CESKalman

Christian S. Kastrup
DREAM

26. Maj, 2020

Virksomhedens optimeringsproblem

- To inputs i produktionen, f.eks. kapital (K_t) og arbejdskraft (L_t)
- Produktionsfunktion er af typen CES:

$$Y_t = \left[\left(\Gamma_t^K K_t \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + \left(\Gamma_t^L L_t \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{1}$$

- Γ_t^K og Γ_t^L er såkaldte augmenterende teknologier
- σ er substitutionselasticiteten
- Relative (log) budgetandel er:

$$log\left(\frac{q_t K_t}{w_t L_t}\right) = (\sigma - 1)\, log\left(\frac{\Gamma_t^K}{\Gamma_t^L}\right) + (1 - \sigma)\, log\left(\frac{q_t}{w_t}\right) \tag{2}$$

...Hvad nu hvis relativ teknologi er uobserveret?

- Hvis relativ teknologi kendes, så kan σ udregnes residualt
- Men hvad nu hvis teknologi er uobserveret?
- ... Da må man gøre sig en række antagelser om udvikling i relativ teknologi
  - Hicks-neutral vækst (teknologi er konstantled)
  - Konstant vækstrate (teknologi er lineær trend)
  - Eller bruge vores metode (teknologi følger en I(2) process)

Estimationstilgang

- Ligning (2) har en state space repræsentation
- Inkluderer træg tilpasning ved en fejlkorrektionsmodel
- Antager en I(2)-process for teknologi
- Kan da anvende et Kalman filter til at estimere ligning (2)
- Looper over forskellige initiale parameterværdier
  - Vælger den kombination, der maksimerer likelihood, givet velspecifikation

Observationsligningen

- Da kapitalapparat kan tilpasse sig trægt anvendes en fejlkorrektionsmodel af formen:

$$\Delta s_t = \alpha \left(s_{t-1} - (1-\sigma) p_{t-1} - \mu_{t-1} \right) + \sum_{i=0}^{n} \kappa_i \Delta p_{t-i} + \sum_{i=1}^{n} \gamma_i \Delta s_{t-i} + \varepsilon_t \tag{3}$$

$$s_t \equiv log \left(\frac{q_t K_t}{w_t L_t} \right), \quad p_t \equiv log \left(\frac{q_t}{w_t} \right), \quad \mu_t \equiv (\sigma - 1)\, log \left(\frac{\Gamma_t^K}{\Gamma_t^L} \right)$$

- α afgør tilpasningen til langsigtsligevægten og σ er langsigtselasticiteten
- κ, γ er kortsigtselasticiteter, ε_t er normalfordelt fejlled med varians Σ^{ε}

Tilstandsligningen

- Vi identificerer teknologi som en process der
  - Sandsynligvis indeholder en trend
  - Bevæger sig trægt
  - Indeholder "medium-run" fluktuationer
- Vi specificerer μ_t som en I(2)-process

$$\Delta\mu_t = \Delta\mu_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim N\left(0, \Sigma^\eta\right) \tag{4}$$

Træghed af teknologi

- Graden af træghed i teknologi afgøres af det inverse støj-signal forhold $\lambda \equiv \Sigma^{\varepsilon}/\Sigma^{\eta}$
  - Kan tænkes på som λ i HP-filter
  - $\lambda \rightarrow 0$: Alle fluktuationer, der ikke skyldes priser, er teknologi
  - $\lambda \rightarrow \infty$: Ingen kort- eller mellemsigtede fluktuationer skyldes teknologi (lineær trend)
- Kan enten estimeres eller kalibrereres til en given værdi
  - Standard værdi er =100 på årsdata med HP-filter

CESKalman

- Varianser $(\Sigma^{\varepsilon}, \Sigma^{\eta})$ estimeres med maksimum likelihood
- Yderligere parametre $(\sigma, \alpha, \kappa, \gamma)$ kalibreres med Kalman filter
  - Antages med nul-varians, så konstante over tid
- Anvender et grid af forskellige initiale parameterværdier (næste slide)
  - Vælger den kombination, der maksimerer likelihood givet ingen autokorrelation og overholdelse af NIS test

CESKalman: Fremgangsmåde

- 1. Looper over forskellige værdier af α og σ. Vælger den kombination, der maksimerer likelihood
- 2. Tilføjer et ekstra lag, hvis der er autokorrelation i residualerne. I så fald, start forfra fra step 1
- 3. Hvis elasticiteten estimeres til at være negativ, så restringeres den til at være 0. Returnér til step 1
- 4. Foretag step 1-3 for forskellige værdier af λ. Første er en ML estimation, næste er et grid af forskellige værdier. Vælg den, der er velspecificeret og har højest likelihood

Estimering af forbrugsfunktioner

- Ikke sikkert at fejlkorrektionsformen er optimal for forbrugsfunktioner også
- CESKalman_Static anvender en statisk regression af (2) med autoregressivt fejlled (MA-led)
- Looper over forskellige parameterværdier - vælger den der maksimerer likelihood givet velspecificeret
- MAKRO working paper om denne metode er lige på trapperne

CESKalman_Static: Fremgangsmåde

- 1. Looper over forskellige værdier af σ. Vælger den værdi, der maksimerer likelihood
- 2. Tilføjer et ekstra MA-led, hvis der er autokorrelation i residualerne. I så fald, start forfra fra step 1
- 3. Hvis elasticiteten estimeres til at være negativ, så restringeres den til at være 0. Returnér til step 1
- 4. Foretag step 1-3 for forskellige værdier af λ. Første er en ML estimation, næste er et grid af forskellige værdier. Vælg den, der er velspecificeret og har højest likelihood