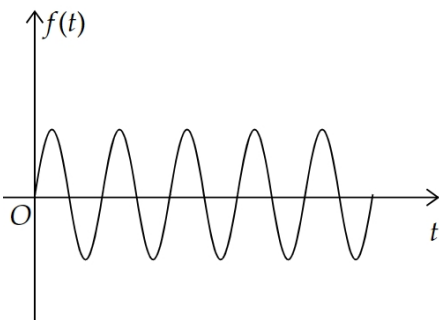


图 46: 四级谐波, 频率为 201.2Hz, 峰峰值为 7.48V

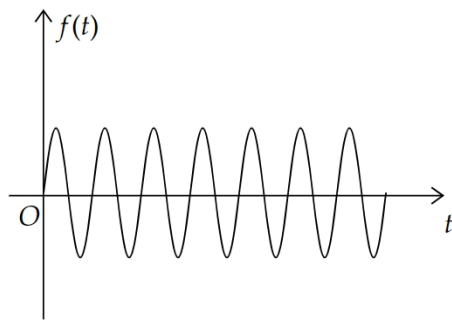


图 47: 五级谐波, 频率为 245.6Hz, 峰峰值为 4.06V

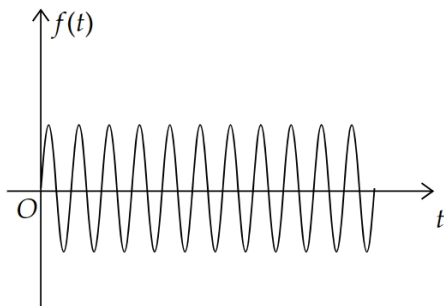


图 48: 六级谐波, 频率为 287.9Hz, 峰峰值为 3.12V

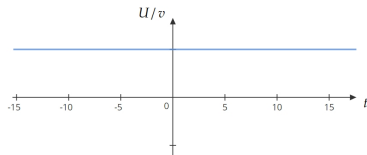


图 49: 直流分量, 值为 5.4V

### 信号的合成

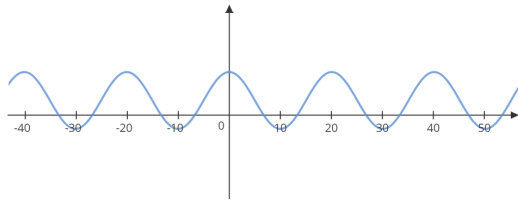


图 50: 直流和基波合成, 频率为 50.01Hz, 峰峰值为 20.80V

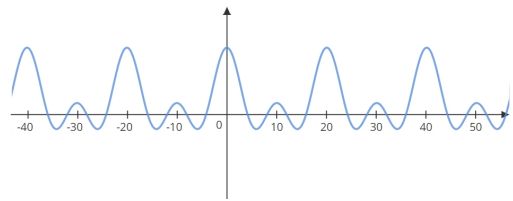


图 51: 直流, 一, 二级谐波合成, 频率为 50.13Hz, 峰峰值为 21.62V

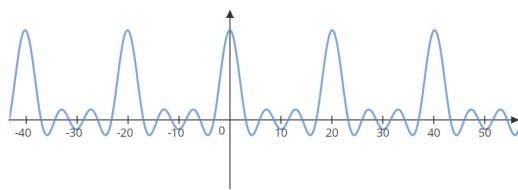


图 52: 直流, 一, 二, 三级谐波, 频率为 49.77Hz, 峰峰值为 21.24V

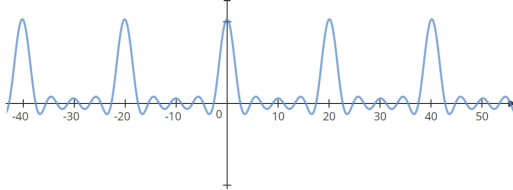


图 53: 直流, 一, 二, 三, 四级谐波, 频率为 46.02Hz, 峰峰值为 21.52V

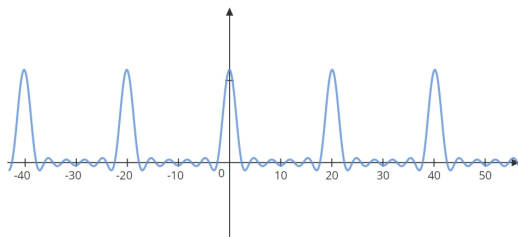


图 54: 直流, 一, 二, 三, 四, 五级谐波, 频率为 49.89Hz, 峰峰值为 21.31V

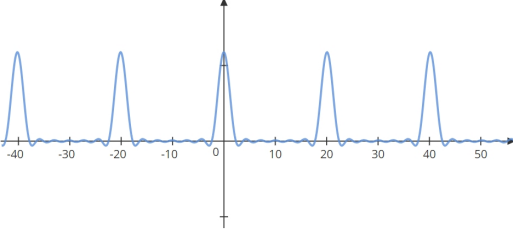


图 55: 直流, 一, 二, 三, 四, 五, 六级谐波, 频率为 50.83Hz, 峰峰值为 21.57V

### 七、实验总结

1. 输入信号可以分解为各级谐波信号, 且各级谐波叠加起来会与输入信号越来越接近。这说明信号函数可以分解为许多谐波分量叠加的形式, 与傅里叶级数展开的结果在误差范围内近似相等。
2. 并不是所有输入信号都有 1 ~ 6 级谐波, 比如三角波和方波的偶次谐波峰峰值较小可近似忽略, 故只有奇次谐波。
3. 输入信号分解出的各级谐波峰峰值与傅里叶级数展开的  $A_n$  近似相等, 虽然在本次实验中, 由于一些仪器接触不良以及示波器示数有些偏差, 导致部分数据和理论上有一定偏差, 不过大多数数据还是在误差范围内与理论值近似相等。