Práctica 3

Anabel Gómez Ríos

```
## Warning: package 'ISLR' was built under R version 3.2.5

#library(MASS)
#library(class) # Para el KNN
# Para ahorrarnos el prefijo en Auto$mpg (cada vez que queramos acceder a algo de
# Auto:
attach(Auto)
```

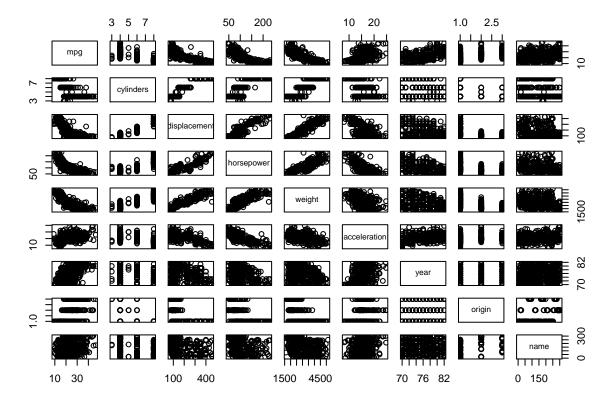
Ejercicio 1

Usar el conjunto de datos Auto que es parte del paquete ISLR. En este ejercicio desarrollaremos un modelo para predecir si un coche tiene un consumo de carburante alto o bajo usando la base de datos Auto. Se considerará alto cuando sea superior a la media de la variable mpg y bajo en caso contrario.

```
library(ISLR)
```

a) Usar las funciones de R pairs() y boxplot() para investigar la dependencia entre mpg y las otras características. ¿Cuáles de las otras características parece más útil para predecir mpg? Justificar la respuesta.

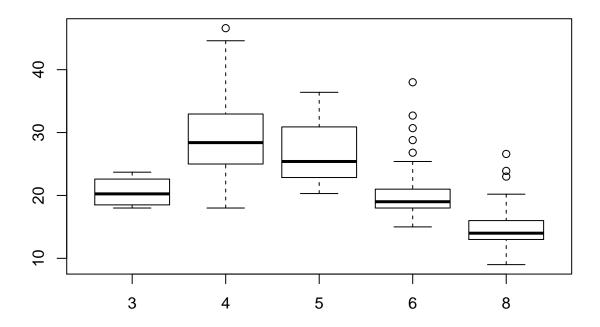
```
pairs(Auto)
```



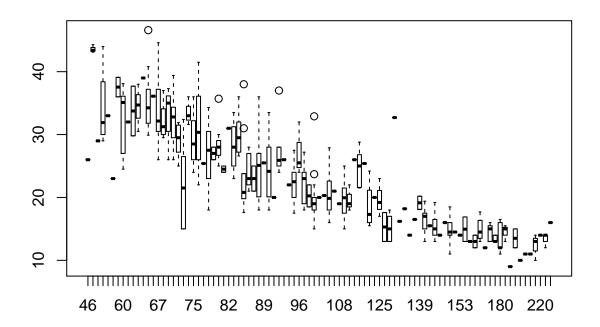
Como vemos con la función pairs, las características que parecen más útiles para predecir mpg (que son aquellas que tienen un patrón más o menos claro con respecto a mpg) son displacement, horsepower y weight.

Vamos a ver ahora las tres seleccionadas con boxplot:

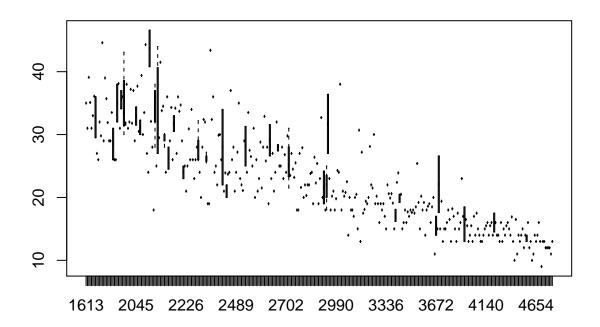
boxplot(Auto\$mpg~Auto\$cylinders)



boxplot(Auto\$mpg~Auto\$horsepower)

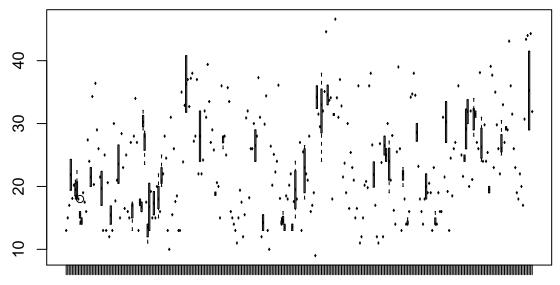


boxplot(Auto\$mpg~Auto\$weight)



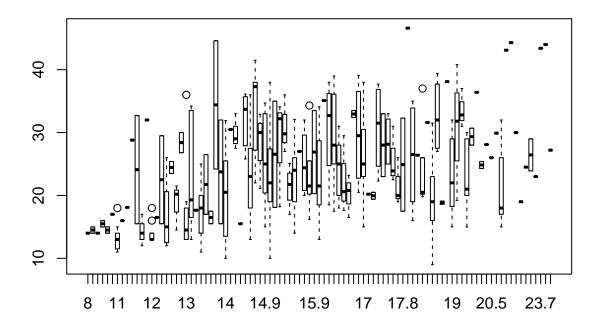
Como vemos las tres siguen más o menos una estructura clara. Veamos otras que no sean ninguna de estas tres:

boxplot(Auto\$mpg~Auto\$name)



amc ambassador brougham dodge colt ford torino plymouth valiant vw rabbit

boxplot(Auto\$mpg~Auto\$acceleration)



Estas por ejemplo, vemos que no tienen mucho que ver con mpg, puesto que las cajas, en lugar de seguir un patrón, parecen más o menos puestas de forma aleatoria.

b) Seleccionar las variables predictorias que considere más relevantes.

Lo que vamos a hacer es crear otro data.frame en el que vamos a eliminar el resto de variables, y vamos a dejar sólo las que hemos citado previamente.

```
# Elegimos las cinco primeras columnas de Auto, que contienen mpg, cylinders,
# displacement, horsepower y weight
AutoMod <- Auto[ ,1:5]
# Nos sobra la columna de cylinders, así que la eliminamos
AutoMod <- AutoMod[ ,-2]</pre>
```

c) Particionar el conjunto de datos en un conjunto de entrenamiento (80%) y otro de test (20%). Justificar el procedimiento usado.

Como la base de datos de Auto tiene una gran cantidad de instancias y además están ordenadas por el año de salida, lo que hacemos es elegir de forma aleatoria, con la función sample() el 80% de estas instancias para train, y el resto las dejaremos para test.

```
# Fijamos la semilla para el sample
set.seed(237)
train = sample(1:nrow(AutoMod), round(nrow(AutoMod)*0.8))
```

```
test = AutoMod[-train, ]
train = AutoMod[train, ]
```

d) Crear una variable binaria, mpg01, que será igual a 1 si la variable mpg contiene un valor por encima de la mediana, y -1 si mpg contiene un valor por debajo de la mediana. La mediana se puede calcular usando la función median(). (Nota: puede resultar útil usar la función data.frames() para unir en un mismo conjunto de datos la nueva variable mpg01 y las otras variables de Auto).

Lo que vamos a haces es seleccionar de los conjuntos de train y test que hemos separado previamente, las posiciones en las que la variable mpg está por encima de la mediana y las posiciones en las que está por debajo para después cambiar dicha variable a 1 y -1 repectivamente. No he utilizado la función data.frame() porque como ya tengo un data.frame train y otro test con las variables seleccionadas en b) lo voy a modificar en dichos data.frame directamente.

```
# Obtenemos las posiciones a cambiar con 1 y -1 en train
posiciones <- c(1:length(train[,1]))
pos_positivos <- posiciones[train[,1] >= median(train[,1])]
pos_negativos <- posiciones[train[,1] < median(train[,1])]
train[,1][pos_positivos] = 1
train[,1][pos_negativos] = -1

# Hacemos lo mismo para test
posiciones <- c(1:length(test[,1]))
pos_positivos <- posiciones[test[,1] >= median(test[,1])]
pos_negativos <- posiciones[test[,1] < median(test[,1])]
test[,1][pos_positivos] = 1
test[,1][pos_negativos] = -1</pre>
```

1. Ajustar un modelo de regresión logística a los datos de entrenamiento y predecir mpg01 usando las variables seleccionadas en b). ¿Cuál es el error de test del modelo? Justificar la respuesta.

Estos datos, con las variables seleccionadas y con la variable mpg a 1 y -1 es lo que tenemos ahora mismo en train y test, y es lo que por tanto vamos a utilizar. Para ajustar un modelo de regresión logística vamos a utilizar la función glm(), a la que le pasamos la variable a predecir, train\$mpg y las variables con las que la vamos a predecir. Como hemos dicho que ya tenemos sólo las variables seleccionadas, podemos directamente poner un . para que tome el resto de variables presentes en los datos que le pasamos, que serán train.

Para calcular el error de test del modelo tenemos que predecir, con el modelo logístico que hemos obtenido, la salida que nos da para la variable mpg del conjunto de test. Para esto utilizo la función predict(), a la que hay que pasarle el modelo y los datos de test sin la variable mpg. Una vez tenemos las predicciones, que serán números positivos o negativos, como es un problema que hemos transformado a clasificación, nos quedamos con el signo de estas predicciones y todas aquellas que coincidan en signo con la variable mpg de test, estarán bien clasificadas. Contamos por tanto aquellas que no coincidan, lo dividimos por el número de instancias que tenemos en test y multiplicamos por 100 para obtener el porcentaje de error.

```
modlog1 <- glm(train$mpg~., data = train)
prediccionesRL <- predict(modlog1, test[,-1])
comp <- sign(prediccionesRL) == sign(test$mpg)
errores <- comp[comp == FALSE]</pre>
```

```
error.regresion <- 100*(length(errores)/nrow(test))
cat("El error con regresión ha sido:", error.regresion)</pre>
```

El error con regresión ha sido: 3.846154

El porcentaje de error, como vemos, es 3.846154

2. Ajustar un modelo K-NN a los datos de entrenamiento y predecir mpg01 usando solamente las variables seleccionadas en b). ¿Cuál es el error de test en el modelo? ¿Cuál es el valor de K que mejor ajusta los datos? Justificar la respuesta. (Usar el paquete class de R).

Para obtener el valor de K que mejor ajusta a los datos he utilizado la función tune.knn(), que prueba con un rango de Ks dados y devuelve aquel que tenga mejor tasa de acierto en train. Previo a esto, he normalizado los datos de test y de train (por separado, para así no infliur en los datos de test con los de train):

```
escalado <- scale(train[,2:4])
train[,2:4] <- escalado
centro <- attr(escalado, "scaled:center")
escala <- attr(escalado, "scaled:scale")
test[,2:4] <- scale(test[,2:4], center=centro, scale=escala)</pre>
```

Vamos a obtener el mejor K entre 1 y 10. Antes de usar tune.knn() es importante fijar una semilla ya que cuando hay empates lo que hace es desempatar de forma aleatoria. Además es necesario pasar los datos a una matriz para que funcione.

```
library(class)
library(e1071)
```

Warning: package 'e1071' was built under R version 3.2.5

```
# Pasamos los datos con los que vamos a predecir a una matriz
x <- as.matrix(train[,-1])
# Fijamos la semilla
set.seed(237)
tune.knn(x,as.factor(train[,1]), k=1:10, tunecontrol=tune.control(sampling = "cross"))</pre>
```

```
##
## Parameter tuning of 'knn.wrapper':
##
## - sampling method: 10-fold cross validation
##
## - best parameters:
## k
## 9
##
## - best performance: 0.0890121
```

```
# Utilizamos knn con el mejor k que nos ha dicho tune.knn
pred.knn <- knn(train[,-1], test[,-1], train[,1], k=9)</pre>
```

Vamos a ver ahora el error de test, para el que utilizo la función table() con las predicciones y la variable mpg real para que me devuelva la matriz de confusión. El error serán los falsos positivos y los falsos negativos entre el número de todas las instancias:

```
confM <- table(pred.knn, test[,1])
error <- (confM[1,2] + confM[2,1])/(confM[1,1]+confM[1,2]+confM[2,1]+confM[2,2])
cat("El error en test ha sido:", error)</pre>
```

El error en test ha sido: 0.05128205

Tenemos por tanto un error de poco más del 5% en test, lo que es muy bueno.

3. Pintar las curvas ROC (instalar paquete ROCR de R) y comparar y valorar los resultados obtenidos para ambos modelos.

En el caso del knn tenemos que obtener la probabilidad de que cada elemento en test pertenezca a la clase 1 o -1, para lo que utilizamos el parámetro prob=T en la función knn(). Sin embargo necesitamos tener la probabilidad de que todos los elementos pertenezcan a una sola clase, o a 1 o a -1, para lo que cambiamos aquellas que sean, por ejemplo, -1, y ponemos 1-la probabilidad de que pertenezcan a la clase -1, que es lo que nos devuelve knn() con prob=T, con lo que tenemos lo que necesitamos.

Posteriormente, y esto es común para knn y para regresión logística, lo que tenemos que hacer es obtener de esto un objeto de tipo prediction para lo que utilizamos la función del mismo nombre, pasándole por parámetros estas probabilidades, después utilizamos la función performance() con el objeto de tipo prediction y las medidas "tpr" y "fpr", que según nos dice en la ayuda de la función, son las necesarias para obtener la curva ROC. Por último, pintando el objeto performance, tenemos las curvas ROC:

```
library(ROCR)
```

```
## Warning: package 'ROCR' was built under R version 3.2.5

## Loading required package: gplots

## Warning: package 'gplots' was built under R version 3.2.5

##

## Attaching package: 'gplots'

## The following object is masked from 'package:stats':

##

## lowess

knn.res <- knn(train[,-1], test[,-1], train[,1], k=5, prob=T)

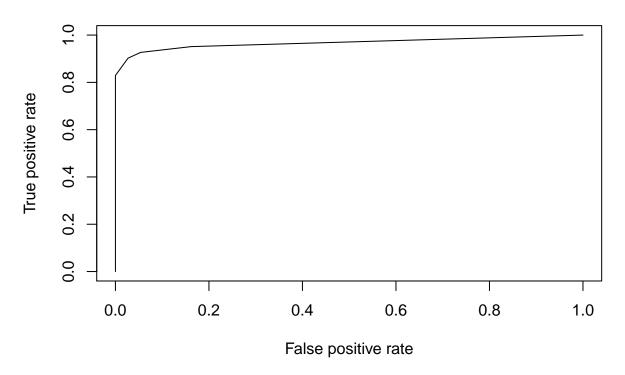
prob <- attr(knn.res,"prob")

prob <- sapply(1:length(prob), function(i) {
   if(as.numeric(knn.res[i]) == 1) {
     1-prob[i]</pre>
```

```
}
else {
    prob[i]
}
})

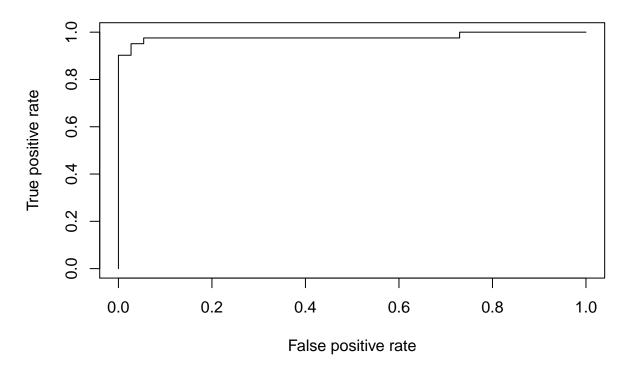
pred <- prediction(prob, test$mpg)
perf <- performance(pred, "tpr", "fpr")
plot(perf, main="Curva ROC para knn")</pre>
```

Curva ROC para knn



```
pred = prediction(prediccionesRL, test$mpg)
perf = performance(pred, "tpr", "fpr")
plot(perf, main="Curva ROC para logística")
```

Curva ROC para logística



Como vemos, ambas son muy buenas, ya que crecen hacia 1 muy rápido en el 0, aunque después knn va un poco más lento que regresión logística, por lo que esta última nos sale un poco mejor, que es algo que ya habíamos notado al calcular los errores, ya que regresión logística tiene un error de poco más del 3% y knn de poco más del 5%.

e) Bonus-1: Estimar el error de test de ambos modelos (RL, k-NN) pero usando Validación Cruzada de 5-particiones. Comparar con los resultados obtenidos en el punto anterior.

Dividimos el conjunto AutoMod, en el que ya tenemos sólo las variables seleccionadas en el apartado b), en 5 particiones de forma aleatoria haciendo uso de las funciones sample() y lapply(), de forma que obtenemos las particiones en una lista que después combinaremos con rbind().

```
set.seed(237)
x <- sample(392,392)
1 <- c(0, 78, 156, 234, 313, 392)
particiones <- lapply(1:5, function(i) {
    AutoMod[x[(1[i]+1):1[i+1]], ]
})</pre>
```

Vamos a hacer un bucle de 5 iteraciones en los que iremos cambiando los conjuntos de train y test (e iremos en cada uno modificando la variable mpg umbralizándola a 1 y -1 según la mediana de cada conjunto de train y test que obtengamos).

```
media_regresion <- 0
media_knn <- 0
for (i in 1:5) {
  test <- particiones[[i]]</pre>
  y <- 1:5
  y \leftarrow y[y != i]
  train <- rbind(particiones[[y[1]]], particiones[[y[2]]], particiones[[y[3]]],</pre>
                  particiones[[y[4]]])
  # Discretizamos la variable mpg en train y test
  posiciones <- c(1:length(train[,1]))</pre>
  pos_positivos <- posiciones[train[,1] >= median(train[,1])]
  pos_negativos <- posiciones[train[,1] < median(train[,1])]</pre>
  train[,1][pos_positivos] = 1
  train[,1][pos_negativos] = -1
  posiciones <- c(1:length(test[,1]))</pre>
  pos_positivos <- posiciones[test[,1] >= median(test[,1])]
  pos_negativos <- posiciones[test[,1] < median(test[,1])]</pre>
  test[,1][pos positivos] = 1
  test[,1][pos_negativos] = -1
  # Calculamos el error con regresión logística
  modlog1 <- glm(train$mpg~., data = train)</pre>
  prediccionesRL <- predict(modlog1, test[,-1])</pre>
  comp <- sign(prediccionesRL) == sign(test$mpg)</pre>
  errores <- comp[comp == FALSE]</pre>
  error.regresion <- 100*(length(errores)/nrow(test))</pre>
  media_regresion <- media_regresion + error.regresion</pre>
  # Escalamos para knn
  escalado <- scale(train[,2:4])
  train[,2:4] <- escalado</pre>
  centro <- attr(escalado, "scaled:center")</pre>
  escala <- attr(escalado, "scaled:scale")</pre>
  test[,2:4] <- scale(test[,2:4], center=centro, scale=escala)</pre>
  # Obtemos el mejor k
  # Pasamos los datos con los que vamos a predecir a una matriz
  x <- as.matrix(train[,-1])</pre>
  # Fijamos la semilla
  set.seed(237)
  k <- tune.knn(x,as.factor(train[,1]), k=1:10, tunecontrol =
                   tune.control(sampling = "cross"))
  k <- k$best.parameters$k
  \# Utilizamos knn con el mejor k que nos ha dicho tune.knn
  pred.knn \leftarrow knn(train[,-1], test[,-1], train[,1], k=k)
  # Creamos la tabla de confusión y calculamos el error
  confM <- table(pred.knn, test[,1])</pre>
  error \leftarrow (confM[1,2] + confM[2,1]) /
               (confM[1,1]+confM[1,2]+confM[2,1]+confM[2,2])
```

El error medio por validación cruzada en regresión logística ha sido 12.53165

```
cat("El error medio por validación cruzada con knn ha sido", media_knn)
```

El error medio por validación cruzada con knn ha sido 10.98994

Vemos que los errores, aunque siguen siendo bajos, son un poco más altos que antes. Esto puede deberse a que con las particiones de los datos que teníamos en apartados anteriores hayamos tenido más suerte a la hora de predecir. Es importante decir que este error es más fiable, ya que estamos repitiendo el experimento 5 veces con conjuntos de train y test distintos, donde los datos de test no influyen en ningún momento en los de train, y estamos calculando la media de los errores, que es más fiable que hacerlo una única vez. En este caso, además, nos sale un 2% mejor el ajuste con knn que con regresión logística.

f) Bonus-2: Ajustar el mejor modelo de regresión posible considerando la variable mpg como salida y el resto como predictorias. Justificar el modelo ajustado en base al patrón de los residuos. Estimar su error de entrenamiento y test.

```
# Borramos lo que no necesitamos
rm(AutoMod, escalado, test, train, x)
rm(centro, comp, confM, error, error.regresion, errores)
rm(escala, knn.res, modlog1, perf, pos_negativos, pos_positivos)
rm(posiciones, pred, pred.knn, prediccionesRL, prob)
```

Ejercicio 2.

Usar la base de datos Boston (en el paquete MASS de R) para ajustar un modelo que prediga si dado un suburbio este tiene una tasa de criminalidad (crim) por encima o por debajo de la mediana. Para ello considere la variable crim como la variable salida y el resto como variables predictoras.

```
library(MASS)
set.seed(237)
# Dividimos el conjunto en train (80%) y test(20%)
train = sample(1:nrow(Boston), round(nrow(Boston)*0.8))
test = Boston[-train, ]
train = Boston[train, ]
```

a) Encontrar el subconjunto óptimo de variables predictoras a partir de un modelo de regresión-LASSO (usar paquete glmnet de R) donde seleccionamos sólo aquellas variables con coeficiente mayor de un umbral prefijado.

Utilizando glmnet, le tenemos que dar un 1 al parámetro alpha para que sea un modelo LASSO, con el que vamos a obtener el conjunto óptimo de variables predictoras (aquellas que más correlación tengan con crim). A glmnet le tenemos que pasar los datos como matrices para que funcione, para lo que utilizo la función as.matrix().

```
library(glmnet)

## Warning: package 'glmnet' was built under R version 3.2.5

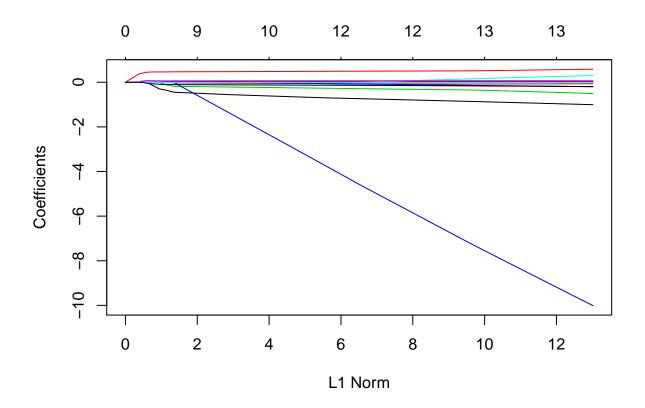
## Loading required package: Matrix

## Loading required package: foreach

## Warning: package 'foreach' was built under R version 3.2.5

## Loaded glmnet 2.0-5

## Volvemos a fijar la semilla
set.seed(237)
modelo.lasso <- glmnet(as.matrix(train[,-1]), as.matrix(train[,1]), alpha=1)
plot(modelo.lasso)</pre>
```



Como vemos, muchos de los coeficientes están cerca de cero, o son exactamente cero, lo que quiere decir que las variables correspondientes no influirán en la variable crim. Vamos a elegir un λ apropiado usando cross-validation.

```
crossv <- cv.glmnet(as.matrix(train[,-1]), as.matrix(train[,1]), alpha=1)
lambda <- crossv$lambda.min
coeficientes <- predict(modelo.lasso, type="coefficients", s=lambda)[1:14,]
print(coeficientes)</pre>
```

```
##
    (Intercept)
                                    indus
                                                   chas
                                                                 nox
                          zn
## 12.081390554 0.035634736 -0.065867295 -0.288254662 -4.571273619
                                      dis
                         age
                                                   rad
##
   0.007674630 0.001512413 -0.735387080
                                           0.495939249
                                                        0.000000000
##
        ptratio
                       black
                                    lstat
                                                   medv
## -0.079012478 -0.011083919 0.070805286 -0.138844223
```

Como vemos hay muchos de estos coeficientes muy cercanos a 0. Nos vamos a quedar con aquellos que estén (en valor absoluto) por encima de un umbral 0.5, que significará que tienen cierta correlación con la variable crim, aunque podríamos elegir uno un poco más bajo si quisiéramos considerar más variables (aunque serían menos relevantes)

```
coeficientes <- coeficientes[abs(coeficientes)>0.5]
print(coeficientes)
```

```
## (Intercept) nox dis
## 12.0813906 -4.5712736 -0.7353871
```

Nos quedamos sólo entonces con las variables chas, nox, dis y rad.

b) Ajustar un modelo de regresión regularizada con "weight-decay" (ridge-regression) y las variables seleccionadas. Estimar el error residual del modelo y discutir si el comportamiento de los residuos muestran algún indicio de "underfitting".

Para weight-decay tenemos que usar también gl
mnet pero con el parámetro $\alpha=0.$

Nos quedamos primero con las variables seleccionadas por el método anterior, y vamos a utilizar el mejor λ que nos ha salido del apartado anterior por cross-validation:

Calculamos ahora el error residual, que será la raíz cuadrada positiva de los cuadrados de las diferencias entre nuestro valor y el predicho por el modelo.

```
error.res <- sum((BostonMod.test[,1] - predicciones)^2)
error.res <- sqrt(error.res/length(predicciones))</pre>
```

Para ver ahora si estamos o no ajustando poco el modelo (underfitting) vamos a probar distintos valores de λ , que es el parámetro que maneja la cantidad de regularización que le damos al modelo. Vamos a coger dos valores por debajo del λ que tenemos en este momento (0.0450578) y dos por encima y comprobar qué sucede:

El error para lambda = 0.08 ha sido 4.94845

El error para lambda = 1 ha sido 4.951584

El error para lambda = 0.02 ha sido 4.950263

El error para lambda = 0.002 ha sido 4.950882

Como vemos, cuanto mayor es el λ , menor es el error (mayor la cantidad de regularización), mientras que si lo bajamos, el error aumenta, por lo que sí que estamos ajustando poco el modelo aún, se podría mejorar aumentando λ .

c) Definir una nueva variable con valores -1 y 1 usando el valor de la mediana de la variable crim como umbral. Ajustar un modelo SVM que prediga la nueva variable definida. (Usar el paquete e1071 de R). Describir con detalle cada uno de los pasos dados en el aprendizaje del modelo SVM. Comience ajustando un modelo lineal y argumente si considera necesario usar algún núcleo. Valorar los resultados del uso de distintos núcleos.

```
posiciones <- c(1:length(train[,1]))
pos_positivos <- posiciones[train[,1] >= median(train[,1])]
pos_negativos <- posiciones[train[,1] < median(train[,1])]
train[,1][pos_positivos] = 1
train[,1][pos_negativos] = -1

posiciones <- c(1:length(test[,1]))
pos_positivos <- posiciones[test[,1] >= median(test[,1])]
pos_negativos <- posiciones[test[,1] < median(test[,1])]
test[,1][pos_positivos] = 1
test[,1][pos_negativos] = -1</pre>
```

Vamos a hacer ahora un SVM con núcleo lineal

```
# Volvemos a fijar la semilla
set.seed(237)
modelo.svm <- svm(train[,1]~., train[,-1], kernel="linear")
predicciones <- predict(modelo.svm, test[,-1])
comp <- sign(predicciones) == sign(test$crim)
errores <- comp[comp == FALSE]
error <- 100*(length(errores)/nrow(test))
cat("El error con SVM lineal ha sido:", error)</pre>
```

El error con SVM lineal ha sido: 19.80198

Vamos a probar con los otros tres tipos de núcleos a ver los resultados en errores que obtenemos

```
modelo.svm <- svm(train[,1]~., train[,-1], kernel="polynomial")
predicciones <- predict(modelo.svm, test[,-1])
comp <- sign(predicciones) == sign(test$crim)
errores <- comp[comp == FALSE]
error <- 100*(length(errores)/nrow(test))
cat("El error con SVM polinomial ha sido:", error)</pre>
```

El error con SVM polinomial ha sido: 17.82178

```
modelo.svm <- svm(train[,1]~., train[,-1], kernel="radial")
predicciones <- predict(modelo.svm, test[,-1])
comp <- sign(predicciones) == sign(test$crim)
errores <- comp[comp == FALSE]
error <- 100*(length(errores)/nrow(test))
cat("El error con SVM radial ha sido:", error)</pre>
```

El error con SVM radial ha sido: 15.84158

```
modelo.svm <- svm(train[,1]~., train[,-1], kernel="sigmoid")
predicciones <- predict(modelo.svm, test[,-1])
comp <- sign(predicciones) == sign(test$crim)
errores <- comp[comp == FALSE]
error <- 100*(length(errores)/nrow(test))
cat("El error con SVM sigmoidal ha sido:", error)</pre>
```

El error con SVM sigmoidal ha sido: 42.57426

Bonus-3: Estimar el error de entrenamiento y test por validación cruzada de 5 particiones.

```
# Borramos lo que no necesitamos
rm(BostonMod.test, BostonMod.train, test, train)
rm(coeficientes, comp, crossv, error, error.res, errores)
rm(lambda, modelo.lasso, modelo.ridge, predicciones, modelo.svm)
```

Ejercicio 3.

Usar el conjunto de datos Boston y las librerías randomForest y gbm de R.

```
library(randomForest)

## Warning: package 'randomForest' was built under R version 3.2.5

## randomForest 4.6-12

## Type rfNews() to see new features/changes/bug fixes.

library(gbm)

## Warning: package 'gbm' was built under R version 3.2.5

## Loading required package: survival

## Loading required package: lattice

## Loading required package: splines

## Loading required package: parallel

## Loaded gbm 2.1.1
```

```
library(MASS)
```

a) Dividir la base de datos en dos conjuntos de entrenamiento (80%) y test (20%).

```
set.seed(237)
train = sample(1:nrow(Boston), round(nrow(Boston)*0.8))
test = Boston[-train, ]
train = Boston[train, ]
```

b) Usando la variable medy como salida y el resto como predictoras, ajustar un modelo de regresión usando bagging. Explicar cada uno de los parámetros usados. Calcular el error del test.

Veamos cuántas variables hay, ya que va a ser necesario especificar el total para hacer bagging:

```
summary(train)
```

```
##
         crim
                                              indus
                                                                chas
                               zn
                                                 : 0.46
                                                                   :0.00000
##
    Min.
           : 0.00632
                                   0.0
                        Min.
                                         Min.
                                                           Min.
##
    1st Qu.: 0.08199
                        1st Qu.:
                                   0.0
                                          1st Qu.: 5.13
                                                           1st Qu.:0.00000
##
    Median : 0.26838
                        Median :
                                   0.0
                                         Median : 8.56
                                                           Median : 0.00000
            : 3.70216
                                                                   :0.07407
                        Mean
                                : 11.6
                                          Mean
                                                 :11.06
                                                           Mean
##
    3rd Qu.: 3.67822
                        3rd Qu.: 17.5
                                          3rd Qu.:18.10
                                                           3rd Qu.:0.00000
                                :100.0
##
    Max.
            :88.97620
                        Max.
                                         Max.
                                                 :27.74
                                                           Max.
                                                                   :1.00000
##
         nox
                            rm
                                            age
                                                              dis
##
    Min.
            :0.385
                     Min.
                             :3.863
                                      Min.
                                              :
                                                 2.90
                                                         Min.
                                                                : 1.130
##
    1st Qu.:0.449
                     1st Qu.:5.875
                                      1st Qu.: 45.70
                                                         1st Qu.: 2.079
##
    Median : 0.538
                     Median :6.211
                                      Median: 76.50
                                                         Median : 3.272
##
                             :6.296
    Mean
            :0.555
                     Mean
                                      Mean
                                              : 68.76
                                                         Mean
                                                                : 3.807
##
    3rd Qu.:0.631
                     3rd Qu.:6.649
                                      3rd Qu.: 94.40
                                                         3rd Qu.: 5.118
##
    Max.
            :0.871
                     Max.
                             :8.780
                                      Max.
                                              :100.00
                                                         Max.
                                                                 :12.127
##
         rad
                                          ptratio
                                                            black
                          tax
                                                        Min.
##
   Min.
           : 1.00
                     Min.
                             :187.0
                                      Min.
                                              :12.60
                                                               : 0.32
    1st Qu.: 4.00
##
                     1st Qu.:277.0
                                      1st Qu.:17.40
                                                        1st Qu.:374.71
##
    Median: 5.00
                     Median :330.0
                                      Median :19.00
                                                        Median :391.43
##
                                                               :355.82
    Mean
            : 9.64
                     Mean
                             :406.7
                                              :18.46
                                      Mean
                                                        Mean
##
    3rd Qu.:24.00
                     3rd Qu.:666.0
                                       3rd Qu.:20.20
                                                        3rd Qu.:395.99
##
    Max.
            :24.00
                             :711.0
                                              :22.00
                                                               :396.90
                     Max.
                                      Max.
                                                        Max.
##
        lstat
                          medv
##
           : 1.73
                             : 5.00
   Min.
                     Min.
    1st Qu.: 6.93
                     1st Qu.:16.70
##
   Median :11.50
                     Median :21.20
##
    Mean
            :12.88
                     Mean
                             :22.68
##
                     3rd Qu.:25.00
    3rd Qu.:17.21
    Max.
            :37.97
                     Max.
                             :50.00
```

Como vemos son 14 variables en total, si quitamos la que vamos a predecir, son en total 13. Vamos a empezar con un número de árboles 10 y ver el error que tiene, e iremos subiendo hasta que el error se quede más o menos estable, ya que sabemos que bagging no sobreajusta los datos.

```
bagging10 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 13, ntree = 10)
pred10 <- predict(bagging10, newdata = test)</pre>
cat("El error con 10 árboles es:", mean((pred10-test$medv)^2))
## El error con 10 árboles es: 7.857399
bagging30 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 13, ntree = 30)
pred30 <- predict(bagging30, newdata = test)</pre>
cat("El error con 30 árboles es:", mean((pred30-test$medv)^2))
## El error con 30 árboles es: 6.794903
bagging300 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 13, ntree = 300)
pred300 <- predict(bagging300, newdata = test)</pre>
cat("El error con 300 árboles es:", mean((pred300-test$medv)^2))
## El error con 300 árboles es: 7.057605
bagging500 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 13, ntree = 500)
pred500 <- predict(bagging500, newdata = test)</pre>
cat("El error con 500 árboles es:", mean((pred500-test$medv)^2))
## El error con 500 árboles es: 6.868883
bagging600 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 13, ntree = 600)</pre>
pred600 <- predict(bagging600, newdata = test)</pre>
cat("El error con 600 árboles es:", mean((pred600-test$medv)^2))
## El error con 600 árboles es: 6.938973
bagging800 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 13, ntree = 800)
pred800 <- predict(bagging800, newdata = test)</pre>
cat("El error con 800 árboles es:", mean((pred800-test$medv)^2))
## El error con 800 árboles es: 6.854073
bagging700 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 13, ntree = 700)</pre>
pred700 <- predict(bagging700, newdata = test)</pre>
cat("El error con 700 árboles es:", mean((pred700-test$medv)^2))
## El error con 700 árboles es: 6.83493
bagging650 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 13, ntree = 650)
pred650 <- predict(bagging650, newdata = test)</pre>
cat("El error con 650 árboles es:", mean((pred650-test$medv)^2))
```

El error con 650 árboles es: 6.810284

c) Ajustar un modelo de regresión usando Random Forest. Obtener una estimación del número de árboles necesario. Justificar el resto de parámetros usados en el ajuste. Calcular el error de test y compararlo con el obtenido con bagging.

Como es un modelo de regresión, vamos a usar una cantidad de variables igual a p/3, donde p es el número de variables, que en este caso es 13, luego utilizamos el redondeo por arriba de 13/3 = 4,33, que es 5. Vamos a hacer lo mismo que antes para elegir el número de árboles, ya que random forest tampoco sobreajusta los datos.

```
# Fijamos la semilla de nuevo
set.seed(237)
randomF10 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 5, ntree = 10)
pred10 <- predict(randomF10, newdata=test)</pre>
cat("El error con 10 árboles es:", mean((pred10-test$medv)^2))
## El error con 10 árboles es: 7.815575
randomF30 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 5, ntree = 30)
pred30 <- predict(randomF30, newdata=test)</pre>
cat("El error con 30 árboles es:", mean((pred30-test$medv)^2))
## El error con 30 árboles es: 7.487246
randomF50 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 5, ntree = 50)
pred50 <- predict(randomF50, newdata=test)</pre>
cat("El error con 50 árboles es:", mean((pred50-test$medv)^2))
## El error con 50 árboles es: 7.254418
randomF100 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 5, ntree = 100)
pred100 <- predict(randomF100, newdata=test)</pre>
cat("El error con 100 árboles es:", mean((pred100-test$medv)^2))
## El error con 100 árboles es: 6.912036
randomF200 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 5, ntree = 200)
pred200 <- predict(randomF200, newdata=test)</pre>
cat("El error con 200 árboles es:", mean((pred200-test$medv)^2))
## El error con 200 árboles es: 6.869719
randomF400 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 5, ntree = 400)
pred400 <- predict(randomF400, newdata=test)</pre>
cat("El error con 400 árboles es:", mean((pred400-test$medv)^2))
```

El error con 400 árboles es: 6.573803

```
randomF600 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 5, ntree = 600)
pred600 <- predict(randomF600, newdata=test)
cat("El error con 600 árboles es:", mean((pred600-test$medv)^2))

## El error con 600 árboles es: 6.923628

randomF500 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 5, ntree = 500)
pred500 <- predict(randomF500, newdata=test)
cat("El error con 100 árboles es:", mean((pred500-test$medv)^2))

## El error con 100 árboles es: 6.896802

randomF450 <- randomForest(train$medv~., data = train, mtry = 5, ntree = 450)
pred450 <- predict(randomF450, newdata=test)
cat("El error con 450 árboles es:", mean((pred450-test$medv)^2))

## El error con 450 árboles es:", mean((pred450-test$medv)^2))</pre>
```

Podemos ver que el mejor número de árboles es 400, que es con el que nos vamos a quedar.

d) Ajustar un modelo de regresión usando Boosting (usar gbm con distribution = 'gaussian'). Calcular el error de test y compararlo con el obtenido con bagging y Random Forest.

```
library(gbm)
set.seed(237)

boosting <- gbm(medv~., data = train, distribution = "gaussian", n.trees = 5000, shrinkage = 0.2)
pred <- predict(boosting, newdata = test, n.trees=5000)
mean((pred - test$medv)^2)

## [1] 17.17236</pre>
```

Ejercicio 4.

Usar el conjunto de datos OJ que es parte del paquete ISLR.

a) Crear un conjunto de entrenamiento conteniendo una muestra aleatoria de 800 observaciones, y un conjunto de test conteniendo el resto de las observaciones. Ajustar un árbol a los datos de entrenamiento, con Purchase como la variable respuesta y las otras variables como predictoras (paquete tree de R).

```
# Fijamos de nuevo la semilla
set.seed(237)

library(ISLR)
train.idx = sample(1:nrow(0J), 800)
test = OJ[-train.idx, ]
train = OJ[train.idx, ]

# Usamos la librería tree
library(tree)
```

Warning: package 'tree' was built under R version 3.2.5

Para saber si usar clasificación o regresión vamos a ver de qué tipo es la variable Purchase con la función summary()

summary(OJ)

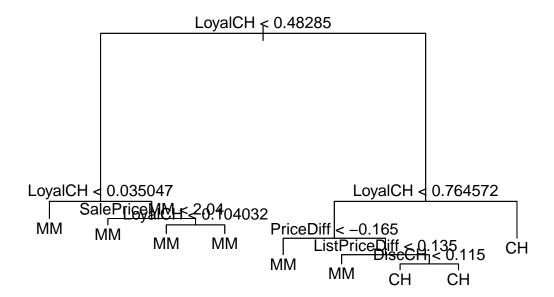
```
Purchase WeekofPurchase
                                  StoreID
                                                  PriceCH
                                                                   PriceMM
##
    CH:653
             Min.
                     :227.0
                              Min.
                                      :1.00
                                              Min.
                                                      :1.690
                                                                Min.
                                                                       :1.690
    MM:417
                                                                1st Qu.:1.990
##
             1st Qu.:240.0
                              1st Qu.:2.00
                                               1st Qu.:1.790
##
             Median :257.0
                              Median:3.00
                                              Median :1.860
                                                                Median :2.090
##
             Mean
                     :254.4
                              Mean
                                      :3.96
                                               Mean
                                                      :1.867
                                                                Mean
                                                                       :2.085
##
             3rd Qu.:268.0
                              3rd Qu.:7.00
                                               3rd Qu.:1.990
                                                                3rd Qu.:2.180
                                      :7.00
##
             Max.
                     :278.0
                              Max.
                                               Max.
                                                      :2.090
                                                                Max.
                                                                       :2.290
##
        DiscCH
                           {\tt DiscMM}
                                           SpecialCH
                                                              SpecialMM
##
    Min.
           :0.00000
                       Min.
                               :0.0000
                                         Min.
                                                 :0.0000
                                                           Min.
                                                                   :0.0000
    1st Qu.:0.00000
                       1st Qu.:0.0000
##
                                         1st Qu.:0.0000
                                                           1st Qu.:0.0000
    Median :0.00000
                       Median :0.0000
                                         Median :0.0000
                                                           Median :0.0000
##
                                                 :0.1477
    Mean
           :0.05186
                       Mean
                               :0.1234
                                         Mean
                                                           Mean
                                                                   :0.1617
    3rd Qu.:0.00000
                       3rd Qu.:0.2300
                                         3rd Qu.:0.0000
                                                           3rd Qu.:0.0000
##
                                                 :1.0000
                                                                   :1.0000
##
    Max.
           :0.50000
                               :0.8000
                                         Max.
                                                           Max.
                       Max.
##
                         SalePriceMM
                                          SalePriceCH
                                                            PriceDiff
       LoyalCH
##
    Min.
           :0.000011
                        Min.
                                :1.190
                                         Min.
                                                 :1.390
                                                          Min.
                                                                  :-0.6700
                                                          1st Qu.: 0.0000
##
    1st Qu.:0.325257
                        1st Qu.:1.690
                                         1st Qu.:1.750
##
    Median :0.600000
                        Median :2.090
                                         Median :1.860
                                                          Median : 0.2300
    Mean
           :0.565782
                        Mean
                                :1.962
                                         Mean
                                                 :1.816
                                                          Mean
                                                                  : 0.1465
##
    3rd Qu.:0.850873
                        3rd Qu.:2.130
                                         3rd Qu.:1.890
                                                          3rd Qu.: 0.3200
##
    Max.
           :0.999947
                        Max.
                                :2.290
                                         Max.
                                                 :2.090
                                                                  : 0.6400
                                                          Max.
##
    Store7
                 PctDiscMM
                                   PctDiscCH
                                                    ListPriceDiff
    No :714
                      :0.0000
                                Min.
                                        :0.00000
                                                    Min.
                                                           :0.000
              Min.
    Yes:356
##
               1st Qu.:0.0000
                                 1st Qu.:0.00000
                                                    1st Qu.:0.140
##
              Median :0.0000
                                Median :0.00000
                                                    Median :0.240
##
               Mean
                      :0.0593
                                 Mean
                                        :0.02731
                                                    Mean
                                                           :0.218
##
               3rd Qu.:0.1127
                                 3rd Qu.:0.00000
                                                    3rd Qu.:0.300
##
                      :0.4020
                                        :0.25269
                                                           :0.440
                                 Max.
                                                    Max.
##
        STORE
           :0.000
    Min.
##
    1st Qu.:0.000
    Median :2.000
##
##
    Mean
           :1.631
    3rd Qu.:3.000
##
   Max.
           :4.000
```

Como vemos, Purchase toma sólo dos valores: CH y MM, con lo que vamos a utilizar clasificación:

```
tree.oj <- tree(train$Purchase~., train)</pre>
```

Vamos a ver el resultado de este árbol:

```
plot(tree.oj)
text(tree.oj, pretty = 0)
```



c) Usar la función summary() para generar un resumen estadístico acerca del árbol y describir los resultados obtenidos: tasa de error de training, número de nodos del árbol, etc.

```
##
## Classification tree:
## tree(formula = train$Purchase ~ ., data = train)
## Variables actually used in tree construction:
## [1] "LoyalCH" "SalePriceMM" "PriceDiff" "ListPriceDiff"
## [5] "DiscCH"
## Number of terminal nodes: 9
## Residual mean deviance: 0.7303 = 577.6 / 791
## Misclassification error rate: 0.1638 = 131 / 800
```

Como vemos, el número de nodos hoja son 9. El número total de nodos lo podemos ver en el árbol anterior y es 17. Las variables que se han utilizado en los nodos internos (aquellos que no son hoja) nos lo dice también la función summary() y son LoyalCH, SalePriceMM, PriceDiff, ListPriceDiff y DiscCH.

También nos dice el error en training: 0.1638 (16%) y la desviación residual hasta la media, que en este caso es la desviación normal a la media entre 800 (total de instancias en train) - 6 (número de nodos hoja) = 794, lo que da 0.7303. Como es lógico, a menor desviación, mejor ajusta el árbol a los datos de train.

d) Predecir la respuesta de los datos de test, y generar e interpretar la matriz de confusión de los datos de test. ¿Cuál es la tasa de error del test? ¿Cuál es la precisión del test?

Para esto podemos usar de nuevo la función predict() pasándole el árbol que hemos entrenado con train y los datos de test. Le ponemos el argumento type=class porque estamos con un árbol de clasificación y así obligamos a utilizar la predicción con la variable Purchase. Para calcular el error de test y su precisión vamos a utilizar la función table(), que nos devuelve la matriz de confusión.

```
tree.predict <- predict(tree.oj, test[,-1], type="class")
table(tree.predict, test[,1])

##
## tree.predict CH MM
## CH 125 11
## MM 39 95

El error en test es (11+39)/(125+11+39+95) = 0.1851852
La precisión es (125+95)/(125+11+39+95) = 0.8148148</pre>
```

e) Aplicar la función cv.tree() al conjunto de training y determinar el tamaño óptimo del árbol. ¿Qué hace cv.tree?

Es decir, hay un error en test del 18.5% y una precisión del 81.4%.

La misión de cv.tree() es utilizar cross-validation para obtener el mejor nivel de complejidad para el árbol que se obtiene. Este "mejor nivel" se puede obtener en base a diferentes criterior. Por ejemplo, si usamos cv.tree() con los parámetros por defecto, nos devolverá aquel que tenga menor desvianza. Si queremos que nos devuelva aquel que tenga menor error en la validación cruzada tenemos que usar el parámetro FUN = prune.misclass.

```
set.seed(237)
cv.oj <- cv.tree(tree.oj, FUN = prune.misclass)
print(cv.oj)</pre>
```

```
## $size
## [1] 9 5 4 2 1
##
## $dev
## [1] 144 144 145 151 311
##
## $k
## [1] -Inf 0.0 2.0 7.5 163.0
##
```

```
## $method
## [1] "misclass"
##
## attr(,"class")
## [1] "prune" "tree.sequence"
```

Como podemos ver, los árboles con 9 y 5 nodos terminales son los que tienen el menor error, 144. El árbol que habíamos ajustado en el apartado c) tenía justo 9 nodos terminales, por lo que ya habíamos obtenido aquel con menor error y mejor precisión.

Bonus-4. Generar un gráfico con el tamaño del árbol en el eje x (número de nodos) y la tasa de error de validación cruzada en el eje y. ¿Qué tamaño de árbol corresponde a la tasa más pequeña de error de clasificación por validación cruzada?

```
# Borramos lo que no necesitamos
rm(test, train, cv.oj, train.idx, tree.oj, tree.predict)
```