

成绩	
教师签字	

通 信 工 程 学 院

实 验 报 告

(信 号 与 系 统)

实验题目：离散信号的频谱

专业：	通信工程	年级：	2022 级
姓名：	苏睿杰	学号：	20220826
实验时间：	2023 年 11 月 3 日	班级：	42

实验二十 离散信号的频谱

一、实验目的

1. 观察离散信号并绘制其频谱，了解离散信号频谱的特点。
2. 验证抽样定理。

二、实验设备

1. 信号与系统试验箱。
2. 数字信号发生器。
3. 数字示波器。
4. 选频电平表。

三、实验原理

1. 离散时间信号可以从离散信号源获得，也可以从连续时间信号经抽样得到，抽样信号 $f_s(t)$ 可以看成连续信号 $f(t)$ 和一组开关函数 $s(t)$ 的乘积，即 $f_s(t) = f(t)s(t)$ 。

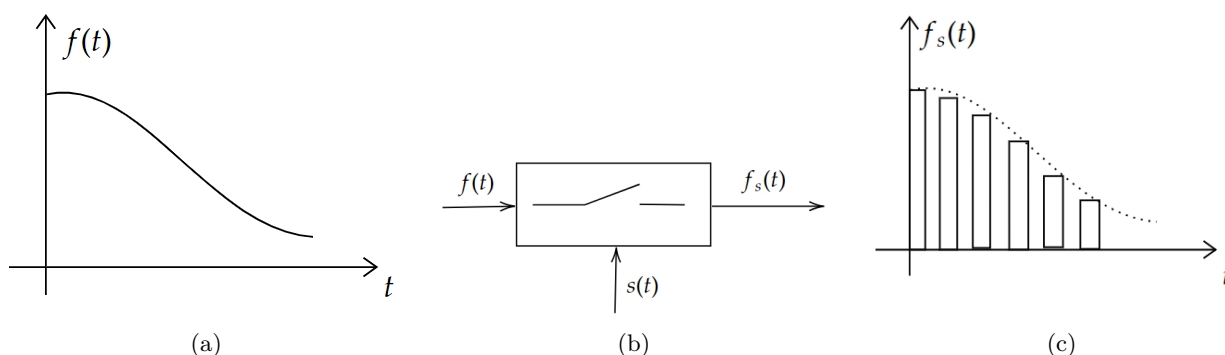


图 1: 对连续时间信号进行取样

$s(t)$ 是一组周期性窄脉冲，周期 T 称为抽样周期。其倒数 $f_s = \frac{1}{T_s}$ 称为抽样频率。

若连续信号 $f(t)$ 的频谱如图 2 所示，则以 $f(t)$ 取样获得的取样信号 $f_s(t)$ 的频谱包括了原连续信号 $f(t)$ 的频谱以及无限个经过平移的原信号频谱，平移的频率间隔等于取样频率 $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$ ，如图 3 所示，如果开关函数是周期性矩形脉冲，且脉冲宽度 τ 不为零时，则取信号 $f_s(t)$ 的频谱 $F_s(\omega)$ 的包络线按 $\frac{\sin x}{x}$ 的规律接减 ($X = \frac{n\pi\tau}{T_s}$)。

取样信号 $f_s(t)$ 的频谱与连续时间信号测试方法一样，此时须注意频谱的周期性延拓。

2. 正如测得了足够的实验数据以后，我们可以在坐标纸上把一系统数据点连起来，得到一条光滑的曲线。抽样信号在一定条件下也可以恢复到原信号，只要用一截止频率等于原信号频谱中最高频率 ω_m 的低

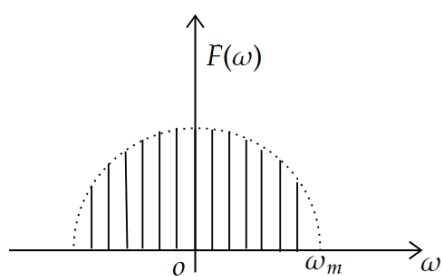


图 2: 原信号频谱图

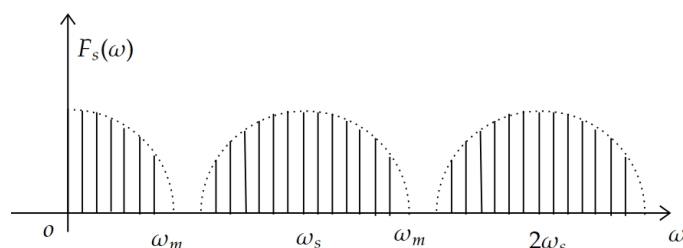
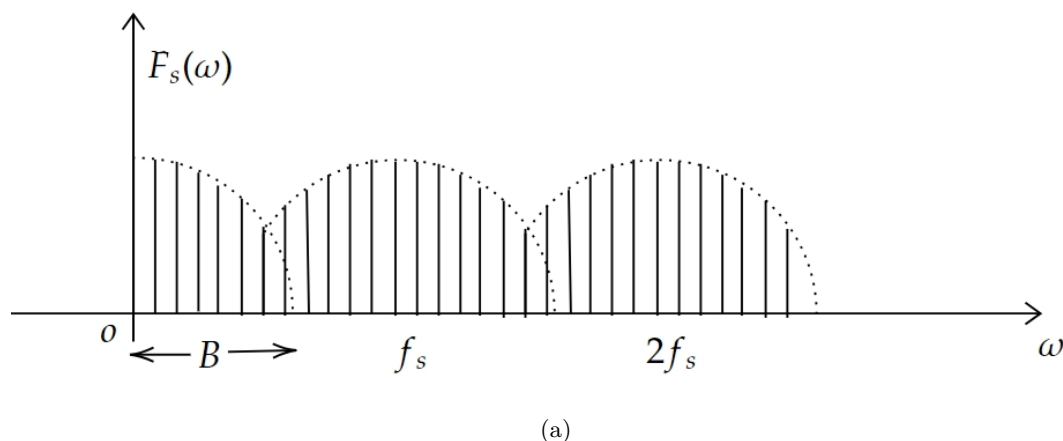


图 3: 取样信号频谱

通滤波器滤除高频分量，而仅存原信号频谱的频率成分，这样，低通滤波器的输出是得到恢复的原信号。

根据采样定理，原信号得以恢复的条件是取样频率 $f_s \geq 2B$ 。 f_s 为取样频率， B 为原信号的有效频带宽度。当取样频率 $f_s < 2B$ 时，取样信号的频谱会发生混迭。如图 4 所示，此时，我们无法用低通滤波器获得原信号频谱的全部信息内容。


 图 4: $f_s < 2B$ 时，取样信号频谱

实验中选用 $f_s < 2B$ ， $f_s = 2B$ ， $f_s > 2B$ 三种抽样频率对连续信号进行抽样，以验证抽样定理一要使信号抽样后能不失真地还原，抽样频率 f_s 必须大于信号频谱中最高频率的两倍。

- 有效频带宽度：严格地说，周期性信号所包含的谐波分量有无限多，不过由于谐波振幅随频率增高而减小，通常只考虑频率较低的一些分量就够了。从 0 频率到需要考虑最高次谐波频率间的频段称为信号的频带宽度。信号频带宽度的具体定义视情况而定，有时将谐波振幅下降到最大值的 $\frac{1}{K}$ （例如 $\frac{1}{10}$ ）的频段称为信号的频带宽度。本实验对于周期正弦信号频率为 $25KHz$ ，从频谱图可以看出，该信号为单频信号，抽样脉冲控制信号频率 f_s 取 $50KHz$ 。对于周期方波和三角波信号，若其基频率为 $5KHz$ ，从频谱图可以看出，可取 5 倍于基波频率作为有效的频带宽度，则抽样脉冲控制信号的频率 f_s 取 $50KHz$ 。

- 理论计算：在理论情况下，对于给定的方波 $f(t)$ （频率为 $5kHz$ ）以及周期矩形脉冲 $s(t)$ （频率为

100kHz), 可以计算出 $f(t)$ 和 $s(t)$ 的幅度谱函数, 对于取样信号 $f_s(t) = f(t)s(t)$, 同样可以计算出 $f_s(t)$ 的幅度谱函数 (太过复杂, 较难算出, 在这里不列出来了), 下式是自己计算的 $F(j\omega)$ 和 $S(j\omega)$ 的理论结果。

$$F(j\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{jn} [1 - (-1)^n] [\delta(\omega - n\frac{2\pi}{T}) - \delta(\omega + n\frac{2\pi}{T})] \quad (1)$$

$$S(j\omega) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{nj} [1 - e^{-jn\frac{2\pi}{T}\tau}] \delta(\omega - n\frac{2\pi}{T}) \quad (2)$$

$$\mathcal{F}[f_s(t)] = \frac{1}{2\pi} F(j\omega) * S(j\omega) \quad (3)$$

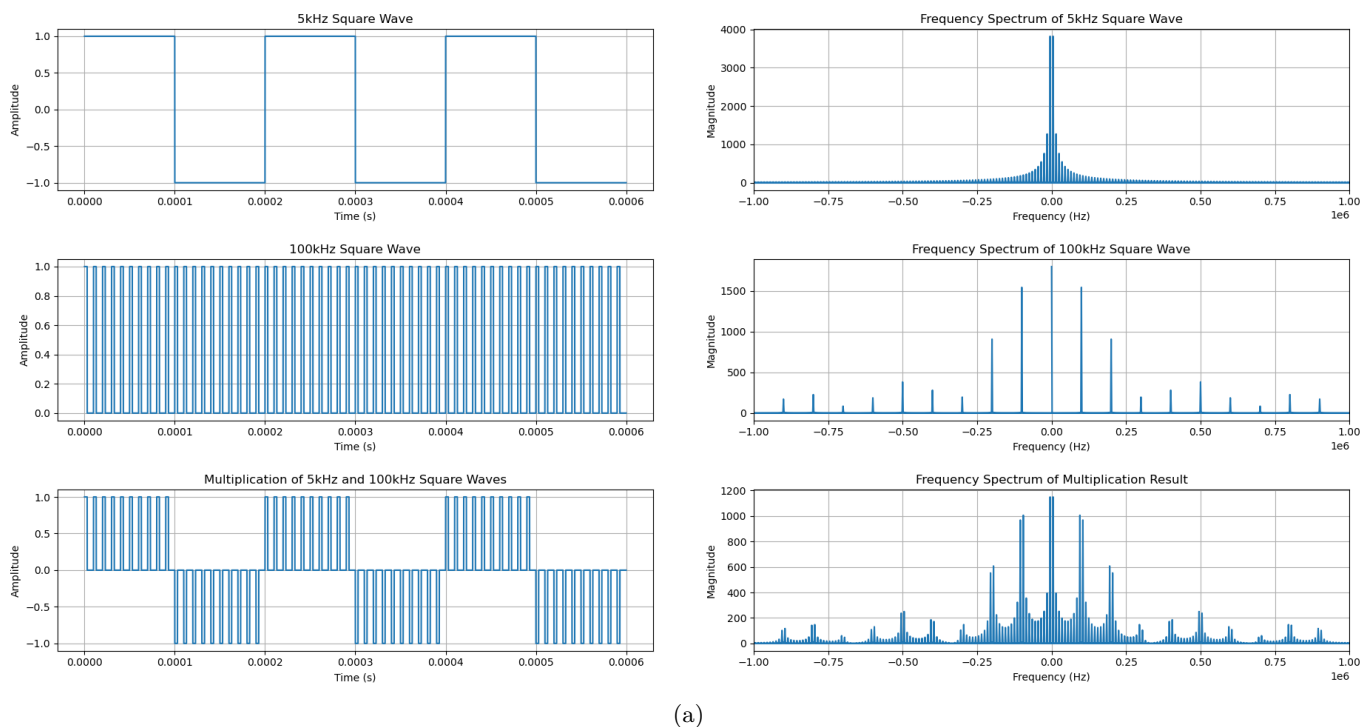


图 5: $f(t), s(t), f_s(t)$ 的波形图以及幅度谱

四、实验注意事项

1. 只有当取样脉冲的频率与被取样信号 1 频率保持整数倍数关系时, 示波器上才能得到稳定的波形, 故需微调脉冲的频率。
2. 被取样信号的幅度不宜过大。否则将得不到良好的离散信号。

五、实验内容与步骤

1. 输入信号为 5KHz 的方波信号, $V_{p-p} = 2V$, 观察抽样后离散方波信号的波形并测绘出其频谱图。

表 1

f(kHz)	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145
Pn(dB)	-7.4	-17.5	-23	-26.7	-30.4	-31.1	-30.4	-25.5	-20.6	-10.6	-10.6	-20.6	-25.7	-31	-33.8
Un	0.33	0.10	0.05	0.04	0.02	0.02	0.02	0.04	0.07	0.23	0.23	0.072	0.04	0.02	0.02

- (1) 用选频电平表测量抽样后离散信号 $f_s(t)$ 的频谱。
- 注： $U_n = 0.775 \times 10^{\frac{P_n}{20}}$
- (2) 调整 $f(t)$ 和 $s(t)$ 的频率，使抽样信号通过滤波器后能较好地复原。
- (3) 改变抽样频率为 $f_s < 2B$ 和 $f_s \geq 2B$ ，观察并描绘复原后的信号，比较其失真程度。

2. 根据实验所得数据作出了频谱图，如下图所示：

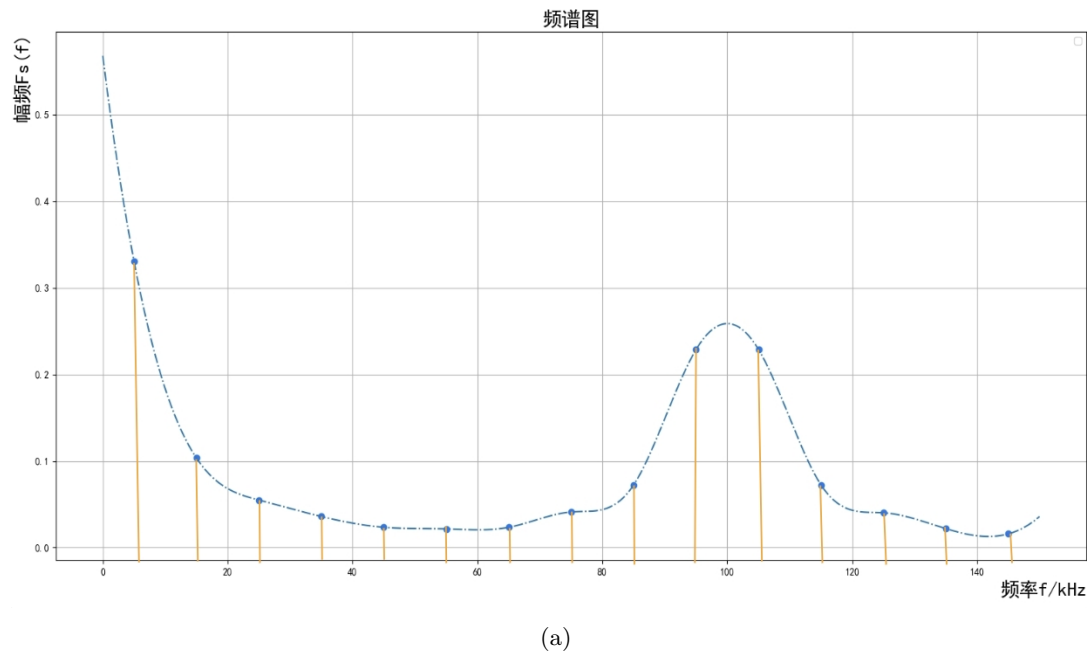


图 6: 抽样后离散信号 $f_s(t)$ 的频谱

3. 分别改变抽样频率 f_s ，并观察复原后信号的失真程度。
- 根据信号频带宽度的定义，一般取谐波下降到最大值的 $\frac{1}{10}$ 左右的频段作为带宽。对于方波， n 取不到 10，故令 $n = 9$ ，对应 $B = 5 \times 9 = 45kHz$ 。
- 根据抽样定理，要使抽样信号无失真的还原，须使抽样频率以最高频率的两倍为临界点，故将 $2B = 90kHz$ 作为是否失真的临界状态。
- 故接下来的实验会分别让 $f_s < 2B$ ， $f_s = 2B$ ， $f_s > 2B$ 来进行实验。
- (a) $f_s < 2B$ ，此时 $f_s = 60kHz$ ，如图 7 所示。

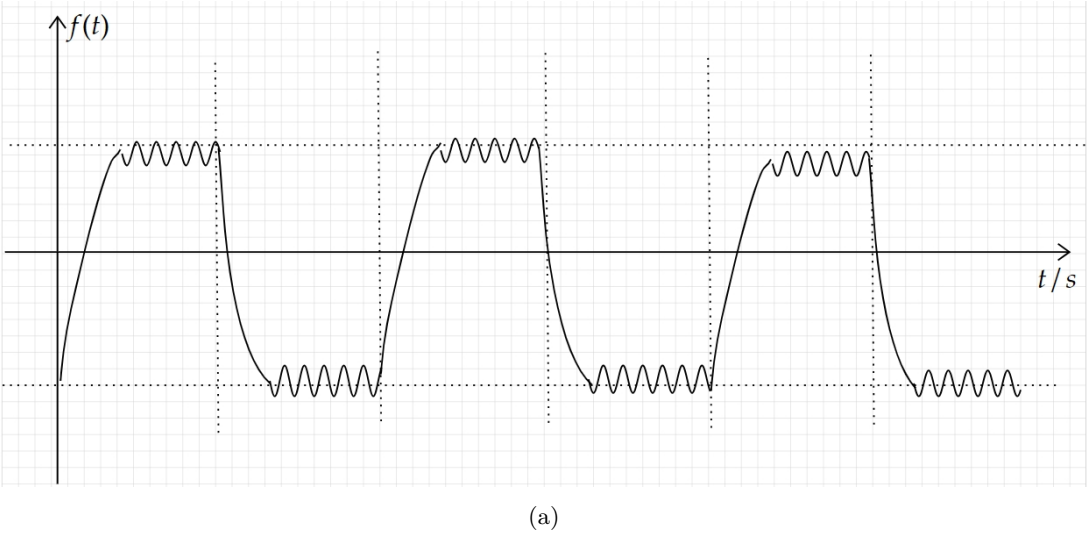


图 7: 抽样频率 $f_s < 2B$ 的复原信号

(b) $f_s = 2B$, 此时 $f_s = 90kHz$, 如图 8 所示。

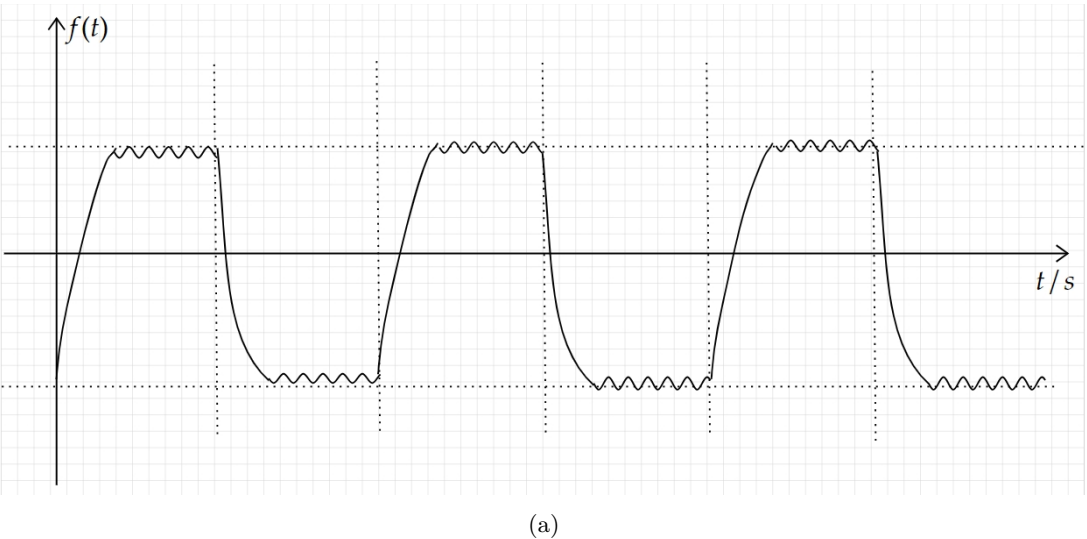


图 8: 抽样频率 $f_s > 2B$ 的复原信号

(c) $f_s > 2B$, 此时 $f_s = 130kHz$, 如图 9 所示。

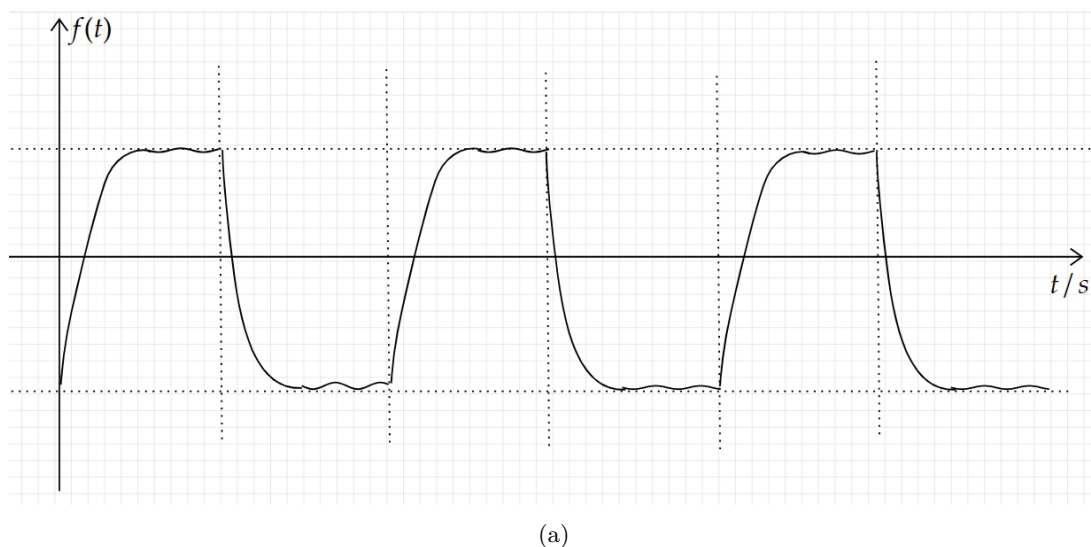


图 9: 抽样频率 $f_s > 2B$ 的复原信号

六、误差分析

1. 由于实验仪器参数和理论值有所误差, 故所得数据可能会和理论不同。
2. 在使用电平表读数时, 肉眼观察可能存在一定误差, 会与理论有一定偏差。

七、实验结论及总结

1. $f_s(t)$ 的频谱图随频率增大振幅逐渐减小, 与理论情况大致相等。
2. 当抽样频率 $f_s < 2B$ 时, 此时复原后的函数失真较为严重, 所得图像与 $f(t)$ 之间的误差较大。
3. 当抽样频率 $f_s = 2B$ 时, 此时复原后的函数有一定失真, 但比 $f_s < 2B$ 时要好很多, 所得图像已经较为接近 $f(t)$ 。
4. 当抽样频率 $f_s > 2B$ 时, 此时复原后的函数几乎没有失真, 所得图像与 $f(t)$ 最为接近, 复原程度最好, 最接近方波。