## A. Rectangle in Loop Curve

通过手画可以发现对于任意一个闭合曲线,只要曲线围成的面积不为 0 ,就能够找到四个点都在曲线上的矩形。

则这题只需要判断输入的 n 个点是否都在一条直线上即可。若都在一条直线上输出  $\log n$  不则输出  $\log n$ 

### **B.** Sequence

做法1: 正常LCS做法

以最长上升子序列为例,使用一个数组  $h_i$  记录当最长上升子序列长度为 i 时,序列末尾最小可能的值,初始 $h_0=0, h_i=+\infty (i>0)$ 。

按顺序枚举  $a_i$ 。加入  $a_i$  时从 h 中找到编号最大的小于等于  $a_i$  的数,记作 $h_j$ 。则以  $a_i$  结尾的最长的上升子序列长度为j+1,同时更新  $h_{j+1}=\min(h_{j+1},a_i)$ 。

由于此题只需要判断是否存在 n+1 的上升/下降子序列,于是 h 大小只需要 n 。使用二分去寻找 h 中找到编号最大的小于等于  $a_i$  的数,于是整题的时间复杂度为  $O(n^2\log n)$ 

做法2:

```
printf("YE5");
```

通过鸽巢原理可以证明必然存在长度为 n+1 的上升或下降子序列。

这就导致此题的条件非常宽松,各种乱搞均有可能通过此题。

# C. Even Component

题目大意为需要从树上删去任意条边, 使剩下的偶数大小的连通块尽量的多。

如果连通块大小大于2,则可以继续分割,答案不会更劣。最后我们可以得到若干大小为1或2的连通块。

则原题就是需要计算2连通块的最大数量,就是一个树上最大匹配问题,可以通过树形dp解决。

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int maxn = 1e5+10;
vector<int> g[maxn];
int dp[2][maxn];
//dp[0][u] 表示u被匹配时u子树最大匹配数量。
//dp[1][u] 表示u未被匹配时u子树最大匹配数量。
void dfs(int u, int fa){
    for (int v : g[u]) if (v != fa){
        dfs(v, u);
        dp[0][u] = max(dp[0][u] + dp[0][v], dp[1][u] + dp[1][v] + 1);
        dp[1][u] += dp[0][v];
}
```

```
int main(){
    int n;
    cin >> n;
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        int u, v;
        scanf("%d%d", &u, &v);
        g[u].push_back(v);
        g[v].push_back(u);
    }
    dfs(1, 0);
    cout << dp[0][1] << endl;
}</pre>
```

#### D. Minimum Sum

最小的  $(a_i+b_i)\%n$  就是从  $b_i$  中找到最小的大于等于  $n-a_i$  的数。如果找不到取  $b_i$  的最小值。则将所有  $b_i$  扔进 multiset,对  $a_i$  从前往后一个一个找最优的  $b_i$ ,找到一个  $b_i$  就把它从 multiset 中删除。

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int maxn = 200020;
int a[maxn];
multiset<int> s;
int main() {
   int n;
   ios::sync_with_stdio(false);
   cin >> n;
    for (int i = 1; i \le n; i++) cin >> a[i];
    for (int i = 1; i \le n; i++){
        int x;
        cin >> x;
        s.insert(x);
    for (int i = 1; i \le n; ++i){
        int x = n - a[i];
        auto it = s.lower_bound(x);
        if (it == s.end())
            it = s.begin();
        printf("%d ", (a[i] + *it) % n);
        s.erase(it);
    }
   return 0;
}
```

#### E. Master of Lowbit

当二进制最低位 1 是至少两个连续的 1 时,+lowbit(x) 一定不会更劣。

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main(){
    unsigned long long x;
    cin >> x;
   int cnt = 0;
    while (x) {
        unsigned long long b = x & (-x);
        if (x & (b << 1)) {
            x += b;
        }else{
            x -= b;
        }
        cnt++;
    cout << cnt << endl;</pre>
}
```

当然,使用记忆化搜索也可以通过。

# F. Cutting

答案为

$$\sum_{i=0}^{k} C_n^i$$

证明方法:

设 f(k,n) 为将 k 维空间使用  $n \cap k - 1$  维超平面分割形成的最大区域数量。

则 f(k,n) 它等于用 n-1 个超平面分割的数量+新加入一个超平面后新增的最大区域数量。

新增的区域数量它等于原来的平面将新平面分割的部分个数,它等于 f(k-1,n-1)

则可以得到下面的递推式:

$$f(k,n) = f(k,n-1) + f(k-1,n-1)$$

求通项可得:

$$f(k,n) = \sum_{i=0}^k C_n^i$$

引用文章: https://blog.csdn.net/frostime/article/details/104980496

#### G. Lower Bound

对输入的每列士兵排序,询问的时候每列都 lower\_bound 一下就行了。

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
int w[41][10010];
int main(){
```

```
int n, K, Q;
    cin >> n >> K >> Q;
    for (int i = 1; i <= K; i++) {
        for (int j = 1; j \ll n; j++) cin >> w[i][j];
        sort(w[i] + 1, w[i] + 1 + n);
    }
    long long sum = 0;
    int lastans = 0;
    for (int i = 1; i \le Q; i++) {
        int x;
        cin >> x;
        x \wedge = lastans;
        int ans = 0;
        for (int j = 1; j \leftarrow K; j++) {
            int p = lower_bound(w[j] + 1, w[j] + 1 + n, x) - w[j];
            int val = (p \le n) ? w[j][p] : 0;
            ans ∧= val;
        }
        sum += ans;
        lastans = ans;
    }
    cout << sum ;</pre>
}
```