

成绩	
教师签字	

通 信 工 程 学 院

实 验 报 告

(信 号 与 系 统)

实验题目：非正弦周期信号的分解与合成

专业：	通信工程	年级：	2022 级
姓名：	苏睿杰	学号：	20220826
实验时间：	2023 年 11 月 24 日	班级：	42

实验十六 非正弦周期信号的分解与合成

一、实验目的

1. 用实验方法观测非正弦周期信号的分解，并与其傅里叶级数各项的频率与系数作比较。
2. 观测基波和其谐波的合成。

二、仪器设备

1. 实验箱一台。
2. 数字示波器。

三、原理说明

任何信号都是由各种不同频率、幅度和初相的正弦波叠加而成的。由非正弦周期信号傅里叶级数展开式可知，各次谐波为基波频率的整数倍。而第一个非周期信号包含了从零到无穷大的所有频率成分，其幅度将随谐波次数的增高而减小，直至无穷小，将被测信号加到分别调谐于其基波和各次谐波频率的电路上。从每一带通滤波器的输出端可以用示波器观察到相应频率的正弦波。本实验所用的被测信号是选用 50Hz 的方波、矩形波、三角波、全波和半波等。

四、理论值的计算

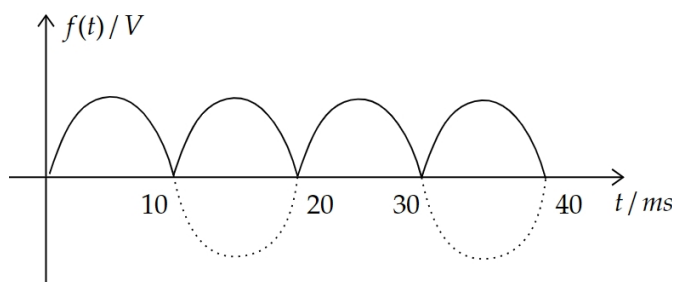


图 1: 全波整流信号

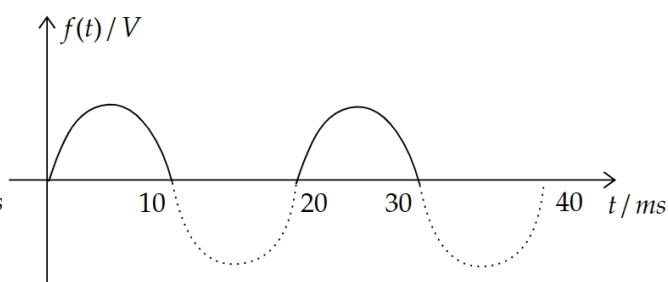


图 2: 半波整流信号

1. 基频为 50Hz 的方波的谐波型傅里叶级数

将方波信号的傅里叶级数展开：

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

利用公式可算得

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = 0 \\
 a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt = 0 \\
 b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{4}{n\pi} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)
 \end{aligned}$$

又由于

$$\begin{aligned}
 A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{4}{n\pi} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \\
 \varphi_n &= -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = -\frac{\pi}{2}
 \end{aligned}$$

最后可得到

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos\left(n\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

2. 基频为 50Hz 的三角波的谐波型傅里叶级数

将三角波信号的傅里叶级数展开：

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

利用公式可算得

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = 0 \\
 a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt = 0 \\
 b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{8}{(n\pi)^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)
 \end{aligned}$$

又由于

$$\begin{aligned}
 A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{8}{(n\pi)^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \\
 \varphi_n &= -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = -\frac{\pi}{2}
 \end{aligned}$$

最后可得到

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{8}{(n\pi)^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos\left(n\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

3. 基频为 50Hz 的锯齿波的谐波型傅里叶级数

将锯齿波信号的傅里叶级数展开：

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

利用公式可算得

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{2} \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt = \frac{2}{n^2 \omega^2 T^2} [1 - \cos(n\omega T)] = 0 \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{1}{n\pi} \end{aligned}$$

又由于

$$\begin{aligned} A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{1}{n\pi} \\ \varphi_n &= -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

最后可得到

$$f(t) = \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{n\omega T} \sin\left(\frac{n\omega T}{2}\right) \cos\left(n\omega t - \frac{n\omega T}{2}\right)$$

五、实验内容及步骤

1. 调节函数信号发生器，使其输出为 50Hz 方波。将其接至该实验模块的输入端，再细调函数信号发生器的输出，使 50Hz（基波）的 BPF 模块有最大的输出。然后，将各带通滤波器的输出分别接至示波器和交流毫伏表，观测各次谐波的频率和幅度，并记录之。
2. 将方波分解所得的基波和三次谐波分量接至加法器的相应输入端，观测加法器的输出波形，并记录所得的波形。
3. 再将方波的五次谐波分量加到加法器的相应输入端，观测相加后的波形，记录之。
4. 分别输入 50Hz 的矩形波、三角波、全波和半波信号，并分别观测谐波分量，记录波形的幅值及频率。
5. 在加法器的输入端接入相应的各谐波分量，进行信号的合成实验，观察频率失真，并记录结果。