

Introduktion til CGE-modeller

Toke Ward Petersen*

Økonomiske Modeller
Danmarks Statistik
Sejrøgade 11,
DK-2100 København Ø
<http://www.dst.dk>

20. oktober 1997

Abstract

This paper gives an introduction to computable general equilibrium (CGE) models. The paper focuses on static CGE-models - how they are constructed, calibrated and used for policy evaluation. The paper also briefly presents the handful of models that at present are being used or are under development in Denmark. It is also discussed how the method differs from traditional macroeconomic models, as well as the pros and cons of the approach.

*Tak til Lars Haagen Pedersen, Peter Trier og Martin B. Knudsen fra AGL-modelgruppen, samt Niels Kleis Frederiksen fra EPRU for konstruktive kommentarer. Endvidere skal det nævnes at artiklen bygger på et afsnit i min store opgave på politstudiets, og der skal i denne forbindelse rettes en tak til min vejleder Hans Keiding. Eventuelle fejl står dog for egen regning. E-mail <twp@dst.dk>.

1. Introduktion

Formålet med denne artikel er at give en forholdsvis kort introduktion til *Computable General Equilibrium* (CGE) modeller¹. I den eksisterende litteratur er der nemlig et stort spring mellem de meget få introducerende tekster² og den aktuelle forskning på området. Har man dog først forstået de principper og den fremgangsmåde der anvendes i simple CGE-modeller, har man gode chancer for at få udbytte af nyere forskningsartikler. Endvidere giver artiklen et hurtigt overblik over den aktuelle danske forskning på området.

1.1. Hvad er CGE-modeller?

Sagt med få ord er CGE-modellering en metode, hvor man anvender den abstrakte Walrasianske ligevægtsteori, som den kendes fra Arrow-Debreu modellen, til at lave realistiske modeller af ”rigtige” økonomier. Modellerne kan betragtes som numeriske modstykker til de traditionelle analytisk løste generelle ligevægtsmodeller, og betegnes derfor af nogle som ”theory with numbers”. Analytisk løste generelle ligevægtsmodeller er gennem årene blevet benyttet til analyser af skatteincidens, toldsatser m.v. Der er dog det problem, at hvis modellerne bliver større end 2 forbrugere/sekター/lande er de imidlertid enten umulige eller uhåndterlige at løse analytisk; - men med numeriske metoder er det imidlertid muligt at beregne løsninger på selv meget store modeller. Nu er store modeller ikke i sig selv nogen ubetinget fordel - men de tillader større detaljeringsgrad og kompleksitet og gør det muligt at analysere mange feed-back effekter på samme tid.

På produktionssiden er modellerne i en vis forstand en videreudvikling af traditionel Input-Output analyse. Men hvor produktion i en IO-model finder sted ved anvendelse af Leontief-teknologi (dvs. inputs anvendes i fast forhold), tillader CGE-modeller forskellig grad af substitution mellem inputs, og således ændres producenternes inputefterspørgsel i takt med faktorpriserne. På forbrugersiden tages udgangspunkt i de ”sædvanlige” atomistiske nytemaksimerende forbrugere. Endelig er der i modellerne typisk en offentlig sektor, der omfordeler indkomst via skatter og anvender en del af produktionen til offentligt konsum. Hvis modellerne er åbne er der endvidere behov for at specificere relationerne til udlandet, dvs. im- og eksport.

Hvordan adskiller CGE-modeller sig fra andre typer nationaløkonomiske modeller? Dette spørgsmål kan ikke besvares med en tidløs definition, fordi området

¹På engelsk har modellerne to navne, nemlig *Computable General Equilibrium models* (CGE) og *Applied General Equilibrium models* (AGE) - dette er på dansk blevet oversat med *Anvendte Generelle Ligevægtsmodeller* (AGL). I det følgende fastholdes den engelske betegnelse CGE.

²Der findes 3 bøger der kan anbefales som generel introduktion, nemlig Ginsburgh og Keyzer (1997), Shoven og Whalley(1992) samt Dixon et. al. (1992).

hele tiden er under udvikling. Endvidere kan den eksisterende modelkultur på en del punkter opdeles i skoler, der har forskelligt syn på, hvordan tingene skal gøres. Uanset disse forbehold er der dog en række punkter, der er kendetegnende for CGE-modeller, hvoraf de vigtigste er:

1.1.1. Generel og ikke partiel ligevægt

For det første beskæftiger modellerne sig med generel ligevægt i modsætning til partielle modeller. Begge metoder har både fordele og ulemper; det optimale valg af tilgangsvinkel afhænger af det problem, der skal analyseres.

1.1.2. Walrasiansk generelt ligevægts setup

Et andet kendetegn ved CGE-modeller er, at de tager udgangspunkt i den klassiske Arrow-Debreu (A-D) model. Mere præcist vil vi her anvende udtrykket om det set-up, der er beskrevet i Arrow og Hahn (1971) og som er kendetegnet ved: et antal forbrugere, der alle har en initial faktorudrustning samt en nyttefunktion, hvilket gør det muligt at beregne forbrugernes efterspørgselsfunktion. Forbrugernes efterspørgselsfunktioner er kontinuerte, homogene af 0'te grad i priserne (dvs. ingen pengeillusion) samt opfylder Walras lov (økonomien overholder for alle priser sin aggregerede budgetbetingelse). Forbrugerne sælger deres initialressourcer til producenterne, der producerer de goder som forbrugerne efter-spørger, under anvendelse af en teknologi der udviser ikke-stigende skalaafkast. Virksomhedernes profit er lineært homogen i priserne (dvs. en fordobling af alle priser vil fordoble den nominelle profit).

1.1.3. Forholdet mellem økonomisk contra statistisk teori

Det tredie væsentlige kendetegn er blandingsforholdet mellem økonomisk- og statistisk teori i modellerne. Populært sagt består CGE-modeller af $\frac{5}{6}$ økonomisk teori og $\frac{1}{6}$ statistisk teori, hvorimod makroøkonometriske modeller ofte lægger stor og afgørende vægt på empiri. I CGE-modeller er man ikke tilfreds, med mindre alle sammenhænge kan udledes i teoretiske modeller, hvor der tages udgangspunkt i maksimerende adfærd fra agenterne. Sagt på en anden måde skal adfærdsligningerne i modellen i matematisk forstand være løsninger til et maksimeringsproblem, der har en fornuftig fortolkning for den pågældende agent.

I makroøkonometriske modeller vil man derimod lægge mere vægt på, hvorvidt data *understøtter* ens model. I denne sammenhæng er det helt legitimt at ændre på det teoretiske udgangspunkt, hvis man får en bedre tilpasning til data³.

³Dette er helt nødvendigt, da de langtsigtsrelationer som den økonomiske teori som regel udtaler sig om, ofte på kortere sigt ”tvinges i knæ” af f.eks. eksogene chock og institutionelle

Hvorvidt en model ”er god” afgøres her også udfra en række strenge statistiske kriterier, og ikke alene udfra hvorvidt modellens ligninger - ud fra en teoretisk synsvinkel - er velbegrundede. Problemet med denne tilgang er, at man kan komme til at stå med en estimeret ligning der giver et fornemt ”fit”, men hvor det kan være svært at give nogen plausibel forklaring på *hvorfor* modellen er god.

Modellernes modtagelighed over for Lucas-kritikken illustrerer tydeligt denne forskel. Pointen i Lucas-kritikken er netop, at man udfra et økonomisk teoretisk synspunkt, kan stille spørgsmål om hvorvidt parameterstabilitet i økonometriske modeller altid er en ønskværdig egenskab, idet et regimeskift *kan* få de estimerede parametre til at ændre sig (se Pedersen, 1997). De eneste økonometrisk estimerede parametre der anvendes i CGE-modeller er tekniske koefficienter, samt parametre i nyttefunktionen (”dybe” parametre). Disse parametre er fri for problemer med forventningsdannelse, hvorfor modellerne bliver immune overfor Lucas-kritikken (til gengæld er metoden i mindre grad funderet i empiri).

1.1.4. Anvendte modeller

Et fjerde væsentligt punkt ved modellerne er, at de er *anvendte* i modsætning til de rene teoretiske modeller. Forskellen illustreres fint i synet på eksistensbeviset for ligevægt i AD-modellen. Teoretikere stiller sig tifreds med, at det kan bevises *at* der eksisterer en ligevægt - det bekræfter nemlig at det opstillede system er konsistent (en i sig selv ganske væsentlig pointe). Men vi vil ikke stille os tilfreds med at ligevægten eksisterer - vi vil også bestemme den. Med andre ord er der brug for et *konstruktivt* bevis for eksistensen af ligevægt. Dette bevis blev lavet af Scarf i 1967, og det var faktisk det der så småt gav startsskuddet til CGE-modeller (Scarf, 1973)⁴. Indtil midten af 1980’erne gik udviklingen dog relativt langsomt og metoderne blev kun anvendt af nogle få pionerer. Dette skyldes primært, at metoderne til at beregne ligevægte i større systemer var ganske ressourcekrævende på datidens computere.

Modellerne anvendes ofte i situationer, hvor man ikke med teoretiske modeller kan afgøre effekterne af en given politik. Dette kan skyldes, at der i teoretiske modeller er modsatrettede effekter, og konklusionerne derfor er uklare. Endvidere sker det ofte, at teorien om second-best (Lipsey og Lancaster, 1956) gør sig gældende. Pointen i second-best er populært sagt, at hvis man sammenligner to situationer

forandringer. Hvis man i denne situation *ikke* indfører dynamisk tilpasning (som tit er teoretisk ad hoc) vil en tidsrækkeøkonometrisk model ofte blive ubrugelig.

⁴I 1960 opstillede den norske økonom Leif Johansen den første empirisk baserede anvendte generelle ligevægtsmodel. Hans løsningsmetode, der bestod i at totaldifferentiere og derved linearisere ligningssystemet, var dog ikke uproblematisk. Metoden er senere blevet videreført og udgjorde på et tidspunkt rygraden i den store australske ORANI-model. Se Dixon et al. (1982) og Pearson (1993).

der er inoptimale, kan man *ikke* slutte at jo flere optimalitetsbetingelser der er opfyldt, des ”nærmere” er vi på optimalitet.

1.1.5. Velfærdsanalyser

Et sidste kendetegn ved CGE-modeller er, at man ikke blot udregner et politikeksperiments konsekvenser for direkte observerbare størrelser som f.eks forbrug, produktion, priser og arbejdsløshed. Det er tillige muligt at beregne hvem der vinder og hvem der taber ved et givent politikeksperiment. Hvis en given politik både har vindere og tabere, kan vi tillige beregne om den samlede velfærdsgevinst er positiv, og således om det er muligt for vinderne at dele deres gevinst med taberne (omfordelt f.eks. via skatter), for herved at opnå en Pareto-forbedring - mere herom senere.

2. Anvendelser

Dette afsnit beskriver forskellige anvendelser af CGE-modeller, med fokus på danske modeller og aktuel dansk forskning på området⁵. En central sondring i CGE-modeller er hvorvidt agenterne står overfor et statisk eller et intertemporalt optimeringsproblem - vi vil her betegne de to typer hhv. statiske og dynamiske modeller.

2.1. Statiske modeller

De statiske modeller er afgjort i flertal. Dette skyldes primært at de har flere år på bagen og metoden derfor er mere gennemarbejdet. Endvidere er denne type modeller nemmere at have med at gøre - såvel analytisk som beregningsmæssigt. Det er muligt at dreje visse statiske modeller i en retning, så man kan udføre simulationer der med god vilje kan kaldes ”dynamiske”, dog uden at der er tale om intertemporal optimering. Denne type dynamik er dog ofte teoretisk ad-hoc, og her vil disse modeller blive henregnet som statiske og ikke dynamiske⁶.

⁵ Den forskning der præsenteres i det følgende er i visse tilfælde meget ny, hvorfor modellerne kan haveændret sig siden dette blev skrevet. Den interessererede læser henvises derfor til at konsulttere forfatterne eller de angivne adresser på internettet.

⁶ Den omtalte ad-hoc dynamik består ofte i at simulere et forløb over tid, ved f.eks. at sætte 100 statiske (1-års) modeller ved siden af hinanden og kæde dem sammen ved et kapitalapparat. Modellerne er dog ikke dynamiske i den forstand, at agenterne foretager en eksplicit intertemporal optimering. Det forekommer besynderligt, at agenterne udviser maksimerende adfærd i hver periode, men er ”dumme” mellem perioderne; man kan derfor med en vis ret beskylde det underliggende rationalitetsbegreb for at være inkonsistent. Derfor er værdien af de tilpasningsforløb som modellerne udviser tvivlsom.

2.1.1. Arbejdsmarkedspolitik

CGE-modeller anvendes ofte til belysning af effekterne af skatte- og arbejdsmarkedspolitik. Da man i modellerne kan tage højde for, hvorledes den enkeltes arbejdsudbud påvirkes af marginalskatter, dagpengenes størrelse m.m. er de særdeles velegnede til analyser af strukturpolitik på arbejdsmarkedet. I Frederiksen *et al.* (1995) præsenteres en model kaldet Sorteper, der anvendes til at analysere virkningerne på beskæftigelse, forbrugervelfærd og de offentlige finanser af en subsidiering af forbrugerservice. Modellens resultater afhænger, ikke overraskende, af hvorledes det ”hvide” arbejdsmarked fungerer. Den positive effekt på beskæftigelse og velfærd er størst i en initial situation med høj ufrivillig arbejdsløshed og træg realløn - hvis lønningerne derimod er fleksible forsvinder disse fordele næsten helt.

2.1.2. CO₂-modeller

Endvidere anvendes CGE-modeller hyppigt til at analysere konsekvenser af emissionsskatter på CO₂-udledning. Det Økonomiske Råds Sekretariat har bl.a. til dette formål opbygget en CGE-model kaldet GESMEC. Med modellen beregnes konsekvenserne af en isoleret dansk reduktion af CO₂-udledningen på 25 procent. Afhængig af hvordan modellen specificeres, beregnes at de samfundsøkonomiske omkostninger ved reduktionen til et tab på 0,7-1,5 procent af BNP. Modellen har også været anvendt til at kvantificere virkningerne for Danmark af en liberalisering af EU's landbrugspolitik. Se Frandsen, Hansen og Trier (1995).

2.1.3. Erhvervspolitik

Erhvervsministeriet påbegyndte i 1996 udviklingen af en CGE-model der skal anvendes til at analysere virkningen af erhvervspolitik. Modellen er meget detaljeret, og anvender de mest detaljerede Input-Output tabeller (127 sektorer), og skal ifølge projektbeskrivelsen bl.a. anvendes til analyser af øget konkurrence, liberalisering af forskellige markeder og effekter af CO₂-afgifter. Modellen er foreløbig statisk men der arbejdes med en dynamisk overbygning. Foreløbig har arbejdet ikke mundet ud i nogle officielle analyser hvor modellen anvendes⁷.

2.1.4. International handel

Her bruges modellerne hovedsagelig til analyse af to typer af problemstillinger, hvor det første er analyse af multilaterale liberaliseringer, hvilket bl.a. vil sige

⁷Projektet går under navnet ”MobiDk”, og er beskrevet på internettet på ”<http://www.gams.com/projects/dk/mobidk.htm>”.

konsekvenserne af Uruguay-runden. Harrison, Rutherford og Tarr (1996) opstiller en verdensmodel, hvor der indgår 24 regioner og 22 varegrupper. Med en antagelse om konstant skalaafkast, beregnes fordelene ved aftalen på langt sigt til 96 mia US\$ per år (1992 priser). Hvis det antages at der produceres med stigende skalaafkast stiger fordelene til 171 mia US\$ per år.

En anden klassisk problemstilling i udenrigshandelsteori er analyser af regionale frihandelsaftaler og toldunioner som f. eks. den potentielle udvidelse af EU mod øst. I Bach, Frandsen og Stephensen (1997) opstilles en model til at belyse de Centraleuropæiske landes integration med EU. Modellen indeholder tillige en beskrivelse af konsekvenserne for den fælles landbrugspolitik samt EUs budget. Det viser sig, at de Centraleuropæiske lande vil øge deres eksport af landbruksprodukter og EU's budget vil stige mærkbart. Samtidig viser beregningerne, at de makroøkonomiske omkostninger vil være små. Beregningerne er foretaget på GTAP modellen⁸, som er et globalt CGE-projekt, der i Danmark varetages af Statens Jordbruks- og Fiskeriøkonomiske Institut (SJFI)⁹.

2.2. Dynamiske modeller

Et oplagt problem i de statiske modeller der er blevet præsenteret ovenfor er at tidsaspektet ikke eksisterer. Den ligevægt der beregnes, fortolkes typisk som modellens langsigtliglevægt (stationære tilstand). Hvor lang tid det tager økonomien at komme fra en ligevægt til en anden - og hvordan forløbet mellem ligevægtene er - siger modellen intet om. Ligeledes er det problematisk, at forskellige vigtige begreber mister deres mening i en model uden tidsaspekt. F.eks. er der ingen grund til at spare op (eller investere) - der er jo ingen ”dag imorgen” hvor pengene kan bruges. Hvis en statisk model skal være meningsfuld, kan der udfra samme overvejelser ikke være ubalance i statens finanser eller på handelsbalancen m.v. hvilket selvfølgelig er nogle meget stærke begrænsninger at lægge på modellen.

Hvorom alting er har dynamiske modeller med intertemporalt optimerende agenter hidtil spillet andenviolin inden for CGE-analyser. Dette skyldes flere faktorer, men primært at modeller med intertemporalt optimerende agenter er sværere og mere beregningstunge at løse end rene statiske modeller. I de senere år har dette argument dog mistet en del af sin pondus, og interessen for - og udviklingen i - dynamiske CGE modeller har været stor. Der er p.t. to danske dynamiske modeller.

⁸I Hertel (1997) præsenteres den såkaldte GTAP (Global Trade Analysis Project) model samt tilhørende database, ligesom bogen indeholder en lang række modelanvendelser. Modellen er beskrevet på internettet på ”<http://www.agecon.purdue.edu/gtap/>”.

⁹Herudover råder SFJI over en CGE-model der focuserer på jordbruksøkonomiske forhold, kaldet AAGE. Modellen er på visse punkter en udvidelse af GESMEC modellen. Se ”<http://www.sjfi.dk>”.

2.2.1. EPRU-modellen

Den første danske dynamiske CGE-model var den såkaldte EPRU-model (Jensen et al., 1996), der med inspiration i Auerbach og Kotlikoff (1987) og Blanchard (1985) er opbygget omkring agenter, der eksplisit optimerer over tid. Forbrugersiden i modellen består af et antal overlappende generationer der optimerer over deres livsforløb, et arbejdsmarked hvor lønnen fastsættes af fagforeninger samt et marked for boliger. Modellen har bl.a. været brugt til at analysere betydningen af en sænkning i skatteprogressionen under forskellige antagelser om arbejdsudbudselasticiteten (Jensen et al. 1994), samt en analyse af skattereformen fra 1993 (Lange, Pedersen og Sørensen (1997)).

2.2.2. DREAM-modellen

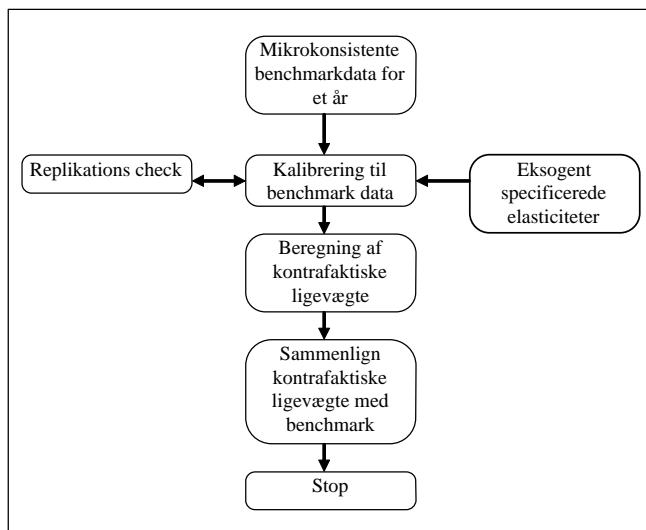
Med inspiration i bl.a. EPRU modellen påbegyndte man i Danmarks Statistik i 1997 udviklingen af en dynamisk CGE model, hvilket er mundet ud i den såkaldte Danish Rational Economic Agents Model (DREAM)¹⁰. Modellen skal bl.a. anvendes til strukturanalyser af arbejdsmarked og londannelse, uddannelse, skatteforhold samt forskellige andre emner der vedrører den offentlige sektor. Ligesom i EPRU modellen består agenterne af overlappende generationer, hvor husholdninger er beslutningsenheden. Men som noget nyt, består husholdningerne af flere individer (nejlig: mænd, kvinder og børn) der er sat sammen i kernefamilier. Husholdningernes størrelse varierer over livsforløbet, idet børn fødes ind i husholdningerne samtidig med at husholdningen bliver mindre pga. dødelighed. Modellen tager således eksplisit hensyn til demografiske forhold, og er derfor velegnet til at analysere problemer der hidrører fra forskydningerne i befolkningens alderssammensatning. Arbejdsmarkedet består af en række forskellige typer arbejdskraft, og lønnen på hver type fastsættes af fagforeninger der har varierende grad af magt i lønfastsættelsen. Ligesom i EPRU-modellen er de skattepolitiske instrumenter modelleret meget detaljeret. Indtil videre er modellen kun blevet anvendt til en analyse af skattereformen fra 1993 (Knudsen et al, 1997b).

3. Fremgangsmåden i en CGE-analyse

En statistisk CGE-analyse følger altid en bestemt fremgangsmåde, som i dette afsnit vil blive gennemgået og eksemplificeret. Fremgangsmåden er illustreret i figur 1. Først konstrueres et mikrokonsistent datamateriale kaldet *benchmark data*,

¹⁰Modellens første og foreløbige version er beskrevet i Knudsen et al. (1997a). På Internet adressen ”<http://www.dst.dk>” er det muligt at hente denne modeldokumentation samt forskellige arbejdspapirer..

idet det antages at den betragtede økonomi er i Walras-ligevægt i benchmarkåret. Herefter *kalibreres* parametrene i den opstillede model, udfra benchmarkligevægten. Når modellen herefter er korrekt specificeret, skal benchmarkligevægten fremkomme som løsning til modellen, hvis der intet politikeksperiment foretages - man siger at modellen skal kunne *replikere* benchmarkligevægten. Herefter kan modellen bruges til politikanalyser. For et givent eksperiment kan den alternative ligevægt forbundet med eksperimentet beregnes - kaldet den *kontrafaktiske ligevægt* (på engelsk: counterfactual). Dette lader sig gøre på baggrund af modellen og de kalibrerede parametre. Herefter sammenlignes den kontrafaktiske og den initiale ligevægt - det er en slags empirisk analog til den komparative statiske analyse som kendes fra teoretiske modeller.



Figur1: Flowchart ved CGE-modellering

3.1. Mikrokonsistente data

De data der anvendes i en CGE-analyse kommer typisk fra mange forskellige kilder. Den primære kilde er her Input-Output (IO) tabeller fra nationalregnskabet. Oplysninger om forbrugets sammensætning på udgifts- og varetyper kan hentes i forbrugsundersøgelserne, der er stikprøvebaserede spørgeskemaundersøgelser. Herudover hentes størrelsen af im- og eksport i udenrigshandelsstatistikken, oplysninger om sammensætningen og størrelsen af det offentlige forbrug i finansloven m.v. For at data kan anvendes i den videre CGE-analyse, skal data tilpasses - de skal være *mikrokonsistente*. Dette konsistenskrav kan opdeles i to; 1: statistisk konsistens og 2: model konsistens.

Ved *statistisk konsistens* forstås at alle data er indbyrdes konsistente og anvender samme definitioner og opdelinger. Som eksempler på mangende statistisk

konsistens kan nævnes, at de udgiftstyper der anvendes i forbrugsundersøgelserne, ikke er sammenfaldende med den måde forbruget opdeles på i IO-tabellerne.

Ved *model konsistens* pålægges data yderligere konsistenskrav - nemlig at de er i overensstemmelse med den model de skal beskrive. Sagt på en anden måde skal de ligevægtsbetingelser der anvendes i modellen, være opfyldt i de inddata som modellen kalibreres efter. Konsistenskravene afhænger af, hvilken *lukning* som benyttes i modellen¹¹. Typisk stilles følgende krav til en Walras-ligevægt:

- 1: Udbud skal være lig efterspørgsel
- 2: Alle producenter har konstant skala-afkast
- 3: Alle agenter overholder deres budgetbalance
- 4: Ekstern balance

Selv hvis data er statistisk konsistente behøver disse krav ikke være opfyldt. I en statistisk model er det som nævnt svært at give opsparing og investeringer nogen fornuftig fortolkning, idet begge fænomener er resultat af intertemporale overvejelser. Endvidere vil man i en simpel statistisk model kræve, at handelsbalancen eller det offentlige budget balancerer, hvilket i virkelighedens verden normalt kun er opfyldt ved et tilfælde. Modellerne fortolker jo det lange sigt, og et permanent budgetunderskud på de offentlige finanser eller et permanent overskud på betalingsbalancen er svært at fortolke¹². Problemstillinger af denne art kan kun behandles tilfredsstillende i en dynamisk model.

3.2. Kalibrering

Når inddata er blevet gjort mikrokonsistente¹³, skal modellens parametre kalibreres. Metoden er lidt den samme, som når man i et fysikforsøg kalibrerer en forsøgsopstilling: vi ønsker at indstille apparaturet (i dette tilfælde vores model), så det er i stand til at bestå en nærmere specificeret "lakmusprøve" (i dette tilfælde replikere ligevægten i den betragtede økonomi).

¹¹Ved lukning forstås det centrale punkt i modellen, hvor det fastlægges hvilke variable der skal være eksogene og endogene. F.eks. kan man på arbejdsmarkedet have en neoklassisk lukning, hvilket vil sige clearende markeder (og dermed ingen ufrivillig arbejdsløshed), eller en keynesiansk lukning, i hvilken priserne er træge (hvilket både kan give manglende beskæftigelse og medføre overbeskæftigelse). Andre områder hvor lukningen er central, er f.eks. i samspillet med udlandet, den offentlige sektors budgetrestriktion, eller håndteringen af investeringer og opsparing.

¹²Et permanent underskud på handelsbalancen, kan f.eks. fortolkes som en (netto) overførsel til u-landene. Spørgsmålet er om dette bekvemme fortolkning giver mening i stationær tilstand.

¹³Dette er en to-trins procedure. Først opstilles data i en Social Accounting Matrix (SAM), som kan opfattes som en udvidet Input-Output tabel. Denne matrix skal herefter gøres konsistent (balanceres), hvilket typisk sker ved anvendelse af RAS-metoden (se Bacharach, 1970).

I de ligninger der indgår i en CGE-model, optræder to typer ubekendte: variable og parametre. Parametrene er de størrelser vi bestemmer i kalibreringen. Parameterne kan igen opdeles i to typer: kalibrerede parametre og eksogene parametre. Egentlig vil vi helst kalibrere alle parametre og helt undgå de eksogene parametre. Det er imidlertid ikke altid muligt. Situationen er den samme, som hvis man har et lineært ligningsystem med 3 ubekendte og kun 2 ligninger - det kan ikke løses uden videre. Hvis man derimod eksogent sætter een af modellens variable til en given værdi, kan man (måske) løse ligningssystemet. Filosofien bag de eksogene parametre er den samme - hvis vi ikke specifiserer dem eksplisit, kan vi ikke komme videre!

Denne fremgangsmåde kan forekomme urimelig - når alt kommer til alt: hvordan kan vi vide, hvilke eksogene parameterværdier der er ”fornuftige”? Ofte står vi dog i den heldige situation, at vi har en velbegrundet formodning om nogle af parameterenes værdi f.eks. baseret på økonometriske analyser. Hvordan vælger vi hvilke parametre vi eksogent ønsker at fastlægge? Her er der ofte frit valg - i praksis vælges dog den parameter vi har den mest velbegrundede mening om.

3.2.1. Cobb-Douglas nyttefunktionen

Det simpleste eksempel på kalibrering er situationen, hvor vi har en forbruger med en Cobb-Douglas nyttefunktion (CD) af formen $U^{CD}(X) = \prod_i x_i^{\alpha_i}$ (varer er benævnt i). Hvis forbrugeren har en indkomst på M og nyttemaksimerer under sin budgetbetingelse, er det velkendt, at han har efterspørgselsfunktionen

$$X_i^{CD}(p, M) = \frac{\alpha_i}{\sum_j \alpha_j} \frac{M}{p_i}$$

Normalt anvendes ovenstående ligning til at bestemme efterspørgslen efter x_i givet at vi kender indkomst, priser og alle α_i 'erne (den normale antagelse om at α_i 'erne summer til én, er ”gratis” i den forstand, at det ikke påvirker nyttefunktionen). Under kalibreringen anvendes formlen ”omvendt” - dvs at de ubekendte er α_i 'erne. Hvis vi f.eks. kender alle priser, forbrugeren indkomst samt hans efterspurgt mængder, kan vi regne ”baglæns” og bestemme α_i 'erne. Det ses, at vi ved kalibreringen af en Cobb-Douglas nyttefunktion ikke har behov for at fastlægge nogle parametre eksogent, hvilket netop skyldes, at vi har ligeså mange ubekendte, som vi har varer (ligninger).

3.2.2. Eksempel 1: Kalibrering af CD-nyttefunktion

Vi observerer at Aksel ved sit besøg i pølsevognen køber 4 hotdogs, 2 parisertoast og 2 colaer, og hans indkomst er 100 kr. Vi antager at han har en CD-nyttefunktion over de 3 goder i økonomien. I dette tilfælde er

hans efterspørgsel efter hotdogs givet ved $X_{hotdogs} = \alpha_1 \frac{Indkomst}{p_{hotdogs}}$. Hvis vi observerer prisen på hotdogs til 12 kr. per styk, får vi en ligning med een ubekendt, hvilket ved substitution giver $4 = \alpha_1 \frac{100}{12}$, og således $\alpha_1 = 0,48$. Hvis de øvrige priser er 15 og 11, fås nyttefunktionen

$$U_A(hotdogs, parisertoast, cola) = hotdogs^{0,48} parisertoast^{0,30} cola^{0,22}$$

Således har vi ved hjælp af observerede priser, mængder og indkomst kombineret med en antagelse om en specifik funktionsform for nyttefunktionen kunnet ”afsløre” parametrene i nyttefunktionen¹⁴. Kendskabet til nyttefunktionen giver os mulighed for at beregne, hvorledes et givent politiksperiment påvirker forbrugerens nytteniveau.

3.2.3. CES-nyttefunktionen

Ofte vil man foretrække at anvende mere komplicerede nyttefunktioner end CD-funktionen, til at repræsentere nyttefunktionen. Dette skyldes primært, at CD-funktionen har nogle uheldige egenskaber, hvor de mest uheldige er, at krydspriseelasticiteten mellem de varer der indgår i funktionen er 0 (dvs. $\partial x_i / \partial p_j = 0$), samt at indkomstelasticiteterne er een (hvilket gør ekspansionsvejene til rette linier).

Et af de oftest anvendte alternativer er CES-funktionen, hvor CES står for *Constant Elasticity of Substitution*. Ved at introducere blot en enkelt parameter (substitutionselasticiteten σ) fås en funktion der er mere fleksibel, og som har Cobb-Douglas nyttefunktionen som grænsetilfælde. CES-funktionen er givet ved

$$U^{CES}(X) = \left[\sum_i \alpha_i^{\frac{1}{\sigma}} x_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{(\sigma-1)}} \quad \text{hvor } \sum_i \alpha_i = 1.$$

Den ekstra parameter, substitutionselasticiteten σ , udtrykker graden hvormed varerne substituerer hinanden. I forhold til før, står vi nu i den situation, at der er een ubekendt mere end der er ligninger. Vi bliver derfor nødt til at specificere en af parametrene eksogent. Typisk vælges σ hvilket som regel sker på baggrund af økonometriske estimerter, baseret på tidsrækedata.

3.2.4. Andre funktionelle former

Der findes en del andre funktionelle former, der fra tid til anden finder anvendelse i CGE-modeller. Fordelen ved disse mere kompliserede funktioner er, at de har flere ønskværdige egenskaber end CES-funktionen - ulemperne er blot, at de indeholder

¹⁴Man kan diskutere hvorvidt denne metode er rimelig. Men som det vil blive klart senere, er der i visse situationer ingen alternativ fremgangsmåde.

endnu flere parametre der skal specificeres eksogent. En uplausibel egenskab ved CES-funktionen er f.eks at ekspansionsvejen er en ret linie. Dette forhold kan man rette op på ved at introducere den såkaldte Stone-Geary nyttefunktion, undertiden kaldet LES (Linear Expenditure System). Ulempen er, at vi i værste fald skal specificere ligeså mange parametre eksogent, som vi har varer i modellen.

3.2.5. Hvordan vælges den funktionelle form?

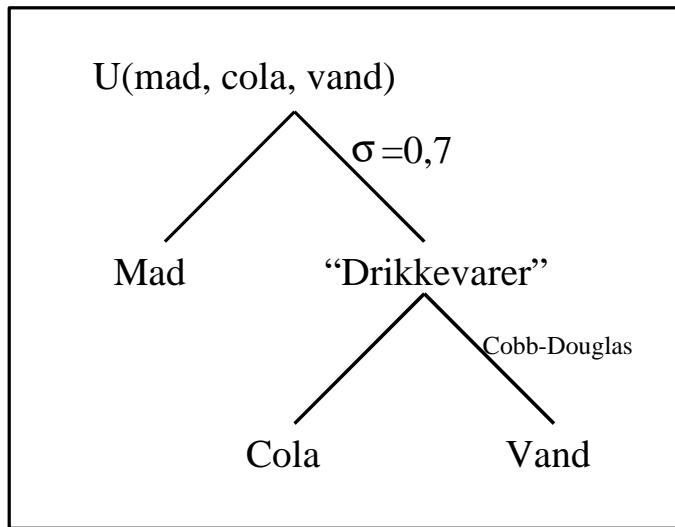
Den fremgangsmåde der typisk anvendes, når man skal bestemme hvilken funktionel form der skal anvendes i en CGE-model, er at vælge den funktion der giver bedst mulighed for at anvende pålidelige og centrale parameterværdier, samtidig med at funktionerne forbliver håndterbare, såvel analytisk som numerisk.

3.3. Nesting

Umiddelbart kan det synes uforståeligt, at CES-funktionen typisk er den mest anvendte funktion i CGE-modeller - når alt kommer til alt er de vel ikke så voldsomt fleksible? Svaret hertil er, at de *kan* anvendes fleksibelt - dog indenfor visse grænser. Sagen er nemlig den, at basale funktionelle former såsom CES-funktionen, kan opstilles hierarkisk, hvad der på engelsk kaldes *nesting*. Tricket er at vi i stedet for at opstille produktionsfunktionen F som $F(K, L_1, L_2)$, opstiller den i to trin, dvs. i stedet $G(K, H(L_1, L_2))$. Vi kan tænke os G som en produktionsfunktion, der anvender tre typer input: kapital (K) samt to typer arbejdskraft (L_1 og L_2). Metoden er altså at vi i stedet for at betragte det store problem - hvordan de 3 inputs substituerer hinanden i produktionen - separerer problemet i 2 delproblemer, nemlig a) hvorledes de to typer arbejdskraft substituerer hinanden, og b) hvorledes denne kombination af arbejdskraft er substituerbar i forhold til kapital. For at dette kan lade sig gøre kræves separabilitet mellem K og L i produktionsfunktionen, svarende til at produktionen er en to-trins procedure. Fortolkningen er, at producenten løser sit problem trinvist. Først besluttes hvordan L_1 og L_2 kombineres optimalt - og funktionen $H(L_1, L_2)$ giver et kunstigt input, som vi kalder H (på engelsk kaldet et *compound good*). Hvad den optimale kombination af de to typer arbejdskraft er, afhænger af priserne på arbejdskraft samt substitutionselasticiteten mellem typerne af arbejdskraft. I næste trin vælger producenten nu, hvorledes det kunstige input H skal kombineres med K . Denne sammenvejning baseres på priserne på de to inputs, samt substitutionselasticiteten mellem K og det kunstige input H .

3.3.1. Eksempel 2: Kalibrering af nested funktion

Betrægt en forbruger der forbruger 3 varer: mad, vand og cola, og dermed har en nyttefunktion af formen $U(\text{mad}, \text{vand}, \text{cola})$. Antag nu, at forbrugeren er ”næsten ligeglads” hvorvidt han drikker vand eller cola - dvs. vand og cola er nære substitutter. På den anden side har han behov for en vis mængde mad, og en vis mængde drikkevarer (her: cola eller vand). Hvis hans nyttefunktion er separabel i mad og drikkevarer, svarer dette til at han løser sit problem i to trin, og først vælger mellem cola og vand, og således bestemmer størrelsen af det fiktive kombinationsgode kaldet ”drikkevarer”, og derefter vælger hvor mange drikkevarer og hvor meget mad han ønsker at købe - dette er illustreret i figur 2.



Figur 2: Nested nyttefunktion

Lad nyttefunktionen i det øvre nest være en CES-funktion, med elasticitet $\sigma=0,7$ og den nedre nest være en CD-funktion (hvilket svarer til en substitutionselasticitet på 1). Lad nu M betegne mad, og D betegne drikkevarer, og X_M og X_D betegne efterspørgslen efter disse. Vi kan nu skrive CES-nyttefunktionen for det øvre nest som

$$U = \left[\alpha_M^{\frac{1}{\sigma}} X_M^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} + \alpha_D^{\frac{1}{\sigma}} X_D^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{(\sigma-1)}}.$$

I det nedre nest vælger forbrugeren mellem cola(C) og vand(V), hvilket sker med CD-nyttefunktionen $X_D = X_C^{\alpha_C} X_V^{\alpha_V}$. Hvis denne funktion substitueres ind i U fås

$$U = \left[\alpha_M^{\frac{1}{\sigma}} X_M^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} + \alpha_D^{\frac{1}{\sigma}} (X_C^{\alpha_C} X_V^{\alpha_V})^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{(\sigma-1)}}.$$

Når funktionen kalibreres, starter vi nedefra. Med kendskab til priserne for cola og vand samt de efterspurgte mængder, kan vi beregne indkomsten, der anvendes til drikkevarer som $M_D = P_C X_C + P_V X_V$. Nu er situationen ganske den samme som ovenfor, og vi kan let beregne andelsparametrene i det nedre nest i CD-nyttefunktionen (α_i 'erne). Når vi har beregnet disse share-parametre, kan vi let beregne prisen på en enhed af det fiktive gode "drikkevarer", X_D , og med kendskab til M_D , beregnes den efterspurgte mængde til $X_D = M_D / P_D$. Herefter fortsætter kalibreringen som tidligere, idet vi nu kender prisen og den efterspurgte mængde i det nedre nest (P_D og X_D) - det øvre nest kalibreres som sædvanligt ved CES-funktioner.

I den ovenfor beskrevne nestingstruktur var det let at give nest-strukturen en intuitiv fortolkning. Det er imidlertid også muligt at opstille en nest-struktur, der ikke umiddelbart kan fortolkes, men som samlet har den ønskværdige egenskab, at den tillader en vilkårlig kombination af substitutionselasticiteter mellem inputs. I Perroni og Rutherford (1995) angives en metode efter hvilken n inputs i en ikke separabel produktionsfunktion der alle er indbyrdes substituerbare, kan udtrykkes i en nested CES-produktionsfunktion med n nest.

3.4. Imperfektioner

Generelle ligevægtsmodeller forbinder typisk med rene neoklassiske modeller, dvs. med clearende markeder og fuldkommen konkurrence på alle markeder. Det er imidlertid en misforståelse - det er både muligt at modellere ufuldkommen konkurrence og stive priser i modeller hvor der er generel ligevægt.

Der er mange måder at modellere ufuldkommen konkurrence på. En populær variant er at antage monopolistisk konkurrence på varemarkedet (se Pedersen, 1996). I denne type modeller har en producent monopol på *een* vare - men der eksisterer et stort antal andre varer der af forbrugerne opfattes som imperfekte substitutter. Den optimale adfærd for producenten er i denne situation at udlede den objektive efterspørgselskurve efter produktet, og ved pris- og mængde sættende adfærd, at vælge det punkt på efterspørgselskurven, hvor profitten er maksimal.

Arbejdsløshed kan introduceres i modellerne på flere måder. Den mest simple er at antage, at forbrugerne har nytte af fritid - på denne måde vil reallønnen påvirke arbejdsudbuddet. Med dette setup vil arbejdsløshed være frivillig, i den

forstand at der fra forbrugerens side er tale om en afvejning mellem fritid og forbrug og ikke om at forbrugerens er rationeret. Det kan også tænkes at forbrugerne ikke kan variere deres arbejdsudbud kontinuert, men skal vælge f.eks. mellem at være hel- eller deltidsansat eller at være arbejdsløs; i denne situation bliver arbejdsudbudet et *diskret* valg. Modeller med diskret valg er beskrevet i Bhattacharyya og Whalley (1997) eller Graaflund og de Mooij (1997). Ufrivillig arbejdsløshed kan introduceres ved at introducere institutioner, der sætter lønninger under antagelse af at arbejdstagerne har markedsmagt, f.eks. via en fagforening (Pedersen, 1996).

Man kan nævne mange andre typer imperfektioner, der kan håndteres i CGE-modeller. Grunden til at man ofte ser rene neoklassiske modeller med fuldkommen konkurrence og hvor alle markeder clearer, er at disse modeller er meget nemmere at have med at gøre. I andre tilfælde er der tale om en gammel vane - i CGE-modellernes ungdom, var det neoklassiske setup det eneste håndterbare. Den rene neoklassiske model er stadig et vigtigt udgangspunkt i arbejdet med CGE-modeller - om ikke andet som et benchmark. Den har nemlig den fordel, at den er let at overskue. Og een ting er sikkert: hvis man ikke forstår den måde modellen opfører sig på med neoklassiske antagelser, bliver det ikke lettere med markedsimperfektioner i modellen.

3.5. Løsning af modellen

Når vi v.h.a. den ovenfor beskrevne fremgangsmåde har fået kalibreret alle parametere i førsteordensbetingelserne til efterspørgsels- og produktionsfunktionerne, kan modellen løses numerisk. Ved en løsning til modellen forstås i denne forbindelse en ”samling” priser og mængder, der opfylder ligevægtsbetingelserne i modellen. For at kontrollere, at modellen er konsistent, bruges nu de kalibrerede parametre til at løse modellen - men denne gang løses modellen ”forlæns”, dvs. modellens parametre antages kendte, og hvor den ubekendte er modellens ligevægt. Hvis benchmarkdata er konsistente og modellen er korrekt specificeret, vil modellen nu *replikere* den initiale benchmark-ligevægt. Hvis modellen replikerer er næste trin at udføre kontrafaktiske eksperimenter.

3.5.1. Numeriske løsningsmetoder

Hvordan modellerne løses numerisk, er et stort og ret teknisk emne som ikke vil blive uddybet nærmere her¹⁵. I praksis løses en del modeller i det generelle numeriske optimeringsprogram GAMS, der ikke er skræddersyet til CGE-modeller, men dog meget fleksibel og velegnet (Brooke, Kendrick og Meeraus, 1988). En anden

¹⁵Hvis man anvender modellerne, er dette dog et emne der er værd at sætte sig ind i, idet man ofte med lidt omtanke kan reducere beregningstiden betydeligt.

mulighed er MPSGE der er specielt udviklet til CGE-modeller - dette kan dog på visse punkter være begrænsende, da det er skrædersyet til statiske modeller med fuldkommen konkurrence (Rutherford, 1989). Et tredie populært valg er Gempack, der bl.a. er anvendt til store modeller, som f.eks. GTAP-modellen og den Australiske Monash-model (se Dixon et al., 1982)¹⁶.

3.6. Eentydighed af ligevægte

Eksistens af Walras-ligevægt kan bevises ved anvendelse af de ”sædvanlige antagelser”¹⁷ man gør om agenterne. Tilstrækkelige betingelser for at ligevægten er *eentydigt* bestemt, er derimod betydelig strengere. Som regel er disse betingelser ikke opfyldt i CGE-modeller og man kunne i principippet stå i en situation med flere ligevægtsløsninger. I denne forbindelse er det problematisk, at man ved løsning af ikke-lineære numeriske optimeringsproblemer ikke kan garantere, at et fundet maksimum er *globalt* - man kan kun være sikker på, at der er tale om et *lokalt* maksimum¹⁸. I praksis er problemet dog nærmest ikke-eksisterende, og det er meget småt med eksempler på multiple ligevægte i ”normale” modeller. Ved normale forstås i denne sammenhæng at funktionerne er differentiable (helst 2 gange), hvilket specielt udelukker Leontief-funktioner¹⁹. I CGE-analyse er holdningen typisk den, at man ”går ud fra” at modellerne har en eentydig løsning, indtil et eksempel på ikke-eentydighed i ”normale” modeller dukker op i litteraturen. Det er vigtigt at huske at denne antagelse udelukkende bygger på erfaringen, og ikke på noget matematisk bevis.

¹⁶Information om de 3 programmer findet på internettet på ”<http://www.gams.com>” (GAMS), ”<http://www.gams.com/solvers/mpsge/index.htm>” (MPSGE) og ”<http://www.monash.edu.au/policy>” (Gempack). Sidstnævnte indeholder tillige en beskrivelse af Monash-modellen.

¹⁷Denne lidt løse formulering dækker over antagelser, der sikrer at løsningen til forbrugerens problem eksisterer og er eentydigt bestemt. Det samme gælder for producentens problem. Se Keiding (1987).

¹⁸Det eneste man kan gøre for at undersøge om løsningen er eentydig, er at anvende andre initial-værdier (dvs. lade algoritmen starte et andet sted på pris-simplex) og se om den konvergerer til samme løsning. Kun i helt specielle tilfælde er entydighed garanteret - nemlig i tilfælde hvor ligevægtsbetingelserne i modellen kan reduceres til en analyse af overskudsefterspørgselsfunktionen, og det herved kan vises, at problemet kun har een løsning (Kehoe og Whalley, 1982).

¹⁹Dette er illustreret i Kehoe’s (1980), model 4 forbrugere med CD-nyttefunktioner og 2 Leontief produktionsfunktioner - og 3 ligevægte!. Denne model er dog ikke i vores forstand ”normal”.

3.7. Kontrafaktisk analyse

Hvis det antages at de funktionelle former der anvendes til at repræsentere forbrugerens nyttefunktion er sande, vil de kalibrerede parametre indeholde al information om forbrugerens nyttefunktion. Vi kan altså nu lave forskellige politikeksperimenter med forbrugeren, og til enhver tid aflæse hans nytte - idet vi jo har antaget, at hans præferencer er uændrede.

3.7.1. Eksempel 1 fortsat: Et kontrafaktisk eksperiment

Før observerede vi at Aksel købte 4 hotdogs, 2 parisertoast og 2 colaer, da hans indkomst var 100 kr. Hvis vi indsætter disse mængder i hans nyttefunktion U_A kan hans nytte beregnes til $U_A = 2,79$. Antag at det betragtede politikeksperiment ændrer hans indkomst til 120 kr, og priserne på [hotdogs, parisertoast, cola] fra [12,15,11] til [10,13,11]. Med vort kendskab til hans nyttefunktion kan det beregnes at hans forbrugsvektor ændres fra [4,2,2] til [5,76;2,77;2,4], hvorfor hans nytteniveau øges til $U_A^{after} = 3,81$. Ikke overraskende kan vi således konkludere, at politikeksperimentet har stillet forbrugeren bedre.

3.8. Velfærdssammenligninger: Equivalent Variations (EV)

Når vi har beregnet en ny kontrafaktisk ligevægt for økonomien, kan vi sammenligne med den initiale situation. Specielt interessant i denne forbindelse er muligheden for at lave direkte velfærdssammenligninger, for at fastslå om det betragtede politikeksperiment giver mulighed for en Pareto-forbedring.

For at illustrere dette tages udgangspunkt i forbrugerens duale problem, nemlig omkostningsminimering for et givet nytteniveau. Hvis priserne betegnes p og forbrugerens godebundt x , kan udgiftsfunktionen E , der minimerer udgifterne ved nytteniveauet \tilde{u} opskrives som $E(p, \tilde{u}) = \min_x\{px|u(x) \geq \tilde{u}\}$, hvor $E(p, \tilde{u})$ er de mindste udgifter der kræves for at opretholde nytteniveauet \tilde{u} , ved priserne p . Antag nu at vi ønsker at sammenligne to tilstande for forbrugeren, der er kendetegnet ved prisvektorerne p_0 og p_1 , og nytteniveauerne U_0 og U_1 . Definer nu EV (Equivalent Variations) ved

$$EV = E(p_0, U_1) - E(p_0, U_0).$$

EV måler altså forskellen mellem forbrugerens udgifter i de to tilstande ved hjælp af den initiale prisvektor (p_0)²⁰. Hvis præferencerne er *homotetiske* (dvs. at

²⁰Oftest støder man på et andet næsten identisk mål, nemlig *Compensating Variations* (CV). Forskellen er, at i beregningen af CV anvendes de nye priser (p_1) i beregningerne, dvs. at

ekspansionsvejene er rette linier) simplificeres beregningen af EV en hel del. Lad $e(p)$ betegne enheds-udgiftsfunktionen - dvs. $e(p) = E(p, 1)$. Med homotetiske præferencer er $E(p, U) = U \cdot e(p)$, og vi har at

$$EV = U_1 \cdot e(p_0) - U_0 \cdot e(p_0) = (U_1 - U_0) \cdot e(p_0)$$

Da vi antager at præferencerne er strengt monotone, har vi at $E(p, U) = M$, og således at

$$EV = M_0 \frac{U_1 - U_0}{U_0}. \quad (3.1)$$

Forbrugeren vil altså have samme nytte af at stå i initialtilstanden og modtage beløbet EV, som han vil have i en situation hvor politikeksperimentet gennemføres (den kontrafaktiske ligevægt). Det er vigtigt at forstå, at EV er defineret udfra en fast prisvektor, nemlig de initiale priser p_0 .

3.8.1. Eksempel 1 fortsat: Beregning af EV

Politikeksperimentet ændrede Aksels nyttenuiveau fra $U_A^{initial} = 2,79$ til $U_A^{after} = 3,81$. Hans initiale indkomst var $M_0 = 100$, hvilket indsat i formel (3.1) giver $EV = 36,7$. At beregningen er rigtig er let at kontrollere: Lad M_0 stige med den beregnede EV, så $M_0^* = 136,7$. Med de initiale priser [12, 15, 11] vil han efterspørge mængderne [5, 47; 2, 73; 2, 74], hvilket svarer til nyttenuiveauet $U = 3,81$ - hvilket netop svarer til U_A^{after} .

Hvis EV er positiv, foretrækker forbrugeren den kontrafaktiske ligevægt fremfor initialtilstanden, da førstnævnte tilstand giver højest nytte. Umiddelbart kan det jo virke som om, at der ikke er meget at råbe hurra for. Men i analyser hvor der indgår flere forbrugere, bliver EV ganske nyttig; EV måles jo i penge og derfor kan vi addere på tværs af forbrugerne uden risiko for at komme til ”at lægge pærer og bananer sammen”. Dette leder til den Hick’ske kompensationstest: hvis summen af EV’erne er positiv, er det *hypotetisk* muligt for vinderne (dem hvis $EV > 0$) at kompensere (læs: bestikke) taberne, og således muligt at skabe en potentiel Pareto-forbedring. Denne Pareto-forbedring kunne f.eks. ske ved hjælp af lump-sum indkomst-overførsler²¹. Bemærk at omfordelingen er hypotetisk: *hvis*

$CV = E(p_1, U_1) - E(p_1, U_0)$. Når man sammenligner to tilstande er der ingen umiddelbar forskel i fortolkningen mellem de to metoder. Sammenligner man derimod flere tilstande, svarer CV til at anvende forskellige reference-punkter for sammenligningerne (hele tiden de *nye* priser). Som påpeget af McKenzie (1983) er EV dog at foretrække, udfra den betragtning at status quo er et åbentlyst fixpunkt i sammenligninger.

²¹Ved *lump-sum* forstås, at omfordeling via skatter/overførsler sker på en ikke-forvridende måde, dvs. uden efficiensstab.

der fandt en omfordeling sted fra vinderne til taberne ville ligevægten blive påvirket, og herved den prisvektor den anvendes ved kompensationen²². En beskrivelse af problemerne med kompensationskriterier er at finde i Keiding (1987).

3.9. Følsomhedsanalyse

Efter at have analyseret konsekvenserne af et politikeksperiment med en CGE-model er det meget vigtigt, at man udfører en følsomhedsanalyse af sine resultater. Hovedårsagen skal findes i den måde CGE-modeller kalibreres på - nemlig på data der kun vedrører et enkelt år. Når en parameter bestemmes ved kalibrering efterlades nul frihedsgrader, idet man jo i princippet løser 1 ligning med 1 ubekendt. Derfor ledsages parameterestimaterne ikke af et mål for usikkerheden (f.eks. en standardafvigelse). De nul frihedsgrader betyder, at alle usædvanligheder og stokastiske anomalier i datamaterialet i benchmark-året får fuld indflydelse på de kalibrerede parametre²³. Stor indflydelse får også eventuelle eksogent specificerede parametre (f.eks. substitutionselasticiteter) - resultatet af analysen kan i vidt omfang påvirkes af disse parametre. Af samme grund gives intet mål for usikkerheden for de beregnede kontrafaktiske ligevægte - og det er jo klart utilfredsstillende.

På dette sted hænder det ofte, at læsere skolet i økonometrisk metode får et ildebefindende og det skal medgives, at metodologien bag kalibrering, herunder den rolle data spiller, er fundamentalt anderledes end i stokastisk estimerede modeller. Det er dog vigtigt at forstå, at stokastisk estimation ikke er ”bedre” - her er tale om et valg: vil man have teoretiske velfunderede modeller er kalibrering en nødvendighed - og vil man have empirisk underbyggede modeller er stokastisk estimation nødvendigt. Det er ikke muligt på samme tid at få begge dele²⁴.

Selv i en situation hvor Lucas-kritikken er irrelevant, vil kalibrering være nødvendig pga. mangel på data. Store modeller indeholder ofte flere tusinde parametre, hvilket hvis de skulle estimeres som system enten ville kræve urealistiske mængder data, eller at der skulle pålægges mange restriktioner. Selv hvis modellen kunne inddeltes i mindre systemer, vil det ikke ved estimation være muligt at tage hensyn til de krav, som stilles til en generel ligevægt.

²²På Hicks tid beregnede man kun denne hypotetiske størrelse - det var for besværligt at genberegne ligevægten under hensyntagen til hvorledes denne blev påvirket af kompensationen. Med nutidens computere er denne beregning ikke noget problem, og det er muligt at beregne de faktiske størrelser. I praksis lader man sig dog ofte nøje med de *hypotetiske* størrelser.

²³I visse tilfælde er det åbentlyst urimeligt kun at anvende data for eet år. I en sådan situation vælger man at fastlægge parametrene på baggrund af data fra flere år.

²⁴Visse CGE-modeller forsøger at kombinere de to tilgange. Et eksempel er den Hollandske MIMIC-model, der f.eks. blander økonometrisk estimerede produktionsfunktioner med CGE-metodologi (Gelauff og Graaflund, 1994). I den norske MSG-model hvor samme kombination anvendes, opträder der faktisk J-led når modellen kalibreres (Holmøy et al., 1994). Afhængig af temperament, kan man opfatte disse blandinger som fuldblodsheste eller muldyr.

I de sidste par år er *systematisk følsomhedsanalyse* blevet mere tilgængeligt i takt med udviklingen i beregningshastighed. Da en ligevægtsløsning i høj grad er en ikke-lineær funktion af initialbetingelserne (primært parameterverdiene), er det ikke på samme måde som i en lineær model, muligt på nogen let måde at beregne konsekvenserne for ligevægtsløsningen af en ændring i initialbetingelserne. Der er kun een mulighed: hele systemet skal for hver ny parameterkonstallation beregnes forfra. Resultatet af denne ”Monte-Carlo metode” er at man får et mål for variationen i ligevægtsløsninger og derved et mål for usikkerheden i konklusionerne²⁵. Metoden kan også benyttes til at bestemme hvilke parametre der har ”stor” indflydelse på konklusionerne, og det som følge heraf er vigtigt at bestemme med ekstra præcision.

4. Sammenfatning og kritik af modellerne

Som alle andre metoder økonomer benytter sig af, har CGE-modeller både fordele og ulemper. I dette afsnit sammenfattes disse fordele og ulemper kort med udgangspunkt i Shoven og Whalley (1984, 1992).

Fordele

- Modellerne har et solidt mikroøkonomisk fundament, der specificerer alle agenters optimerende adfærd i ligevægt.
- Modellerne tillader en stor detaljeringsgrad, hvilket til praktiske analyser er en stor fordel. Endvidere er det muligt at analysere mange kompliserede feed-back effekter på samme tid.
- Den numeriske tilgang udvider anvendelsesmulighederne, eftersom der ikke - som tilfældet er i mange analytiske modeller - er behov for antagelser, der sikrer en løsning.
- Modellerne giver mulighed for at analysere velfærdskonsekvenser, og ikke blot beregne prisændringer m.v. Det er jo i sidste ende velfærd, der betyder noget for forbrugerne.

Ulemper

- Der er ingen metode til at teste signifikans på de kalibrerede parametre. Man kan dog anvende Monte Carlo simulationsmetoder til at beregne konfidenceintervaller, og således undersøge hvor robuste og pålidelige resultaterne er. Konsekvenserne af de valgte funktionelle former er dog sværere at undersøge.

²⁵Fremgangsmåden er beskrevet i Harrison og Vinrod (1992). Se også Harrison et al. 1993.

- I modellerne har penge ikke i sig selv umiddelbart nogen fortolkning, idet alle størrelser i modellerne er reale (svarende til en bytteøkonomi). Dette gør det vanskeligt at analysere monetære emner som f.eks. valutakurser og inflation på en meningsfuld måde.
- Modellerne antager som udgangspunkt, at teknologien er konstant - derfor er de ikke anvendelige, hvis man vil analysere teknologiske fremskridt (der jo spiller en prominent rolle i mange vækst-modeller).

Afrunding

Som det fremgår ovenfor, har CGE-modeller både fordele og ulemper - det er ikke ubetinget en *deus ex machina*. Derimod er der tale om et værktøj, der tillader økonomer at analysere en række emner, som det ikke på tilfredsstillende vis er muligt at analysere med traditionelle makroøkonometriske modeller.

Den væsentligste fordel er muligheden for at inddrage velfærdskonsekvenser i analysen. Det er jo i sidste ende velfærd der betyder noget for forbrugerne - og ikke størrelser som f.eks. BNP, beskæftigelse eller budgetunderskud. En anden fordel er muligheden for at analysere økonomisk politik der er fundamentalt anderledes end i udgangssituationen. En makroøkonometrisk model er jo i vidt omfang afhængig af, at man ikke ekstrapolerer "for meget" i forhold til udgangssituationen - her har CGE-modellerne en force, idet de kan bruges til at analysere eksperimenter, der er kraftigt "ekstrapolerede" i forhold til virkeligheden. Dette skyldes at man ved kalibreringen fastlægger forholdsvis "dybe" parametre (f.eks. i nyttefunktionen), der antages at være eksogene.

Den pris der betales for disse muligheder er en række antagelser - ellers kan man ikke komme videre. Dette gælder dels en række neoklassiske antagelser om rationelt optimerende agenter og dels en række antagelser for at få parametreret modellen. Problemerne med den sidstnævnte type antagelser og metodologiske problemer kan delvis lindres ved omhyggeligt modelarbejde - indvendinger mod hele det neoklassiske set-up kan man derimod ikke gøre noget ved.

5. Kilder

- Arrow, K. J. og F.H. Hahn (1971), *General Competitive Equilibrium*, San Francisco: Holden-Day
- Auerbach, A. og L. Kotlikoff, (1987), *Dynamic Fiscal Policy*, Cambridge University Press
- Bach, C. F., Frandsen, S.E. og P. Stephensen, "European Integration and the Common Agricultural Policy", DERC Working paper no 5, Københavns Universitet, Økonomisk Institut
- Bacharach, M. (1970), *Biproportional matrices & Input-Output change*, Cambridge: University Press
- Bhattarai, K. og J. Whalley (1997), "Discreteness and the Welfare Cost of Labour Supply Tax Distortions", Memo, University of Warwick
- Blanchard, O. J. (1985), "Debts, Deficits and Finite Horizons", *Journal of Political Economy*, 93, 223-247
- Brooke, A., D. Kendrick og A. Meeraus (1988), *GAMS - A Users guide*, San Francisco: Scientific Press
- Dixon, P.B., B.R. Parmenter, J. Sutton og D.P. Vincent (1982), *ORANI: A multisectoral Model of the Australian Economy*, Amsterdam: North-Holland
- Dixon, P.B., B. R. Parmenter, A. A. Powell og P. J. Wilcoxen (1992), *Notes and problems in applied general equilibrium economics*, Amsterdam: North-Holland
- Frandsen, S.E., J.V. Hansen og P. Trier (1995), *GESMEC - en Generel Ligevægts model for Danmark: dokumentation og anvendelse*, København
- Frederiksen, N., P. Hansen, H. Jacobsen og P. Sørensen (1995), "Subsidising Consumer Services: Effects on Employment, Welfare and the Informal Economy", *Fiscal Studies*, 16: 71-93
- Gelauff, G.M.M og J.J. Graafland (1994), *Modelling Welfare State Reform*, Amsterdam: North-Holland
- Ginsburgh, V. og M. Keyzer (1997), *Structure of Applied General Equilibrium models*, MIT-Press
- Graafland, J. J. og R.A. de Mooij (1997), "MIMIC's new labor supply model", CPB memo, Holland: CPB
- Harrison, G.W., R. Jones, L.J. Kimbell og R. Wigle (1993), "How robust is Applied General Equilibrium Analysis", *Journal of Policy Modelling*, 15: 99-115
- Harrison, G.W., T.F. Rutherford og D.G. Tarr (1996), "Quantifying the Uruguay Round", kommer i *The Economic Journal*
- Harrison, G.W. og H.D. Vinrod (1992), "The sensitivity analysis of applied general equilibrium models", *Review of Economics and Statistics*, 74: 357-362
- Hertel, T. (1997), *Global Trade Analysis*, Cambridge University Press

- Holmøy, E., G. Nordén og B. Strøm (1995), *MSG-5: A complete discription of the system of equations*, Oslo: Statistisk Sentralbureau
- Jensen, S-E. H., S. B. Nielsen, L.H. Pedersen og P. B. Sørensen (1994), "Labour Tax Reform, Employment and Intergenerational Distribution, *Scandinavian Journal of Economics*, 96: 381-401
- Jensen, S-E. H., S. B. Nielsen, L.H. Pedersen og P. B. Sørensen (1996), "Tax Policy, Housing and the Labour Market: An Intertemporal Simulation Approach", *Economic Modelling*, 13: 355-382
- Kehoe, T.J. (1980), "An Index Theorem for General Equilibrium models with production", *Econometrica*, 48: 1211-1233
- Kehoe, T.J. og J. Whalley (1982), "Uniqueness of Equilibrium in a Large Scale Numerical General Equilibrium model", Memo, University of Western Ontario
- Keiding, H. (1987), *Mikroøkonomi: Allokering og optimalitet*, København: Akademisk Forlag
- Knudsen, M. B, L. H. Pedersen, T. W. Petersen, P. Stephensen og P. Trier (1997a), *A prototype of a DREAM (Danish Rational Economic Agents Model)*, modeldokumentation, Danmarks Statistik
- Knudsen, M. B, L. H. Pedersen, T. W. Petersen, P. Stephensen og P. Trier (1997b), *Modelling Structural Reform: A dynamic CGE analysis of the Tax Reform Act of 1993*, arbejdspapir, Danmarks Statistik
- Lange, K., L. H. Pedersen og P. B. Sørensen (1997), "The Danish Tax Reform Act of 1993: Effects on the Macroeconomy and on Intergenerational Welfare", Præsentation ved EPRU's konference om "Macroeconomic Perspectives on the Danish Economy" den 19-20 juni 1997 i Hornbæk.
- Lipsey, R.G. og K. Lancaster (1956), "The General Theory of Second Best", *Review of Economic Studies*, 24: 11-32
- McKenzie, G. W. (1983), *Measuring Economic Welfare: New Methods*, Cambridge: University Press
- Pearson, K. (1993), "ORANI-F: A General Equilibrium model of the Australian Economy", *Economic and Financial Computing*, 1993: 71-140
- Pedersen, L. H. (1996), *Imperfekt konkurrence på vare- og arbejdsmarkedet*, Undervisningsnote, Københavns Universitet: Økonomisk Institut
- Pedersen, T. M. (1997), *Lucas kritikken*, Forelæsningsnote, Københavns Universitet: Økonomisk Institut
- Perroni, C. og T. Rutherford (1995), "Regular flexibility of nested CES-functions", *European Economic Review*, 39: 335-343
- Rutherford, T. (1989), General Equilibrium Modelling with MPS/GE, Memo, Department of Economics, University of Western Ontario
- Scarf, H.E. (med T. Hansen) (1973), *The Computation of Economic Equilibria*, New Haven: Yale University Press

Shoven, J. og J. Whalley (1984), "Applied General-Equilibrium Models of Taxation and International Trade: An Introduction and Survey", *Journal of Economic Literature*, XXII: 1007-1051

Shoven, J. og J. Whalley (1992), *Applying General Equilibrium*, Cambridge University. Press

Anvendte generelle ligevægtsmodeller

Peter Stephensen (Version 13.1)

25. august 2020

Indhold

1 Indledning	4
1.1 CGE-modellernes historie	7
1.1.1 Wassily Leontief (1905-1999)	7
1.1.2 Leif Johansen (1930-1982)	8
1.1.3 Verdensbanken og Hollis B. Chenery (1918-1994)	9
1.1.4 AGE-modeller	9
1.1.5 Udviklingen i 80'erne	10
1.1.6 Centrale institutioner	12
1.1.7 Danske modeller	12
1.1.8 Referencer	13
2 Statiske modeller	15
2.1 Verdens simpleste CGE-model	15
2.1.1 Den samlede model	18
2.1.2 Data	19
2.1.3 Kalibrering	19
2.1.3.1 Hvorfor kan man sætte priser og lønninger lig 1?	19
2.1.4 Analyse	20
2.2 CES-funktioner	21
2.2.1 CES-produktionsfunktion	22
2.2.1.1 Nestede produktionsfunktioner	23

<i>INDHOLD</i>	2
----------------	---

2.2.1.2 Arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt: et trick	24
2.2.2 CES-nyttefunktion	25
2.3 Verdens næst-simpleste CGE-model	26
2.3.1 Grundmodel	26
2.3.1.1 Model	27
2.3.1.2 Data	28
2.3.1.3 Kalibrering	28
2.3.1.4 Analyse	29
2.3.2 Måling af beskæftigelse i hoveder	29
2.3.2.1 Model	30
2.3.2.2 Data	31
2.3.2.3 Kalibrering: Mia-mio-tusinde-reglen	31
2.3.2.4 Analyse	32
2.4 En lille åben økonomi	33
2.4.1 Model	35
2.4.2 Data	36
2.4.3 Kalibrering	36
2.4.4 Analyse med Armington-lukning	37
2.4.5 Velfærdszmål	39
2.5 Offentlig sektor i lille åben økonomi	40
2.5.1 Model	42
2.5.2 Data	44
2.5.3 Kalibrering	44
2.5.4 Analyse	46
2.5.5 Velfærdsanalyse	48
2.6 Statiske modeller med kapital	49

<i>INDHOLD</i>	3
3 Dynamiske modeller	50
3.1 Ramsey-modellen	51
3.1.1 Virksomhederne	52
3.1.1.1 Betydningen af teknologiske fremskridt	54
3.1.2 Forbrugerne	56
3.1.3 Model	57
3.1.4 Vækst-korrektion	58
3.1.5 Statisk lukket model med kapital	60
3.1.5.1 Data	61
3.1.5.2 Kalibrering	61
3.1.6 Statisk åben model med kapital	62
3.1.6.1 Model	63
3.1.6.2 Data og kalibrering	65
3.1.7 Analyse: Åbne og lukkede steady-state-modeller	65
3.1.8 Analyse: Dynamisk lukket model	67
A Virksomhedens dynamiske problem	69
B Installationsomkostninger	73
C Keynes-Ramsey-reglen	76

Kapitel 1

Indledning

Disse noter omhandler det der på dansk kaldes 'Anvendte generelle ligevægtsmodeller'. Formålet med noten er at læseren at bygge denne type modeller og udføre analyser i den. Man kan med en vis ret kalde noten for et 'model-snedker-kursus'. I det følgende vil jeg anvende den mest benyttede engelske forkortelse CGE-model. Det står for Computable General Equilibrium model.

Et godt udgangspunkt for at forstå hvad en CGE-model er, er at skitsere hvilke økonomiske modeller der findes. Økonomiske modeller er typisk defineret ud fra deres formål; - altså hvad de skal bruges til. Man kan for der første skelne mellem *anvendelsesorienterede* modeller og *ikke-anvendelsesorienterede* modeller. De ikke-anvendelsesorienterede modeller er teoretiske modeller. Teoretiske *makro*-modeller er typisk fremstillet for at understrege en bestemt teoretisk pointe. Tænk fx på den simple Keynes-model der på simplest mulige måde demonstrerer eksistensen af en multiplikator-effekt. De teoretiske *mikro*-modeller udspringer ofte af et ønske om at give generelle beskrivelser eller karakteriseringer af det samlede økonomiske system. Man kan fx stille spørgsmålet: er det rent matematisk muligt at argumentere for at en stor decentral markedsøkonomi kan fungere helt uden indgriben fra mennesket/staten? Spekulationer af denne art kan føres tilbage til Walras (1874). Et af hovedværkerne i denne tradition er Debreu (1959) som opstiller en aksiomatisk teori for hvornår der findes en "generel ligevægt" i en økonomi. Ordet "generel" henviser til at hele økonomien er beskrevet, dvs. alle markeder er inddraget i analysen. I Debreu (1959) er det virkelig alle markeder der betragtes, idet han ikke alene betragter alle markeder i en lukket økonomi, men også inddrager alle fremtidige tidspunkter i modellen. Modeller af denne type kaldes ofte Arrow-Debreu-modeller idet Kenneth Arrow også spillede en central rolle.

Er CGE-modeller Arrow-Debrue-modeller? Nej. Selv om de 2 modeltyper har fællestørrelse i uformning og navn, benyttes de til helt forskellige formål. Arrow-Debrue-

modellen er et klassisk eksempel på en ikke-anvendelsesorienteret model, mens CGE-modellen er et klassisk eksempel på en anvendelsesorienteret model. Vi kommer mere ind på denne sammenligning i næste afsnit om CGE-modellernes historie.

Anvendelsesorienterede modeller bygges til at udføre analyser af konkrete økonomiske problemstillinger. Det kan være fremskrivningen af et givent lands makroøkonomi, en analyse af ændrede skatteregler eller en vurdering af hvad et højere uddannelsesniveau vil betyde for makroøkonomien. Hvor de ikke-anvendelsesorienterede modeller typisk anvendes til abstrakte analyser af akademiske økonomer, er anvendelsesorienterede modeller et vigtigt element i professionelle, løsningsorienterede økonomers værkstedskasse. Dette kan være embedsmænd i de større økonomiske ministerier, centralbaner eller internationale organisationer så som Verdensbanken, IMF, eller OECD.

Et godt udgangspunkt for at beskrive hvilken rolle CGE-modeller spiller i gruppen af anvendelsesorienterede modeller opnås ved at opdele disse modeller i 3 grupper: konjunkturmodeller, "mentale modeller" og CGE-modeller. *Konjunkturmodeller* er modeller der anvendes til at beregne kort- og mellemfristede fremskrivninger for nationale økonomier. Disse modeller spiller en meget central rolle i politisk og planlægningsmæssig sammenhæng. Modellerne har deres helt egen historie, som vi vil komme tilbage til senere i kurset.

Mentale modeller er mindst lige så brugbare som konjunkturmodeller. Professionelle økonomer har bestemte forestillinger om hvorledes økonomien hænger sammen. En del af disse forestillinger deles af mange økonomer (ikke nødvendigvis alle) og kan derfor ses som indlejret i økonomernes sprog eller som direkte definerende for hvad det vil sige at være en økonom. De mentale modeller er ikke-formelle modeller der gør det muligt for økonomer at tale med hinanden og at tage hurtige beslutninger. Problemet med de mentale modeller er at man let kommer til at tage dem for givet. At de får en til at automat-reagere. En god selvkritisk økonom bør derfor gå sine mentale modeller kritisk igennem en gang imellem.

CGE-modeller kan ses som et forsøg på at bringe mentale modeller til data. Hvor konjunkturmodeller på et givent tidspunkt har en relativt veldefineret form og altid er meget data-drevne, kan mentale modeller findes i mange forskellige former og det er hele pointen med dem, at de i højere grad er baseret på intuition end data. CGE-modeller er en god metode til at konsistens-tjekke en mental model. Ved at udføre en konkret modellering af den mentale model opdages ofte en del løse ender i argumentationen. Man kan derimod ikke sige at CGE-modellen tester om den mentale model er korrekt. Dette kræver som et minimum økonometrisk analyse¹. Et karakteristisk element i CGE-modellering er at man ofte benytter *kalibrering* i stedet for egentlig

¹Og selv da har man strengt taget ikke vist noget som helst. Man har blot vist at man har fundet en "fleksibel form" der kan genskabe data. Men det var jo sådan set også derfor man valgte den.

økonometrisk analyse. Ved kalibrering tilpasser man visse af modellens parametre således at modellen kan genskabe data fra et givent år. Dette står i modsætning til fx konjunkturmodellerne som estimerer sine parametre baseret på tidsrækkeanalyse, dvs. data-observationer fra mange år. Der er både fordele og ulemper forbundet med kalibrering. Fordelen er at man ud fra et enkelt års data kan få selv relativt komplikerede modeller op at køre. Hvis man tror på sin teori gør kalibrering det praktisk muligt at bygge en data-drevet model. Men det er sådan set også her problemet ligger. Den opbyggede CGE-model er ikke i sig selv et argument for den anvendte teori. Den er et resultat af den. Man kan derfor med en vis ret sige at CGE-modeller er karakteriseret ved at de 'trækker teorien ned over hovedet på data'. Man bør se på en CGE-model som et tankeeksperiment: hvis teorien er rigtig, hvad gælder så i et givent data-miljø.

Der kan gives mange eksempler på mentale modeller der er implementeret som CGE-modeller. Det mest oplagte eksempel er forestillingen om den velfungerende *markedsøkonomi*. Som vi skal se nedenfor, søgte de første CGE-modeller at beskrive et statisk multi-sektor-setup, dvs. et økonomisk system med specificeret udbud og efterspørgsel efter mange forskellige varer. Denne type modeller findes stadig og kan fx genfindes i den danske CGE-model REFORM. Der findes internationalt set adskillige CGE-modeller som beskriver et multi-sektor/multi-lande-setup (F.eks. GTAP).

Et andet godt eksempel på en mental model er det man kunne kalde *kortsigts/langsigts-tankegangen*. På kort sigt er der stive priser og lønninger. Derfor er verden Keynesiansk på kort sigt. Men på lang sigt tilpasser priser og lønninger sig, således at der er ligevægt på varemarkederne og ledigheden tilpasser sig til det strukturelle niveau. Dette er en meget effektiv mental model som de fleste professionelle økonomer anvender flere gange dagligt uden at tænke over det. På en måde er modellen noget vrøvl: langsigt er jo bare kortsigt om lang tid. Men modellen har en tendens til at give de intuitivt rigtige resultater. Den er en simpel teori der kan hjælpe økonomerne i en travl hverdag. Tankegangen kan genfindes i konjunkturmodellerne men også i dynamiske CGE-model såsom den danske DREAM-model.

Et andet eksempel på en mental model er forestillingen om hvorledes *indkomstskat* virker. Indkomstskat har to gode egenskaber: den skaffer penge til staten og et progressivt skattesystem kan bruges til at forøge ligheden i samfundet. Forestillingen er nu at disse fordele mere eller mindre modsvares af en såkaldt forvridning. Marginalskatten på arbejde påvirker husholdningerne arbejdsudbudsbeslutning. Indkomstskatten vil derfor påvirke det samlede arbejdsudbud og derfor hvor meget der bliver produceret i samfunden. Man italesætter ofte dette problem som at der er et modsætningsforhold mellem fordelingshensyn og efficiens. Den danske CGE-model OECDNTAX (Sørensen, 2001) beskæftiger sig blandt andet med denne problemstilling.

1.1 CGE-modellernes historie

CGE-modeller som vi kender dem i dag, udvikledes over en lang periode på 50-60 år. I dette afsnit beskrives denne historiske udvikling. Gennemgangen er til dels baseret på Mitra-Kahn (2008). Først beskrives to centrale forgangsmænd Leontief og Leif Jønnsen. Dernæst beskrives det hvorledes en række Verdensbank-økonomer raffinerede de oprindelige modeller og skabte den moderne CGE-model.

1.1.1 Wassily Leontief (1905-1999)

Det første kendte forsøg på at opstille et systematisk overblik over varestrømmene i en økonomi finder man helt tilbage i 1758, hvor franskmanden François Quesnay konstruerede en 'Tableau économique' over den franske økonomi. Quesnay (1758) brugte tabellen til at påvise at stort set al værdi kom fra landbruget og ikke fra industri og handel. Et synspunkt der sandsynligvis var korrekt i datidens Frankrig men som ellers ikke har haft den store relevans siden.

Mere end 100 år senere inspirerede Quesnay den russisk-amerikanske økonom Wassily Leontief til at opstille et system af input-output-tabeller. Disse tabeller (og den ud fra tabellerne genererede input-output-model) kan ses som en tidlig forløber for den moderne multisektør-CGE-model. Den senere nobelpristager udviklede dette system i USA i 1930'erne (Mitra-Kahn, 2008; Bandara, 1991; Jorgenson, 1984). Leontiefs IO-model er en kvantitativ model med mange sektorer som giver en detaljeret beskrivelse af økonomiens varestrømme. Modellen er lineær idet der antages konstante tekniske koefficienter (det vi af samme grund kalder en Leontief-teknologi), og det er derfor muligt at løse modellen ved hjælp af lineær algebra. Hans anvendelse i 1949 af computeren Harvard Mark II til at løse IO-modellen, er en af de tidligste anvendelser af en computer til matematisk modellering (Lay, 2003, p.1).

Leontief var uddannet på Harvard og blev efter endt uddannelse ansat ved Bureau of Labor Statistics (BLS). Her begyndte han at udvikle et regnskab over økonomiens varestrømme, inspireret af Quesnay. I Leontief (1937) beskriver han for første gang et samlet IO-system for årene 1919 og 1929 med 44 brancher. En grundigere beskrivelse kan findes i Leontief (1951).

Leontiefs metode fik sit egentlige gennembrud lige efter 2. verdenskrig (Mitra-Kahn, 2008). Efter krigen var der bekymring for at den amerikanske stålindustri ville opleve faldende efterspørgsel. BLS blev bedt om at regne på dette og valgte at anvende Leontiefs IO-system for 1937. Tabel-systemet blev til formålet udvidet med flere modelagtige egenskaber, både hvad angår efterspørgselssiden og de økonomiske agenters adfærd. Analysen viste at efterspørgslen efter stål ville fortsætte med at vokse, også

efter krigens afslutning. Denne for samtiden overraskende konklusion viste sig at holde stik. Leontief mente selv at denne succeshistorie var medvirkende til at centraladministrationen og den akademiske verden begyndte at anvende multisektør-IO-analyse (Leontief 1951b).

1.1.2 Leif Johansen (1930-1982)

Leif Johansen udviklede på Oslo universitet en række modeller op gennem 60'erne som af mange ses som de første egentlige CGE-modeller. Det var centralt for Johansen at analysere den norske økonomi i et dynamisk perspektiv. I Johansen (1960) fremskrev han den norske økonomi fra 1950 til 1959 og op gennem 60'erne. Dette meget ambitiøse projekt blev udført i en 20-sektormodel. Det eksogene udbud af arbejdskraft og kapital kunne bevæge sig frit mellem sektorerne. Produktionen i den enkelte sektor var en Cobb-Douglas-funktion af kapital og arbejdskraft (som i Solows vækstmodel) mens input af varer fra andre sektorer var bestemt med faste koefficienter som i Leontiefs input-output-model. Investeringer og udenrigshandel var eksogene, således at modellen på makro-plan mindede om en simpel Keynes-model.

Modellen blev kalibreret til det norske nationalregnskab for 1950 (det første nationalregnskab blev udviklet af englænderne Stone og Meade i 1941). Med kalibrering menes her, at modellens tekniske koefficienter blev tilpasset således at model og data var sammenfaldende i basisåret. Denne form for kalibrering spiller stadig en central rolle ved kalibrering af multisektør-modeller. For at beskrive den norske økonomi i 1959 rebalancerede han nationalregnskabet for 1950, således at de aggregerede størrelser passede til de nye tal. Denne metode anvendes også stadig ved kalibrering af CGE-modeller. I dag anvendes en metode kaldet RAS-afstemning som vil blive beskrevet senere på kurset.

Ud over kalibrering og rebalancing udførte Johansen en del ”håndholdte” korrektioner. Hvis sandheden skal frem, var Johansen (1960) en rimeligt rodet affære. Det ændrer imidlertid ikke at Leif Johansen i høj grad havde øje for mange centrale problemstillinger indenfor CGE-modellering. Hans grundlæggende mål om at analysere ”deviations from uniformity in the growth process” (1960, p. 5) er interessant den dag i dag. I virkelighedens verden er der sjælendt balanceret vækst. Nogle sektorer vokser hurtigere end andre. Nogle af de mest grundlæggende strukturelle udviklinger i kapitalistiske økonomier er netop karakteriseret ved dette. Fremstillingssektorerne vækst på bekostning af landbrugssektoren (også kaldet industrialisering) er et oplagt eksempel. Og på samme måde, servicesektorernes vækst på bekostning af fremstillingssektorerne de seneste 30-40 år. Hvad skyldes disse ikke-steady-state-fænomener? Der er typisk to forklaringer: ikke-homotetiske præferencer² på efterspørgselssiden

²Svarende til at en vares indkomstelasticitet er mindre end 1. Dette antages f.eks. ofte at være tilfældet

eller produktivitetsforskelle på udbudssiden (Baumol 1967). I nyere tid er det i højere grad Baumols udbudsforklaring der har vundet indpas (se f.eks. Acemoglu & Guerri-eri 2008). Hvis efterspørgerne finder to varer “nødvendige” (substitutionselasticiteten mellem dem er mindre end 1; Tænk landbrugsvarer og fremstillingsvarer) kan det vises at et frit konkurrenzmarked fører til, at arbejdskraften bevæger sig fra sektoren med høj produktivitetsvækst til sektoren med lav produktivitetsvækst (dvs. fra landbrug over i fremstilling). Johansen (1960) havde øje for denne type forklaringer - 7 år før Baumol.

1.1.3 Verdensbanken og Hollis B. Chenery (1918-1994)

Hollis B. Chenery var Leontiefs Ph.D-studerende på Harvard. Han arbejdede i 50'erne med Leontiefs input-output-system og beskæftigede sig bl.a. med hvordan man “estimerer” de tekniske koefficienter. Han kredsede rundt om de samme kalibreringsmetoder som Leif Johansen formaliserede mere præcist i 1960 (Mitra-Kahn 2008).

Chenery blev ansat i Verdensbanken i 1970 som økonomisk rådgiver for præsidenten for Verdensbanken. Han beskæftigede sig ikke selv med CGE-modellering, men flere af hans Ph.D-studerende fik han ansporet til at videreudvikle modellerne. De fleste af disse overtog og videreudviklede Johansens approach. Taylor & Black (1974) byggede en model for Chile som var af Johansen-typen. Taylor besøgte Leif Johansen i Norge i 1970³, og der var således direkte kommunikation mellem Verdensbank-økonomerne og Johansen.

Chenery blev leder for Verdensbankens Development Research Center i midt-70'erne. Han blev her vejleder for to parallelle modeludviklings-teams Adelman & Robinson (1978) og Taylor & Lysy (1977). Adelman & Robinson byggede en model for Sydkorea og Lysy & Taylor byggede en model for Brasilien. Begge modeller var af Johansen-typen. Det er sandsynligvis i dette modelmiljø at CGE-modellerne får sit navn, idet begrebet “computable general equilibrium models” nævnes første gang i Taylor & Lysy (1979).

1.1.4 AGE-modeller

Udviklingen af CGE-modeller var - som vi har set ovenfor - et ret anvendelsesorienteret projekt. Parallelt med dette, blev der fra 50'erne og helt frem til 90'erne skrevet en lang række ultra-teoretiske artikler indenfor ’generelle ligevægtsteori’ (Arrow & Debreu 1954; Mas-Colell et al. 1995). Ideen med disse modeller var at give et stregt

for landbrugsvarer: når indkomsten vokser, falder andelen af fødevarer i det samlede budget.

³Leif Johansen var kommunist og havde derfor indrejseforbud i USA.

matematisk fundament for den walrasianske opfattelse af en kapitalistisk økonomi. Disse modeller kaldes ofte for Arrow-Debreu-modeller.

I en Walras-ligevægt har priserne i en økonomi sikret at der er ligevægt på alle markeder. Walrasianere interesserer sig ikke for hvordan ligevægte opstår, eller hvordan markedsmekanismen egentligt fungerer. De antager den blot. Dette står i modsætning til Marchallianere der interesserer sig mere for hvordan økonomien egentligt fungerer. Keynes og Friedman er eksempel på Marchallianere, hvorimod dyrkere af generel ligevægtsteori oplagt er Walrasianere. Moderne makroteori, som vi f.eks. kender det fra DSGE-modeller eller den nye model MAKRO der er ved at blive udviklet i DREAM, er Walrasiansk (De Vroey 2016).

Arrow-Debreu-modellerne bestod ikke af brancher eller aggregerede forbrugere som vi kender fra CGE-modeller. I dag ville vi vel kalde dem agentbaserede, idet modellen typisk er opbygget af et vilkårligt antal forbrugere og virksomheder. Det centrale mål var at påvise eksistens af ligevægt og at karakterisere disse ligevægte, f.eks. med velfærdsteoretiske teoremer (Mas-Colell et al. 1995). Målet var at finde det ultimative teoretiske grundlag for kapitalismen og mikro-teoretikerne blev af mange set som økonomifagets svar på atomfysikere. I dag har den empiriske forskning (gudskelov) opnået en meget mere prominent plads i økonomifaget. Dette skal muligvis ses på baggrund af den teoretiske generelle ligevægtsteoris begrænsede succes. De rene teori-modeller havde en tendens til at give tomme, intetsigende resultater. Der er behov for noget data fra virkelighedens verden til at give modellen struktur og karakter.

I løbet af 60'erne opstod ideen om at føre en Arrow-Debreu-model til data. Den amerikanske Yale-økonom Herbert Scarf offentliggjorde i 1967 en algoritme der kunne finde ligevægtspriserne i en Arrow-Debreu-model (Scarf 1967). Dette var startskudet til udviklingen af en ny modeltype kaldet AGE-modeller (Applied General Equilibrium).

Det er fair at sige at Arrow-Debreu-modellen har haft en meget begrænset indflydelse på de oprindelige CGE-modeller. Leontief og Johansen udviste ingen interesse i den teoretiske litteratur på området. De var begge drevet af et ønske om at forstå økonomiens funktionsmåde gennem detaljeret data. Frem til 1977 er det ikke muligt at finde krydsreferencer mellem AGE-litteratur og CGE-litteratur (Mitra-Kahn 2008). Dette ændrer sig imidlertid i start-80'erne.

1.1.5 Udviklingen i 80'erne

I starten af 80'erne brugte Verdensbanken og IMF i stigende grad CGE-modeller. Modellerne blev især anvendt til at analysere udviklingslande. Chenery var som nævnt chef for Development Research Center i Verdensbanken og spillede en central rolle i denne udvikling.

I 70'erne udviklede der sig en blodig kamp mellem klassisk keynesianisme og nyklassikere anført af Robert Lucas (De Vroey 2011, 2016). Vi kommer tilbage til dette senere i kurset. Dette medførte en betydelig matematificering af den makroøkonomiske disciplin. Denne udvikling påvirkede CGE-miljøet på to områder.

Den første effekt af den stigende anvendelse af matematisk teori var relativt kortlivet. I start-80'erne begyndte man at interessere sig mere for de neo-klassiske AGE-modeller. Dette gjorde det muligt at sammenligne AGE- og CGE-modeller inden for det samme modelmiljø. Resultatet blev at CGE-modellen sejrede relativt hurtigt - af den simple grund at den var klart lettere at arbejde med (Mitra-Kahn 2008). AGE-modellernes komplekse løsnings-algoritme begrænsede modellernes størrelse, især hvad der angik antallet af sektorer. I midt-80'erne valgte man derfor en CGE-strategi, som minder en del om Johansens oprindelige, og som vi stadig anvender. Grundideen er at man kalibrerer modellens parametre til et basisår. Dette er ret smart fordi modellen da per definition starter med at være 'løst'. Man behøver ikke en algoritme til at løse modellen i basisåret. Det man skal bruge en algoritme til er, at støde til modellen. Ved stød til modellen ændres et relativt begrænset antal parametre. Herefter er det løsningsalgoritmens opgave at finde den nye ligevægt. Dette behøvede man ikke Scarf's avancerede AGE-algoritme til. I 80'erne log-lineariserede man typisk modellerne (lige som man ofte gør med DSGE-modeller idag), hvorefter man kunne anvende relativt simple algoritmer til at approksimere den nye ligevægt. I dag differentieres alle modellens relationer automatisk, og den såkaldte Newton-Raphson-algoritme anvendes typisk. I dette kursus anvendes programmeringssproget GAMS til dette. GAMS blev udviklet i Verdensbanken i 70'erne og 80'erne og blev et kommersIEL produkt fra slutningen af 80'erne.

Den anden effekt af kravet om mere teoribaseret modellering var mere sejlivet. Den ny-klassiske revolution i 70'erne medførte en stigende interesse i at *mikro-fundere* sine modeller. Hermed menes at modellens agenter (husholdninger, virksomheder mm.) burde beskrives som rationelle agenter der reagerede på incitamenter. Moderne keynesianere er til en hvis grad enige i dette, selv om diverse imperfektioner i agenternes adfærd stadig er centralt i ny-keynesiansk tænkning (De Vroey 2011, 2016). Siden 80'erne har CGE-modeller typisk bestået af repræsentative agenter der er mere eller mindre rationelle.

I løbet af 80'erne og 90'erne begyndte de dynamiske CGE-modeller at blive mere almindelige. Tidligere havde statiske modeller været mest udbredt; - dvs. modeller der kun beskrev en periode. Auerbach og Kotlikoff (1987) var en ny og kompliceret dynamisk CGE-type. Modellen beskrev en såkaldt overlappende generationsstruktur. Husholdningerne var fremadskueende og havde en endelig levealder. Den enkelte aldersgruppens størrelse var baseret på demografisk data. Det var derfor muligt at beskrive en række nye de problemstillinger angående generationel lighed og finanspoli-

tisk holdbarhed. Den danske DREAM-model der blev udviklet i slutningen af 90'erne var en efterkommer af denne model.

1.1.6 Centrale institutioner

- Verdensbanken
- IMF
- Global Trade and Analysis Project (GTAP)
- Trade and Microeconomics Division ved IFPRI (International Food Policy Research Institute)
- ORANI og IMPACT ved Center of Policy Studies (CoPS), Monash universitet, Australien

1.1.7 Danske modeller

- 1975: ADAM. Traditionel makromodel. Ellen Andersen på KU
- 1975: SMEC. Traditionel makromodel. DØRS
- 1992: MONA. Traditionel makromodel. Kvartalsmodel. Nationalbanken
- 1993: GECCO. Risø. Energi-model inspireret af Manne & Richels
- 1993: GESMEC. DØRS. Danmarks første statiske CGE-model
- 1994: EPRU-modellen. KU. Overlappende generationsmodel a la Auerbach & Kotlikoff
- 1995: AAGE. SJFI. Landbrugs-CGE-model inspireret af GESMEC fra DØRS
- 1996: MobiDK-projektet startes. Finansieret af Erhvervsministeriet. Harrison & Rutherford + Ph.D. studerende. Stor multisektormodel.
- 1997: DREAM-gruppen startes. Finansieres af Finans- og økonomiministeriet. Overlappende generationsmodel inspireret af EPRU-modellen fra KU.
- 2010: DREAM udvikler lille statisk energi-CGE-model for Klimakommissionen
- 2012. Interact-projektet startes. Energistyrelsen og DTU. Energi- og makroøkonomisk model
- 2012: SMILE. Mikrosimuleringsmodel (Husholdninger/boliger). Udviklet i DREAM.

- 2014: REFORM (Statisk multisektor-CGE-model). Udviklet i DREAM.
- 2020: MAKRO (Kort og mellemlang sigt). Ny-keynesiansk makromodel. Udviklet i DREAM.
- 2021: Grøn-REFORM (Grøn, dynamisk multisektor-CGE-model). Udviklet i DREAM.

1.1.8 Referencer

- Acemoglu, D. and V. Guerrieri (2008), Capital Deepening and Nonbalanced Economic Growth, *Journal of Political Economy*, vol.116, issue.3, pp.467-498.
- Adelman, I., and Robinson, S. (1978), Income distribution Policy in Developing Countries: A case study of Korea, Oxford, UK: Oxford University Press (for the World Bank)
- Arrow, K. J.; Debreu, G. (1954). "Existence of an equilibrium for a competitive economy". *Econometrica*. 22 (3): 265–290
- Auerbach, A.J. and Kotlikoff, L.J. (1987), Dynamic Fiscal Policy. Cambridge University Press.
- Bandara, J.S. (1991), "Computable General Equilibrium Models for development policy analysis in LDCs", *Journal of Economic Surveys* 5 (1), March, pp. 3-69
- Baumol, William J. (1967) "Macroeconomics of Unbalanced Growth: The Anatomy of Urban Crisis." *A.E.R.* 57 (June): 415–26.
- Debreu, G. (1959), Theory of Value. An Axiomatic Analysis Of Economic Equilibrium. New Haven and London, Yale University Press.
- De Vroey, Michel , (2016) A history of macroeconomics from Keynes to Lucas and beyond. New York: Cambridge University Press
- Johansen, L. (1960), A multi-sectoral study of economic growth, Amsterdam: North-Holland Publishing Company
- Jorgenson, D.W. (1984) "Econometric methods for applied general equilibrium analysis", In: Scarf, H.E., Shoven, J.B. (Eds.), 1984, Applied General Equilibrium analysis, Cambridge, UK: Cambridge University Press
- Lay, David C. (2003). Linear Algebra and Its Applications (Third ed.). Addison Wesley.
- Leontief, W.W. (1937), "Inter-relation of prices, output, savings and investment", *Review of Economics and Statistics* 19, pp. 109-32

- Leontief, W. (1951), *The Structure of the American Economy, 1919–1939*, 2d ed., White Plains, NY: International Arts and Sciences Press
- Leontief, W.W. (1951b), “Input-Output Economics,” *Scientific American*, October, pp. 15– 21.
- Mas-Colell, Andreu, Whinston, Michael and Green, Jerry, (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.
- Mitra-Kahn, B. H. (2008), Debunking the Myths of Computable General Equilibrium Models, SCEPA Working Paper 2008-1
- Quesnay, Francis (1758), *Tableau etc.; facsimile 1894*, reproduced in Oncken, A., 1888, *Oeuvreconomiques et Philosophiques de F. Quesnay, fondateur du Système Physiocrate*, Paris, France: Joseph Baer
- Scarf, H.E. (1967a), The approximation of Fixed Points of a continuous mapping, *SIAM Journal of Applied Mathematics* 15: 1328-43
- Scarf, H.E. (1967b), On the computation of equilibrium prices, in Fellner, W.J. (ed.), 1967, *Ten Economic Studies in the tradition of Irving Fischer*, New York, NY: Wiley
- Sørensen, P. B. (2001), *OECDTAX - A Model of Tax Policy in OECD*. Technical Working Paper. University of Copenhagen
- Taylor, L. and Black S.L. (1974), Practical general equilibrium estimation of resource pulls under trade liberalizations, *Journal of International Economics* 4(1), pp. 37-58
- Taylor, L., and Lysy, F. (1977), “Brazilian Income Distribution, 1960-1970: Confronting the Conflicting Interpretations”, Paper presented to the econometric society, Third World Congress, Toronto, August 1975
- Taylor, L., and Lysy, F. (1979), “Vanishing income Redistributions; Keynesian Clues about Model surprises in the Short Run”, *Journal of Development Economics* 6 (1), February, pp. 11-29

Anvendte generelle ligevægtsmodeller

Peter Stephensen (Version 13.1)

25. august 2020

Indhold

1 Indledning	4
1.1 CGE-modellernes historie	7
1.1.1 Wassily Leontief (1905-1999)	7
1.1.2 Leif Johansen (1930-1982)	8
1.1.3 Verdensbanken og Hollis B. Chenery (1918-1994)	9
1.1.4 AGE-modeller	9
1.1.5 Udviklingen i 80'erne	10
1.1.6 Centrale institutioner	12
1.1.7 Danske modeller	12
1.1.8 Referencer	13
2 Statiske modeller	15
2.1 Verdens simpleste CGE-model	15
2.1.1 Den samlede model	18
2.1.2 Data	19
2.1.3 Kalibrering	19
2.1.3.1 Hvorfor kan man sætte priser og lønninger lig 1?	19
2.1.4 Analyse	20
2.2 CES-funktioner	21
2.2.1 CES-produktionsfunktion	22
2.2.1.1 Nestede produktionsfunktioner	23

<i>INDHOLD</i>	2
----------------	---

2.2.1.2 Arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt: et trick	24
2.2.2 CES-nyttefunktion	25
2.3 Verdens næst-simpleste CGE-model	26
2.3.1 Grundmodel	26
2.3.1.1 Model	27
2.3.1.2 Data	28
2.3.1.3 Kalibrering	28
2.3.1.4 Analyse	29
2.3.2 Måling af beskæftigelse i hoveder	29
2.3.2.1 Model	30
2.3.2.2 Data	31
2.3.2.3 Kalibrering: Mia-mio-tusinde-reglen	31
2.3.2.4 Analyse	32
2.4 En lille åben økonomi	33
2.4.1 Model	35
2.4.2 Data	36
2.4.3 Kalibrering	36
2.4.4 Analyse med Armington-lukning	37
2.4.5 Velfærdszmål	39
2.5 Offentlig sektor i lille åben økonomi	40
2.5.1 Model	42
2.5.2 Data	44
2.5.3 Kalibrering	44
2.5.4 Analyse	46
2.5.5 Velfærdsanalyse	48
2.6 Statiske modeller med kapital	49

<i>INDHOLD</i>	3
3 Dynamiske modeller	50
3.1 Ramsey-modellen	51
3.1.1 Virksomhederne	52
3.1.1.1 Betydningen af teknologiske fremskridt	54
3.1.2 Forbrugerne	56
3.1.3 Model	57
3.1.4 Vækst-korrektion	58
3.1.5 Statisk lukket model med kapital	60
3.1.5.1 Data	61
3.1.5.2 Kalibrering	61
3.1.6 Statisk åben model med kapital	62
3.1.6.1 Model	63
3.1.6.2 Data og kalibrering	65
3.1.7 Analyse: Åbne og lukkede steady-state-modeller	65
3.1.8 Analyse: Dynamisk lukket model	67
A Virksomhedens dynamiske problem	69
B Installationsomkostninger	73
C Keynes-Ramsey-reglen	76

Kapitel 2

Statiske modeller

Arbejdet med at bygge en CGE-model består af en række faser:

- Opstille model
- Kalibrere
- Analyse

En CGE-model laves typisk med en teori og noget data som input. Teorien beskriver matematisk hvorledes man mener verden hænger sammen. Data kommer fra f.eks. nationalregnskabet og beskriver den økonomi man ønsker at modellere i et givent år (kaldet basis-året). I kalibreringen tilpasses en række af modellens parametre således at teorien kan forklare basis-året, - dvs. således at modellens initiale løsning er sammenfaldende med basisårets data (det kaldes også at “modellen rammer sig selv”). Kalibreringsfasen er meget vigtig, fordi den giver mulighed for at teste modellen. Efter en vellykket kalibrering har vi en model. Denne model kan nu bruges til at udføre analyser. Dette gøres ved at ændre i modellens eksogene variable (kaldets at “støde” til modellen) og derefter løse modellen (kaldes at “köre” modellen). Man vil typisk bruge et computer-software til at løse modellen. I vores tilfælde bruges GAMS, men simple modeller kan faktisk løses i Excel hvis man er lidt smart. I dette kapitel gennemføres hele processen for en række simple statiske modeller.

2.1 Verdens simpleste CGE-model

Vi starter med en meget simpel statisk model for en lukket økonomi. Der er en virksomhedssektor og mange ens forbrugerere. Der er ingen offentlig sektor. Virksomheden har

en meget simpel lineær teknologi og forbrugerene forbruger hele deres indkomst. Der er intet kapitalapparat og ingen opsparing (derfor er der ikke nogen rente).

Den repræsentativ virksomhed producerer via produktionsfunktionen:

$$Y = AL \quad (2.1.1)$$

hvor L er input af arbejdskraft og A er TFP eller arbejdsproduktiviteten (som i dette simple tilfælde er sammenfaldende). Der er konstant skalaafkast og vi antager fuldkommen konkurrence.

Antagelsen om konstant skalaafkast er meget central og benyttets meget tit i CGE-modeller. Det klassiske argument for konstant skalaafkast er dubleringsargumentet: hvis man har en velfungerende virksomhed med 100 ansatte, da kan man bare lave en nøjagtig kopi og ansætte 100 nye medarbejdere. Så burde produktionen og diverse input i principippet også fordobles. Argumentet er relativt stærkt, men har dog visse problemer. Hvis den samlede organisation forøges kan der både argumenteres for fordele og ulemper. Muligheden for at rationalisere inputsiden eller lade virksomhederne specialisere sig kan tages som argumenter for stigende skalaafkast. Vanskelighederne ved at styre en større organisation kan tale for aftagende skalaafkast.

En speciel egenskab ved virksomheder med konstant skalaafkast er at de (givet fuldkommen konkurrence) har *omkostningsbestemte priser*. Prisen er ikke resultatet af en ligevægt mellem en voksende udbudskurve og en faldende efterspørgselskurve¹. Prisen er ganske simpelt bestemt af hvad det koster at producere varen. Det er en grundlæggende markedsantagelse at profitten under fuldkommen konkurrence konkurres ned på 0. Derfor er virksomheden ligeglads med hvor meget den producerer. Markedet fungerer derfor således: omkostningerne bestemmer prisen, hvorefter efterspørgslen (givet prisen) bestemmer den producerede mængde.

Lad os prøve at modellere dette i vores simple model. Profitten π er givet ved:

$$\begin{aligned} \pi &= pY - wL \\ &= pAL - wL \end{aligned}$$

En profitmaksimerende virksomhed vil have førsteordensbetingelsen:

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = pA - w = 0$$

eller

$$p = \frac{w}{A} \quad (2.1.2)$$

¹Den voksende udbudskurve opstår ved aftagende skalaafkast.

Denne relation (der kaldes *nul-profit-betingelsen*) fortæller os at virksomhedens output-pris skal have et ganske bestemt niveau. Dette niveau er bestemt fra omkostningssiden, og man siger derfor at prisen er *omkostningsbestemt*. Nul-profit-betingelsen er dybest set en *ligevægtsbetingelse*. Hvis virksomhedens outputpris var højere end den omkostningsbestemte pris ($p > w/A$), da ville virksomheden tjene positiv profit. På grund af den konstante skalaafkast, ville den derfor ønske at producere uendeligt meget. Hvis vi antager at alle virksomhedern er ens, er dette oplagt ikke foreneligt med ligevægt. Hvis omvendt output-prisen var lavere end den omkostningsbestemte pris ($p < w/A$), da ville profitten være negativ, og virksomheden ville da ikke ønske at producere noget som helst. Det er heller ikke foreneligt med ligevægt. Kun netop når profitten er konkurreret ned til 0, er ligevægt muligt. Dette er som nævnt en typisk situation for konstant-skalaafkast-økonomier: virksomhedens pris er bestemt af omkostningerne (udbudskurven er flad) og produktionen er bestemt af efterspørgslen (idet virksomhederne er ligeglade med hvor meget de producerer).

En kvik studerende kunne nu finde på at spørge²: hvad sikrer den ligevægtstilstand som nul-profit-betingelsen repræsenterer? Generel ligevægtsteori svarer *ikke* på dette spørgsmål. Man kan give et intuitivt bud på en mekanisme i vores lille model: hvis outputprisen p er højere end den omkostningsbestemte pris w/A , da vil virksomhederne have postiv profit. De vil derfor begynde at konkurrere om arbejderne, hvilket vil presse lønnen (og dermed den omkostningsbestemte pris) op. Hvis omvendt prisen p er lavere end den omkostningsbestemte pris w/A , da vil profitten være negativ. Virksomhederne vil begynde at lukke og efterspørgslen efter arbejdskraft vil derfor falde. Dette presser lønnen (og dermed den omkostningsbestemte pris) ned. Generelle ligevægtsmodeller giver ikke per se en forklaring/fortolkning af ligevægten. Den må man selv lave. Dette kan både ses som en styrke og en svaghed ved CGE-modeller. De mange *implicitte ligevægtsantagelser* der gøres i en generel ligevægtsmodel, gør det muligt at ræsonnere i et stort samlet simultant system. Abstraktionsniveauet gør det muligt at udtales sig om det samlede systems virkemåde. Dette er naturligvis en styrke. Man skal imidlertid gøre sig klart at dette kun er muligt, fordi man har gjort en lang række implicitte antagelser om markernes funktionsmåde.

Nul-profit-betingelsen findes i 2 varianter. Enten som en omkostningsbestemt pris (som i (2.1.2)) eller som en egentlig angivelse af hvad der skal til for at profitten er nul:

$$pY = wL \quad (2.1.3)$$

De to varianter er ekvivalente og vi vil typisk vælge den sidste type. Begrundelsen er den bedst mulige: dovenskab. Det er lettere at skrive betingelsen for nul profit, end at skrive et omkostningsbestemt pris-indeks. Vi kommer tilbage til denne problemstilling

²Desværre aldrig sket i virkeligheden.

i næste afsnit.

Den repræsentative forbruger har nyttefunktionen

$$U(C) = C$$

og udbyder uelastisk \bar{N} enheder arbejdskraft. \bar{N} er arbejdsstyrken i økonomien. Vi antager at der er ligevægt på arbejdsmarkedet således at

$$L = \bar{N}$$

Forbrugerens budgetrestriktion er givet ved

$$pC = w\bar{N}$$

Forbrugerens vælger derfor et forbrug således at

$$C = \frac{w}{p}\bar{N}$$

2.1.1 Den samlede model

Hvis vi stykker dette sammen, får vi denne meget simple CGE-model:

Efterspørgslen efter arbejdskraft er givet ved (fås fra (2.1.1))

$$L = \frac{1}{A}Y \quad (2.1.4)$$

Virksomhedens nul-profit-betingelse er givet ved:

$$pY = wL \quad (2.1.5)$$

Ligevægt på arbejdsmarkedet

$$L = \bar{N} \quad (2.1.6)$$

Vareefterspørgslen er givet ved

$$C = \frac{w}{p}\bar{N} \quad (2.1.7)$$

Endelig har vi en numeriere (kan evt. fortolkes som tilstædeværelsen af en central-bank med en inflationsmålsætning på 0%)

$$p = 1 \quad (2.1.8)$$

Bemærk at vi på grund af Walras lov ikke behøver at medtage varemarkedsligevægten

$Y = C$. Bemærk desuden at vi overholder den såkaldte tælleregel: der er 5 ligninger med 5 ubekendte (Y, L, p, w, C).

Ligning (2.1.4) er virksomhedens efterspørgsel efter arbejdskraft for givent produktionsniveau. Det betragtes generelt som god stil indenfor CGE-modellering at beskrive agenterne ved hjælp af efterspørgselssystemer. Derfor ser man stort set aldrig produktionsfunktioner, nyttefunktioner eller 1.ordensbetingelser i CGE-modeller. De er altid omregnet til efterspørgselssystemer. Der vil blive vist en del eksempler på dette i det følgende.

2.1.2 Data

Antag nu at vi har et nationalregnskab for økonomien (i et givent basisår) der ser således ud (målt i mia. kr. i basisåretes priser):

$$pY = pC = wL = 1000 \quad (2.1.9)$$

Nationalregnskabstal er målt i løbende priser. Det forklarer at pris og løn er med i ovenstående ligning.

2.1.3 Kalibrering

Vi mangler nu at kalibrere vores lille model til data. Vi skal sikre os at modellen er konsistent med data i basis-ligevægten. Gør først (uden tab af generalitet - se næste afsnit) antagelsen om at det i basis-ligevægten gælder at:

$$w = 1 \quad (2.1.10)$$

Fra den nul-profit-betingelsen (2.1.5) og numerieren (2.1.8) kan vi kalibrere vores efterspørgselsfunktion (2.1.4):

$$A = 1/1 = 1$$

Fra ligevægten på arbejdsmarkedet (2.1.6), antagelsen om at $w = 1$ og nationalregnskabet (2.1.9) har vi at

$$\bar{N} = L = wL = 1000$$

Du kan selv checke at efterspørgslen (2.1.7) er OK.

2.1.3.1 Hvorfor kan man sætte priser og lønninger lig 1?

I (2.1.10) satte vi lønnen lig 1. I forbindelse med kalibrering gør man altid dette hvis det er muligt, idet det letter kalibreringsprocessen. Som vi skal se senere, kan skatter

og afgifter forhindre denne forsimpling. Men når det er muligt, skal man gøre det.

Hvorfor kan man sætte lønne lig 1 i kalibreringen? Det er udtryk for valg af enhed. Antag at vi som i vores lille model, har en lønsum på 1000 mia. kr. i basisårets priser. Lad os sige at basisåret er 2014. Vi vælger nu enhed således at det i 2014 gælder at:

$$L = 1000 \quad (2.1.11)$$

Enheden er med andre ord: antallet af beskæftigede man i basisåret kunne ansætte for 1 mia. kr med basisårets lønninger. Denne enhed er måske 3247 ansatte. Men det er vi ligeglade med - det bruger vi ikke til noget. Typisk vil vi afrapportere procentvise ændringer i vore variable. Og da er enheden underordnet.

Hvis (2.1.11) gælder i basisåret, og hvis det samtidig gælder at $wL = 1000$ i basisåret, da må det nødvendigvis gælde at $w = 1$ i basisåret. Men det gælder **kun** i basis. Når vi støder til modellen (laver en analyse) kan både w og L ændre sig. Man skal passe på ikke at forveksle kalibrering og model/analyse.

Antag der i en model er 2 varer: guld og tændstikker. I kalibreringen antager vi at

$$p_{\text{Guld}} = p_{\text{Tændstikker}} = 1$$

Er det ikke underligt at guld og tændstikker koster det samme? Nej, årsagen er valget af enheder. Enheden for guld, er mængden af guld man kunne købe for 1 mia. kr. i basisåret, og enheden for tændstikker er antallet af tændstikker man kunne købe for 1 mia. kr. i basisåret. Det er særligt mange tændstikker!

2.1.4 Analyse

Lad os analysere effekten af et produktivitets-stød (A stiger 1 pct. fra 1,0 til 1,01). Vi er i den heldige situation at vi kan løse modellen analytisk (normalt må man bruge GAMS). Løsningen er

$$Y = A\bar{N}$$

$$w = A$$

$$C = A\bar{N}$$

Det ses umiddelbart at effekten af en stigning i produktiviteten på 1 pct. er en tilsvarende stigning i produktionen, pengelønnen og forbruget:

$$Y = 1010$$

$$w = 1.01$$

$$C = 1010$$

Dette er et klassisk resultat: en stigning i arbejdsproduktiviteten påvirker løn og mængder for uændrede priser. De teknologiske fremskridt ender i lønnen. Hvorfor sker dette? Forklaringen er grundlæggende antagelserne om at varemarkedet og arbejdsmarkedet er velfungerende. En intuitiv forklaring kunne være følgende: produktivitetsstigningen gør det umiddelbart mere profitabelt for virksomhederne at producere. De ønsker derfor at producere mere og begynder derfor at ansætte flere medarbejdere. Dette presser lønnen op. Denne proces fortsætter indtil den rene profit er konkurret ned til nul. Den højere løn, gør det muligt for husholdningerne at have forbruget. Produktionen trækkes derfor op af efterspørgslen. Som nævnt ovenfor giver en generel ligevægtsmodel ikke per se en forklaring/fortolkning af ligevægten. Den må man selv lave.

Bemærk at Y, w og C efter stødet afviger fra de kalibrerede værdier. Det skal de. Y, w og C er endogene variable, og skal derfor netop ændre sig når man støder til modellen. Kalibrering handler om at initialisere modellen. Stød handler om at ændre modellen. Som nævnt: det er væsentligt ikke at forveksle/sammenblande kalibrering og analyse.

Lad os desuden lave et stød til arbejdsudbuddet \bar{N} på 1 pct fra værdien 1000 til værdien 1010. Resultatet af dette stød er:

$$Y = 1010$$

$$w = 1$$

$$C = 1010$$

Dette resultat er lige så klassisk: i en lukket CGE-model vil det typisk gælde at en stigning i arbejdsudbudtet på 1 pct, resulterer i at alle økonomiens mængder vokser med 1 pct. for uændrede priser og lønninger. Modellen skalerer ganske enkelt op. Dette resultat bruges ofte til et såkaldt *homogenitetsstød*. Som test, støder man til arbejdsudbudtet. Hvis mængderne ikke skalerer og/eller hvis nogle af priserne eller lønningerne rører på sig, da er der en fejl i modellen.

2.2 CES-funktioner

CES-funktioner bruges meget i CGE-modeller. De bruges typisk som produktionsfunktioner og nyttefunktioner. CES står for Constant Elasticity of Substitution. Navnet skyldes at CES-funktionen netop kan udledes under antagelse af konstant substitutionselasticitet. Det er meget almindeligt i CGE-modeller at benytte CES-funktioner med 2 input. Vi vil derfor nøjes med at vise sådanne funktioner her. Mere komplikerede produktions- eller nyttefunktioner opnås da ved at nede CES-funktioner med 2 input.

2.2.1 CES-produktionsfunktion

En 2-faktor CES-produktionsfunktion ser således ud:

$$Y = \left[\mu_1^{\frac{1}{E}} x_1^{\frac{E-1}{E}} + \mu_2^{\frac{1}{E}} x_2^{\frac{E-1}{E}} \right]^{\frac{E}{E-1}} \quad (2.2.1)$$

hvor Y er output, x_1 og x_2 er 2 inputs, $\mu_1, \mu_2 > 0$ er vægte og $E > 0$ er substitutionselasticiteten. Produktionsfunktionen har konstant skalaafkast idet:

$$\left[\mu_1^{\frac{1}{E}} (\lambda x_1)^{\frac{E-1}{E}} + \mu_2^{\frac{1}{E}} (\lambda x_2)^{\frac{E-1}{E}} \right]^{\frac{E}{E-1}} = \lambda \left[\mu_1^{\frac{1}{E}} (x_1)^{\frac{E-1}{E}} + \mu_2^{\frac{1}{E}} (x_2)^{\frac{E-1}{E}} \right]^{\frac{E}{E-1}}$$

Antag at virksomheden ønsker at maksimere profitten $\pi = pY - p_1x_1 - p_2x_2$ med (2.2.1) som bibetingelse. Det kan vises at løsningen på dette problem kan beskrives ved efterspørgselssystemet:

$$x_i = \mu_i \left(\frac{p_i}{p} \right)^{-E} Y, i = 1, 2 \quad (2.2.2)$$

$$p_1x_1 + p_2x_2 = pY \quad (2.2.3)$$

Dette efterspørgselssystem består af 3 ligninger der bestemmer de 3 variablene x_1, x_2 og p . Relationen (2.2.2) angiver efterspørgslen efter de 2 inputfaktorer *givet* produktionen Y . Da der er konstant skalaafkast er virksomheden ligeglæd med hvor meget den producerer (dette bestemmes typisk af efterspørgslen). Relationen (2.2.3) definerer den output-pris p der er muligt hvis profitten er konkurreret ned til nul. Dette er den omkostningsbestemte pris vi introducerede i sidste afsnit. Det kan relativt let vises ud fra (2.2.2) og (2.2.3) at den omkostningsbestemte output-pris er givet ved:

$$p = [\mu_1 p_1^{1-E} + \mu_2 p_2^{1-E}]^{\frac{1}{1-E}} \quad (2.2.4)$$

Dette er et såkaldt CES-prisindeks. De to ligninger (2.2.3) og (2.2.4) kan erstatte hinanden. I nogle CGE-modeller beskrives CES-efterspørgselssystemer ved relationerne (2.2.2) og (2.2.3), mens andre bruger (2.2.2) og (2.2.4). Vi vil i den følgende benytte den første form.

Bemærk at vægtene indgår i produktionsfunktionen (2.2.1) som $\mu_j^{1/E}$. Dette er valgt af rent kosmetiske årsager. Benyttes denne produktionsfunktion, indgår μ'_j -erne i efterspørgselsfunktionen (2.2.2) som simple niveau-parametre. Dette gør det lettere at kalibrere μ'_j -erne.

2.2.1.1 Nestede produktionsfunktioner

Som nævnt ovenfor kan mere komplicerede produktionsfunktioner opnås ved at “neste” 2-faktor-produktionsfunktioner, - dvs. ved at sætte produktionsfunktioner ind i hinanden. Et prominent eksempel på dette er den såkaldte KLEM-produktionsfunktion³. Man antager her at produktionen Y er givet ved:

$$Y = F(M, G(E, V(L, K)))$$

hvor F, G og V er 2-faktor CES-funktioner. Substitutioneselasticiteterne kan være forskellige i de 3 produktionsfunktioner, hvilket tilføjer noget ekstra fleksibilitet til konceptet.

Vi giver her et simpelt eksempel med 2 nest. Antag

$$Y = F(M, H) = \left[\mu_M^{\frac{1}{E_Y}} M^{\frac{E_Y-1}{E_Y}} + \mu_H^{\frac{1}{E_Y}} H^{\frac{E_Y-1}{E_Y}} \right]^{\frac{E_Y}{E_Y-1}}$$

og

$$H = H(K, L) = \left[\mu_K^{\frac{1}{E_H}} K^{\frac{E_H-1}{E_H}} + \mu_L^{\frac{1}{E_H}} L^{\frac{E_H-1}{E_H}} \right]^{\frac{E_H}{E_H-1}}$$

Denne produktionsfunktion har 3 input: (M, K, L) . Den har 6 parametre $(\mu_M, \mu_H, \mu_K, \mu_L, E_Y, E_H)$. Variablen H er en hjælpe-variabel uden egentlig økonomisk mening.

Antag nu at virksomheden ønsker at maksimere profitten $\pi = pY - p_M M - rK - wL$, dvs. maksimere:

$$\pi = pF(M, H(K, L)) - p_M M - rK - wL$$

Førsteordensbetingelserne er givet ved:

$$pF'_M(M, H) = p_M$$

$$pF'_H(M, H)H'_K(K, L) = r$$

$$pF'_H(M, H)H'_L(K, L) = w$$

Hvis vi definerer $p_H \equiv pF'_H(M, H)$ kan dette omskrives til:

$$pF'_M(M, H) = p_M \quad (2.2.5)$$

$$pF'_H(M, H) = p_H \quad (2.2.6)$$

$$p_H H'_K(K, L) = r \quad (2.2.7)$$

³KLEM står for kapital, arbejdskraft, energi og materialer

$$p_H H'_L(K, L) = w \quad (2.2.8)$$

De første to førsteordensbetingelser (2.2.5 og 2.2.6) ville komme ud af maksimeringen af profitten $\pi_Y = pF(M, H) - p_M M - p_H H$, mens de sidste to bibetingelser (2.2.7 og 2.2.8) ville komme ud af maksimeringen af profitten $\pi_H = p_H H(K, L) - rK - wL$. Som vi så i sidste afsnit gav disse optimeringsproblemer anledning til efterspørgselssystemerne

$$M = \mu_M \left(\frac{p_M}{p} \right)^{-E_Y} Y$$

$$H = \mu_H \left(\frac{p_H}{p} \right)^{-E_Y} Y$$

$$pY = p_M M + p_H H$$

og

$$K = \mu_K \left(\frac{r}{p_H} \right)^{-E_H} H$$

$$L = \mu_L \left(\frac{w}{p_H} \right)^{-E_H} H$$

$$p_H H = rK + wL$$

Konklusionen er derfor: Hvis produktionsteknologien er givet ved en nestet CES-funktion, kan virksomhedens adfærd modelleres ved et efterspørgselssystem for hvert nest. Det der binder de 2 nest sammen er hjælpe-variablen H og den fiktive pris p_H .

2.2.1.2 Arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt: et trick

I modeller der er forenelige med steady state, vil man ofte antage at de teknologiske fremskridt er arbejdskraftbesparende. Vi vil derfor vise hvorledes et efterspørgselssystem ser ud hvis der er den type teknologiske fremskridt.

Antag en virksomhed skal løse følgende problem: maksimer profitten $\pi = pY - wL - p_M M$ givet at produktionsfunktionen er givet ved

$$Y = \left[\mu_M^{\frac{1}{E}} M^{\frac{E-1}{E}} + \mu_L^{\frac{1}{E}} (\theta L)^{\frac{E-1}{E}} \right]^{\frac{E}{E-1}}$$

hvor M er materialeinput, L er beskæftigelsen, p er outputprisen, w er lønnen, p_M er prisen på materialer og θ er en teknologi-parameter der vokser som udtryk for arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt. Det ses at vi har et standardproblem som beskrevet i sidste afsnit, bortset fra eksistensen af θ . Hvis man skal løse dette problem, kan man med fordel omskrive problemet så det bliver identisk med standard-problemet.

Definer:

$$\hat{L} \equiv \theta L$$

$$\hat{w} \equiv \frac{w}{\theta}$$

Idet $\hat{w}\hat{L} = wL$ har vi nu i stedet problemet: maksimer profitten $\pi = pY - \hat{w}\hat{L} - p_MM$ givet at produktionsfunktionen er givet ved

$$Y = \left[\mu_M^{\frac{1}{E}} M^{\frac{E-1}{E}} + \mu_L^{\frac{1}{E}} \hat{L}^{\frac{E-1}{E}} \right]^{\frac{E}{E-1}}$$

I følge forrige afsnit er løsningen på dette:

$$M = \mu_M \left(\frac{p_M}{p} \right)^{-E} Y$$

$$\hat{L} = \mu_L \left(\frac{\hat{w}}{p} \right)^{-E} Y$$

$$pY = \hat{w}\hat{L} + p_MM$$

Men dette er det samme som ligningerne

$$M = \mu_M \left(\frac{p_M}{p} \right)^{-E} Y$$

$$\theta L = \mu_L \left(\frac{w/\theta}{p} \right)^{-E} Y$$

$$pY = wL + p_MM$$

hvilket er løsningen på problemet. Bemærk at systemet kan være i steady-state hvis beskæftigelsen L er konstant, p og p_M vokser med inflationen, θ, M, Y vokser med vækstraten og lønnen w vokser med inflation + vækst.

2.2.2 CES-nyttefunktion

En CES-nyttefunktion ser således ud

$$C = \left[\gamma_1^{\frac{1}{E}} c_1^{\frac{E-1}{E}} + \gamma_2^{\frac{1}{E}} c_2^{\frac{E-1}{E}} \right]^{\frac{E}{E-1}}$$

hvor C er nytten, c_1, c_2 er forbrug af 2 varer, $\gamma_i^{1/E}$ er vægte og E er substitutionselastiteten. Antag at forbrugeren skal maksimere denne nyttefunktion givet budgetrestriktionen:

$$p_1c_1 + p_2c_2 = R$$

hvor R er indkomsten. Det kan vises at løsningen til dette problem er

$$c_i = \gamma_i \left(\frac{p_i}{P^C} \right)^{-E} C, i = 1, 2 \quad (2.2.9)$$

$$p_1 c_1 + p_2 c_2 = P^C C \quad (2.2.10)$$

$$P^C C = R \quad (2.2.11)$$

Bemærk at (2.2.9)-(2.2.10) svarer til (2.2.2)-(2.2.3) i producentens problem. Nyten C vil ofte blive fortolket som et forbrugs-aggregat. I (2.2.11) bindes dette aggregat sammen med indkomsten. P^C er et forbruger-prisindeks. Dette indeks er givet ved

$$P^C = [\gamma_1 p_1^{1-E} + \gamma_2 p_2^{1-E}]^{\frac{1}{1-E}}$$

men lige som beskrevet i afsnittet om producenten, vil indekset typisk ikke optræde eksplizit i modellen.

Man vil ofte substituere nyten ud af problemet, således at efterspørgselssystemet ser således ud:

$$\begin{aligned} c_i &= \gamma_i \left(\frac{p_i}{P^C} \right)^{-E} \frac{R}{P^C}, i = 1, 2 \\ p_1 c_1 + p_2 c_2 &= R \end{aligned}$$

For givne værdier af p_1, p_2, R bestemmes c_1, c_2, P^C .

2.3 Verdens næst-simpleste CGE-model

I dette afsnit udvider vi modellen med to typer uddannet arbejdskraft. Bagtanken med afsnittet er at introducere analyse og kalibrering med CES-produktionsfunktioner. Der vises først en version af modellen hvor alle økonomiske størrelser måles i faste kroner. Man vil imidlertid ofte ønske at beskæftigelsen måles i hoveder. Dette problem adresseres i den anden version af modellen.

2.3.1 Grundmodel

Antag virksomheden har CES-produktionsfunktionen

$$Y = \left[\mu_1^{\frac{1}{E}} L_1^{\frac{E-1}{E}} + \mu_2^{\frac{1}{E}} L_2^{\frac{E-1}{E}} \right] \quad (2.3.1)$$

hvor L_1 og L_2 er input af to typer uddannet arbejdskraft (f.eks lavt- og højtuddannede). Virksomheden skal maksimere profitten

$$\pi = pY - w_1L_1 - w_2L_2$$

Som vi så i afsnit 2.2.1 giver dette anledning til efterspørgselssystemet:

$$L_j = \mu_j \left(\frac{w_j}{p} \right)^{-E} Y, j = 1, 2 \quad (2.3.2)$$

$$w_1L_1 + w_2L_2 = pY \quad (2.3.3)$$

Den repræsentative husholdning har som ovenfor nyttefunktionen

$$U(C) = C$$

og udbyder uelastisk \bar{N}_1 enheder arbejdskraft af uddannelsestype 1 og \bar{N}_2 enheder af arbejdskraft uddannelsestype 2. Ligevægt på arbejdsmarkedet indebærer at

$$L_j = \bar{N}_j, j = 1, 2$$

Forbrugerens budgetbetingelse er givet ved:

$$pC = w_1\bar{N}_1 + w_2\bar{N}_2$$

Forbrugerens vælger derfor et forbrug således at

$$C = \frac{w_1\bar{N}_1 + w_2\bar{N}_2}{p}$$

2.3.1.1 Model

Vi har nu en CGE-model der ser således ud.

Først virksomhedens efterspørgselsfunktioner

$$L_1 = \mu_1 \left(\frac{w_1}{p} \right)^{-E} Y \quad (2.3.4)$$

$$L_2 = \mu_2 \left(\frac{w_2}{p} \right)^{-E} Y \quad (2.3.5)$$

Nul-profit-antagelse

$$w_1L_1 + w_2L_2 = pY \quad (2.3.6)$$

Ligevægt på de 2 arbejdsmarkede:

$$L_1 = \bar{N}_1 \quad (2.3.7)$$

$$L_2 = \bar{N}_2 \quad (2.3.8)$$

Det private forbrug er givet ved

$$C = \frac{w_1 \bar{N}_1 + w_2 \bar{N}_2}{p} \quad (2.3.9)$$

Endelig numeriere:

$$p = 1 \quad (2.3.10)$$

Dette er 7 ligninger med 7 ubekendte ($Y, L_1, L_2, p, w_1, w_2, C$). Modellens eksogene parametere er (μ_1, μ_2, E) . Parametrene μ_1 og μ_2 kalibreres nedenfor. Substitutionselasticiteten sættes til $E = 2$. Bemærk at produktionsfunktionen og nyttefunktion ikke indgår i modellen.

Man kalibrerer aldrig substitutionselasticiteten

2.3.1.2 Data

Nationalregnskabet er i basisåret givet ved (målt i mia. kr.):

$$pY = pC = 1000$$

$$w_1 L_1 = 800$$

$$w_2 L_2 = 200$$

I matrice-form ser nationalregnskabet således ud:

	Privat sektor	Privat forbrug	Ialt
Privat sektor		1000	1000
Lønsum 1	800		
Lønsum 2	200		
Ialt	1000		

I første søjle ses opbygningen af den private sektors produktionsværdi. I første række ses den samlede anvendelse af den private sektors produktion.

Række_i summerer til omsætning
Søje_i summerer til omkostninger
Tilsammen skal de udgøre det samme, hvor en evt. residual mellem de "alm." poster udgør bruttooverskud/restindkomst i søje_i
Residualen opsamler alle fejl i systemet, derfor skal residualen begrænses mest muligt.
Se eks. fra slides på brancheniveau

2.3.1.3 Kalibrering

Gør først den gavnlige antagelse at det i basis-ligevægten gælder at:

$$w_1 = w_2 = 1$$

Se evt. afsnit (2.1.3.1) for en forklaring.

Man ser kun på procentvise ændringer, så man kan se bort fra absolutte ændringer, der muligvis ikke giver særlig meget mening.

Fra (2.3.11) og (2.3.12) ses det at beskæftigelsen er givet ved

$$L_j = \mu_j \left(\frac{w_j}{p} \right)^{-E} Y, j = 1, 2$$

således at

Værdien af mu, når man kalibrerer modellen, bliver uafhængig af substitutionselasticiteten

$$L_j = \mu_j Y, j = 1, 2$$

eller

$$\mu_j = \frac{L_j}{Y} = \frac{w_j L_j}{p Y}, j = 1, 2$$

Lønsummens andel af den samlede produktion i dette tilfælde

Det ses at μ' erne kan kalibreres som simple budgetandele. Fra nationalregnskabet har vi at:

$$\mu_1 = 0,8$$

=800/1000

I dette tilfælde summer de til 1, men det er ikke en regel

$$\mu_2 = 0,2$$

=200/1000

2.3.1.4 Analyse

Lad os antage der via indvandring kommer 100 enheder mere af arbejdskraft-type 1.

Dette svarer til en stigning på 10 pct i den samlede arbejdsstyre, og til en stigning i antallet af arbejdere af type 1 på 12.5 pct. (fra 800 enheder til 900 enheder).

Hvis vi kører dette stød i GAMS, fås resultatet vist i nedenstående tabel. Analysen er foretaget for 2 forskellige substitutionselasticiteter: 2.0 og 0.8. Den samlede produktion vokser i begge tilfælde næsten 10 pct. Det lille tab skyldes de begrænsede substitutionsmuligheder, og det faktum at der kun kommer flere af den ene arbejdskraft-type.

Jo mindre substitutionselasticiteten er, jo større er tabet.

Variabel	$E = 2.0$	$E = 0.8$
Y	9.94	9.85
w_1	-1.14	-2.94
w_2	4.85	12.46

Flere lavtuddannede -> hvis virksomhederne skal efterspørge den ekstra arbejdskraft, vil de tilbyde en lavere løn dvs. negativ effekt.
Relativ større efterspørgsel efter den arbejdskraft, der er mindre af

Table 2.1: Effekt af indvandring. Procentvis ændring.

2.3.2 Måling af beskæftigelse i hoveder

Lad os nu antage vi ønsker at måle beskæftigelsen i hoveder. Dette har mange fordele. Antag f.eks. at arbejdskrafttype 2 er højtuddannede. Hvordan kan det så passe at vi i sidste afsnit kalibrerede lønningerne til at være ens (lig 1) i basisløsningen? Højtuddannede tjener jo mere end lavtuddannede. Årsagen er at vi i ovenstående model målte

Der burde være en 1:1 sammenhæng mellem løn og produktivitet, men det kan være svært at observere, så det er der i praksis sjældent

de to typer arbejdskraft i forskellige enheder. Arbejdskrafttype 1 blev f.eks. målt i følgende specielle enhed: antallet af lavtuddannede man i kalibreringsåret kunne ansætte for 1 mia. kr. Dette antal er forskelligt fra (højere end) antallet af højtuddannede man kunne ansætte for 1 mia. kr. Antag nu at vi ønskede at analysere effekten af at videreuddanne 1000 lavtuddannede (således at de bliver højtuddannede). En sådan analyse kan ikke udføres meningsfuldt hvis ikke de to uddanelsestyper måles i samme enhed - f.eks. hoveder.

Vi antager nu i stedet at N_j måles i antal hoveder, mens L_j måles i produktivitetsenheder. Hvis vi antager at forbrugerens individuelle produktivitet mht de 2 uddannelses-typer er ρ_1 og ρ_2 , vil en antagelse om ligevægt på arbejdsmarkedene indebære at

$$L_j = \rho_j \bar{N}_j, j = 1, 2$$

Forbrugerens budgetrestriktion er givet ved

$$pC = w_1 \rho_1 \bar{N}_1 + w_2 \rho_2 \bar{N}_2$$

Forventning om at rho_1 < rho_2

hvor w_1 og w_2 er lønningerne per produktivitetsenhed. Forbrugeren vælger derfor et forbrug således at

$$C = \frac{w_1 \rho_1 \bar{N}_1 + w_2 \rho_2 \bar{N}_2}{p}$$

2.3.2.1 Model

Vi har nu en CGE-model der ser således ud:

Først virksomhedens efterspørgselsfunktioner

$$L_1 = \mu_1 \left(\frac{w_1}{p} \right)^{-E} Y \quad (2.3.11)$$

$$L_2 = \mu_2 \left(\frac{w_2}{p} \right)^{-E} Y \quad (2.3.12)$$

Nul-profit-antagelse

$$w_1 L_1 + w_2 L_2 = pY \quad (2.3.13)$$

Ligevægt på de 2 arbejdsmarkede:

$$L_1 = \rho_1 \bar{N}_1 \quad (2.3.14)$$

$$L_2 = \rho_2 \bar{N}_2 \quad (2.3.15)$$

Det private forbrug er givet ved

$$C = \frac{w_1 \rho_1 \bar{N}_1 + w_2 \rho_2 \bar{N}_2}{p} \quad (2.3.16)$$

Endelig numeriere:

$$p = 1 \quad (2.3.17)$$

Dette er 7 ligninger med 7 ubekendte ($Y, L_1, L_2, p, w_1, w_2, C$). Modellens eksogene parametere er $(\mu_1, \mu_2, E, \rho_1, \rho_2)$.

2.3.2.2 Data

Nationalregnskabet er som ovenfor i basisåret givet ved (målt i mia. kr.):

$$pY = pC = 1000$$

$$w_1 L_1 = 800$$

$$w_2 L_2 = 200$$

Antag desuden at arbejdsstyrken består af 3,2 mio. personer med uddannelse 1 og 0,5 mio. personer med uddannelse 2.

2.3.2.3 Kalibrering: Mia-mio-tusinde-reglen

Vi har i vores model variable af tre typer: aggregerede makrovariable (f.eks. forbruget C), individuelle mikrovariable (f.eks. produktiviteterne ρ_i) og antal individer (f.eks \bar{N}_i). Denne opdeling på variabel-typer er meget almindelig og man følger gerne en regel man kunne kalde mia-mio-tusinde-reglen: Aggregerede makrovariable måles i mia. kr, individuelle mikro varibale måles i mio. kr. og antal personer måles i 1000 personer. Det smarte er at disse definitioner passer sammen (mia = mio * 1000).

Som ovenfor antager vi at:

$$w_1 = w_2 = 1$$

Løn per produktivitetsenhed

Vi kan derfor på samme måde kalibrere at:

$$\mu_1 = \frac{800}{1000} = 0,8$$

$$\mu_2 = \frac{200}{1000} = 0,2$$

Vi kan definere vores makrovariable i basis-ligevægten i mia. kr:

$$Y = C = 1000$$

$$L_1 = 800$$

Efterspørgslen efter lavt-/højtuddannede i produktivitetsenheder

$$L_2 = 200$$

Arbejdsstyrkerne målt i 1000 personer er givet ved

$$\bar{N}_1 = 3200$$

$$\bar{N}_2 = 500$$

De individuelle produktiviteter kan derefter kalibreres ved hjælp af (2.3.14) og (2.3.15), målt i mio. kr:

$$\rho_i = \frac{L_i}{\bar{N}_i}$$

således at

$$\rho_1 = 0,250$$

Deres produktivitet er lig deres individuelle løn

$$\rho_2 = 0,400$$

Dette svarer til at personer med lav uddannelse tjener 250.000 kr. mens personer med høj uddannelse tjener 400.000 kr.

Gå evt. alle ligningerne igennem og indse at de er overholdt.

2.3.2.4 Analyse

Lad os først lave et stød der er identisk med det ene af dem vi lavede i sidste afsnit. Vi lader substitutionselasticiteten imellem de to arbejdskrafttyper være 2,0, og lader udbuddet af den første type vokse med 12,5 pct. Hvad sker der? Dette giver præcis samme resultat som i sidste afsnit (Y vokser 9,94 pct., w_1 vokser med -1,14 pct. og w_2 vokser med 4,85 pct.). Dette skyldes at vi definerer stødet i procent, og ikke i hoveder.

Lad os derfor i stedet definere stødet i hoveder. I stedet for indvandring betragter vi nu videreuddannelse. Vi videreuddanner 100.000 personer således at de er højtuddannede i stedet for lavtuddannede. Det betyder et fald i antallet af lavtuddannede på 3,1 pct., og en stigning i antallet af højtuddannede på 20 pct. Bemærk at vi aldrig ville have kunnet lave dette stød i modellen i sidst afsnit. Videreuddannelse giver kun menig målt i hoveder.

Effekten ses i tabel 2.2. BNP vokser med 1,3 pct. for uændret arbejdsstyrke, ganske simpelt fordi den gennemsnitlige produktivitet stiger. Der ses betydelige effekter på

lønningerne. Lønne for højtuddannede falder med ikke mindre end 8,12 pct. Dette skal ses på baggrund af at antallet af højtlønnede vokser med 20 pct.

Variabel	Ændring
Y	1.30
w_1	2.25
w_2	-8.12

Table 2.2: Effekt af højere uddannelsesniveau. Procentvise ændringer.

2.4 En lille åben økonomi

Små åbne økonomier er som regel karakteriseret ved 1) at de importerer varer de selv har vanskeligt ved at lave, og 2) at de eksporterer varer i skarp konkurrence med andre lande. De varer vi køber i udlandet (tyske maskiner), er mere vigtige for os, end de varer vi sælger til udlandet (svin), er for udlændingene. Vi vil lave en lille model der beskriver dette problem.

Den repræsentative virksomhed er som i afsnit 2.1. Produktionsfunktionen er givet ved:

$$Y = AL \quad (2.4.1)$$

hvor Y er produktion, L er beskæftigelse og A er arbejdsproduktiviteten. Der er konstant skalaafkast og fuldkommen konkurrence.

Virksomheden har profitten $\pi = pY - wL$, således at vi får nul-profit-betingelsen:

$$pY = wL$$

Den repræsentative forbruger har CES-nyttefunktionen

$$U(C, C_F) = \left[\gamma^{\frac{1}{E}} C^{\frac{E-1}{E}} + \gamma_F^{\frac{1}{E}} C_F^{\frac{E-1}{E}} \right]^{\frac{E}{E-1}} \quad (2.4.2)$$

hvor C er forbruget af den indenlandske vare, C_F er forbruget af den udenlandske vare ($F = \text{foreign}$), E er substitutionselasticiteten og (γ, γ_F) er vægte. Substitutionselasticitetens størrelse er bestemmende for hvor vigtige de 2 varer er for forbrugeren. Hvis $E < 1$ er begge varer nødvendige: den ene varer kan ikke fuldstændigt erstatte den ande. Hvis omvendt $E > 1$ kan den ene vare fuldt ud erstatte den anden. Vi vil derfor antage at $E < 1$ for at modellere at den lille åbne økonomi er afhængig af den udenlandske vare.

Forbrugeren udbyder uelastisk \bar{N} enheder arbejdskraft. \bar{N} er arbejdsstyrken i økonomien.

Vi antager at der er ligevægt på arbejdsmarkedet således at

$$L = \bar{N}$$

Forbrugerens budgetrestriktion er givet ved

$$pC + p_F C_F = w\bar{N}$$

hvor p_F er det udenlandske prisniveau. Fra afsnit (2.2.2) ved at

$$\begin{aligned} C &= \gamma \left(\frac{p}{P_C} \right)^{-E} U \\ C_F &= \gamma_F \left(\frac{p_F}{P_C} \right)^{-E} U \\ P_C U &= w\bar{N} \end{aligned} \tag{2.4.3}$$

hvor forbrugerprisindekset P_C er givet ved et CES-prisindeks. Bemærk at dette indekset bærer at

$$U = \frac{w\bar{N}}{P_C} \tag{2.4.4}$$

Givet den antagne nyttefunktion kan vi måle forbrugernes nytte som indkomsten delt med forbrugerprisindekset.

På varemarkedet gælder det at

$$Y = C + X \tag{2.4.5}$$

Vi mangler nu at modellere eksporten. Som nævnt i starten, ønsker vi at modellere en situation med betydelig konkurrence på eksportmarkedet. Her er 2 muligheder. Vi siger derfor at dette giver anledning til 2 mulige *lukninger* af modellen:

Heckscher-Ohlin-lukning (HO):

$$p = p_F$$

Det danske prisniveau er bestemt af det udenlandske og vi eksporterer det vi har tilovers i følge (2.4.5). Dette svarer til en situation hvor der er fuldkommen konkurrence på eksport-markedet.

Armington-lukning:

$$X = \phi \left(\frac{p}{p_F} \right)^{-E_X} \tag{2.4.6}$$

I denne situation står økonomien overfor en faldende iso-elastisk efterspørgselskurve. Priselasticiteten E_X bestemmer hvor kraftig konkurrencen er på eksportmarkedet. Be-

mærk at de lukninger giver samme resultat hvis $E_X = +\infty$. For at modellere en situation hvor økonomien står overfor betydelig konkurrence, vil vi antage at $E_X > 1$.

2.4.1 Model

Modellen bliver herefter:

Efterspørgslen efter arbejdskraft er givet ved (fås fra (2.4.1))

$$L = \frac{1}{A} Y \quad (2.4.7)$$

Virksomhedens omkostningsbestemte pris er givet ved nul-profit-betingelsen

$$pY = wL \quad (2.4.8)$$

Ligevægt på arbejdsmarkedet

$$L = \bar{N} \quad (2.4.9)$$

Vareefterspørgslen er givet ved

$$C = \gamma \left(\frac{p}{P_C} \right)^{-E} \frac{w\bar{N}}{P_C} \quad (2.4.10)$$

$$C_F = \gamma_F \left(\frac{p_F}{P_C} \right)^{-E} \frac{w\bar{N}}{P_C} \quad (2.4.11)$$

$$pC + p_F C_F = w\bar{N} \quad (2.4.12)$$

Det udenlandske prisniveau sættes som numeriere:

$$p_F = 1 \quad (2.4.13)$$

Lukning (kun en af ligningerne er med i modellen):

$$\begin{aligned} HO: \quad p &= p_F \\ Armington: \quad X &= \phi \left(\frac{p}{p_F} \right)^{-E_X} \end{aligned} \quad (2.4.14)$$

For at definere eksporten er varemarkedsligevægten også med:

$$Y = C + X \quad (2.4.15)$$

Bemærk vi i (2.4.10) og (2.4.11) har reduceret nytten U ud ved hjælp af (2.4.3).

Vi har 9 variable ($L, Y, p, p_F, w, C, C_F, P_C, X$) og 9 ligninger.

2.4.2 Data

Antag nu at vi har et nationalregnskab for økonomien der ser således ud:

$$pY = wL = 1000$$

$$pC = 800$$

$$pX = 200$$

$$Import = p_F C_F = 200$$

I matrice-form ser nationalregnskabet således ud:

	Privat sektor	privat forbrug	Eksport	Ialt
Privat sektor		800	200	1000
Import		200		200
Lønsum	1000			1000
Ialt	1000	1000	200	

Bemærk at $pX = p_F C_F$ indebærer at der er ligevægt på handelsbalancen. I vores simple model vil der altid være ligevægt på handelsbalance som udtryk for at forbrugerne overholder deres budgetrestriktion. Vi bliver derfor nødt til at benytte data der overholder denne restriktion. Denne situation kan man ofte komme i: at teori er simplere end virkeligheden. Hvis dette er tilfældet, og hvis man ønsker at benytte rigtig nationalegnskabsdata, da må man manipulere data før kalibreringen. I vores eksempel må man sikre at handelsbalancen i data er 0. Et andet kendt eksempel på denne problematik findes i dynamiske modeller (se kapitel 3). Her vil man ofte antage at modellen initialt er i stationary-state. Dette indebærer at investeringerne netop er lig afskrivningerne: $I = \delta K$. Dette vil som regel ikke være tilfældet i data for et tilfældigt år. Man bliver derfor nødt til at ændre I, K eller δ så betingelsen er opfyldt.

2.4.3 Kalibrering

Der er 2 parametre i modellen der ikke kan eller skal kalibreres: substitutionselasticiteten E og eksportelasticiteten E_X . I en rigtig model bør de komme fra økonometriske studier. Lad os antage at

$$E = 0.5$$

$$E_X = 5$$

Vi har herefter 4 parameter vi gerne vil kalibrere: arbejdsproduktiviteten A , nytteparametrene γ og γ_F og niveau-parameteren ϕ i eksport-relationen.

Vi gør du den sædvanlige antagelse om at det i basis-ligevægten gælder at

$$p = w = P_C = 1$$

Af (2.4.10) fremgår det at:

$$\frac{pC}{wL} = \gamma \left(\frac{p}{P_C} \right)^{1-E}$$

Hvis $p = p_C = p_F$ (hvilket vi jo har antaget) kan præference-parametrene kalibreres til budgetandele:

$$\gamma = \frac{pC}{wL}$$

og

$$\gamma_F = \frac{p_F C_F}{wL}$$

Det gælder derfor at $\gamma = 0,8$ og $\gamma_F = 0,2$.

Fra (2.4.7) og (2.4.8) har vi at

$$A = 1$$

Fra eksportrelationen i (2.4.14) haves:

$$\phi = X \left(\frac{p}{p_F} \right)^{E_X}$$

Idet vi i basis-ligevægten har antaget at $p = p_F = 1$, har vi at

$$\phi = pX$$

Det gælder derfor at $\phi = 200$.

2.4.4 Analyse med Armington-lukning

Lad os først støde til arbejdsudbuddet. Vi antager at arbejdsudbuddet \bar{N} vokser 10 pct. Effekten ses i tabel 2.3. Produktionen må nødvendigvis vokse med 10 pct. Dermed vokser udbuddet af danske varer. Da eksportefterspørgslen er prisfølsom må det danske prisniveau ned for at cleare varemarkedet. Den danske pris falder 2,1 pct. Hvis man kombinerer arbejdskraftefterspørgselen (2.4.7) og nulprofitbetingelsen (2.4.8) får man at

$$\frac{w}{p} = A$$

Variabel	Ændring
Y	10.00
C	9.77
C_F	8.64
X	10.91
w	-2.10
p	-2.10
P_C	-1.60

Tabel 2.3: Effekt af arbejdsudbudsstød. Procentvise ændringer.

Produktreallønnen er bestemt af produktiviteten. Det gælder derfor at lønnen falser 2,1 pct. ligesom prisniveauet. Forbrugerprisindekset P_C afhænger af det danske og det udenlandske prisniveau. Da de udenlandske priser er uændrede, falder forbrugerprisindekset derfor mindre end det danske prisniveau (nemlig 1,6 pct.). Resultatet er at forbrugernes realløn (w/P_C) falder (idet w falder mere end P_C). Forbrugerne oplever derfor umiddelbart en indkomst-fremgang på 10 pct. fordi de arbejder 10 pct. mere, men derefter en moderering, fordi deres realløn falder. Som følge af dette stiger forbruget mindre en 10 pct., idet forbruget af den danske vare vokser 9,77 pct. og forbruget af den udenlandske vare vokser 8,64 pct. Forbrugsefterspørgslen efter den danske vare vokser mest, fordi den danske pris falder relativt til den udenlandske. Eksporten vokser mere end 10 pct. netop fordi forbrugsefterspørgslen efter den danske vare vokser mindre end 10 pct. (udbuddet vokser præcis 10 pct.).

Lad os nu i stedet antage at udlandets efterspørgsel vokser med 10 pct. Resultatet ses i tabel 2.4. Vi har lavet stødet med 2 alternative import-elasticiteter (0,5 og 1,5). Vi ser først på situationen hvor import-elasticiteten er 0,5 (det mest realistiske tilfælde, hvor både den danske og den udenlandske vare er nødvendig for forbrugerne). På grund af den simple lineære produktionsfunktion sker der intet med produktionen. Derfor er der en højere efterspørgsel efter danske varer for uændret udbud. Derfor må prisen nødvedigvis vokse. Prisen p vokser med 2,1 pct. Som vi argumenterede for ovenfor, følger lønnen med prisen, således at lønnen ligeledes vokser med 2,1 pct. Da den udenlandske pris er uændret vokser forbrugerprisindekset mindre en vare-prisen, nemlig 1,7 pct. Da lønnen derfor vokser merer end forbrugerprisen, oplever forbrugerne en stigning i reallønnen. Derfor vokser forbrugsefterspørgslen med hhv. 0,21 pct. og 1,25 pct. for danske og udenlandske varer. Grunden til at efterspørgslen efter danske varer vokser mindst er at den danske pris vokser relativt til den udenlandske. Da udbuddet er uændret, indebærer den højere efterspørgsel efter den danske varer at eksporten bliver fortrængt, og således falder 0,83 pct.

Hvis import-elasticiteten er højere en 1, fås en lidt anden historie. Det ses at forbrugsefterspørgslen efter den danske vare falder og eksporten vokser. Årsagen er den høje substituerbarhed mellem danske og udenlandske forbrugsvarer. Det højere danske

Variabel	$E = 0.5$	$E = 1.5$
Y	0.00	0.00
C	0.21	-0.18
C_F	1.25	2.50
X	-0.83	0.71
w	2.10	1.80
p	2.10	1.80
P_C	1.70	1.40

Table 2.4: Effekt af stigning i udenlandsk efterspørgsel. Procentvis ændring.

prisniveau indebærer en så voldsom substitution fra danske til udenlandske varer, at forbrugsefterspørgslen efter danske varer falder -0,18 pct. Som følge af dette, bliver der for uændret udbud plads til en stigning i eksporten på 0,71 pct.

2.4.5 Velfærdsmål

Vi så ovenfor (2.4.4) at forbrugernes nytte kan skrives som:

$$U = \frac{w\bar{N}}{P_C}$$

Denne specifikation kan bruges til at måle velfærdseffekten af et stød. Antag at $U_0 = w_0\bar{N}_0/P_C^0$ er nytten før stødet og at $U = w\bar{N}/P_C$ er nytten efter stødet. Vi definerer nu EV-målet (Equivalent Variation) som *det penge-beløb forbrugerne skulle have før stødet for at have samme nytte som efter stødet*:

$$\frac{w_0\bar{N}_0 + EV}{P_C^0} \equiv \frac{w\bar{N}}{P_C}$$

Dette kan omskrives til

$$\begin{aligned} EV &\equiv \left(\frac{P_C^0 - P_C}{P_C} \right) w\bar{N} + w\bar{N} - w_0\bar{N}_0 \\ &= EV_P + EV_I \end{aligned}$$

hvor

$$EV_P \equiv \left(\frac{P_C^0 - P_C}{P_C} \right) w\bar{N}$$

og

$$EV_I \equiv w\bar{N} - w_0\bar{N}_0$$

Man EV_P er effekten af ændrede priser (priseeffekten) og EV_I er effekten af ændret indkomst (indkomsteffekten). Indkomsteffekten mäter velfærdseffekten af ændret faktorindkomst. Derved minder den om den rene BNP-effekt man ofte anvender. EV-målet

giver et bud på hvad man mangler når man kun kikker på BNP.

2.5 Offentlig sektor i lille åben økonomi

Vi tager udgangspunkt i den lille åbne økonomi fra sidste afsnit. I denne model introducerer vi en offentlig sektor der producerer offentlig service og inddriver skatter. Tankegangen i modelleringen af den offentlige sektor er inspireret af DREAM-modellen.

Som i sidste afsnit antager vi at den private sektor har produktionsfunktionen

$$Y = AL \quad \text{Konstant skalaafkast}$$

og en nul-profit-betingelse:

$$pY = wL$$

Den offentlige sektor producerer offentlig service Y_G med produktionsfunktionen:

$$Y_G = A_G L_G$$

Produktiviteten i privat service og offentlig service kan antages at være lige stor, men da den private sektor også omfatter fremstilling, er produktiviteten i den private sektor højere. Fremstillingsbranchen antages altid at have højere produktivitet end servicebranchen, hvorfør beskæftigelsen flytter over i servicebranchen.

Offentlig sektor omfatter kun servicebranchen.

hvor A_G er produktiviteten i den offentlige sektor og L_G er beskæftigelsen i den offentlige sektor. Det antages at den offentlige sektor betaler samme løn som i den private sektor (svarende til det der i den virkelige verden kaldes *reguleringsordningen*).

Vi definerer enhedsomkostningerne i den offentlige sektor ved

Reguleringsordningen er til for at lønningerne i den offentlige sektor følger de private lønninger, for at sikre tilstrækkelig beskæftigelse i den offentlige sektor

$$p_G \equiv \frac{wL_G}{Y_G}$$

således at

$$p_G Y_G = wL_G$$

Denne relation ligner en nul-profit-betingelse, men er blot en definition af enhedsomkostningerne i den offentlige sektor. Den offentlige sektor maksimerer produktionen (service-niveauet) givet et politisk bestemt budget B_G . Det gælder derfor at

$$p_G Y_G = B_G$$

Man kan modellere det politisk bestemte budget på flere måder. For det første kan man antage at budgettet er givet, målt i kroner:

$$B_G = \bar{B}_G \tag{2.5.1}$$

En anden mulighed er at antage at budgettet vil blive korrigert af politikerne, således

at et givent servive niveau kan opretholdes (dette er antagelsen i DREAM):

$$B_G = p_G \bar{Y}_G \quad (2.5.2)$$

Endelig kan man antage at politikerne ønsker at den offentlige sektor skal have en given størrelse relativt til den samlede økonomi. Dette vil f.eks. være tilfældet hvis den offentlige sektor udgør en konstant andel af BNP:

$$B_G = \gamma_G BNP \quad (2.5.3)$$

Hvis der er produktivitetsforskelle mellem offentligt og privat, hvad betyder det så for serviceniveauet i den offentlige sektor? - Det vil nok halte bagefter serviceniveauet i den private sektor

hvor BNP i denne simple økonomi er defineret ved:

$$BNP = w\bar{N}$$

BNP = den samlede lønsum. For et givent arbejdsudbud vil variation i lønnen slå direkte igennem i BNP

Ligevægt på arbejdsmarkedet indebærer at

$$L + L_G = \bar{N}$$

Der findes 3 skattesatser: indkomstskat t_W , moms t_{VAT} og told t_D . Den offentlige sektors samlede indtægter er givet ved⁴:

$$T = t_W (w\bar{N} + TR) + t_{VAT} (pC + p_F C_F) + t_D p_F C_F + LS$$

Indkomstskat af både lønindkomst og transfereringer (overførsler) + momsindtæfter af inden- og udenlandske varer + toldindtægger + lump sum skat

hvor LS er sump-sum skatter. Den offentlige sektors primære saldo er derfor givet ved:

$$S = t_W (w\bar{N} + TR) + t_{VAT} (pC + p_F C_F) + t_D p_F C_F + LS - \underline{wL_G} - TR \quad (2.5.4)$$

lønninger i den offentlige sektor

hvor TR er transfereringer til husholdningerne (kontanthjælp, folkepension osv.). Lad os antage at den samlede størrelse af befolkningen er M og at erhvervsfrekvensen er f . Arbejdsudbuddet er derfor givet ved:

$$\bar{N} = fM$$

Det antages at transfereringerne følger antallet af personer udenfor arbejdsstyrken $(1 - f)M$ og at satsen er *satsreguleret* (dvs. følger lønnen), således at

$$TR = \gamma_{TRW} (1 - f) M$$

⁴I virkeligheden tages der moms af told:

$$T = t_W (w\bar{N} + TR) + t_{VAT} (pC + (1 + t_D) p_F C_F) + LS$$

Dette vælger vi at se bort fra for at forsimple kalibreringen.

Hvorvidt transfereringerne af overførselsindkomst følger med lønninger
Hvorvidt offentlige lønninger følger private
Progressiv skat for omfordeling

Satsreguleringsordning: lønninger
Satsregulerig: overførselsindkomst → så overførselsindkomsten følger lønninger med et vist fradrag og noget forsikelse (efterslæb)

Næsten ligegyldigt hvor højt serviceniveauet er i den offentlige sektor, vil det altid halte bagefter det private serviceniveau.

Forbrugernes disponible indkomst er givet ved

$$Y^{Disp} = (1 - t_W) (w\bar{N} + TR) - LS$$

(1-indkomstskat)* (Lønindkomst (lønsum) + transferinger) - lump sum skat

Lump sum skatten er en fiktiv skat i modellen for at sikre budgetbalancen i den offentlige sektor. Den er ikke forvridende, og derfor god at sammenligne med ved stød til økonomien
Forbrugerens maksimerer nyttefunktionen (2.4.2) under bibetingelsen:

$$(1 + t_{VAT}) pC + (1 + t_{VAT} + t_D) p_F C_F = Y^{Disp}$$

I følge afsnit (2.2.2) er løsningen på dette problem givet ved:

$$C = \gamma \left(\frac{(1 + t_{VAT}) p}{P_C} \right)^{-E} \frac{Y^{Disp}}{P_C} \quad (2.5.5)$$

$$C_F = \gamma_F \left(\frac{(1 + t_{VAT} + t_D) p_F}{P_C} \right)^{-E} \frac{Y^{Disp}}{P_C} \quad (2.5.6)$$

$$(1 + t_{VAT}) pC + (1 + t_{VAT} + t_D) p_F C_F = Y^{Disp} \quad (2.5.7)$$

Substitutionselasticiteten 0.5 er lav efter international målestok, men er fastsat af Nina Smidt og ikke justeret sidenhen

2.5.1 Model

Modellen bliver herefter:

Efterspørgselssystem for den private sektor:

$$L = \frac{1}{A} Y \quad (2.5.8)$$

$$pY = wL \quad (2.5.9)$$

Efterspørgselssystem for den offentlige sektor:

$$L_G = \frac{1}{A_G} Y_G \quad (2.5.10)$$

$$\text{Definition af enhedsomkostningerne} \quad p_G Y_G = w L_G \quad (2.5.11)$$

Politisk bestemt offentligt budget (givent service-niveau):

enhedsomkostninger*BNP

$$\text{Definition af } B_G \quad p_G Y_G = B_G \quad (2.5.12)$$

$$\text{Politikernes adfærd} \quad B_G = p_G \bar{Y}_G \quad (2.5.13)$$

De offentlige finanser (vi antager der skal være balance, således at $S = 0$):

$$t_W (w\bar{N} + TR) + t_{VAT} (pC + p_F C_F) + t_D p_F C_F + LS - wL_G - TR = 0 \quad (2.5.14)$$

$$TR = \gamma_{TR} w (1 - f) M \quad (2.5.15)$$

Ligevægt på arbejdsmarkedet:

$$L + L_G = \bar{N} \quad (2.5.16)$$

$$\bar{N} = fM$$

Definition af disponibel indkomst:

$$Y^{Disp} = (1 - t_W) (w\bar{N} + TR) - LS \quad (2.5.17)$$

Forbrugernes efterspørgselssystem:

$$C = \gamma \left(\frac{(1 + t_{VAT}) p}{P_C} \right)^{-E} \frac{Y^{Disp}}{P_C} \quad (2.5.18)$$

$$C_F = \gamma_F \left(\frac{(1 + t_{VAT} + t_D) p_F}{P_C} \right)^{-E} \frac{Y^{Disp}}{P_C} \quad (2.5.19)$$

$$(1 + t_{VAT}) p C + (1 + t_{VAT} + t_D) p_F C_F = Y^{Disp} \quad (2.5.20)$$

Det udenlandske prisniveau er eksogen:

$$p_F = 1 \quad (2.5.21)$$

Lukning (kun en af ligningerne er med i modellen):

$$\begin{aligned} HO: \quad p &= p_F \\ Armington: \quad X &= \phi \left(\frac{p}{p_F} \right)^{-E_X} \end{aligned} \quad (2.5.22)$$

For at definere eksporten er varemarkedsligevægten også med:

$$Y = C + X \quad (2.5.23)$$

Partiel ligevægtsmodel, så Walras' lov gælder ikke → derfor er man nødt til at specificere alle ligevægte på alle markeder inkl. varemarkedet

17 variable. N(bar) mangler i listen fra 2.5.16 Vi har 16 variable ($L, L_G, Y, Y_G, p, p_G, p_F, w, C, C_F, P_C, X, B_G, TR, Y^{Disp}, LS$) og 16 ligninger.

Bemærk at vi tæller lump-sum LS med som endogen variabel. Derved har vi antaget at LS tilpasses således at den offentlige saldo er 0. Man kunne alternativt have valgt en af skattesatserne (f.eks. t_W) til at udfylde denne rolle.

Lump sum er en opsamlingspost/en residual
Den kan have begge fortegn (skat/overførsel til befolkningen)

2.5.2 Data

Antag nu at vi har et nationalregnskab for økonomien der ser således ud:

Her mangler investeringer ift. virkelighedens verden

	Privat sektor	Offentlig sektor	Privat forbrug	Off. forbrug	Eksport	Ialt
Moms			500		200	700
				300		300
			220			220
			70			70
	700	300				1000
Ialt	700	300	790	300	200	

Herudover ved vi at

Offentligt forbrug = output fra den offentlige sektor

- Provenuet fra told er 20 mia. kr.
- Provenuet fra indkomstskat er 300 mia. kr
- De samlede transfereringer er 100 mia. kr.
- Erhvervsfrekvensen f er 80 pct.

Bemærk at import eksl. told er givet ved $220 - 20 = 200$. Dette er lig eksporten. Vi har derfor på forhånd sikret os at handelsbalancen er i lige vægt (ligesom i sidste afsnit).

2.5.3 Kalibrering

Lad os som udgangspunkt antage at produktiviteterne i de 2 sektorer er ens:

$$A = A_G$$

Man kan så evt. senere analysere effekten af produktivitetsforskelle ved at støde til en af sektorernes produktiviteter. Under antagelse af

$$p = p_G = w = 1$$

vil vi derfor have fra (2.5.8) og (2.5.10) at

$$A = A_G = 1$$

Lad os dernæst kalibrere de implicitte skattesatser ud fra provenuer og skattekoder:

$$t_{VAT} = \frac{70}{500 + 220 - 20} = 0,1$$

$$t_D = \frac{20}{220 - 20} = 0.1$$

$$t_W = \frac{300}{700 + 300 + 100} = 0,2727$$

samlede indtægter

Lad os derefter se på den offentlige sektors saldo. De samlede udgifter er 400 mia. kr (lønudgiften på 300 mia. og transfereringer på 100 mia.). De samlede indtægter (eksl. lump-sum-skat) er de 3 provenuer

$$70 + 20 + 300 = 390$$

Den offentlige sektor mangler derfor 10 mia. i at være i balance. Vi ønsker i vores model at antage at den offentlige sektor balancerer sit budget. Vi sætter derfor den fiktive lump-sum-skat til

$$LS = 10$$

hvorefter den offentlige saldo er nul i følge (2.5.4).

For at kunne kalibrere efterspørgselssystemet (2.5.5)-(2.5.6) skal vi først kende Y^{Disp} . Det gælder i følge (2.5.17) at

$$\begin{aligned} Y^{Disp} &= (1 - t_W)(w\bar{N} + TR) - LS \\ &= (1 - 0,2727)(1000 + 100) - 10 \\ &= 790 \end{aligned}$$

Hvis vi antager at $p = p_F = P_C = 1$ har vi fra (2.5.18) at:

$$C = \gamma(1 + t_{VAT})^{-E} Y^{Disp}$$

således at

$$\gamma = \frac{pC}{Y^{Disp}} (1 + t_{VAT})^E = \frac{500}{790} 1,1^{0.5} = 0,6638$$

På samme måde ses det at

$$\gamma_F = \frac{p_F C_F}{Y^{Disp}} (1 + t_{VAT} + t_D)^E = \frac{200}{790} 1,2^{0.5} = 0,2773$$

Fra (2.5.16) har vi at

$$M = \frac{L + L_G}{f} = 1250$$

Her mäter vi befolkningens størrelse på følgende måde: antallet af mia. kr. der i basisårets lønninger skulle til for at ansætte et antal personer svarende til den samlede befolkning.

Under antagelsen at $w = 1$, kalibreres parameteren γ_{TR} via ligningen (2.5.15) :

$$TR = \gamma_{TR} (1 - f) M$$

således at

$$\gamma_{TR} = \frac{1}{1 - f} \frac{TR}{M} = 0,4$$

Ligesom i sidste afsnit gælder det at

$$\phi = pX = 200$$

2.5.4 Analyse

Lad os analysere effekten af produktivitetsforskelle den private og offentlige sektor. Man taler ofte om at produktiviteten vokser langsommere i servicesektoren end i fremstningssektore, og den offentlige sektor som følge af dette har en langsommere produktivitetsvækst end den sektor (se feks. kapitel 5 i produktivitetskommisionens endelige rapport).

Vi laver et stød hvor produktiviteten i den private sektor vokser 2 pct. , mens den er uændret i den offentlige sektor. Det skal ses som et simpelt forsøg på at modellere en situation hvor den private sektor har hurtigere produktivitetsvækst end den offentlige sektor.

Det væsentlige er nu hvorledes politikerne reagerer på de ændrede omstændigheder. Vi vil betragte 2 situationer. Enten antager vi at politikerne ønsker at den offentlige sektor udgør en konstant andel af den samlede økonomi (målt ved løbende BNP), eller også antager vi at politikerne ønsker at det offentlige service-niveau skal følge velstandsniveauet i den samlede økonomi (målt ved BNP i faste priser).

BNP er i vores model bestemt ved

$$BNP = pY + p^G Y^G = wL + wL_G = w\bar{N} \quad (2.5.24)$$

Værdien af produktion i de to brancher = de to lønsummer = samlet lønsum
Nominelt BNP folger lønnen for givent arbejdsudbud

Derfor er BNP i faste priser bestemt ved

$$BNP_F = p_0 Y + p_0^G Y^G$$

Med kædepriser er det hele tiden sidste års priser, der er de faste priser
Tidligere var det faste priser med et basis-år

hvor p_0 og p_0^G er nogle basis-priser. Hvis vi mäter i basis-situationsens priser, kan vi antage at $p_0 = p_0^G = 1$, og vi får da at

$$BNP_F = Y + Y^G \quad (2.5.25)$$

BNP i faste priser er pærer og bananer lagt sammen. Konceptet er at man kan addere usammenlignelige goder

I følge den første regel (hvor det offentlige budget følger økonomiens *størrelse*) gælder det at

$$B_G = \gamma_G BNP \quad (2.5.26)$$

I følge den anden regel (hvor den offentlige produktion følger økonomiens *velstand*) gælder det at

$$Y_G = \gamma_G BNP_F \quad (2.5.27)$$

Serviceniveauet i den offentlige sektor skal følge velstanden i økonomien (BNP i faste priser)

	Størrelse	Velstand
Y	2.00%	1.39%
Y_G	0.00%	1.39%
C	1.94%	1.35%
C_F	1.72%	1.20%
X	2.16%	1.50%
w	1.60%	1.70%
p	-0.40%	-0.30%
p_G	1.60%	1.70%
P_C	-0.30%	-0.20%
L	0.00%	-0.60%
L_G	0.00%	1.39%

Langsigtede tendens er venstre sojle

Væsentligt at velstandsveksten er lavere end de 2% som teknologien steg med

Offentligt forbrug udgør en stigende andel af BNP

Lønnen vokser kun 1,6%, da priserne falder
Armington lukningen presser prisen ned oga. en udenrigshandelseffekt

Beskæftigelse fra den højproduktive branche til den lavproduktive
Derfor er velstandseffekterne mindre, da momentum suges ud af dem

Nominelt BNP stiger?

Antallet af ansatte i hele økonomien er konstant men serviceniveauet vil stige

I ovenstående tabel vises resultatet af analysen. Hvis politikerne ønsker at den offentlige sektor skal holde sin realelle størrelse, vælger de i følge den venstre sojle grundlæggende intet at gøre. Det offentlige serviceniveau og beskæftigelse er uændret. Som det fremgår af (2.5.24) følger BNP i løbende priser lønnen (for givent arbejdssudbud \bar{N}). Den højere produktivitet i den private sektor på 2 pct. indebærer i følge nul-profit-betingelsen at produkt-reallønnen w/p skal vokse med 2 pct. I dette tilfælde sker det ved at lønnen vokser 1,6 pct. og prisen falder 0,4 pct. Prisfaldet er en udenrigshandelseffekt. Den højere produktivitet indebærer nødvendigvis at produktionen af danske varer stiger, med et prisfald på eksportmarkedet som følge (hvis vi havde haft HO-lukningen, ville prisen have været uændret og lønnen ville stige 2 pct.). Stigningen i lønnen på 1,6 pct. medfører at BNP vokser 1,6 pct. Derfor hæver politikerne i den følgende finanslov de offentlige indtægter med 1,6 pct. (f.eks. ved at hæve lumpsum overførslerne). Men fordi den offentlige produktion kun anvender arbejdskraft som input, da vokser de offentlige udgifter for uændret produktion netop 1,6 pct. ligesom lønnen. Derfor sker der intet med produktion og beskæftigelse i den offentlige sektor.

Bemærk at (2.5.25) og (2.5.27) indebærer at:

$$Y_G = \frac{\gamma_G}{1 - \gamma_G} Y$$

I dette stød vil produktionen derfor vokse lige meget i de to sektorer.

Hvis politikerne i stedet ønsker at den offentlige produktion skal følge med den almindelige velstandsudvikling, fås et andet billede. I så fald ønskes en højere offentlig produktion. Da den offentlige produktivitet ikke er vokset, kræver dette at der overføres arbejdskraft fra den private til den offentlige sektor. Produktionen i den private sektor vokser derfor mindre end 2 pct. (idet produktiviteten er vokset 2 pct., men beskæftigelsen er faldet). Derfor fås et mindre fald i prisen p på 0,3 pct. i stedet for 0,4 pct. Og derfor fås en større stigning i lønnen på 1,7 pct. i stedet for 1,6 pct. (idet produkt-reallønnen w/p jo skal vokse 2 pct i følge den private sektors nul-profit-betingelse).

2.5.5 Velfærdsanalyse

Vi kan definere et EV-mål for denne model på samme måde som i afsnit 2.4.5. Nyttens er givet ved

$$U = \frac{Y^{Disp}}{P_C}$$

og vi får derved et EV-mål:

$$EV = EV_P + EV_I$$

hvor konsumentoverskuddet og producentoverskuddet er givet ved:

$$EV_P \equiv \left(\frac{P_0^C}{P_C} - 1 \right) Y$$

$$EV_I \equiv Y - Y_0$$

Problemet er at dette nytemål ikke måler nyttens af den offentligt sektor. Dette skyldes at vi ikke har offentlig service i forbrugerens nyttefunktion. Lad os derfor indføre dette. Vi vælger en additiv nyttefunktion⁵

$$V = Y_G^\alpha U^{1-\alpha} = Y_G^\alpha \left(\frac{Y^{Disp}}{P_C} \right)^{1-\alpha}$$

hvor U er nyttens fra forbruget af private varer. Da nyttens er additiv vil forbrugeren for eksponent givet offentligt service Y_G maksimerer sin samlede nyttefunktion V ved at maksimere den private nyttefunktion U . Dette fører til samme adfærd som beskrevet ovenfor. Det er derfor 'smart' at vælge en additiv nyttefunktion.

Lad os beregne EV-målet med den nye nyttefunktion. $(Y_G^0, Y_0^{Disp}, P_0^C)$ er værdier før

⁵Dette betyder at der er en transformation (i dette tilfælde log(x)) der gør nyttefunktionen additiv.

støddet og (Y_G, Y^{Disp}, P^C) er værdier efter støddet. EV er nu defineret ved:

$$(Y_G^0)^\alpha \left(\frac{Y_0^{Disp} + EV}{P_0^C} \right)^{1-\alpha} = Y_G^\alpha \left(\frac{Y^{Disp}}{P^C} \right)^{1-\alpha}$$

således at

$$\frac{Y_0^{Disp} + EV}{P_0^C} = \left(\frac{Y_G}{Y_G^0} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{Y^{Disp}}{P^C}$$

eller

$$EV = \left(\frac{Y_G}{Y_G^0} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{P_0^C}{P^C} Y^{Disp} - Y_0^{Disp}$$

Dette kan omskrives til

$$\begin{aligned} EV &= \left(\left(\frac{Y_G}{Y_G^0} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - 1 \right) \frac{P_0^C}{P^C} Y^{Disp} + \left(\frac{P_0^C}{P^C} - 1 \right) Y^{Disp} + (Y^{Disp} - Y_0^{Disp}) \\ &= EV_G + EV_P + EV_I \end{aligned}$$

hvor EV_P og EV_I er defineret som ovenfor og EV_G er defineret ved

$$EV_G \equiv \left(\left(\frac{Y_G}{Y_G^0} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - 1 \right) \frac{P_0^C}{P^C} Y^{Disp}$$

Det ses at $EV_G \neq 0$ hvis og kun hvis $Y_G^0 \neq Y_G$. Dette betyder at den almindelige velfærdsanalyse er ok hvis det offentlige service ikke ændrer sig.

2.6 Statiske modeller med kapital

Statiske CGE-modeller indeholder ofte kapital og investeringer. Dette er naturligvis lidt en tilsnigelse, da vi her har at gøre med dynamiske variable. Som følge af dette kan man derfor af og til opleve statiske CGE-modeller hvis modellering af kapital og investeringer er lidt ”hjemmestrikket”. Vi vil derfor vente til næste kapitel (der handler om dynamiske modeller) med at opstille en statistisk CGE-model med kapital. Målsætningen bør nemlig være at opstille en statistisk CGE-model der er bygget på sunde dynamiske principper: ligevægten i den statiske model skal helst kunne fortolkes som en dynamisk models steady-state.

Anvendte generelle ligevægtsmodeller

Peter Stephensen (Version 13.1)

25. august 2020

Indhold

1 Indledning	4
1.1 CGE-modellernes historie	7
1.1.1 Wassily Leontief (1905-1999)	7
1.1.2 Leif Johansen (1930-1982)	8
1.1.3 Verdensbanken og Hollis B. Chenery (1918-1994)	9
1.1.4 AGE-modeller	9
1.1.5 Udviklingen i 80'erne	10
1.1.6 Centrale institutioner	12
1.1.7 Danske modeller	12
1.1.8 Referencer	13
2 Statiske modeller	15
2.1 Verdens simpleste CGE-model	15
2.1.1 Den samlede model	18
2.1.2 Data	19
2.1.3 Kalibrering	19
2.1.3.1 Hvorfor kan man sætte priser og lønninger lig 1?	19
2.1.4 Analyse	20
2.2 CES-funktioner	21
2.2.1 CES-produktionsfunktion	22
2.2.1.1 Nestede produktionsfunktioner	23

<i>INDHOLD</i>	2
----------------	---

2.2.1.2 Arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt: et trick	24
2.2.2 CES-nyttefunktion	25
2.3 Verdens næst-simpleste CGE-model	26
2.3.1 Grundmodel	26
2.3.1.1 Model	27
2.3.1.2 Data	28
2.3.1.3 Kalibrering	28
2.3.1.4 Analyse	29
2.3.2 Måling af beskæftigelse i hoveder	29
2.3.2.1 Model	30
2.3.2.2 Data	31
2.3.2.3 Kalibrering: Mia-mio-tusinde-reglen	31
2.3.2.4 Analyse	32
2.4 En lille åben økonomi	33
2.4.1 Model	35
2.4.2 Data	36
2.4.3 Kalibrering	36
2.4.4 Analyse med Armington-lukning	37
2.4.5 Velfærdszmål	39
2.5 Offentlig sektor i lille åben økonomi	40
2.5.1 Model	42
2.5.2 Data	44
2.5.3 Kalibrering	44
2.5.4 Analyse	46
2.5.5 Velfærdsanalyse	48
2.6 Statiske modeller med kapital	49

<i>INDHOLD</i>	3
3 Dynamiske modeller	50
3.1 Ramsey-modellen	51
3.1.1 Virksomhederne	52
3.1.1.1 Betydningen af teknologiske fremskridt	54
3.1.2 Forbrugerne	56
3.1.3 Model	57
3.1.4 Vækst-korrektion	58
3.1.5 Statisk lukket model med kapital	60
3.1.5.1 Data	61
3.1.5.2 Kalibrering	61
3.1.6 Statisk åben model med kapital	62
3.1.6.1 Model	63
3.1.6.2 Data og kalibrering	65
3.1.7 Analyse: Åbne og lukkede steady-state-modeller	65
3.1.8 Analyse: Dynamisk lukket model	67
A Virksomhedens dynamiske problem	69
B Installationsomkostninger	73
C Keynes-Ramsey-reglen	76

Chapter 3

Dynamiske modeller

Statiske CGE-modeller indeholder ofte kapital og investeringer. Dette er naturligvis lidt en tilsnigelse, da vi her har at gøre med dynamiske variable. Som følge af dette kan man derfor af og til opleve statiske CGE-modeller hvis modellering af kapital og investeringer er lidt “hjemmestrikket”.

En måde at sikre sig på, at ens statiske model bygger på sunde dynamiske principper, er at fortolke modellen som en dynamisk models steady-state. Det er det approach vi vil benytte i det følgende og som fx REFORM-modellen bygger på. Det er vigtigt at kende dynamisk økonomisk teori, også selv om man beskæftiger sig med statiske modeller.

Men først lidt notation. Vi vil i det følgende *ultimo-dateret* vores dynamiske ligninger. Vi vil f.eks. skrive en akkumulationsligning som:

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t \quad (3.0.1)$$

Her er investeringerne I_t en flow-variable og kapitalen K_t er stock-variabel. En flow-variabel mäter et samlet flow i løbet af en tidsenhed (f.eks de samlede investeringer i løbet af et år). En stock-variabel mäter på et givent tidspunkt (den samlede kapitalmængde på et givent tidspunkt). Ultimo-dateringen indebærer at K_{t-1} angiver kapitalmængden ultimo periode $t - 1$. Med andre ord er K_{t-1} kapitalmængden ved begyndelsen af periode t .

Dynamiske modeller består af 3 typer ligninger: *forward-looking*, *backward-looking* og *statiske*. Akkumulationsligningen (3.0.1) er et eksempel på en backward-looking ligning. Et eksempel på en forward-looking ligning kunne være Keynes-Ramsey-reglen (defineres nedenfor):

$$C_{t+1} = \frac{1 + \theta}{1 + r} C_t \quad (3.0.2)$$

En forward-looking ligning opstår i forbindelse med agenter der har perfekt forudseenhed. Hvad de gør idag afhænger af i morgen. Endelig kunne et eksempel på en statisk ligning være eksport-ligningen:

$$X_t = \phi \left(\frac{p_t}{p^F} \right)^{-E}$$

Backward-looking ligninger giver typisk anledning til en *initialbetingelse*. For akkumulationsligningen (3.0.1) kunne dette f.eks. være

$$K_0 = \bar{K}_0$$

Denne ligning fortæller at når modellen starter er det et givet kapitalapparat i landet.

Vi beskriver modeller der i principippet er defineret for alle $t \geq 0$. Når vi formulerer modellerne, således at de kan programmeres i GAMS, bliver nødt til at definere et maksimalt tidspunkt T . Vores computer-model kan ikke eksistere i uendelig lang tid, ligesom en matematisk abstrakt model kan. Dette giver os et problem i forbindelse med forward-looking ligninger. På tidspunkt T ser vores forward-looking ligning (3.0.2) nemlig således ud:

$$C_{T+1} = \frac{1+\theta}{1+r} C_T$$

Men det er jo ikke så godt, da C_{T+1} ikke er defineret i modellen. Løsningen er en såkaldt terminal-betingelse. Hvis T er valgt tilstrækkeligt stor, vil de modeller vi beskæftiger os med typisk være gået i *stationary-state*. På tidspunkt T erstatter vi derfor ligningen (3.0.2) med en stationary-state-betingelse:

$$C_T = C_{T-1}$$

Denne ligning kalder vi *terminal-betingelsen*.

3.1 Ramsey-modellen

Vi gennemgår først den klassiske lukkede Ramsey-model. Tilsidst vises det hvorledes man relativt let kan omskrive modellen til en lille åben økonomi (af HO-typen).

Ramsey-modellen er en vækstmodel med optimerende agenter. Virksomhederne er aktieselskaber der maksimerer deres værdi og forbrugerne optimerer over tid. Modellen er relativt simpel, men giver en god fornemmelse for de centrale effekter i en vækstøkonomi.

3.1.1 Virksomhederne

Vi antager at virksomheden har CES-produktionsfunktionen

$$Y_t = \left[\mu_K^{\frac{1}{E}} K_{t-1}^{\frac{E-1}{E}} + \mu_L^{\frac{1}{E}} (\theta_t L_t)^{\frac{E-1}{E}} \right]^{\frac{E}{E-1}}$$

hvor K_t er kapital apparat, L_t er beskæftigelse og θ_t er de arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt. Kapitalapparatet følger akkumulationsligningen

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t$$

hvor I_t er investeringer og δ er afskrivningsraten.

Vi antager at virksomheden er et aktieselskab. Der findes i økonomien en normalforrentning på r_t . Det centrale success-kriterie for selskabets ledelse er, at virksomhedens aktier giver et afkast på mindst normal-forrentningen. Selskabet antages selv at finansiere sine investeringer, og at udbetale eventuelle løbende overskud som dividente. Det gælder derfor at dividerten DIV_t er givet ved:

$$DIV_t = p_t Y_t - w_t L_t - p_t^I I_t$$

hvor p_t^I er prisen på investeringsgodet. Hvis værdien af virksomhedens aktier er V_{t-1} , vil en antagelse om normalforrentning på r_t give anledning til den såkaldte arbitrage-betingelse:

$$r_t V_{t-1} = DIV_t + V_t - V_{t-1}$$

I følge denne antagelse er normalforrentningen af aktierne ($r_t V_{t-1}$) lig den faktiske forrentning af aktierne (dividente + kursgevinst). Arbitrage-betingelsen er en lineær differensligning i V_t . Hvis vi løser den fås:

$$V_{t-1} = \sum_{s=t}^{\infty} DIV_s \frac{R_s}{R_{t-1}}$$

hvor tilbagediskonteringsfaktoren R_t er givet ved:

$$R_t \equiv \prod_{s=0}^t \frac{1}{1+r_s}$$

hvor r_s er renten. Værdien af virksomhedens aktier er med andre ord bestemt af ‘fundamentals’, - dvs. af forventede fremtidige dividente-udbetalinger tilbagediskonteret med normalforrentningen.

Det kan vises (ikke pensum. Se appendiks A) at virksomheden maksimerer sin værdi hvis den for $s \geq t$ vælger kapitalapparat, beskæftigelse og produktion i følge CES-

efterspørgselssystemet:

$$K_{s-1} = \mu_K \left(\frac{v_{s-1}}{p_s} \right)^{-E} Y_s \quad (3.1.1)$$

$$\theta_s L_s = \mu_L \left(\frac{w_s / \theta_s}{p_s} \right)^{-E} Y_s \quad (3.1.2)$$

$$p_s Y_s = v_{s-1} K_{s-1} + w_s L_s \quad (3.1.3)$$

hvor user-cost v_s er givet ved:

$$v_s \equiv (1 + r_{s+1}) p_s^I - (1 - \delta) p_{s+1}^I, \quad s \geq t \quad (3.1.4)$$

Bemærk at user-cost for $s \geq t$ er defineret ved (3.1.4), men at v_{t-1} er bestemt ved (3.1.1) for $s = t$. Forklaringen på behandlingen af arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt i (3.1.2) kan findes i afsnit (2.2.1.2).

Vi vil i første omgang antage at priserne er konstante. Vi får derfor den simplere ligning for user-cost:

$$v_s \equiv (r_{s+1} + \delta) p_s^I, \quad s \geq t \quad (3.1.5)$$

Som nævnt ovenfor, antager vi at virksomhederne selv finansierer sine investeringer. De har derfor ikke nogen gæld. I virkelighedens verden ville virksomheden vælge at låne-finansiere en del af investeringerne. I vores simple model (uden skatter og usikkerhed) ville de låne til samme rente r som de står overfor som forrentningskrav. Det er derfor ligegyldigt om virksomheden låner eller ej. Dette er en meget simpel udgave af Modigliani-Miller-teoremet: hvis der ikke er skatter, hvis der er efficiente markeder og hvis markedspriserne følger en random walk, da er virksomhedens værdi uafhængig af finansieringen.

Hvis der er skatter, er det en anden sag. Hvis virksomheden kan trække sine renter fra i skat, vil det kunne betale sig at låne. I en model uden usikkerhed vil virksomheden derfor vælge at lånefinansiere sine investeringer 100 pct. I den virkelige verden (hvor der jo er usikkerhed) tør virksomhederne ikke lånefinansiere fuldt ud, selv om der er en skattefordel forbundet med det. Det skyldes at hvis virksomheden “låner helt op til skorstenen”, da vil den leve i evig risiko for at gå fallit. Den vælger derfor en lavere andel af lånefinansiering (på f.eks 60 pct.), der afvejer skattefordelen med fallit-risikoen. I en model uden usikkerhed, modelleres dette typisk ved at antage en eksogent givet lånefinansieringsandel. Vi antager her at lånefinansieringsgraden er 0, men i DREAM og REFORM er der antaget eksogene, positive lånefinansieringgrader.

3.1.1.1 Betydningen af teknologiske fremskridt

Med udgangspunkt i sidste afsnits meget klassiske beskrivelse af virksomheden, kan man opstille en lille simpel stationary-state-model der kan beskrive stort set alt i denne verden. Den er især god til at demonstrere betydningen af teknologisk fremskridt i en kapitalistisk økonomi.

I efterspørgselssystemet (3.1.1)-(3.1.3) kan nul-profit-betingelse (3.1.3) erstattes af CES-prisindeksset (se afsnit 2.2.1):

$$p_s = \left[\mu_K v_{s-1}^{1-E} + \mu_L \left(\frac{w_s}{\theta} \right)^{1-E} \right]^{\frac{1}{1-E}}$$

Dette er den omkostningsbestemte pris. Hvis outputprisen var højere, ville der være ren profit. Hvis den var lavere ville der være negativ profit. I ligevægt vil output-prisen derfor være lig den omkostningsbestemte pris. Lad os indsætte usercost-udtrykket (3.1.5) og antage stationary-state:

$$p = \left[\mu_K ((r + \delta) p^I)^{1-E} + \mu_L \left(\frac{w}{\theta} \right)^{1-E} \right]^{\frac{1}{1-E}}$$

Hvis det antages at $p = p^I$ haves at

$$1 = \mu_K (r + \delta)^{1-E} + \mu_L \left(\frac{1}{\theta} \frac{w}{p} \right)^{1-E} \quad (3.1.6)$$

Nul-profit-betingelsen indebærer at der er en negativ sammenhæng mellem rente og realløn i en økonomi. Eller sagt på en anden måde: virksomhederne kan ikke honorere krav om høj forentning og høj løn på samme tid. I en lille åben økonomi vil man typisk antage at forrentningskravet som virksomheden står overfor er givet ved det internationale rente-niveau. Dette vil gælde i en verden med frie kapitalbevægelser. Omvendt kan man godt forestille sig at løn-niveauet er forskelligt i forskellige lande. Dette gælder hvis arbejdskraften ikke er mobil.

Arbejdsmarkedet spiller en central rolle i hvorledes økonomien grundlæggende fungerer. Hvis vi antager at en betydelig del af befolkningen *ikke* er en del af den kapitalistiske sektors arbejdsstyrke, vil vi få en anden løndannelse end vi kender i en moderne kapitalistisk økonomi. Hvis der findes en “reserve-arme” (som Marx kaldte det), dvs. hvis en betydelig del af befolkningen f.eks. arbejder i traditionelt landbrug (lad os kalde det den “traditionelle sektor”), da vil levestandarden i den traditionelle sektor konkurrere lønnen i den kapitalistiske sektor ned. Arbejdsgiverne i den kapitalistiske sektor behøver kun at sætte lønnen lidt højere end i den traditionelle sektor, for at tiltrække arbejdskraft. Sådanne arbejdsmarkede fandtes i vores del af verden da Marx

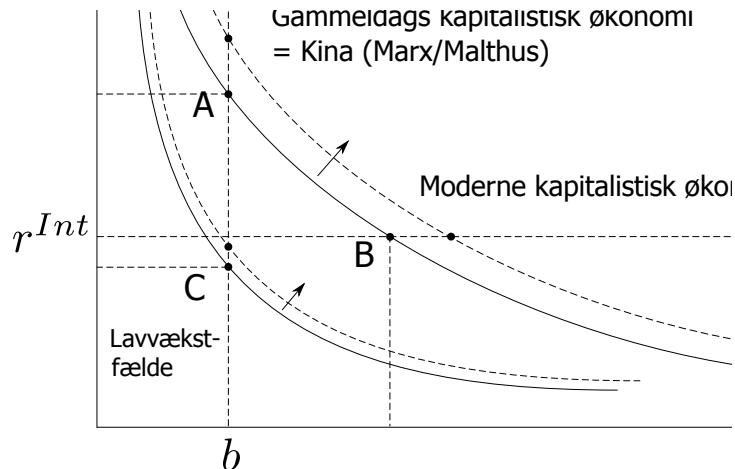


Figure 3.1.1: Effekten af teknologisk fremskridt (første-akse er realløn)

levede, og findes idag i lande som Kina og Indien. I figur (3.1.1) er b levestandarden i den traditionelle sektor. Lad os først betragte den øverste fuldt optrukne aftagende kurve (den der går igennem punkterne A og B). Dette er nul-profit-sammenhængen mellem realløn og rente, givet økonomiens teknologi. Hvis reallønnen er konkurret ned til b , befinner vi os i ligevægten A. Hvis r^{Int} er det internationale rente-niveau, ses det at hvis reallønnen konkurses ned til levestandarden b , da vil afkastet på kapital i dette land være højere end det internationale rente-niveau. Dette vil trække kapital: det er tydeligvis en god ide at lave forretning i dette land. Men det vil indebære en stigning i beskæftigelsen i den kapitalistiske sektor, og således en formindskelse af den traditionelle sektor. Dette underminerer grundlaget for at reallønnen kan konkurreres ned af til levestandarden i den traditionelle sektor b . Langsigtsligevægten er at den traditionelle sektor forsvinder og at hele befolkningen indlemmes i den kapitalistiske arbejdsstyrke. Den kapitalistiske økonomi virker som en støvsuger der suger arbejdsstyrke til sig.

Dette bringer os frem til en moderne kapitalistisk økonomi i ligevægten B. Her er det i stedet afkastet på kapital der er konkurreret ned til normalforrentningen (det internationale rente-niveau). Dette giver anledning til en helt anden grundlæggende funktionsmåde. Dette ses f.eks. ved at betragte et produktivitetsstød. Hvis arbejdsproduktiviteten vokser, kan virksomheden tjene flere penge med det samme input. Eller sagt på en anden måde: virksomheden kan præstere nul profit ved højere input-priser. Derfor vil en stigning i produktiviteten medføre en forskydning udad i nul-profit-kurven. Dette er vist i den øverste stippledte kurve i figuren. I den gammeldags kapitalistiske økonomi (A) ses det at produktivitetsstigningen medfører højere afkast for uændret re-

alløn. Pengene ryger lige i lommerne på virksomhedsejerne, og uligheden i samfundet vokser oplagt. I den moderne kapitalistiske økonomi (B) stiger reallønnen for uændret afkast på kapital. Pengene ryger i lommen på både virksomhedsejere (mere kapital og derfor mere normalforrentning) og lønmodtagere (højere realløn). Resultatet er en uændret funktionel indkomstfordeling. Dette kan ikke ses at figuren, men bedre af nul-profit-betingelsen:

$$Y = (r + \delta)K + \frac{w}{p}L$$

Lad os antage at produktiviteten vokser 1 pct. Vi har da en ny ligevægt hvis reallønnen w/p , K og Y alle vokser 1 pct. for uændret user-cost $r + \delta$ og arbejdsstyrke/beskæftigelse L . I såfald vokser lønsummen og afkastet på kapital lige meget, og vi har derfor en uændret funktionel fordeling.

Lad os tilsidst betragte ligevægten C i figuren. Dette er et land der befinner sig i en *lavvækstfælde*. Teknologien/infrastrukturen i landet er så dårlig at kapitalen ikke kan normalforrentes selvom reallønnen er konkurret ned til levestandarden b i den traditionelle sektor. Der er derfor absolut intet incitament til at investere i dette land. Som vist i figuren, vil landet kunne forblive i lavvækstfælden, også efter et positivt produktivitets-shock. Det kræver et shock af en vis størrelse at få økonomien ud af fælden.

3.1.2 Forbrugerne

Den repræsentative forbruger antages på tidspunkt t at planlægge sit fremtidige forbrug og formue $(C_s, B_s)_{s \geq t}$ således at der sker en maksimering af CRRA-nyttefunktionen

$$U_{t-1} \equiv \sum_{s=t}^{\infty} \frac{C_s^{1-\rho}}{1-\rho} \left(\frac{1}{1+\eta} \right)^{1+s-t}$$

hvor η er den subjektive tilbagediskonteringsrate, ρ er parameteren for relativ risikoaversion (det antages ofte at $\rho \simeq 2$). Dette sker under den intertemporale budgetbetingelse:

$$B_t = (1 + r_t)B_{t-1} + w_t L_t - C_t \quad (3.1.7)$$

og den såkaldte No-Ponzi-betingelse:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_t R_t = 0$$

hvor tilbagediskonteringefaktoren R_t er givet ved

$$R_t \equiv \prod_{s=0}^t \frac{1}{1+r_s}$$

I følge No-Ponzi-betingelsen kan man ikke lånefinansiere forbrug i al evighed. Det kan vises at løsningen på dette problem er beskrevet ved den såkaldte Keynes-Ramsey-regel (ikke pensum. Se appendiks C):

$$C_{s+1} = \left(\frac{1+r_{s+1}}{1+\eta} \right)^{\frac{1}{\rho}} C_s$$

Forbrugernes formue B_t skal sættes i et eller andet rentebærende aktiv. I denne simple lille lukkede model er der kun en mulighed: virksomhedernes aktier. Det gælder derfor at

$$B_t = V_t \quad (3.1.8)$$

I virkelighedens verden ville forbrugerne have flere mulige aktiver at sætte deres penge i: indenlandske og udenlandske obligationer samt indenlandske og udenlandske aktier. Relationen (3.1.8) kan ses som en ligevægtsbetingelse på kreditmarkedet. I en lukket model vil man typisk udelade (3.1.8) med Walras lov som argument.

3.1.3 Model

Virksomheden for $s \geq t$:

$$K_{s-1} = \mu_K \left(\frac{v_{s-1}}{p_s} \right)^{-E} Y_s$$

$$\theta_s L_s = \mu_L \left(\frac{w_s/\theta_s}{p_s} \right)^{-E} Y_s$$

$$p_s Y_s = v_{s-1} K_{s-1} + w_s L_s$$

$$v_s \equiv r_{s+1} + \delta$$

$$K_s = (1 - \delta) K_{s-1} + I_s \quad (3.1.9)$$

Virksomhedens værdi er defineret ved differensligningen:

$$V_{t+1} = (1 + r_{t+1}) V_t - (p_{t+1} Y_{t+1} - w_{t+1} L_{t+1} - p_{t+1} I_{t+1}) \quad (3.1.10)$$

Husholdningen

$$C_{s+1} = \left(\frac{1+r_{s+1}}{1+\eta} \right)^{\frac{1}{\rho}} C_s \quad (3.1.11)$$

Ligevægt på varemarkedet:

$$Y_t = C_t + I_t \quad (3.1.12)$$

Ligevægt på arbejdsmarkedet

$$L_t = \bar{L}$$

3.1.4 Vækst-korrektion

Lad os nu antage at der er vækst i systemet, og at denne vækst kommer fra arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt:

$$\theta_t = (1+g)^t$$

hvor g er vækstraten.

Rent numerisk er det problematisk at arbejde med en model med vækst. Problemet er at de endogene variable bliver for store hvis vækstraten er for stor og/eller hvis man fremskriver for mange år. Man vil derfor typisk omskrive sin model fra en steady-state-model til en stationary-state-model. Det gør man ved at vækst-korrigere.

Vækst-korrektion foregår ved at omskrive alle modellens mængde- og værdivariable til vækst-korrigerede variable. I vores model er mængde-variablene K_t, Y_t, L_t, I_t, C_t . Eksempler på værdi-variable er foremøde-variable så som B_t og V_t (fordi prisen er 1 er de vanskelige at skelne fra mængde-variable i denne model). Den tredie type variable, pris-variable, skal ikke korrigeres.

Hvis X_t er en variable, vil den som vækst-korrigert variabel se således ud:

$$\hat{X}_t = \frac{X_t}{(1+g)^t}$$

Hvis man vækst-korrigerer en statisk ligning, som f.eks. (3.1.12), sker der dybest set ikke noget med ligningen. Man dividerer med $(1+g)^t$ på begge sider af lighedstegnet:

$$\frac{Y_t}{(1+g)^t} = \frac{C_t}{(1+g)^t} + \frac{I_t}{(1+g)^t}$$

således at

$$\hat{Y}_t = \hat{C}_t + \hat{I}_t \quad (3.1.13)$$

Lad os nu vækst-korrigere en backward-looking-ligning, som f.eks. (3.1.9):

$$\frac{K_t}{(1+g)^t} = (1-\delta) \frac{K_{t-1}}{(1+g)^t} + \frac{I_t}{(1+g)^t}$$

således

$$\frac{K_t}{(1+g)^t} = (1-\delta) \frac{K_{t-1}}{(1+g)^{t-1}} \frac{1}{1+g} + \frac{I_t}{(1+g)^t}$$

dvs.

$$\hat{K}_t = (1-\delta) \hat{K}_{t-1} \frac{1}{1+g} + \hat{I}_t \quad (3.1.14)$$

Lad os endelig se på en forward-looking ligning, som f.eks. (3.1.11). Vi dividerer på

begge side af lighedstegnet med $(1+g)^t$:

$$\frac{C_{t+1}}{(1+g)^t} = \left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\eta} \right)^{\frac{1}{\rho}} \frac{C_t}{(1+g)^t}$$

således at

$$(1+g) \frac{C_{t+1}}{(1+g)^{t+1}} = \left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\eta} \right)^{\frac{1}{\rho}} \frac{C_t}{(1+g)^t}$$

dvs.

$$(1+g) \hat{C}_{t+1} = \left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\eta} \right)^{\frac{1}{\rho}} \hat{C}_t$$

Som det fremgår af ovenstående er der en regel ved vækst-korrektion. Alle laggede mængde- og værdivariable divideres med $(1+g)$, alle leadede mængde- og værdivariable ganges med $(1+g)$.

Vi kan nu skrive vores model op vækst-korrigeret (hvor vi undlader at bruge $\hat{\cdot}$ på variablene):

$$K_{s-1}/(1+g) = \mu_K \left(\frac{v_{s-1}}{p_s} \right)^{-E} Y_s \quad (3.1.15)$$

$$\theta_s L_s = \mu_L \left(\frac{w_s/\theta_s}{p_s} \right)^{-E} Y_s \quad (3.1.16)$$

$$p_s Y_s = v_{s-1} K_{s-1}/(1+g) + w_s L_s \quad (3.1.17)$$

$$v_s \equiv r_{s+1} + \delta \quad (3.1.18)$$

$$K_s = (1 - \delta) K_{s-1}/(1+g) + I_s \quad (3.1.19)$$

$$V_{s+1}(1+g) = (1 + r_{s+1}) V_s - (p_{s+1} Y_{s+1}(1+g) - w_{s+1} L_{s+1}(1+g) - p_{s+1} I_{s+1}(1+g)) \quad (3.1.20)$$

$$C_{s+1}(1+g) = \left(\frac{1+r_{s+1}}{1+\eta} \right)^{\frac{1}{\rho}} C_s \quad (3.1.21)$$

$$Y_s = C_s + I_s \quad (3.1.22)$$

$$L_s = \bar{L} \quad (3.1.23)$$

Ud fra en matematisk synsvinkel er dette en stationary-state-model. Men i virkeligheden er det en steady-state-model vi analyserer. Tricket består i at vi arbejder med vækstkorrigerede mængder. Når vi har løst modellen, kan vi evt. beregne de "rigtige" mængder som f.eks.:

$$K_t^{Rigtig} = (1+g)^{t-1} K_t$$

Dette gøres sjældent, og man skal derfor hele tiden huske at de mængder man får ud af modellen er vækstkorrigerede.

3.1.5 Statisk lukket model med kapital

Vi kan nu som lovet i sidste kapitel lave en statisk model som er bygget på sunde dynamiske principper. Dette er i virkeligheden “verdens simpleste CGE-model” udvindet med kapital. Modellen fremkommer ved at opskrive langsigtsligevægten for vores dynamiske model. Fordi vi har vækst-korrigerede modellen, er langsigtsligevægten er stationary-state. Vi skal derfor blot fjerne tid fra modellen. Resultatet ser således ud:

$$K/(1+g) = \mu_K \left(\frac{v}{p} \right)^{-E} Y \quad (3.1.24)$$

$$\theta L = \mu_L \left(\frac{w/\theta}{p} \right)^{-E} Y \quad (3.1.25)$$

$$pY = vK/(1+g) + wL \quad (3.1.26)$$

$$v \equiv r + \delta \quad (3.1.27)$$

$$I = \frac{g + \delta}{1 + g} K \quad (3.1.28)$$

$$V = \frac{pY - wL - pI}{i}, i \equiv \frac{r - g}{1 + g} \quad (3.1.29)$$

$$(1+g) = \left(\frac{1+r}{1+\eta} \right)^{\frac{1}{\rho}} \quad (3.1.30)$$

$$Y = C + I \quad (3.1.31)$$

$$L = \bar{L} \quad (3.1.32)$$

Tre af ligningerne kræver en bemærkning. Investeringsligningen (3.1.28) er beregnet ud fra (3.1.19). I følge den, skal investeringerne være tilstrækkelige til at dække afskrivninger δ og vækst g . Aktieværdien er i følge (3.1.29) bestemt som dividenterne $pY - wL - pI$ tilbagediskonteret med den vækst-korrigerede rente i , hvor

$$i \equiv \frac{r - g}{1 + g}$$

Det er derfor væsentligt for vores models velbefindende at

$$r > g$$

Hvis vi tænker på r som det inflationskorrigerede afkast på en 10-årig statsobligation, er der en langsigtet tendens til at denne ulighed gælder (på trods af at der er mange enkeltår hvor den overträdes).

Den tredie ligning der kræver en bemærkning, er (3.1.30). Den er beregnet ud fra forbrugs-ligningen (3.1.21). Det pudsige er, at forbruget ryger helt ud af ligningen. Tilbage bliver et krav til renten r . I steady-state skal renten være således at vækstraten i Ramsey-forbrugerens forbrug er lig med g . Renten kommer derved til at afspejle forbrugerens subjektive tilbagediskonteringsrate og væksten. Vi har derved en (muligvis ikke helt overbevisende) rente-teori, der siger at den lange rente er bestemt af væksten og forbrugernes grad af tålmodighed.

3.1.5.1 Data

Nationalregnskabet ser således ud. Bemærk de nye elementer: restindkomst og investeringer. Restindkomst skal bruges til at dække kapitalens forrentning og afskrivninger.

	Privat sektor	Forbrug	Investeringer	Ialt
Privat sektor		800	200	1000
Lønsum	700			
Restindkomst	300			
Ialt	1000			

3.1.5.2 Kalibrering

Som sagt, antager vi stationary state og at $p = \theta = 1$. Antag desuden at $w = 1$.

Produktionsfunktionens sustitutionselasticitet, nytteparametern ρ , renten og vækstraten er udefra givet:

$$\begin{aligned} E &= 0,7 \\ \rho &= 2 \\ r &= 0,05 \\ g &= 0,02 \end{aligned}$$

Lad os kalibrere tilbagediskonteringsfaktoren η således at (3.1.30) overholdes:

$$(1 + 0,02) = \left(\frac{1 + 0,05}{1 + \eta} \right)^{\frac{1}{2}}$$

indebærer at

$$\eta = \frac{1 + 0,05}{(1 + 0,02)^2} - 1 = 0,00923$$

I følge nul-profit-betingelsen (3.1.26), user-cost-definitionen (3.1.27) og nationalregnskabet skal det gælde at

$$\text{Restindkomst} = \frac{r+\delta}{1+g} K$$

Vi har da 2 ligninger med 2 ubekendte (idet vi allerede kender r og g)

$$\begin{aligned} 300 &= \frac{r+\delta}{1+g} K \\ 200 &= \frac{\delta+g}{1+g} K \end{aligned} \quad (3.1.33)$$

Hvis vi dividerer de 2 ligninger med hinanden fås

$$\frac{300}{200} = \frac{r+\delta}{\delta+g}$$

således at

$$\delta = 2r - 3g = 0,04$$

Fra f.eks. (3.1.33) har vi da at

$$K = 200 \frac{1+g}{\delta+g} = 200 \frac{1+0,02}{0,04+0,02} = 3400$$

Vi mangler at kalibrere μ_K og μ_L . I følge (3.1.25) og nationalregnskabet gælder det at

$$\mu_L = \frac{700}{1000} = 0,7$$

I følge (3.1.24) gælder det at

$$\gamma_K = \frac{K/(1+g)}{Y} (r+\delta)^E = \frac{3400}{1000} \frac{(0,05+0,04)^{0,7}}{1+0,02} = 0,6178$$

3.1.6 Statisk åben model med kapital

Lad os nu antage at økonomien ikke er lukket. Vi antager en simpel “korn-økonomi” hvor den indenlandske og udenlandske vare substituerer hinanden fuldt ud. Varemarkedsrigtigheden (3.1.12) erstattes derfor af

$$Y_t = C_t + I_t + NX_t$$

hvor NX_t er netto-eksporten. Vi har derved indført en ny variabel. Hvis tælle-reglen skal overholdes, skal vi derfor enten indføre en ligning eller eksogenisere en variabel. Vi gør begge dele på en gang:

$$r_t = r_{int}$$

idet vi antager at renten er givet af det internationale renteniveau.

Vi antager implicit at forbrugerne har adgang til et internationalt kapitalmarked med forrentningen r_{int} . Det vil derfor ikke nødvendigvis gælde at $B_t = V_t$. Den indenlandske formue kan sagtens være forskellig fra værdien af den indenlandske aktiebeholdning. Hvis forbrugerne er rige vil det gælde at $B_t > V_t$. Hvis omvendt $B_t < V_t$, ejes de indenlandske virksomheder til dels af udlandinge, og afkastet fra disse virksomheder tilfalder derfor udlandet.

Lad os antage at de indenlandske forbrugere ejer en andel α^V af de indenlandske aktier. Det gælder da at

$$B_t = \bar{B}_t^F + \alpha^V V_t \quad (3.1.34)$$

hvor \bar{B}_t^F er en eksogen beholdning af udenlandske aktiver.

Aktiebeholdningen V_t opfører sig forskelligt i åbne og lukkede modeller. I en lukket model vil det nødvendigvis gælde at $V_t = K_t$. Hvis man derfor støder til en lukket model, vil den endogene rente sikre at værdien af de indenlandske aktier *ikke* hopper. Dette gælder ikke i en åben økonomi. Her er renten eksogent givet fra det internationale kapitalmarked, og derfor vil man i en åben økonomi opleve aktie-hop når man støder til modellen. Dette aktie-hop vil påvirke forbrugernes initialformue gennem formueproteføljen (3.1.34).

3.1.6.1 Model

Vi kan nu definerer vores åbne model. Modellen er defineret for $s > 0$ (periode 1 er derfor den første periode):

$$K_{s-1}/(1+g) = \mu_K \left(\frac{v_{s-1}}{p_s} \right)^{-E} Y_s \quad (3.1.35)$$

$$\theta_s L_s = \mu_L \left(\frac{w_s/\theta_s}{p_s} \right)^{-E} Y_s \quad (3.1.36)$$

$$p_s Y_s = v_{s-1} K_{s-1}/(1+g) + w_s L_s \quad (3.1.37)$$

$$v_s \equiv r_{s+1} + \delta \quad (3.1.38)$$

$$K_s = (1 - \delta) K_{s-1}/(1+g) + I_s \quad (3.1.39)$$

$$V_{t+1}(1+g) = (1 + r_{t+1}) V_t - (p_{t+1} Y_{t+1}(1+g) - w_{t+1} L_{t+1}(1+g) - p_{t+1} I_{t+1}(1+g)) \quad (3.1.40)$$

$$B_s = (1 + r_s) B_{s-1} / (1 + g) + w_s L_s - C_s \quad (3.1.41)$$

$$C_{s+1} (1 + g) = \left(\frac{1 + r_{s+1}}{1 + \eta} \right)^{\frac{1}{\rho}} C_s \quad (3.1.42)$$

$$Y_s = C_s + I_s + NX_s \quad (3.1.43)$$

$$L_s = \bar{L} \quad (3.1.44)$$

$$r_s = r_{int} \quad (3.1.45)$$

$$B_0 = \bar{B}_0^F + \alpha^V V_0 \quad (3.1.46)$$

I forhold til den lukkede model har vi ændret varemarkdesligevægten til (3.1.43) og tilføjet (3.1.41), (3.1.45) og (3.1.46). I den lukkede model behøvede vi ikke at medtage husholdningernes budgetbetingelse (3.1.41). Det skyldes at Walras lov sikrede at $B_s = V_s$, nemlig at det residuale marked (markedet for “loanable funds”) var i ligevægt. Derfor behøvede man ikke en særskildt ligning for formuen. I den åbne model er der intet der sikrer at $B_s = V_s$. Derfor skal der medtages en ligning for B_s . Ligningen (3.1.46) er med for at definere V_0 . Som nævnt ovenfor kan stød til modellen få “aktierne til at hoppe”. Den initiale værdi af den indenlandske aktiebeholdning V_0 bestemmes via den forward-looking ligning (3.1.40). Når denne ændrer sig på grund af fremtidige ændringer i virksomhedernes overskud (dividenter) sker der en ændring af husholdningernes initiale formue via (3.1.46). Jo større andelen α^V er, jo større er denne effekt.

Vi kan nu definerer stationary-state:

$$K / (1 + g) = \mu_K \left(\frac{v}{p} \right)^{-E} Y \quad (3.1.47)$$

$$\theta L = \mu_L \left(\frac{w/\theta}{p} \right)^{-E} Y \quad (3.1.48)$$

$$pY = vK / (1 + g) + wL \quad (3.1.49)$$

$$v \equiv r + \delta \quad (3.1.50)$$

$$I = \frac{g + \delta}{1 + g} K \quad (3.1.51)$$

$$V = \frac{pY - wL - pI}{i}, i \equiv \frac{r - g}{1 + g} \quad (3.1.52)$$

$$C = iB + wL \quad (3.1.53)$$

$$(1 + g) = \left(\frac{1 + r}{1 + \eta} \right)^{\frac{1}{\rho}} \quad (3.1.54)$$

$$Y = C + I + NX \quad (3.1.55)$$

$$L = \bar{L} \quad (3.1.56)$$

$$r = r_{int}$$

$$B = \bar{B}^F + \alpha^V V$$

3.1.6.2 Data og kalibrering

Lad os starte med at gøre antagelser der sikrer at den åbne og den lukkede økonomi er ens rent data-mæssigt. Dette gør det muligt at genbruge kalibreringen fra sidste afsnit. Vi kan så via stød ændre den åbne økonomi, så den bliver mere interessant.

Vi antager at vi starter i en ligevægt hvor der er ligevægt på handels- og kapitalbalancen:

$$NX = 0$$

$$V = B = K$$

Af samme grund kan vi kalibrere modellen på samme måde, hvis vi blot antager at

$$r = r_{int} = \eta = 0,04$$

Hvis en åben Ramsey-model skal kunne køre i stationary-state, bliver vi nødt til at antage at den subjektive tilbagediskonteringsrate er lig det internationale rente-niveau.

Lad os endelig antage at

$$\alpha^V = 1$$

og

$$\bar{B}^F = 0$$

3.1.7 Analyse: Åbne og lukkede steady-state-modeller

Effekten af et stød til modellen er potentielt forskellige i den lukkede og åbne model. Antag f.eks at produktiviteten vokser permanent med 10 pct. og lad os se hvad der sker i steady-state. I den lukkede model givet ved (3.1.24)-(3.1.32) fås det sædvanlige homogenitetsresultat: reallønnen og alle mængder vokser med 10 pct. for uændrede priser. Hvis vi ser på den (lidt kedelige) kalibrering af den åbne model vi lavede i det sidste afsnit, fås samme resultat. De indenlandske forbrugerer antages ikke at eje udenlandske aktiver og antages at eje alle indenlandske aktier. Derfor skalerer økonomien op ved et produktivitetstød.

	Kalib1	Kalib2	Stød
Y	10	10	0
I	10	10	0
C	10	9.94	1.25
K	10	10	0
B	10	5	10
V	10	10	0
NX (absolut)	0	5	-10

Tabel 3.1: Effekt af stigning i produktiviteten på 10 pct. i åben økonomi. Procentvis ændring (undtagen nettoeksport NX)

Lad os nu i stedet betragte en alternativ kalibrering. Vi antager fortsat at de indenlandske forbrugeres samlede formue svarer til værdien af danske aktier (se afsnit 3.1.5.2):

$$B = V = 3400$$

Men nu antager vi at halvdelen af den indenlandske formue er placeret i udenlandske aktiver:

$$\bar{B}_F = \frac{1}{2}B = 1700$$

og vi antager at de indenlandske forbrugere kun ejer halvdelen af de indenlandske aktier:

$$\alpha^V = \frac{1}{2}$$

Resten af den oprindelige kalibrering er stadig ok. Hvad sker der i steady-state hvis man øger produktiviteten i denne økonomi? I den oprindelige kalibrering sker der som nævnt en opskalering af økonomien svarende til stødet. Nettoeksporten er uændret 0, fordi produktion, privat forbrug og investeringer alle vokser med 10 pct.

I den anden kalibrering (kalib 2) har forbrugerne anbragt en del af deres formue i udenlandske aktiver. Ved stødet stiger værdien af de indenlandske aktier med 10 pct., men dette resulterer kun i en stigning i den samlede indenlandske formue på 5 pct. (fordi halvdelen er placeret i udenlandske aktiver, der ikke påvirkes af stødet). Forbrugerne oplever derfor en stigning i lønindkomst på 10 pct. (reallønnen stiger) og en stigning i kapitalindkomsten på 5 pct. (formuen stiger). Resultatet er en stigning i forbruget på 9,94 pct. Dette skaber plads til en stigning i nettoeksporten på 5 mia. kr. (denne måles absolut da den initialt er 0). Der kommer overskud på handelsbalancen og underskud på kapitalbalancen.

Lad os nu antage at de indlandske forbrugere bliver rigere. De får forærende udenlandske aktiver svarende til 10 pct. af den samlede formue. Som udgangspunkt antog vi at forbrugerne havde formue svarende til værdien af det indenlandske kapitalapparat. Nu har de altså en samlet formue der er højere end værdien af kapitalapparatet. De er

derfor i absolut forstand rige (de har måske fundet olie). Effekten af dette stød er vist i tabellen. Den samlede formue vokser med 10 opt. Dette gør husholdningerne i stand til at hæve forbruget med 1,25 pct. Resultatet er en forværring af betalingsbalancen på 10 mia. kr. Rige nationer har såd til at have underskud på handelsbalancen.

3.1.8 Analyse: Dynamisk lukket model

Vi har nu grundlaget for at lave den første rigtige dynamiske model. Vi ser på den lukkede vækstkorrigerede Ramsey-model (3.1.15)-(3.1.23). Modellen er skrevet op som en principiel evigtvarende model. Hvis vi skal have modellen proppet ind i GAMS, bliver vi nødt til at definere den i endelig tid. Det gøres ved at tilføje terminalbetingelser. Man tilføjer en terminalbetingelse hver gang der er en forward-looking ligning. I denne model er der 3 sådanne ligninger: (3.1.18), (3.1.20) og (3.1.21). Forward-looking ligninger opstår i forbindelse med perfekt forudseenhed. Virksomhederne vælger kapitalapparatet ud fra den forventede rente (3.1.18), virsommhedens værdi er beregnet ud fra fremtidige tilbagediskonterede dividenter (3.1.20) og forbrugerne smoothes deres forbrug givet forventninger til fremtidige priser og indkomster (3.1.21). Hvis T er terminal-perioden, får vi følgende terminalbetingelser:

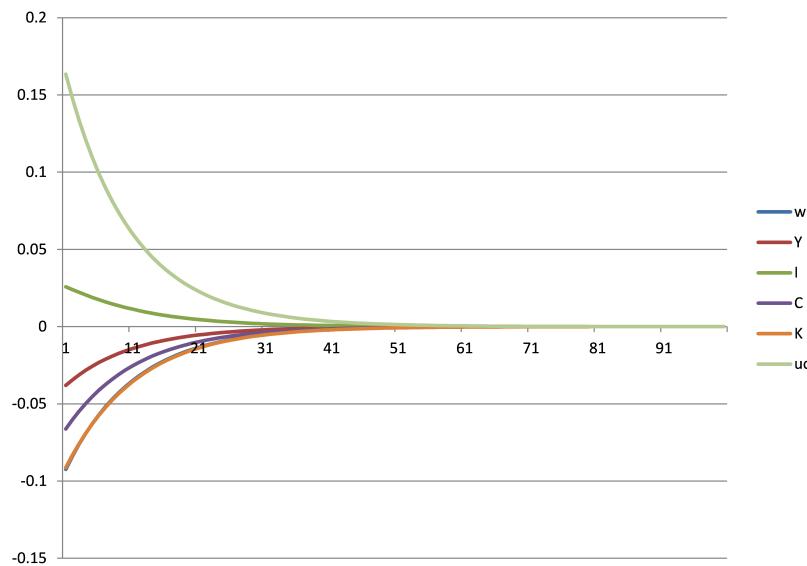
$$\begin{aligned} r_T &= r_{T-1} \\ V_T &= V_{T-1} \\ C_T &= C_{T-1} \end{aligned}$$

For hver backward-looking ligning haves en initialbetingelse. I denne model er der en initialbetingelse på kapitalapparatet:

$$K_0 = \bar{K}_0$$

Man løser typisk først sin (vækstkorrigerede) model i stationary-state. Hvis vi initialiserer modellen til de kalibrerede parametrer og størrelser, bør det dynamiske system blive liggende i den initiale ligevægt. Dette er en test af modelleringen og kalibreringen. Hvis dette fungerer haves et grundførløb. Med dette som udgangspunkt kan man støde til en eller flere parametre.

Lad os betragte et stød til det initiale kapitalapparat på -10 pct. Økonomien rammes af en krig eller en tsunami. I figuren er effekten af stødet vist de mest centrale variable. Det ses at økonomien er tilbage i den oprindelige stationary-state ca. efter periode 50. Vores valg af terminaltidspunkt ($T = 100$) har derfor været tilstrækkeligt givet det aktuelle stød. Dette skal man altid sikre sig.



Figur 3.1.2: Fald i kapitalapparat på 10 pct. Procentvise ændringer.

Den største procentvise effekt ses på user cost ($uc = r + \delta$). Dette skyldes at renten stiger kraftigt. På kort sigt betyder et fald i kapitalapparatet (for uændret beskæftigelse) at kapitalens grænseprodukt stiger. Dette trækker renten op. Den centrale selvregulerende tendens i systemet kommer netop fra denne effekt. Husholdningerne og virksomhederne står overfor en renteprofil der er ekstraordinær høj på kort sigt og som kører tilbage på normal-niveauet på lang sigt. Det får husholdningerne til at udskyder deres forbrug og virksomhederne til at investere, således at de kan have et højere kapitalapparat på plads når renten bliver lav igen. Men det passer jo som fod i hose: renteudviklingen gør at der er den nødvendige opsparing til at finansiere investeringerne.

På lang sigt konvergerer systemet tilbage til sin oprindelige ligevægt. Denne ligevægt er identisk med den statiske ligevægt fra afsnit 3.1.5.



REFORM modellen

Peter Stephensen, Christoffer Huss, Ralph Bøge Jensen, Grane Høegh og Peter Bache

Dokumentationsnotat

13. maj 2019

www.dreamgruppen.dk

REFORM-modellen*

Peter Stephensen, Christoffer Huss,

Ralph Bøge Jensen, Grane Høegh og Peter Bache (version 17)

13. maj 2019

1 Indledning

DREAM's model REFORM en en statisk multisektør-CGE-model for en lille åben økonomi. REFORM er kalibreret til at ramme et konjunkturrensset basisår. Modellen rummer mulighed for at vælge mellem to forskellige aggregeringsniveauer for brancherne i økonomien. Det første og mest aggregerede niveau har samme brancheindeling som ADAM, dog med private tjenester splittet op i internationalt konkurrenceudsatte og hjemmemarkedorienterede service erhverv. Det andet og mest disaggregerede niveau følger i store træk nationalregnskabets 69-gruppering. Den eneste forskel på de to versioner er detaljeringsniveauet i brancheopsplitningen, så denne dokumentation er dækkende for begge versioner.

De enkelte brancher har CES-produktionsfunktioner med input af materialer fra de andre brancher (indenlandske og udenlandske), bygningskapital, maskinkapital, energi (input fra forsyningsbrancherne) og arbejdskraft. Begge typer kapital er opbygget af investeringer, der i den

*Dette er en dokumentation af modellen som den forelå 13/5-2019.

enkelte branche er et CES-aggregat af danske og udenlandske varer. REFORM indeholder desuden et detaljeret afgifts- og subsidiesystem, hvor blandt andet produktskatterne er delt op på 19 forskellige arter og produktsubsiderne er delt op på 4 arter for hver branche.

Forbrugerne kan opdeles i to grupper; beskæftigede og ikke-beskæftigede. Beskæftigede har nytte af forbrug og fritid, og vælger arbejdstid endogent. Ikke-beskæftigede har kun nytte af forbrug. Forbrugerne modtager løn eller understøttelse samt afkast på deres aktiver. Forbrugets fordeling på indenlandske og udenlandske varer er defineret ved et nestet CES-forbrugssystem, hvis parametre er baseret på eksterne analyser og kalibrering.

Der er udledt et konsistent EV-mål i modellen, således at velfærdsanalyser kan foretages.

Modellen er gjort statisk ved at betragte steady-state i en dynamisk model med Ramsey-forbrugere. Dette gør at formuedelen er klart bedre beskrevet end hvad man typisk ser i statiske CGE-modeller. Modellen medregner f.eks. effekter der kommer fra ændrede danske aktiekurser, via en realistisk antagelse om, at kun en andel af danske aktier ejes af danskere. Dermed tages også højde for, at en del af selskabsskatteprovenuet består af profit, som ellers ville tilfalde udlandet.

2 Model

2.1 Virksomhederne

Modellen har 13 overordnede brancher, der svarer til ADAMs brancher dog med serviceerhvervne (qz) opsplittet i internationalt konkurrenceudsatte og hjemmemarkedsorienterede serviceerhverv. Denne opsplitning følger Produktivitetskommissionens definition. De 13 overordnede

a	landbrug mv.
b	anlægs- og byggebranchen
e	råstofindvinding
ne	energiforsyning
ng	olieraffinaderier
nf	nærings- og nydelsesmiddelindustrien
nz	fremstilling, ekskl. ne, nf og ng
qz_i	hjemmemarkedsortenterede serviceerhverv
qz_k	internationalt konkurrenceudsatte serviceerhverv
qf	finansiel virksomhed
qs	søtransport
h	boligbenyttelse
o	offentlige tjenester

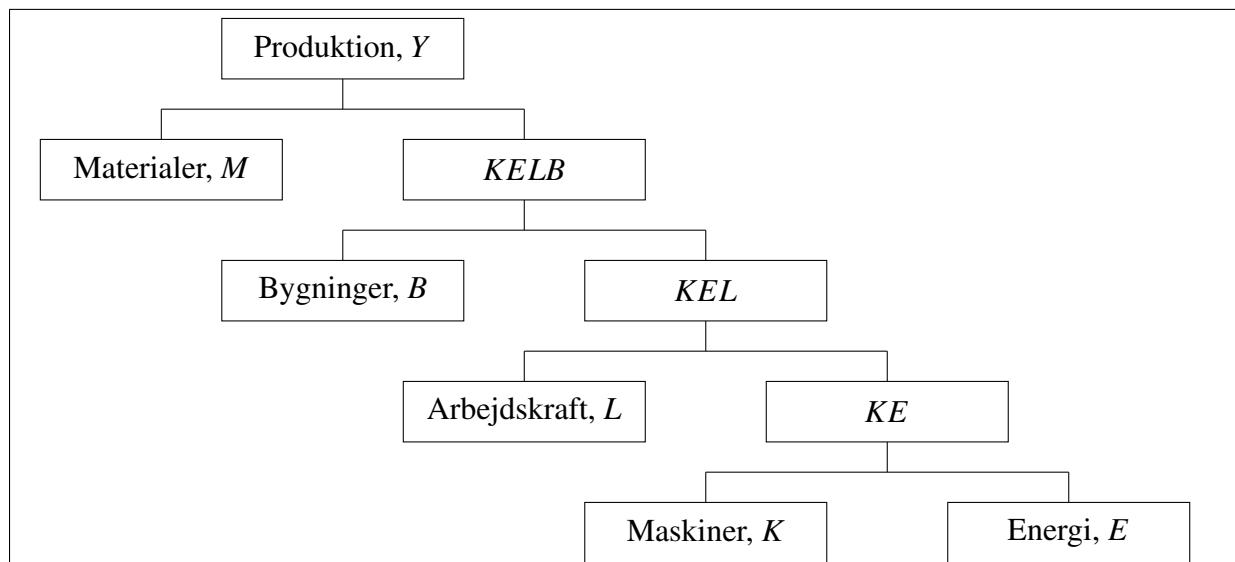
Tabel 1: De 13 overordnede brancher i REFORM

brancher kan ses i tabel I. I udgaven med en mere detaljeret brancheopsplitning er disse 13 brancher yderligere opsplittet med udgangspunkt i nationalregnskabets 69-gruppering. Endvidere er råstofindvinding og energiforsyning yderligere opsplittet, således at det samlede antal brancher i denne udgave af modellen bliver 73. Alle brancher producerer potentielt til seks anvendelser. Disse omfatter privatforbrug, offentligt forbrug, investeringer i henholdsvis maskin- og bygningskapital, lagerinvesteringer og eksport. I produktionen benyttes fem overordnede faktorer: et aggregat af materialeinputs, bygningskapital, arbejdskraft, maskinkapital og et aggregat af energi. Energiaggregatet omfatter inputs fra brancherne energiforsyning (ne) og olieraffinaderier (ng), mens materialeaggregatet omfatter inputs fra alle øvrige brancher.

Produktionens intensitet i de fem overordnede faktorer, samt sammensætningen af investeringer varierer på tværs af brancher. Produktionsfunktionens overordnede struktur er derimod ens på tværs af brancher. Den overordnede struktur (nestingstrukturen) skitseres i det følgende delafsnit.

2.1.1 Produktionsfunktionens nesting-struktur og faktorefterspørgslen

Efterspørgselssystemet for produktionsfaktorerne er udledt fra KELBM-CES-produktionsfunktioner under imperfekt konkurrence. I produktionen i branche j indgår, som nævnt i forrige delafsnit, et materialeaggregat, M_j , bygningskapital, B_j , arbejdskraft, L_j , energi, E_j , og maskinkapital, K_j . Produktionsfunktionens nesting-struktur er illustreret i figur 2.1. Lagerinvesteringer indgår endvidere i virksomhedernes omkostninger og følger produktionen proportionalt.¹



Figur 2.1: Produktionsfunktionens nest-struktur i REFORM

I øverste nest bestemmes den j 'te branches efterspørgsel efter det branchespecifikke materiale-aggregat M_j med prisen P_j^M og KELB-aggregatet H_j med prisen P_j^H

$$\theta_j^M M_j = \mu_j^{YM} \left(\frac{P_j^M}{\theta_j^M p_j^O} \right)^{-E_j^Y} Y_j$$

¹Disse er primært med for at ramme BNP i kalibreringsåret. Såfremt man foretrækker det, kan lagerinvesteringe sættes til nul.

$$H_j = \mu_j^{YH} \left(\frac{P_j^H}{p_j^O} \right)^{-E_j^Y} Y_j$$

hvor Y_j er produktionen i branche j , θ_j^M angiver produktiviteten i materialeforbruget i branche j , mens E 'er og μ 'er angiver henholdsvis substitutionselasticiteter og andelsparametre fra de relevante CES-funktioner. Optimeringsprisen, p_j^O , der svarer til virksomhedens enhedsomkostninger (bortset fra lagerinvesteringer), kan bestemmes udfra

$$p_j^O Y_j = P_j^M M_j + P_j^H H_j$$

Den faktiske outputpris, p_j , som virksomhederne tager for deres produkt (før anvendelsesspecifikke afgifter såsom moms), er givet ved:

$$p_j = (1 + m_j) p_j^O$$

hvor m_j er markup'en i branche j .

I andet nest bestemmes efterspørgslen efter bygningskapital, B_j , med usercosten P_j^B (se nedenfor) og KEL-aggregatet med prisen P_j^{KEL} , samt prisen på KELB-aggregatet P_j^H :

$$\frac{\gamma_j \theta_j^B B_j}{1+g} = \mu_j^{HB} \left(\frac{(1 + \tau_j^{fakB}) P_j^B}{\gamma_j \theta_j^B P_j^H} \right)^{-E_j^H} H_j$$

$$KEL_j = \mu_j^{HKEL} \left(\frac{P_j^{KEL}}{P_j^H} \right)^{-E_j^H} H_j$$

$$P_j^H H_j = \frac{(1 + \tau_j^{fakB}) P_j^B B_j}{1+g} + P_j^{KEL} KEL_j$$

Hvor θ_j^B angiver bygningsproduktiviteten, τ_j^{fakB} er produktionsskatten på bygningskapital i branche j og parameteren γ_j er TFP'en i branche j ². Bemærk at bygningskapitalen divideres med vækstfremskrivningen $1 + g$, da bygningskapital indgår med lag i den dynamiske specifikation af efterspørgselsligningen, der ligger til grund for steady-state efterspørgslen. Se Appendix B for en gennemgang af vækst- og inflationskorrektion.

I tredje nest bestemmes efterspørgslen efter arbejdskraft, L_j , med lønnen w og KE-aggregatet med prisen P_j^{KE} , samt prisen på KEL-aggregatet, P_j^{KEL}

$$\begin{aligned}\gamma_j \theta_j^L L_j &= \mu_j^{LKEL} \left(\frac{(1 + \tau_j^{fakL})w}{\gamma_j \theta_j^L P_j^{KEL}} \right)^{-E_j^{KEL}} KEL_j \\ KE_j &= \mu_j^{KEKEL} \left(\frac{P_j^{KE}}{P_j^{KEL}} \right)^{-E_j^{KEL}} KEL_j \\ P_j^{KEL} KEL_j &= (1 + \tau_j^{fakL})wL_j + P_j^{KE} KE_j\end{aligned}$$

Hvor θ_j^L angiver arbejdskraftens produktivitet og τ_j^{fakL} angiver produktionsskatten på arbejdskraft i branche j . I fjerde nest bestemmes efterspørgslen efter maskinkapital, K_j , med usercosten P_j^K og E-energi-aggregatet med prisen P_j^E , samt prisen på KE-aggregatet P_j^{KE}

$$\begin{aligned}\frac{\gamma_j \theta_j^K K_j}{1 + g} &= \mu_j^{KKE} \left(\frac{P_j^K}{\gamma_j \theta_j^K P_j^{KE}} \right)^{-E_j^{KE}} KE_j \\ \theta_j^E E_j &= \mu_j^{EKE} \left(\frac{P_j^E}{\theta_j^E P_j^{KE}} \right)^{-E_j^{KE}} KE_j\end{aligned}$$

²TFP parameteren optræder i ligningerne for maskin- og bygningskapital samt arbejdskraft, således at et stød til TFP'en rammer de primære faktorer (BVT).

$$P_j^{KE} KE_j = \frac{P_j^K K_j}{1+g} + P_j^E E_j$$

Hvor θ_j^K og θ_j^E angiver maskinkapitalens og energiens produktivitet.

Usercosten for kapitaltype $k = B, K$ kan udtrykkes som (se Appendix A):

$$P_j^k = \frac{1}{1 - \tau_j^{Cor}} \left[(1 - \phi_j) (r + \delta_j^k) + \phi_j \left[\frac{(1 - \tau_j^{Cor}) i - \pi}{1 + \pi} + \delta_j^k \right] - \tau_j^{Cor} \delta_j^{k, Book} \frac{r + \delta_j^k}{i + \delta_j^{k, Book}} \right] P_j^{Ik}$$

hvor i er den nominelle rente (givet af det internationale renteniveau), π er inflation, δ_j^k er den økonomiske afskrivningsrate, $\delta_j^{k, Book}$ er den skattemæssige afskrivningsrate, P_j^{Ik} er investeringsprisen (defineret nedenfor), ϕ_j er virksomhedernes gældskvote, τ_j^{Cor} er selskabsskattesatsen og r er realrenten givet ved $r \equiv \frac{i - \pi}{1 + \pi}$.

2.1.2 Opsplitning af materiale- og investeringsaggregater

Materialeaggregatet i sektor j udsplittes i input, x_{ji} , fra økonomiens i sektorer (bortset fra energiforsyning). i og j er således indeks, der løber over de samme 69 brancher (73 fraktrukket fire brancher for energi).

$$x_{ji} = \mu_{ji}^x \left(\frac{P_{ji}^x}{P_j^M} \right)^{-E_j^M} M_j$$

$$P_j^M M_j = \sum_i P_{ji}^x x_{ji}$$

Hvert x_{ji} opsplittes derefter på køb fra indenlandske producenter, x_{ji}^D , med prisen p_i ³ og import fra udlandet, x_{ji}^F , med prisen p_i^F (inden afgifter):

$$x_{ji}^D = \mu_{ji}^{xD} \left(\frac{(1 + \tau_{ji}^{xD}) p_i}{P_{ji}^x} \right)^{-E_j^x} x_{ji}$$

$$x_{ji}^F = \mu_{ji}^{xF} \left(\frac{(1 + \tau_{ji}^{xF}) p_i^F}{P_{ji}^x} \right)^{-E_j^x} x_{ji}$$

$$P_{ji}^x x_{ji} = (1 + \tau_{ji}^{xD}) p_i x_{ji}^D + (1 + \tau_{ji}^{xF}) p_i^F x_{ji}^F$$

Hvor τ 'er angiver afgifter. Her angives blot en samlet afgift for hver anvendelse for overskuelighedens skyld, hvorimod afgifterne i modellen er splittet op på moms, told og produktafgifter. Produktafgifterne er yderligere opdelt på 19 afgiftsarter og 4 subsidiearter. De specifikke afgifter og subsidier er opgjort i tabel 2 herunder

³Prisen på indenlandsk materiale er blot outputprisen, da materialeinput i en sektor netop er output fra andre sektorer.

Produktafgifter
Benzinafgift
Registreringsafgift
Tobaksafgift
Chokolade- og sukkerafgift
Mættet fedt
Øl-, vin- og spiritusafgift
The, kaffe og mineralvand
El-afgift
Visse olieprodukter, herunder diesel
Sten og brunkul mv.
C02-afgift
Råstofafgift
Emballage, affald, mv.
Vandafgift
PSO-afgift
Tinglysningsafgift
Forsikringsafgift
Øvrige afgifter
Produktsubsidier
Transportsubsidie
Elproduktionstilskud
Tilskud til Ve (PSO-afgift)
Øvrige subsidier

Tabel 2: Produktafgifter og produktsubsidier i REFORM

Det antages at investeringerne for kapitaltype $k = B, K$ er givet ved steady-state-relationen:

$$I_j^k = \left(g + \delta_j^k \right) k_j / (1 + g)$$

hvor g er økonomiens gennemsnitlige vækstrate. Investeringsefterspørgselen udsplittes over alle

brancher i (også energiforsyning) ved⁴:

$$I_{ji}^k = \mu_{ji}^{Ik} \left(\frac{P_{ji}^{IkI}}{P_j^{Ik}} \right)^{-E_j^{Ik}} I_j^k$$

$$P_j^{Ik} I_j^k = \sum_i P_{ji}^{IkI} I_{ji}^k$$

Dette opsplittes igen på indenlandsk og udenlandsk input:

$$I_{ji}^{kD} = \mu_{ji}^{IkD} \left(\frac{(1 + \tau_{ji}^{IkD}) p_i}{P_{ji}^{IkI}} \right)^{-E_j^{IkI}} I_{ji}^k$$

$$I_{ji}^{kF} = \mu_{ji}^{IkF} \left(\frac{(1 + \tau_{ji}^{IkF}) p_i^F}{P_{ji}^{IkI}} \right)^{-E_j^{IkI}} I_{ji}^k$$

$$P_{ji}^{IkI} I_{ji}^k = (1 + \tau_{ji}^{IkD}) p_i I_{ji}^{kD} + (1 + \tau_{ji}^{IkF}) p_i^F I_{ji}^{kF}$$

Lagerinvesteringer modelleres, som nævnt, som en omkostningskomponent, der følger produktionen:

$$I_j^L = \lambda_j Y_j$$

hvor λ_j både kan være positiv og negativ. Lagerinvesteringerne opdeles på indenlandsk og udenlandsk input:

$$I_j^{LD} = \mu_j^{ILD} \left(\frac{(1 + \tau_j^{ILD}) p_j}{P_j^{IL}} \right)^{-E_j^{IL}} I_j^L$$

⁴Opsplitningen af investeringsefterspørgslen er strengt taget nestet på samme vis som materialeefterspørgslen. I første nest opsplittes efterspørgslen på 13-grupperingen og i det næste på 73-grupperingen. Se eventuelt gennemgangen af materialeefterspørgslen.

$$I_j^{LF} = \mu_j^{ILF} \left(\frac{\left(1 + \tau_j^{ILF}\right) p_j^F}{P_j^{IL}} \right)^{-E_j^{IL}} I_j^L$$

$$P_j^{IL} I_j^L = (1 + \tau_j^{ILD}) p_j I_j^{LD} + (1 + \tau_j^{ILF}) p_j^F I_j^{LF}$$

2.2 Husholdningerne

Der findes to typer husholdninger: Beskæftigede (L) og ikke-beskæftigede (NL). Beskæftigede personer har den disponible indkomst

$$y_L = (1 - \tau^w) whN_L + (1 - \tau^r) \frac{N_L}{N_{pop}} \frac{r - g}{1 + g} A + sN_L + \frac{N_L}{N_{pop}} \Delta T^C$$

hvor N_L er antal beskæftigede, h er arbejdstiden, τ^w er skatten på arbejdsindkomst, N_{pop} er befolkningens størrelse, A er forbrugernes samlede formue, τ^r er skatten på kapitalindkomst, s er en lumpsum transferering fra staten til husholdninger (således at den offentlige budgetbegrensning holder med lighedstegn) og ΔT^C er provenuforskellen fra forbrugsafgifter regnet ved marginalsatser og gennemsnitssatser.⁵ Ikke-beskæftigede personer har den disponible indkomst

$$y_{NL} = (1 - \tau^w) (N - N_L) \beta w + (1 - \tau^r) \frac{N_{pop} - N_L}{N_{pop}} \frac{r - g}{1 + g} A + (1 - \tau^w) TR + s(N_{pop} - N_L) + \frac{N_{pop} - N_L}{N_{pop}} \Delta T^C$$

hvor $N < N_{pop}$ er arbejdsstyrken, β er kompensationsgraden og TR er transferinger til husholdningerne (eksl. understøttelse og lumpsum).

⁵På den offentlige saldo optræder kun provenuet fra forbrugsafgifter regnet ved hjælp af gennemsnitssatsen. Da forbrugerpriser regnes med marginalsatsen, skal den resulterende provenuforskell optræde andetsteds i modellen, fx i forbrugernes budgetbegrensning. Det antages at forbrugerne anser ΔT^C for eksogen. “Tilbagebetalingen” bør nok vejes med de to typers forbrug istedet for deres befolkningsandele (dette er ligemeget, såfremt arbejdsudbuddet er eksogent).

Hvis den strukturelle ledighedsprocent er givet ved u gælder det at

$$N_L = (1 - u)N$$

Vi kan enten antage at u er eksogen eller (som i DREAM) at

$$u = u_0 \beta^\phi$$

Ligevægt på arbejdsmarkedet indebærer at

$$\sum_j L_j = hN_L$$

hvor arbejdstiden h vælges af de beskæftigede forbrugere.

Transfereringerne er satsreguleret og modelleret ved

$$TR = \eta w (N_{pop} - N_L)$$

Nyttefunktionen for beskæftigede personer er givet ved:

$$U_L = C_L - \chi^{-\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma}{\gamma+1} \left(\frac{h}{\bar{h}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \bar{h} N_L \quad (2.1)$$

hvor forbrugerne vælger sin arbejdstid h . Her er \bar{h} maksimal arbejdstid og χ er en andelsparameter. Forbrugerens budgetrestriktion er givet ved

$$P^C C_L = y_L,$$

eller

$$P^C C_L = (1 - \tau^w) whN_L + (1 - \tau^r) \frac{N_L}{N_{pop}} \frac{r-g}{1+g} A + sN_L + \frac{N_L}{N_{pop}} \Delta T^C$$

hvor forbrugerprisindekset P^C er givet nedenfor. Det gælder da at

$$\begin{aligned} P^C U_L &= P^C \left(C_L - \chi^{-\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma}{\gamma+1} \left(\frac{h}{\bar{h}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \bar{h} N_L \right) = \overbrace{P^C C_L}^{=y_L} - P^C \chi^{-\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma}{\gamma+1} \left(\frac{h}{\bar{h}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \bar{h} N_L \Rightarrow \\ P^C U_L &= \left[(1 - \tau^w) wh - P^C \chi^{-\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma}{\gamma+1} \left(\frac{h}{\bar{h}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \bar{h} \right] N_L + (1 - \tau^r) \frac{N_L}{N_{pop}} \frac{r-g}{1+g} A + sN_L + \frac{N_L}{N_{pop}} \Delta T^C \end{aligned}$$

Vi maksimerer derfor U_L for givet formue A hvis vi maksimerer udtrykket

$$u(h) = (1 - \tau^w) wh - P^C \chi \frac{\gamma}{\gamma+1} \left(\frac{h}{\bar{h}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \bar{h}$$

Dette sker hvis

$$u'(h) = (1 - \tau^w) w - P^C \chi^{-\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{h}{\bar{h}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 0$$

således at

$$h = \chi \left((1 - \tau^w) \frac{w}{P^C} \right)^\gamma \bar{h}$$

Bemærk at dette indebærer at

$$(1 - \tau^w) wh - P^C \chi^{-\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma}{\gamma+1} \left(\frac{h}{\bar{h}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \bar{h} = (1 - \tau^w) wh - \frac{\gamma}{\gamma+1} (1 - \tau^w) wh$$

således at

$$P^C U_L = y_L - \frac{\gamma}{\gamma+1} whN_L$$

eller

$$U_L = \frac{y_L}{P^C} - u_h$$

hvor

$$u_h \equiv \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{w}{P^C} h N_L$$

Her er u_h disnytten ved at arbejde .

Konkluderende haves at

$$C_L = \frac{y_L}{P^C}$$

$$h = \chi \left((1 - \tau^w) \frac{w}{P^C} \right)^\gamma \bar{h}$$

$$U_L = \frac{y_L}{P^C} - u_h$$

Ikke-beskæftigede personer har nyttefunktionen

$$U_{NL} = C_{NL}$$

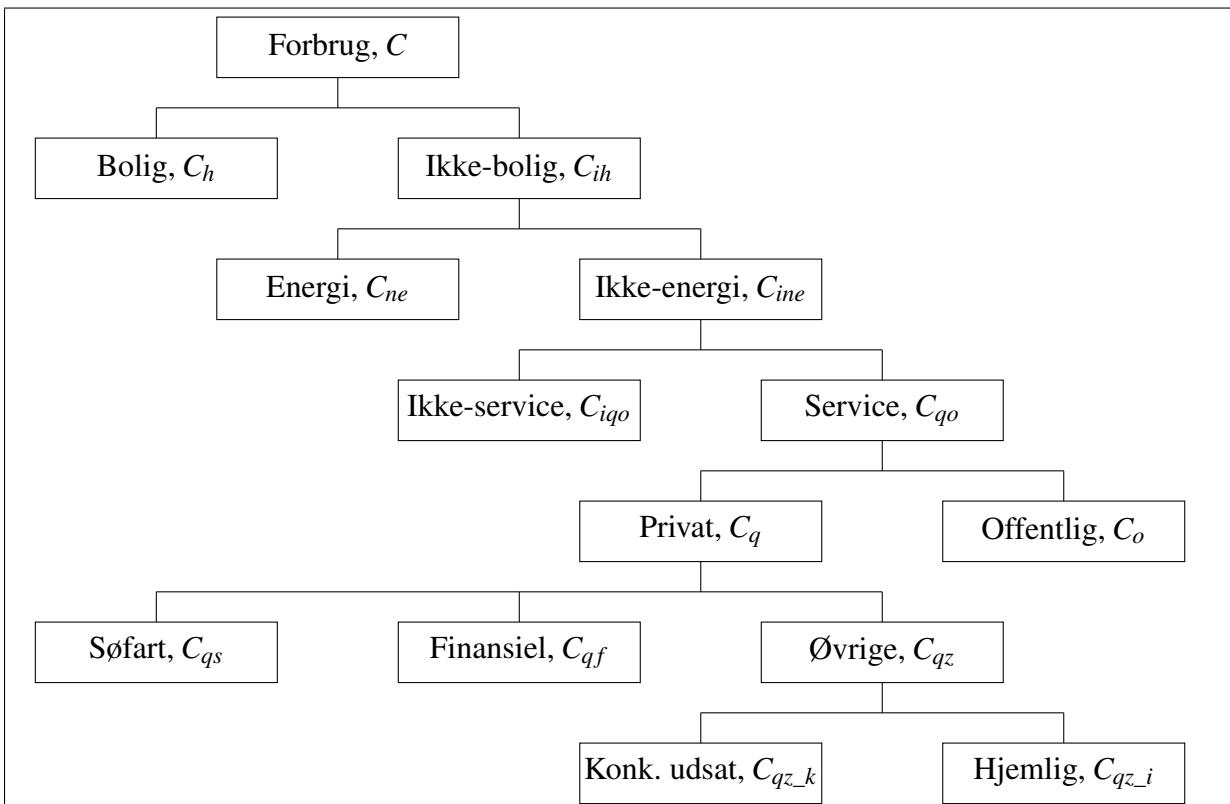
De vælger derfor det forbrug der tilfredsstiller budgetrestriktionen

$$P^C C_{NL} = y_{NL}$$

Det samlede forbrug

$$C = C_L + C_{NL}$$

udsplittes ved hjælp af et nestet efterspørgselssystem analogt til produktionen. Dette gennemgås ikke i detaljer her, men den overordnede nest-struktur er illustreret i figur 2.2. Under energi ligger forbrug fra brancherne energiforsyning (ne) og olieaffinaderier (ng), men ikke-service omfatter landbrug mv. (a), anlægs- og byggebranchen (b), råstofindvinding (e), nærings- og nydelsesmiddelindustri (nf) og fremstilling (nz).



Figur 2.2: Forbrugets nest-struktur i REFORM

2.2.1 Formue

Forbrugernes formue består af indenlandske aktier og anden formue. Denne “anden formue” dækker over indenlandske og udenlandske obligationer (herunder indenlandske stats- og virksomhedsobligationer)⁶ og udenlandske aktier. Idet alle formue-typerne har samme nominelle afkast i , behøver vi kun gøre denne skelnen. Det skyldes at værdien af indenlandske aktier typisk springer ved stød til økonomien. Det sker ikke for de andre formue-typer.⁷

Vi skal kende værdien af indenlandske aktier. Virksomhedens værdi i branche j er givet ved

⁶Det antages implicit i nuværende udgave af modellen, at de hjemlige forbrugere holder en eksogen mængde hjemlige statsobligationer samt en eksogen mængde af virksomhedernes gæld. Sidstnævnte betyder, at virksomheder på marginen udelukkende optager gæld i udlandet.

⁷Man kunne overveje at lade husholdningerne holde en fast andel af det offentliges og virksomhedernes gæld. I så fald ville denne formuepost også kunne reagere.

steady-state-relationen:

$$(r - g) V_j / (1 + g) = DIV_{jt}$$

hvor dividenten i steady-state antages at være givet ved

$$\begin{aligned} DIV_j &= \left(1 - \tau_j^{Cor}\right) \left(p_j Y_j - P_j^M M_j - P_j^E E_j - (1 + \tau_j^{fakL}) w L_j - \tau_j^{fakB} P_j^B B_j / (1 + g) - FakRest_j - i D_j\right) \\ &- \sum_{k=B,K} P_j^{Ik} I_j^k + \tau_j^{Cor} \sum_{k=B,K} \delta_j^{k,Book} K_j^{k,Book} / (1 + pg) - P_j^{IL} I_j^L - SubEU_j \\ &+ \frac{pg}{1 + pg} D_j \end{aligned}$$

hvor D_j er branchens gæld og $SubEU_j$ er subsidier fra EU. Bemærk at bogført kapital $K^{k,Book}$ og gælden D begge er værdier (pris × mængde) og derfor både vækst- og inflationskorrigeres.

Det sker ved at dele med $1 + pg$ som er defineret ved

$$1 + pg \equiv (1 + \pi) (1 + g)$$

I en dynamisk model er den bogførte kapital givet ved akkumulationsligningen, $k = B, K$

$$K_{jt}^{k,Book} = \left(1 - \delta_j^{k,Book}\right) K_{j,t-1}^{k,Book} + P_{jt}^{Ik} I_{jt}^k$$

Vækst- og inflationskorrektion dette fås

$$K_{jt}^{k,Book} = \left(1 - \delta_j^{k,Book}\right) K_{j,t-1}^{k,Book} / (1 + pg) + P_{jt}^{Ik} I_{jt}^k$$

hvilket i steady state giver

$$\left(g + \frac{\delta_j^{k,Book} + \pi}{1 + \pi} \right) K_j^{k,Book} / (1 + g) = P_j^{Ik} I_j^k$$

Endogen gældskvote opstår kun i en model med usikkerhed (default risk) eller ad hoc antagelser om ikke-lineære låneomkostninger. Det antages derfor at virksomhederne har en fast gældskvote:

$$D_{jt} = \sum_{k=B,K} \phi_j P_{jt}^{Ik} k_{jt}$$

Vi antager at en andel α_j^V af indenlandske aktier i branche j er ejet af danske husholdninger og at resten er placeret i anden formue. Det gælder derfor at

$$A = \bar{A} + \sum_j \alpha_j^V V_j$$

hvor anden formue \bar{A} er eksogen.

2.3 Den offentlige branche

Den offentlige branche er som udgangspunkt modelleret som en hvilken som helst anden produktionsbranche. Den tilfredsstiller den gældende efterspørgsel ved at producere den offentlige vare med input af materialer, kapital og arbejdskraft. Den antages at omkostningsminimere og overholder derfor de samme førsteordensbetingelser som en privat branche. Det der adskiller den offentlige branche fra en privat branche er derfor bestemmelsen af efterspørgslen. Efterspørgslen efter den offentlige vare vil enten antages at være eksogen eller være bestemt således at et eksogent givet budget overholdes.

Det giver ikke særligt meget mening at antage, at den offentlige branches markup er forskellig fra nul. Det må derfor anbefales enten at sikre dette i kalibreringsantagelsen, eller at ændre markup'en til nul ved et selvstændigt stød.

Vi antager at den offentlige branche lånefinansierer alle sine investeringer (således at gældskvoten ϕ_o er lig 1):

$$D_o = \sum_{k=B,K} P_o^{Ik} k_o,$$

at den ikke betaler selskabsskat:

$$\tau_o^{Cor} = 0$$

samt at den offentlige branches lagerinvesteringer er nul. I den offentlige branche er "dividen-den" dermed givet ved:

$$DIV_o = p_o Y_o - P_o^M M_o - P_o^E E_o - w L_o - \sum_{k=B,K} P_o^{Ik} I_o^k - (r - g) D_o / (1 - g)$$

Det gælder derfor at user-cost i den offentlige branche er givet ved

$$P_o^k = (r + \delta_o^k) P_o^{lk}$$

Da det i steady state gælder at

$$I_o^k = (g + \delta_o^k) k_o / (1 + g)$$

har vi at

$$\begin{aligned}
 DIV_o &= p_o Y_o - P_o^M M_o - P_o^E E_o - w L_o - \sum_{k=B,K} P_o^{Ik} \left(g + \delta_o^k \right) k_o / (1+g) - \sum_{k=B,K} (r-g) P_o^{Ik} k_o / (1-g) \\
 &= p_o Y_o - P_o^M M_o - P_o^E E_o - w L_o - \sum_{k=B,K} P_o^{Ik} (r + \delta_o) k_o / (1+g) \\
 &= p_o Y_o - P_o^M M_o - P_o^E E_o - w L_o - \sum_{k=B,K} P_o^k k_o / (1+g) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Det sidste lighedstegn gælder kun hvis markup'en er nul. Det vil vi derfor antage at den er.

Hvis dividenterne DIV_o i den offentlige branche er nul, gælder det ligeledes for værdien af aktier er nul:

$$V_o = 0.$$

Der defineres en primær saldo ud fra indtægter og udgifter. Modellen lukkes typisk ved at antage balanceret saldo og endogenisere en eller anden skattesats eller overførsel.

Den primære saldo er givet ved

$$\begin{aligned}
S^P = & \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{xD} p_i x_{ji}^D + \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{xF} p_i^F x_{ji}^F \\
& + \sum_{k=B,K} \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{IkD} p_i I_{ji}^{kD} + \sum_{k=B,K} \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{IkF} p_i^F I_{ji}^{kF} \\
& + \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{ILD} p_i I_{ji}^{LD} + \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{ILF} p_i^F I_{ji}^{LF} \\
& + \sum_i \tau_i^{CD} p_i c_i^D + \sum_i \tau_i^{CF} p_i^F c_i^F \\
& + \sum_i \tau_i^{GD} p_i g_i^D + \sum_i \tau_i^{GF} p_i^F g_i^F \\
& + \sum_i \tau_i^{XD} p_i X_i^D + \sum_i \tau_i^{XF} p_i^F X_i^F \\
& + \sum_i \tau_i^{Cor} \left(p_i Y_i - P_i^M M_i - P_i^E E_i - (1 + \tau_i^{fakL}) w L_i - \tau_i^{fakB} P_i^B B_i / (1 + g) - FakRest_i - \sum_{k=B,K} \delta_i^{k,Book} K_i^{k,Book} \right. \\
& \quad \left. + \sum_i \tau_i^{fakL} w L_i + \tau_i^{fakB} P_i^B B_i / (1 + g) + FakRest_i \right. \\
& \quad \left. + \tau_w (w h N_L + (N - N_L) \beta w + TR) \right. \\
& \quad \left. + \tau_r (r - g) A / (1 + g) \right. \\
& \quad \left. - (N - N_L) \beta w - TR - \sum_j P_i^G G_i - s N_{pop} \right)
\end{aligned}$$

hvor c_i^D og c_i^F angiver privat forbrug af henholdsvis indenlandske og udenlanske producerede varer fra branche i , g_i^D og g_i^F angiver offentligt forbrug af henholdsvis indenlandske og udenlanske producerede varer fra branche i , X_i^D angiver indenlandske varer eksporteret fra branche i og X_i^F angiver import til reeksport i branche i . Herunder redegøres linje for linje for indholdet i den primære saldo:

1. Skatteprovenuet fra virksomhedernes forbrug af henholdsvis indenlandske- og udenlandske produceret halvfabrikata til produktion.
2. Skatteprovenuet fra henholdsvis indenlandske- og udenlandske producerede investerings-

goder fordelt på de to kapitaltyper.

3. Skatteprovenuet fra indenlandsk- og udenlandsk producerede lagerinvesteringer.
4. Skatteprovenuet fra privatforbrug af indenlandsk- og udenlandsk producerede varer.
5. Skatteprovenuet fra det offentliges køb af indenlandske og udenlandske varer og tjene-steydelser.
6. Skatteprovenuet fra eksport af indenlandsk- og udenlandsk producerede varer.
7. Selskabsskatteprovenu.
8. Skatteprovenuet fra faktorbeskatning, i.e beskatning af arbejdskraft, bygningskapital og faktorrestafgifter.
9. Skatteprovenuet fra beskatning af lønindkomst, arbejdsløshedsunderstøttelse og transfe-ringer.
10. Skatteprovenuet fra beskatning af formue.
11. De offentlige udgifter som er arbejdsløshedsunderstøttelse, transfereringer, offentligt for-brug og en eventuel lumpsum overførsel til husholdningerne.

Saldoen er i en dynamisk model givet ved

$$D_t^G = (1 + i) D_{t-1}^G - S_t^P$$

Lad os antage at vi er i en steady state med konstant inflation, således at

$$D_t^G = (1 + g)(1 + \pi) D^G$$

og

$$S_t^P = (1+g)(1+\pi)S^P$$

Det gælder da at

$$D^G(1+g)^t(1+\pi)^t = (1+i)D^G(1+g)^{t-1}(1+\pi)^{t-1} - S^P(1+g)^t(1+\pi)^t$$

hvilket reducerer til

$$S^P = (r-g)D^G/(1+g) \quad (2.2)$$

Den offentlige branche vil typisk blive lukket ved gældsantagelsen:

$$D^G = 0$$

Det offentlige forbrug af varer fra branche j er defineret ved aggregatet G_j . Her antages det typisk, at det offentlige forbrug er en fast andel, η_j^G , af bruttværditilvæksten

$$P_i^G G_i = \eta_i^G BVT_i$$

eller at det offentlige er givet ved et eksogen (politisk bestemt) niveau \bar{G}_j

$$G_i = \bar{G}_i$$

Dette aggregat splittes ud på indenlandske og udenlandske varer ved:

$$g_i^D = \mu_i^{GD} \left(\frac{(1 + \tau_i^{GD}) p_i}{P_i^G} \right)^{-E^G} G_i$$

$$g_i^F = \mu_i^{GF} \left(\frac{(1 + \tau_i^{GF}) p_i^F}{P_i^G} \right)^{-E^{CC}} G_i$$

$$P_i^G G_i = (1 + \tau_i^{GD}) p_i g_i^D + (1 + \tau_i^{GF}) p_i^F g_i^F$$

2.4 Udlændet

Det antages at udlandet efterspørger de danske varer via Armington eksport-relationer:

$$X_j = \kappa_j \left(\frac{p_j}{p_j^F} \right)^{-E_j^X}$$

Det er muligt at modellere forskellige mere eller mindre konkurrenceudsatte brancher overfor udlandet ved at variere E_j^X mellem brancherne. En relativ høj (lav) værdi af E_j^X betyder således en relativ høj (lav) grad af international konkurrence.

For at modellere re-eksport antages det at X_j er et aggregat af indenlandske og udenlandske varer:

$$X_i^D = \mu^{XD} \left(\frac{(1 + \tau_i^{XD}) p_i}{P_i^{Ex}} \right)^{-E^{Ex}} X_i$$

$$X_i^F = \mu^{XF} \left(\frac{(1 + \tau_i^{XF}) p_i^F}{P_i^{Ex}} \right)^{-E^{Ex}} X_i$$

$$P_i^{Ex} X_i = (1 + \tau_i^{XD}) p_i X_i^D + (1 + \tau_i^{XF}) p_i^F X_i^F$$

Afgifter til og fra udlandet samles i $TaxEu$

$$TaxEu = \sum_{k=x,c,g,x,im,ib,il} \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{Cus,k} p_i^F k_{ji}^F + \sum_j subEU_j$$

hvor $\tau_{ji}^{Cus,k}$ er toldskattesatser. Alt opkrævet toldprovnu sendes til EU (toldunionen) mens indlandet modtager subsidier fra EU ved $subEU$.

2.5 Ligevægtsbetingelser

Som nævnt ovenfor indebærer ligevægt på arbejdsmarkedet at

$$\sum_j L_j = hN_L$$

Varemarkedsligevægten på det j 'te marked er givet ved:

$$Y_j = \sum_i x_{ij}^D + c_j^D + g_j^D + \sum_{k=B,K} \sum_i I_{ij}^{kD} + I_j^{LD} + X_j^D$$

Er alle indkomststrømme i modellen afstemt konsistent, skulle der opnås balance overfor udlandet. Det vil sige, at værdien af nettoeksporten skal modsvare afkastet af udlandets nettoformue overfor hjemlandet. I den nuværende version af modellen kan denne balance udtrykkes som⁸

$$\begin{aligned} \sum_i \left[P_i^{Ex} X_i - p_i^F \left(X_i^F + c_i^F + I_i^{LF} + g_i^F + \sum_j \left(x_{ji}^F + \sum_{k=B,K} I_{ji}^{kF} \right) \right) \right] \\ = \frac{r-g}{1+g} \left[D^G - \bar{A} + \sum_i (D_i + (1 - \alpha_i^V) V_i) \right] - TaxEU \end{aligned}$$

⁸Det er en god idé at tjekke denne balance ved kørsler med modellen. Balanceen overfor udlandet kan ikke pålægges som en ligevægtsbetingelse, da denne følger af de øvrige ligevægtsbetingelser (Walras' lov).

3 Velfærdsanalyse

Nytte-mål for beskæftigede er givet ved:

$$U_L = \frac{y_L}{P^C} - u_h$$

hvor u_h er disnytten af arbejde (se evt. "Forbrugerens nyttemaksimering"). Antag, at vi i *grund-forløbet* har værdierne y_L^0 , u_h^0 og P_0^C og i et alternativ-forløb har værdierne y_L^1 , u_h^1 og P_1^C . Ud fra dette kan vi definere et EV-mål (det antal kroner forbrugeren skal have for at syntes at grund-forløb og alternativ er lige gode):

$$\frac{y_L^0 + EV_L}{P_0^C} - u_h^0 \equiv \frac{y_L^1}{P_1^C} - u_h^1$$

således at

$$\begin{aligned} EV_L &= \frac{P_0^C}{P_1^C} y_L^1 - y_L^0 - P_0^C (u_h^1 - u_h^0) \\ &= \frac{P_0^C - P_1^C}{P_1^C} y_L^1 + (y_L^1 - y_L^0) - P_0^C (u_h^1 - u_h^0) \end{aligned}$$

Nytte-målet for de ikke-beskæftigede er

$$U_{NL} = \frac{y_{NL}}{P^C}$$

og vi kan derfor på samme måde definere et EV-mål:

$$EV_{NL} = (y_{NL}^1 - y_{NL}^0) + \frac{P_0^C - P_1^C}{P_1^C} y_{NL}^1$$

Idet EV-målene er målt i kroner kan vi addere dem:

$$EV = EV_L + EV_{NL}$$

Vi definerer de 2 pris-effekter:

$$EV_L^P \equiv \frac{P_0^C - P_1^C}{P_1^C} y_L^1$$

og

$$EV_{NL}^P \equiv \frac{P_0^C - P_1^C}{P_1^C} y_{NL}^1$$

og den samlede pris-effekt er givet ved

$$EV^P = EV_N^P + EV_{NL}^P$$

Definer den samlede indkomst:

$$Y^{Tot} \equiv y_L + y_{NL}$$

således at det samlede EV-mål er givet ved:

$$EV = (Y_1^{Tot} - Y_0^{Tot}) + EV^P + EV^{Fri}$$

hvor

$$EV^{Fri} \equiv -P_0^C (u_h^1 - u_h^0)$$

Komponenten $(Y_1^{Tot} - Y_0^{Tot})$ kan yderligere opdeles i producentoverskud, effekt af skatteændringer osv.

Det gælder at

$$\begin{aligned}
Y^{Tot} &= (1 - \tau^w) whN_L + (1 - \tau^r) \frac{N_L}{M} (r - g) A / (1 + g) + sN_L + \frac{N_L}{N_{pop}} \Delta T^C \\
&+ (1 - \tau^w) (N - N_L) \beta w + (1 - \tau^r) \frac{N_{pop} - N_L}{N_{pop}} (r - g) A / (1 + g) + (1 - \tau^w) TR + s(N_{pop} - N_L) + \frac{N_{pop}}{N_P} \\
&= (1 - \tau^w) whN_L + (1 - \tau^r) (r - g) A / (1 + g) \\
&+ (1 - \tau^w) (N - N_L) \beta w + (1 - \tau^w) TR + sN_{pop} + \Delta T^C \\
&= w \sum_j L_j + (r - g) A / (1 + g) \\
&+ (N - N_L) \beta w + TR + sN_{pop} + \Delta T^C \\
&- \tau^w \left(w \sum_j L_j + (N - N_L) \beta w + TR \right) - \tau^r (r - g) A / (1 + g)
\end{aligned}$$

Bemærk at

$$\begin{aligned}
wL + (r - g) A / (1 + g) &= w \sum_j L_j + (r - g) \left(\bar{A} + \alpha^V \sum_j V_j \right) / (1 + g) \\
&= w \sum_j L_j + (r - g) \sum_j V_j / (1 + g) + (r - g) \left(\bar{A} - (1 - \alpha^V) \sum_j V_j \right) / (1 + g)
\end{aligned}$$

Vi definerer løbende nettoindkomst ved:

$$\begin{aligned}
Y^N &\equiv w \sum_j L_j + (r - g) \sum_j V_j / (1 + g) \\
&= w \sum_j L_j + \sum_j DIV_j
\end{aligned}$$

Nettoindkomsten er den nytte forbrugerne får via indkomst fra virksomhederne. Den offentlige branche indgår også i dette nyttemål, men kun via den købekraft ansættelse i den offentlige branche giver anledning til. Nytte af det offentlige forbrug er ikke medregnet. Vi definerer

indkomst-effekten ved ændringen i nettoindkomsten:

$$EV^I = Y_1^N - Y_0^N$$

Vi definerer kapitalindkomst fra andet end indenlandske aktier ved:

$$Y^A \equiv (r - g) \left(\bar{A} - (1 - \alpha^V) \sum_j V_j \right) / (1 + g)$$

Vi har fradraget indkomsttab grundet udenlandsk ejerskab af danske aktier. Vi definerer et EV-mål svarende til dette indkomst-begreb:

$$EV^A = Y_1^A - Y_0^A$$

Bemærk at dette EV-mål grundlæggende mäter nytteeffekten af udenlandsk ejerskab af danske aktier (idet \bar{A} typisk ikke ændrer sig ved stød til modellen).

Vi definerer indkomst fra offentlige transfereringer ved

$$Y^{TR} \equiv (N - N_L) \beta w + TR + sN_{pop} + \Delta T^C$$

indkomstskat (negativ indkomst) ved

$$Y_w^{TAX} \equiv -\tau^w (wL + (N - N_L) \beta w + TR)$$

kapitalindkomstskat (negativ indkomst):

$$Y_r^{TAX} \equiv -\tau^r (r - g) A / (1 + g)$$

For hver af disse defineres EV-mål:

$$EV^{TR} = Y_1^{TR} - Y_0^{TR}$$

$$EV_w^{TAX} = Y_{w1}^{TAX} - Y_{w0}^{TAX}$$

$$EV_r^{TAX} = Y_{r1}^{TAX} - Y_{r0}^{TAX}$$

Da det gælder at den samlede indkomst Y^{Tot} kan skrives som

$$Y^{Tot} = Y^N + Y^A + Y^{TR} + Y_w^{TAX} + Y_r^{TAX}$$

får vi et samlet EV-mål:

$$EV = EV^P + EV^I + EV^{Fri} + EV^A + EV^{TR} + EV_w^{TAX} + EV_r^{TAX}$$

Vi har derfor at EV-målet er summen af 7 led: pris-effekt (effekt af ændrede relative priser inkl. bytteforholdseffekter), indkomsteffekt (effekt af ændret bruttoindkomst), nytte af fritid, effekt af udenlandsk ejerskab, transfereringer samt skat på hhv. løbende indkomst og kapitalindkomst.

A Udledning af user cost

For at definere user-cost er det bedst at tage udgangspunkt i en dynamisk model. Vi opstiller problemet, løser det og finder ud af hvad kapitalens grænseprodukt skal være lig med i steady-state. Det er per definition user-cost i steady state.

Dividenden i den enkelte branche er givet ved:

$$DIV_j = \left(1 - \tau_j^{Cor}\right) \left(p_j Y_j - P_j^M M_j - P_j^E E_j - (1 + \tau_j^{fakL}) w L_j - \tau_j^{fakB} P_j^B B_j / (1 + g) - FakRest_j - i D_j\right) - \sum_{k=B,K} P_j^{Ik} I_j^k - P_j^{IL} I_j^L - SubEU_j + \tau_j^{Cor} \sum_{k=B,K} \delta_j^{k,Book} K_j^{k,Book} / (1 + pg) + \frac{pg}{1 + pg} D_j \quad (A.1)$$

hvor i er nominel rente, τ^{Cor} er selskabsskat, D_t er virksomhedernes gæld, $\delta^{k,Book}$ er skattemæssige afskrivningsrate på kapitaltype $k = B, K$ og $K_t^{k,Book}$ er den dertil hørende bogførte værdi.

Det sidste defineres ved:

$$K_t^{k,Book} = \left(1 - \delta^{k,Book}\right) K_{t-1}^{k,Book} + P_t^{Ik} I_t^k \quad (A.2)$$

Desuden gælder den almindelige akkumulationsligning:

$$k_t = \left(1 - \delta^k\right) k_{t-1} + I_t^k \quad (A.3)$$

Det ses af første linie i (??) at virksomhederne antages at kunne trække skattemæssige afskrivninger og renteudgifter fra i selskabsskatten. I 2. linie ses det at udgifterne til investeringer kun belaster de udbetalte dividenter i den udstrækning de overstiger de skattemæssige afskrivninger. Endelig viser den 3. linie effekten af ny låntagning.

Endogen gældskvote opstår kun i en model med usikkerhed (default risk) eller ad hoc antagelser om ikke-lineære låneomkostninger. Det antages derfor at virksomhederne har en fast gældskvote:

$$D_t = \phi \sum_{k=B,K} P_t^{Ik} k_t \quad (\text{A.4})$$

Vi antager at virksomheden på tidspunkt t ønsker at maksimere virksomhedens værdi:

$$V_{t-1} = \sum_{s=t}^{\infty} DIV_s \left(\frac{1}{1+r} \right)^{1+s-t}$$

I dette tilfælde vil virksomheden i steady-state med konstant inflation π have user-cost :

$$P^k \equiv \frac{1}{1 - \tau^{Cor}} \left[(1 - \phi) (r + \delta^k) + \phi \left[\frac{(1 - \tau^{Cor}) i - \pi}{1 + \pi} + \delta^k \right] - \tau^{Cor} \delta^{k,Book} \frac{r + \delta^k}{i + \delta^{k,Book}} \right] P^{Ik} \quad (\text{A.5})$$

hvor realrenten r er defineret ved

$$r \equiv \frac{i - \pi}{1 + \pi}$$

Bemærk at hvis

$$\tau^{Cor} = 0$$

da gælder det at

$$P^k = (r + \delta^k) P^{Ik}$$

uanset hvad gældskvoten ϕ er.

Vi beviser (A.5) ved at beregne de optimale investeringer. Ved at løse (A.2) og (A.3) fås:

$$K_t^{k,Book} = \sum_{s=-\infty}^t P_s^{Ik} I_s^k \left(1 - \delta^{k,Book} \right)^{t-s}$$

$$k_t = \sum_{s=-\infty}^t I_s^k \left(1 - \delta^k\right)^{t-s}$$

Det gælder derfor for $s \leq t$ at

$$\frac{\partial K_t^{k,Book}}{\partial I_s^k} = P_s^{Ik} \left(1 - \delta^{k,Book}\right)^{t-s}$$

$$\frac{\partial k_t}{\partial I_s^k} = \left(1 - \delta^k\right)^{t-s}$$

ellers gælder det at

$$\frac{\partial K_t^{k,Book}}{\partial I_s^k} = \frac{\partial k_t}{\partial I_s^k} = 0$$

Dividenten kan skrives på mere kompakt form:

$$\begin{aligned} DIV_t &= \left(1 - \tau^{Cor}\right) (p_t Y_t - P_t^M M_t - P_t^E E_t - w_t L_t) \\ &\quad - \sum_{k=B,K} (1 - \phi) P_t^{Ik} I_t^k - \sum_{k=B,K} \beta_t^k P_{t-1}^{Ik} k_{t-1} + \beta^{k,Book} K_{t-1}^{Book} - P_t^{IL} I_t^L \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

hvor

$$\beta_t^k \equiv \phi \left[\left(1 - \tau^{Cor}\right) i + 1 - \left(1 + \pi_t^{Ik}\right) \left(1 - \delta^k\right) \right], \quad \pi_t^{Ik} \equiv \frac{P_t^{Ik} - P_{t-1}^{Ik}}{P_{t-1}^{Ik}}$$

$$\beta^{k,Book} \equiv \tau^{Cor} \delta^{k,Book}$$

således at

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V_{t-1}}{\partial I_s^k} &= \sum_{v=t}^{\infty} \frac{\partial DIV_v}{\partial I_s^k} \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+v-t} \\
&= -(1-\phi) P_s^{Ik} \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+s-t} \\
&+ \sum_{v=t}^{\infty} \left((1-\tau^{Cor}) p_v \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} \frac{dk_{v-1}}{dI_s^k} - \beta_v^k P_{v-1}^{Ik} \frac{dk_{v-1}}{dI_s^k} + \beta^{k,Book} \frac{dK_{v-1}^{k,Book}}{dI_s^k} \right) \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+v-t} \\
&= -(1-\phi) P_s^{Ik} \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+s-t} \\
&+ \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[(1-\tau^{Cor}) p_v \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta_v^k P_{v-1}^{Ik} \right] (1-\delta^k)^{v-1-s} + \beta^{k,Book} P_s^{Ik} (1-\delta^{k,Book})^{v-1-s} \right) \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+v-t} \\
&= 0
\end{aligned}$$

eller

$$(1-\phi) P_s^{Ik} = \varphi_s^k$$

hvor

$$\varphi_s^k \equiv \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[(1-\tau^{Cor}) p_v \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta_v^k P_{v-1}^{Ik} \right] (1-\delta^k)^{v-1-s} + \beta^{k,Book} P_s^{Ik} (1-\delta^{k,Book})^{v-1-s} \right) \left(\frac{1}{1+i} \right)^{v-s}$$

Lad os nu antage steady-state med konstant inflation π . Vi inflationskorrigerer φ_s^k :⁹

$$\begin{aligned}
\varphi^k &= (1+\pi)^{-s} \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[(1-\tau^{Cor}) p (1+\pi)^v \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta^k P^{Ik} (1+\pi)^{v-1} \right] (1-\delta^k)^{v-1-s} + \beta^{k,Book} (1+\pi)^s P^{Ik} (1-\delta^{k,Book})^{v-1-s} \right) \left(\frac{1}{1+i} \right)^{v-s} \\
&= \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[(1-\tau^{Cor}) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta^k P^{Ik} (1+\pi)^{-1} \right] (1-\delta^k)^{v-1-s} + (1+\pi)^{-1} \beta^{k,Book} (1+\pi)^{1+s-v} P^{Ik} (1-\delta^{k,Book})^{v-1-s} \right) \left(\frac{1+\pi}{1+i} \right)^{v-s} \\
&= \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[(1-\tau^{Cor}) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta P^{Ik} (1+\pi)^{-1} \right] (1-\delta^k)^{v-1-s} + (1+\pi)^{-1} \beta^{k,Book} P^{Ik} \left(\frac{1-\delta^{k,Book}}{1+\pi} \right)^{v-1-s} \right) \left(\frac{1+\pi}{1+i} \right)^{v-s}
\end{aligned}$$

⁹Vi kan antage at $\partial Y_v / \partial K_{v-1}$ er konstant i et balanceret væksstforløb da produktionsfunktionen er antaget homogen af 1. grad

eller

$$\begin{aligned}
\phi^k &= \frac{1+\pi}{1+i} \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[(1 - \tau^{Cor}) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta^k P^{Ik} (1 + \pi)^{-1} \right] (1 - \delta^k)^{v-(s+1)} + (1 + \pi)^{-1} \beta^{k,Book} P^{Ik} \left(\frac{1 - \delta^{k,Book}}{1 + \pi} \right)^{v-(s+1)} \right) \left(\frac{1 + \pi}{1 + i} \right)^{v-(s+1)} \\
&= \frac{1+\pi}{1+i} \sum_{v=0}^{\infty} \left(\left[(1 - \tau^{Cor}) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta^k P^{Ik} (1 + \pi)^{-1} \right] (1 - \delta^k)^v + (1 + \pi)^{-1} \beta^{k,Book} P^{Ik} \left(\frac{1 - \delta^{k,Book}}{1 + \pi} \right)^v \right) \left(\frac{1 + \pi}{1 + i} \right)^v \\
&= \frac{1+\pi}{1+i} \left(\left(\left[(1 - \tau^{Cor}) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta^k P^{Ik} (1 + \pi)^{-1} \right] \sum_{v=0}^{\infty} \left((1 - \delta^k) \frac{1 + \pi}{1 + i} \right)^v + (1 + \pi)^{-1} \beta^{k,Book} P^{Ik} \sum_{v=0}^{\infty} \left(\frac{1 - \delta^{k,Book}}{1 + i} \right)^v \right) \right) \\
&= \frac{1+\pi}{1+i} \left(\left(\left[(1 - \tau^{Cor}) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta^k P^{Ik} (1 + \pi)^{-1} \right] \frac{1+i}{i-\pi+(1+\pi)\delta} + (1 + \pi)^{-1} \beta^{k,Book} P^{Ik} \frac{1+i}{i+\delta^{k,Book}} \right) \right) \\
&= \left[(1 - \tau^{Cor}) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} (1 + \pi) - \beta^k P^{Ik} \right] \frac{1}{i - \pi + (1 + \pi) \delta^k} + \beta^{k,Book} P^{Ik} \frac{1}{i + \delta^{k,Book}}
\end{aligned}$$

gælder da at

$$(1 - \phi) P^{Ik} = \left[(1 - \tau^{Cor}) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} (1 + \pi) - \beta^k P^{Ik} \right] \frac{1}{i - \pi + (1 + \pi) \delta^k} + \beta^{k,Book} P^{Ik} \frac{1}{i + \delta^{k,Book}}$$

således at

$$(1 - \tau^{Cor}) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} \frac{1 + \pi}{i - \pi + (1 + \pi) \delta^k} = (1 - \phi) P^{Ik} + \beta^k P^{Ik} \frac{1}{i - \pi + (1 + \pi) \delta^k} - \beta^{k,Book} P^{Ik} \frac{1}{i + \delta^{k,Book}}$$

eller

$$p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} = \frac{1}{1 - \tau^{Cor}} \left[\frac{i - \pi + (1 + \pi) \delta^k}{1 + \pi} (1 - \phi) P^{Ik} + \beta^k P^{Ik} \frac{1}{1 + \pi} - \beta^{k,Book} P^{Ik} \frac{i - \pi + (1 + \pi) \delta^k}{i + \delta^{k,Book}} \frac{1}{1 + \pi} \right]$$

således at

$$p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} = \frac{1}{1 - \tau^{Cor}} \left[(1 - \phi) \left(\frac{i - \pi}{1 + \pi} + \delta^k \right) + \phi \left[\frac{(1 - \tau^{Cor}) i - \pi}{1 + \pi} + \delta^k \right] - \tau^{Cor} \delta^{k,Book} \frac{\frac{i - \pi}{1 + \pi} + \delta^k}{i + \delta^{k,Book}} \right] P^{Ik}$$

Indsættes $r = (i - \pi) / (1 + \pi)$ fås usercost udtrykket ovenfor,

$$p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} = \frac{1}{1 - \tau^{Cor}} \left[(1 - \phi) (r + \delta^k) + \phi \left[\frac{(1 - \tau^{Cor}) i - \pi}{1 + \pi} + \delta^k \right] - \tau^{Cor} \delta^{k, Book} \frac{r + \delta^k}{i + \delta^{k, Book}} \right] P^{Ik}$$

B Vækst- og inflationskorrektion

Det er som regel en god ide at omskrive sin model til at være stationær. Dette kræver vækst- og inflationskorrektion. Vi vil derfor starte med at definere dette. Vi skelner mellem 3 typer variable: mængder, priser og værdier. En mængde er f.eks. produktionen, Y_j , i en branche eller input af materialer, M_j . Med pris mener vi prisen på en hvilken som helst ikke-fast faktor. Det kan f.eks. være output-prisen i en branche p_j . Selv om lønnen er prisen på arbejdskraft behandles den ikke som andre priser. Det skyldes at den er prisen på en fast faktor. Den vil derfor typisk indeholde både et vækst og et inflationselement, og opfører sig derfor som en værdi. Eksempler på værdier er det offentlige budget og husholdningernes formue.

Hvis vi betragter en steady state med vækstrate g og konstant inflation på π , vil mængder, priser og værdier opføre sig forskelligt. Mængderne vil vokse med vækstraten g , priserne vil vokse med vækstraten π og værdierne vil vokse med vækstarten $g + \pi$. Derfor vækstkorrigerer man mængder, inflationskorrigerer priser og vækst- og inflationskorrigerer værdier.

Lad os starte med vækstkorrektion. Til mængden X_t svarer en vækstkorrigert variabel \hat{X}_t defineret ved:

$$\hat{X}_t \equiv \frac{X_t}{(1 + g)^t}$$

Lad os tage et eksempel. Betragt kapitalakkumulationsligningen

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t \quad (\text{B.1})$$

Definer de vækstkorrigerede variable

$$\hat{K}_t = \frac{K_t}{(1+g)^t}, \hat{I}_t = \frac{I_t}{(1+g)^t}$$

Det ses umiddelbart at

$$\frac{K_t}{(1+g)^t} = (1 - \delta) \frac{K_{t-1}}{(1+g)^t} + \frac{I_t}{(1+g)^t}$$

Dette kan omskrives til:

$$\frac{K_t}{(1+g)^t} = (1 - \delta) \frac{K_{t-1}}{(1+g)^{t-1}} \frac{1}{1+g} + \frac{I_t}{(1+g)^t}$$

således at

$$\hat{K}_t = (1 - \delta) \hat{K}_{t-1} / (1+g) + \hat{I}_t$$

Dette er den vækstkorrigerede udgave af (B.1). For at blive fri for at markere alle variable med hatte benyttes følgende vækstkorrektions-slang. Vi siger at den vækstkorrigerede udgave af (B.1) er

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} / (1+g) + I_t$$

Den generelle regel for vækstkorrektion af lineære førsteordens differensligninger er: laggde variable deles med $1+g$ og leadede variable multipliceres med $1+g$.

Efter at have vækstkorrigteret kan vi antage at systemet er i en en stationary state:

$$K = (1 - \delta) K / (1 + g) + I$$

således at

$$(g + \delta) K / (1 + g) = I$$

Det er denne relation man typisk vil vælge at bruge i en steady state model.

Udviklingen i den offentlige branches gæld er et eksempel på vækst- og inflationskorrektion:

$$D_t^G = (1 + i) D_{t-1}^G - S_t^P \quad (\text{B.2})$$

hvor D_t^G er den offentlige gæld, S_t^P er den primære saldo og i er den nominelle rente. Både den offentlige gæld og det primære budget er værdier (nominelle størrelser). Definér de vækst- og inflationskorrigerede størrelser:

$$\bar{D}_t \equiv \frac{D_t}{(1+g)^t (1+\pi)^t}, \bar{S}_t^P \equiv \frac{S_t^P}{(1+g)^t (1+\pi)^t}$$

Vi omskriver (B.2) til:

$$\frac{D_t^G}{(1+g)^t (1+\pi)^t} = (1 + i) \frac{D_{t-1}^G}{(1+g)^t (1+\pi)^t} - \frac{S_t^P}{(1+g)^t (1+\pi)^t}$$

således at

$$\frac{D_t^G}{(1+g)^t (1+\pi)^t} = (1 + i) \frac{D_{t-1}^G}{(1+g)^{t-1} (1+\pi)^{t-1}} \frac{1}{(1+g)(1+\pi)} - \frac{S_t^P}{(1+g)^t (1+\pi)^t}$$

og dermed

$$\bar{D}_t^G = (1+i)\bar{D}_{t-1}^G \frac{1}{(1+g)(1+\pi)} - \bar{S}_t^P$$

Som det fremgår kan vi anvende samme form for slang som ovenfor. Den vækst- og inflations-korrigerede version af relationen (B.2) er givet ved:

$$D_t^G = (1+i)D_{t-1}^G \frac{1}{(1+g)(1+\pi)} - S_t^P$$

I stationary state giver dette:

$$D^G = (1+i)D^G \frac{1}{(1+g)(1+\pi)} - S^P$$

eller

$$(r-g)D^G / (1+g) = S^P$$

hvor realrenten r er givet ved

$$r \equiv \frac{i-\pi}{1+\pi}$$

Størrelsen $r-g$ er den vækstkorrigerede realrente.

The History of Macroeconomics from Keynes's *General Theory* to the Present

M. De Vroey and P. Malgrange

Discussion Paper 2011-28

Institut de Recherches Économiques et Sociales
de l'Université catholique de Louvain



The History of Macroeconomics from Keynes's *General Theory* to the Present

Michel De Vroey and Pierre Malgrange[◊]

June 2011

Abstract

This paper is a contribution to the forthcoming Edward Elgar *Handbook of the History of Economic Analysis* volume edited by Gilbert Faccarello and Heinz Kurz. Its aim is to introduce the reader to the main episodes that have marked the course of modern macroeconomics: its emergence after the publication of Keynes's *General Theory*, the heydays of Keynesian macroeconomics based on the IS-LM model, disequilibrium and non-Walrasian equilibrium modelling, the invention of the natural rate of unemployment notion, the new classical attack against Keynesian macroeconomics, the first wave of new Keynesian models, real business cycle modelling and, finally, the second wave of new Keynesian models, i.e. DSGE models. A main thrust of the paper is the contrast we draw between Keynesian macroeconomics and stochastic dynamic general equilibrium macroeconomics. We hope that our paper will be useful for teachers of macroeconomics wishing to complement their technical material with a historical addendum.

Keywords: Keynes, Lucas, IS-LM model, DSGE models

JEL classification: B 22, E 10, E 20, E 30

[◊]IRES, Louvain University and CEPREMAP, Paris. Correspondence address : michel.devroey@uclouvain.be
The authors are grateful to Liam Graham for his comments on an earlier version of the paper.

Introduction

Our aim in this paper is to introduce the reader to the main episodes that have marked the course of macroeconomics. We start by explaining the emergence of modern macroeconomics as a new sub-discipline arising in the aftermath of John Maynard Keynes's *General Theory*. Next, we discuss Keynesian macroeconomics, which had its heyday in the 1950s and 1960s. At the end of the 1960s, it came under attack, first from Milton Friedman and later, in a more radical way, from Robert Lucas and his associates such as Robert Barro, Thomas Sargent and Neil Wallace. These economists, new classical macroeconomists as they were called at the time, were able to dethrone Keynesian macroeconomics in a move that had all the trappings of a scientific revolution. In turn, Lucas's work triggered the rise of a series of new Keynesian models aimed at rebutting his claim, while adopting his neoclassical language. The next stage of the history of macroeconomics occurred when the baton was passed from new classical to real-business-cycle (RBC) theorists, in a move initiated by Finn Kydland and Edward Prescott. These economists transformed Lucas's qualitative model into a quantitative research programme into which they enrolled a large chunk of the macroeconomic profession. The latest stage in the history of macroeconomics is the internal evolution of RBC models towards dynamic-stochastic general equilibrium (DSGE) modelling, whereby central elements of Keynesian macroeconomics, in particular monopolistic competition and sluggishness, are reintroduced into the real business cycle framework.¹

In this entry, we shall only devote a small amount of space to the content of the *General Theory* since this is fully covered in another entry. We will also neglect macroeconomics as it existed before Keynes under the name of monetary theory (on this subject, we refer the reader to Laidler (1999) or Dimand (2008)). In addition, our study is limited to mainstream macroeconomics (for a study of non-mainstream approaches, the reader may consult King (2002) or Fine and Milonakis (2008)).

The emergence of modern macroeconomics

Without the Great Depression, Keynes's *The General Theory of Employment, Interest and Money* (1936) would not have seen the light of day. Keynes's aim in writing this book was to elucidate the causes of the mass unemployment that affected all major economies at that time, and to suggest policy measures that could be taken to solve the problem. This was a time of great disarray with no remedy at hand to fix the ailing economic system. In most countries, the unemployment rate was soaring and deflationary policies had failed. There was little room in economic theory for unemployment. The notion of frictional unemployment had started to be evoked but it had little theoretical content (see Batyra and De Vroey 2011). So, faced with

¹ While usually applied to this last generation of models, the DSGE label can equally be applied to the entire stream of modelling initiated by Lucas.

the looming presence of the Great Depression, Keynes realised that monetary theory was blatantly wanting, and needed to be reformed.

The *General Theory* is a complex book, intertwining different types of arguments developed at distinct levels of abstraction. Most commentators agree that Keynes's aim in the book was to demonstrate the theoretical existence of involuntary unemployment. This, he recognised, was a phenomenon whose real-world existence was compelling, yet for which economic theory had, at that time, no room. The line he took to fill this lacuna was to state that involuntary unemployment resulted from a deficiency in aggregate demand, itself the result of insufficient investment.

Keynes's book got an enthusiastic reception, especially from young economists. Dissatisfied with the existing situation, they were crying out for a new theory that would justify abandoning the laissez-faire doctrine, and Keynes's work delivered. As Axel Leijonhufvud said, it was received as a “liberating revelation” (1968, p. 31). Dissenting views, focusing on the shortcomings of Keynes's reasoning, were expressed, but the pressure to produce a new theoretical framework that might account for the obvious dysfunctions in the market system was such that they were hardly listened to. Nevertheless, confusion over the central message of Keynes's book was great, even amongst his admirers.

Progress (although some readers of the *General Theory* may consider it a step backwards) occurred when a session of the Econometric Society Conference was devoted to the book. James Meade (1937), Roy Harrod (1937) and John Hicks (1937) gave three separate papers aiming at bringing out the gist of Keynes's book (see Young, 1987). All three took as their first task the reconstruction of the classical model in order to assess whether Keynes's claim that his model was more general than the classical one was sustainable. They all concluded that it was not. Although their interpretations were rather similar, one of them, Hicks's piece, was to have an extraordinary future, containing as it did the first version of what was to become the IS-LM model. In order to compare Keynes's views with those of classical economics, Hicks transformed Keynes's verbal presentation into a simple system of simultaneous equations. He also introduced an ingenious graph allowing the joint outcome of two different markets to be represented on a single diagram. The IS-LM model became the workhorse of Keynesian macroeconomics, to the point that one wonders what would have become of the *General Theory* had Hicks's interpretation never appeared.

The third and final stage in the emergence of macroeconomics consisted of transforming qualitative models into empirically testable ones. One person who played an important role in this respect is Jan Tinbergen. Like Keynes, he was a reformer, motivated by the desire to understand the Great Depression and to develop policies that would prevent it happening again. Tinbergen's (1939) League of Nations study of business fluctuations in the US from 1919 to 1932 can be pinpointed as the first econometric model bearing on a whole economy.

All in all, Keynes was dismissive of Tinbergen's work, as he was of the opinion that little was to be gained from trying to test theoretical models empirically. Too much arbitrariness was involved in such an exercise, Keynes argued (see Bateman (1990) and Garrone and Marchionatti (2004)). Keynes's reservations were to no avail. Lawrence Klein was of the view that the *General Theory* 'cried out for empirical verification', and under his influence a second wave of model construction began. In 1950, Klein published *Economic Fluctuations in the United States 1921-1941*, for the Cowles Commission. The main impetus, however, came from Klein and Goldberger's 1955 monograph, *An Econometric Model of the United States 1929–1952*, which introduced the celebrated Klein-Goldberger model.

This is how macroeconomics came into existence as a new sub-discipline of economics. It soon thrived. The offspring of the Great Depression, its overarching aim was to highlight market failures that could be remedied by state action. So, from the onset, it had a decidedly reformist flavour. Unemployment — and in particular involuntary unemployment — was its defining element.

The heydays of Keynesian macroeconomics

From the 1950s onwards, Keynesian macroeconomics established itself as a new sub-discipline of economics. It was taken up both in universities and in public institutions such as central banks. Modified by Franco Modigliani (1944) and popularised by Alvin Hansen (1953), the IS-LM model becomes its baseline tool. This model comprises two distinct sub-models, the Keynesian and the classical system. Hence, strictly speaking, it should not be considered Keynesian. But at the time of its dominance, most economists were convinced that the Keynesian variant corresponded to reality while the classical system was viewed as a foil.

One shortcoming of the elementary IS-LM model was its fixed prices assumption. The Phillips curve, drawn from Bill Phillips's study of the relationship between changes in wages and unemployment in the UK from 1861 to 1957 (Phillips 1958), did the job. It quickly found its place in the macroeconomic corpus. The fact that it was based on a solid empirical relationship, valid over a long period, was viewed as an advantage. Moreover, it had a Keynesian flavour since it incorporated the idea of a wage floor. An additional step taken by Paul Samuelson and Robert Solow (1960) was to suggest that the Phillips curve pointed to the possibility of a trade off between inflation and unemployment — that is, government could 'buy' a decrease in the level of unemployment by accepting an increase in the inflation rate.

The most impressive progress took place on the empirical side. As already noted, the appearance of the Klein-Goldberger model prompted the development of a new large-scale research programme. A model of an average size, in its first version it comprised 15 structural equations and 5 identities. The objective was, first, to make predictions about economic

activity, and, second, to simulate the effects of alternative policy measures. Klein has always insisted that its inspiration came from the IS-LM model. But significant transformations were needed. Above all, the static character of the initial model had to be replaced with a dynamic framework. Capital accumulation and technical progress had to be introduced. Some price and wage adjustments were also introduced, although only on a limited scale, so that states of general excess supply were always present. As a result, the models always encapsulated the economy as being in a Keynesian state (Deleau, Malgrange and Muet (1984)). Nonetheless the general architecture remained loose enough to allow a quasi-unlimited diversity of specifications. The hallmark of these models was their pragmatism. When it came to introducing additional specifications, this usually resulted from observations about reality rather than from theoretical considerations.

The next important stepping-stone was the Brookings model, which appeared in the middle of the 1960s. Its size was impressive, comprising close to 400 equations — at the time the view that the more complex a model, the better, prevailed! This development would of course have been impossible without the expansion of the computer industry. Supported by a wide consensus, these models reigned over the economic profession well beyond the dismissal of Keynesian theoretical macroeconomics.

The success of the IS-LM model cannot be due to mere luck. It has two main virtues. The first is its ability to model economic interdependence in a simple and intuitive way. In this respect the IS-LM approach is unrivalled. Even in its most elementary form, it lends itself to drawing cogent real-world inferences. The second main virtue of the IS-LM model is its plasticity. It constitutes an architecture that is general enough to allow a more-or-less unlimited diversity of specifications. This plasticity also extends to policy implications, since friends and foes of Keynesian policy alike can use it to promote or refute policy prescriptions.

But the IS-LM model also has important shortcomings. First among these is its conceptual sloppiness. Macroeconomists never bothered to define the central notions of their paradigm, in particular involuntary unemployment and full employment, in any precise way. While Keynes himself liked to reason in terms of agents making choices, this microfoundational dimension received little emphasis. The initial IS-LM model was static and little attention was given to expectations. Later on, this state of affairs was slightly improved by taking the variables' past and present values as a proxy for expectations. The ability to capture the interdependence across sectors of the economy that characterised the elementary model was generally not transposed into empirical econometric models, which were therefore nothing more than half-baked general equilibrium models. Last but not least, the IS-LM model has been unable to achieve the proclaimed aim of Keynesian theory, to explain involuntary unemployment as a systemic market failure.

For some twenty-five years after the end of the Second World War, the IS-LM model dominated macroeconomics. With the advent of new classical macroeconomics in the early 1970s that dominance was at first challenged and then broken. Yet the IS-LM model still lives on. While no longer central to the graduate training of most macroeconomists or to cutting-edge macroeconomic research, it continues to be a mainstay of undergraduate textbooks, finds wide application in areas of applied macroeconomics away from the front lines of macroeconomic theory, and, until the last decade, remained at the conceptual core of most government and central banks macroeconomic models.

Disequilibrium and non-Walrasian equilibrium modelling

While the IS-LM model with its pragmatic spirit dominated macroeconomics, some economists were nonetheless of the opinion that macroeconomics needed a stronger microfoundational anchor. The main names to be evoked here are those of Don Patinkin, Robert Clower and Leijonhufvud. Patinkin devoted two chapters of his book, *Money, Interest and Prices* ([1956], 1965) to casting Keynesian theory in a Walrasian framework, arguing that the only way in which involuntary unemployment could be introduced into a general equilibrium framework was by assuming that it was confined to the period of adjustment towards equilibrium. Clower ([1965], 1984), for his part, wrote an influential article introducing the ‘dual decision hypothesis’, which he viewed as a new way of understanding Keynes’s assumption that consumption is a function of income. According to this hypothesis, if labour suppliers happen to be rationed in the labour market, when participating in the goods market they will express a constrained (or ‘effective’) demand that is lower than their ‘notional’ (i.e. Walrasian) demand. As to Leijonhufvud (1968), he criticised traditional Keynesian macroeconomics for having lost the main message of the *General Theory*. To him, the “Keynesian Revolution got off on the wrong track and continued on it” (1968, p. 388). Keynes’s theory, he claimed, was different and richer from its IS-LM transmogrification; hence the need for a return to it. Moreover, while most of the interpreters of *The General Theory* have ended up viewing it as mingling incompatible theoretical claims, in contrast, Leijonhufvud strove to show that the various components of the *General Theory* were all pieces of a single jigsaw puzzle. Brilliantly written, his book was an instant, and well-deserved success. Both the depth of Leijonhufvud’s insights and his mastery of the intricacies of Keynes’s argumentation were impressive. To Leijonhufvud, the central message of the *General Theory* was that the market system could fall prey to a failure of intertemporal coordination, an inability of the rate of interest to coordinate saving and investment, and that this was further compounded by the absence of any signal allowing this state of affairs to be detected. Clower soon joined forces with Leijonhufvud to propose a Marshallian general

equilibrium approach focusing on the equilibrating process rather than the end state of the economy.

In the next stage, these pioneering works triggered ‘non-Walrasian equilibrium’ models associated with the names of Robert Barro and Herschel Grossman (1971,1977), Jean-Pascal Benassy (1975), Jacques Drèze (1975) and Edmond Malinvaud (1977). Their aim was the same as that of their disequilibrium predecessors, i.e. to vindicate Keynes’s insight that the market system could experience market failures. However, they wanted to produce rigorous mathematical demonstrations of this point and they wanted their model to describe situations where agents were behaving in an optimising way (although under special constraints). Therefore the change in label from ‘disequilibrium’ to ‘non-Walrasian equilibrium’ theory was anything but trivial.

After an enthusiastic beginning, the new approach subsided. While the pioneering articles succeeded in setting out a new framework, it seemed that there was no precise vision about what to do next, no specific research programme able to mobilise a wider group of economists. Many of the young researchers who started their career in this line of research soon moved to other areas. However, the main reason for the downfall of non-Walrasian equilibrium models ought to be looked for in what happened in other areas of macroeconomics. The 1970s were years of high theory. The reappraisal of Keynesian theory led by disequilibrium and non-Walrasian equilibrium theorists was not the only new theoretical development in macroeconomics. At more or less the same time, the ‘rational expectations’ school or ‘new classical macroeconomics’ emerged under Lucas’s lead, and it proved to be a daunting rival. It shared some features with non-Walrasian equilibrium modelling, such as the desire to base macroeconomics on choice-theoretical foundations, and the adoption of advanced mathematical methods. Although the two approaches both started from the Arrow-Debreu framework, their purposes were poles apart. While non-Walrasian equilibrium economists used neo-Walrasian theory as a foil, Lucas aimed to extend its domain of relevance to the business cycle. As will be seen, if this confrontation is pictured as one round in a wider battle about the course of macroeconomics, Lucas was the winner. The theoretical reorientation that he carved out won the day and succeeded in dethroning Keynesian macroeconomics. Non-Walrasian macroeconomics was a collateral victim of this (temporary) fall.

The natural rate of unemployment

The Phillips curve had become a central piece of Keynesian macroeconomics; however it was not long before it was attacked, with far-reaching consequences. Two economists, the veteran critic of Keynesian policy, Milton Friedman, and a younger economist, Edmund Phelps, were at the heart of the offensive. Although Phelps’s two papers (1967, 1968) provided the most

subtle and theoretically innovative argumentation, Friedman's Presidential Address to the American Economic Association in 1967 (Friedman 1968) got most of the fame for the new development. Both were honoured with a Nobel Prize, Friedman in 1976, Phelps thirty years later. For lack of space, our discussion is limited to Friedman's paper.

Friedman's Presidential Address had a critical purpose. It attacked two central policy tenets of Keynesianism. The first was the view that governments should press central banks to keep the interest rate as low as possible, a prescription that Keynes made in Chapter 24 of the *General Theory*. In Friedman's eyes such a policy cannot be sustained in the long run. His second target, the only one that we shall discuss, is the view that a trade-off exists between inflation and unemployment, i.e. the idea that a government can decrease unemployment in a sustainable way by creating money. Such a trade-off requires a stable Phillips curve. Friedman readily admits that money supply has real effects in the short term. His claim is that no justification for a money creation *policy* ensues because these real effects only occur when the changes in money supply are unanticipated. To make his point, Friedman assumes a difference in perception between firms and workers. While firms' expectations are correct, those of workers are mistaken. Friedman shows that in such a context an increase in money supply is non-neutral. A displacement along the Phillips curve takes place. But this is only a short-run effect. In the next period of exchange, workers realise their earlier mistake, and integrate the rise in prices into their expectations. This triggers a displacement of the whole Phillips curve to the right. In order to maintain the rise in employment, the money supply needs to be increased at an accelerated rate, so that workers are fooled again. If this process continues, inflation is transformed into hyperinflation, a threat to the functioning of the monetary system, which compels the monetary authorities to abandon their expansionary policy. While the short-run Phillips curve is downwards sloping, in the long term it is vertical at a level of unemployment that Friedman dubbed the natural rate of unemployment, a terminology that became widely accepted. Friedman's conclusion is that it is useless to try to reduce unemployment below its natural level. His recurrent plea for monetary rules is thereby reinforced. Managing the money supply is not a task that should be left to the discretion of the central bank authorities, and even less to that of Ministers of Finance. On the contrary, they should function under strict monetary rules.

Friedman's argument was shrewd because he based his attack on Keynesian theory on one of its pillars, the Phillips relation. Keynesians could have retorted that his case against monetary policy rested on a situation in which there was no rationale for engaging in it to begin with. But such a view was only brought out much later, after the main debate had moved to other topics. Moreover, while Friedman's argumentation was a mere sketch (and for that matter a rather sloppy one), the course of events, it has been widely claimed, verified its prediction. The emergence of the stagflation phenomenon (the joint existence of a high rate of inflation

and a high rate of unemployment), came to be invoked as a quasi-real-world confirmation of the correctness of Friedman's claim.

Friedman's criticism of the Phillips curve was hardly a frontal attack on Keynesian macroeconomics. Unlike Lucas at a later date, Friedman had few qualms about Keynes's method; they shared a common Marshallian lineage. Likewise, he had no problems in principle with the IS-LM model *per se*, his target being rather the policy conclusion that Keynesian authors drew from it. The difference between Keynesians and monetarists, Friedman claimed, was mainly empirical. His plea was that the classical sub-system of the IS-LM model, assuming wage flexibility, was the 'good' model and not the Keynesian sub-system, assuming wage rigidity.

Our study of Friedman's contribution prompts us to return to the issue of the meaning of the 'Keynesian' adjective. It turns out that it can designate two distinct objects: a conceptual apparatus, the IS-LM model, on the one hand; and the policy project (the view that, for all its virtues, the market economy can exhibit market failures, which state intervention, in particular demand stimulation, can remedy) in whose service this apparatus is used, on the other. So, we can speak of 'Keynesianism in the methodological sense' as opposed to 'Keynesianism in the policy-viewpoint sense'. While Keynesian macroeconomics would be Keynesian on both scores, Friedman's theory turns out to be a hybrid combination of methodological Keynesianism and an anti-Keynesian policy standpoint.

The new classical all-out attack on Keynesian macroeconomics

As just seen, Friedman had few qualms about the Marshallian–Keynesian conceptual apparatus. His anti-Keynesian offensive was mainly a matter of policy. This was no longer true for the next wave of attack against Keynesian theory led by Lucas and others, and inaugurated 'new classical macroeconomics'. While the new approach was evidently collective, we shall focus our attention on the work of one individual, Lucas. He was the leading character in the movement, and commandingly assumed the role of its methodological spokesperson.

The transition from Keynesian to new classical macroeconomics deserves to be viewed as a Kuhnian scientific revolution. This expression refers to an episode in the history of a discipline where a period of normal development is disturbed because of the persistence of unsolved puzzles which trigger a drive to change the agenda, the conceptual toolbox and the research methods in radical ways. This is often accompanied by thundering declarations of war (e.g. Keynesian theory is dead), a confrontation between younger and older generations of researchers, the rise of new stars in the profession, and the eclipse of the previous stars.

We will begin by presenting the criticisms levelled by Lucas against, first, the path that Keynes took in the *General Theory* and, second, the methodology of subsequent Keynesian theory. Next, we consider another attack on the view associated with Keynesianism that the government should hold discretionary power over the management of the economy, Kydland and Prescott's time inconsistency argument.

Lucas's assessment of the General Theory

To Lucas, Keynes ought to be honoured for the role his ideas have played in the expansion of socialism rather than for his theoretical contribution. The latter, Lucas wrote, “is not Einstein-level theory, new paradigm, all this” (2004, p. 21)². In Lucas's opinion macroeconomics started off on the wrong foot by being Keynesian. He should have tried to make Walras's static model dynamic, as Hayek had suggested (before changing his mind), instead of tackling the easier task of demonstrating the existence of unemployment at one point in time, i.e. in a static framework.

A related criticism is that Keynes discarded what Lucas calls the ‘equilibrium discipline’, a basic premise by which Lucas felt that economists should abide when constructing theories. It consists of two postulates: (a) that agents act in their own self-interest and (b) that markets clear (Lucas and Sargent, [1979] 1994, p. 15). These postulates are deemed to constitute a universal requirement, rather than being linked to the specific purposes of particular models. In other words, they are viewed as constituent parts of neoclassical theory, which in turn is equated simply with economic theory. The counterpart of the equilibrium discipline is the rejection of the disequilibrium notion on the grounds of its lacking micro-foundations (Lucas, [1977] 1981, p. 221) and its association with ‘unintelligent behaviour’ (Lucas, [1977] 1981, p. 225). According to Lucas, by betraying this equilibrium discipline, Keynes gave an example of “bad social science: an attempt to explain important aspects of human behaviour without reference either to what people like or what they are capable of doing” (1981, p. 4). Lucas admitted that Keynes's lapse from the equilibrium discipline was understandable in view of the apparent contradiction between cyclical phenomena and economic equilibrium, but it remains true, he claims, that in retrospect it prompted a long detour in the progress of economic theory.

Turning now to Lucas's assessment of Keynesian economics, as distinct from the economics of Keynes, the following points should be brought out. First of all, Lucas praised Keynesian macroeconomics for having engaged in econometric modelling and empirical testing, in contrast to Keynes's reasoning in prose.

² “I think Keynes's actual influence as a technical economist is pretty close to zero, and it has been close to zero for 50 years. Keynes was not a very good technical economist. He didn't contribute much to the development of the field. Keynes's influence was more political, is more an image of what sort of things an economist should be doing, and what kind of life an economist should live” (Lucas's interview with Usabiaga Ibanez 1999, p.180). See also Lucas (2004).

The Keynesian macroeconomic models were the first to attain this level of explicitness and empirical accuracy; by doing so, they altered the meaning of the term ‘theory’ to such an extent that the older business cycle theories could not really be viewed as ‘theories’ at all (Lucas [1977] 1981, p. 219).

Second, Lucas took a strong stance on the Phillips-curve controversy. This opposed Keynesians and monetarists *à la* Friedman: Keynesians defended the stable Phillips curve allowing for a trade-off between unemployment and inflation, while monetarists argued for the natural rate of unemployment hypothesis. The 1970s stagflation episode, Lucas claimed, demonstrated the failure of Keynesian activation policy, while confirming Friedman’s predictions. Lucas’s distinct contribution to the debate was to provide stronger foundations for Friedman’s insight in his path-breaking article, “Expectations and the Neutrality of Money” (Lucas [1972] 1981).

The most influential of Lucas’s judgments about Keynesian theory is the famous ‘Lucas critique’ (Lucas [1976] 1981). This asserts that the econometric models of the time, all derivatives of the Klein-Goldberger model, could not serve their avowed purpose of comparing alternative economic policies because the coefficients of the models were estimated by econometric methods (rather than being derived from theory), and their numerical values were independent of any changes in institutional regime that might occur. Therefore the model-builder will miss the fact that agents could change their decisions when faced with a policy change. As a result, a model of the economy estimated at a period during which a particular institutional regime held sway, could not but provide inadequate information for assessing what might occur under a different regime. According to Lucas, only deeper, ‘structural models’, i.e. derived from the fundamentals of the economy, agents’ preferences, and technological constraints, were able to provide a robust grounding for the evaluation of alternative policies.

Lucas’s critique was part and parcel of the rational-behaviour hypothesis introduced by Muth (1961). It was meant to capture the idea that economic agents ought to be ascribed the ability of guessing (on average) the outcome of the market in which they are participating, conditional on the information available. That is, their subjective expectations about any coming event should coincide (on average) with the model-builder’s objective expectations. The change involved is radical, a move away from a backward looking towards a forward-looking depiction of economic agents.

Kydland and Prescott’s intertemporal inconsistency claim

One of Friedman’s claims in his Presidential Address was that agents couldn’t be fooled on a recurrent basis. In an influential article, Kydland and Prescott (1977) re-expressed this idea in a more rigorous way by building their argumentation on the rational expectations hypothesis. This article became an important element in the rules versus discretion debate, on the ‘rules’

side. At stake was the issue of governments' policy declarations of intention. Kydland and Prescott's bold claim was that a benevolent well-informed government would repeatedly repudiate its promises unless it was constitutionally impeded from doing so. A standard example is that of a government aiming to boost investment and so announcing that an increase in the interest rate was going to occur in a year's time, thereby triggering firms to hasten their investment plans. The snag is that, a year later it may well turn out that it is in the government's interest to forego this increase because of its deflationary effects. However, if it does so, its credibility will be harmed, and its future announcements may no longer be taken seriously.

Kydland and Prescott's credibility argument was scarcely original — earlier versions can be found in the writings of dynamic games theorists — but they introduced it into the macroeconomic debate. Its implication is a drastic narrowing of governmental discretion. In effect, once the credibility dimension is taken on board, policy announcements will be deemed credible by private agents only if they can be sure that, when the proper time arises, the government will have a firm interest in (or no way out of) implementing the policy.

New classical macroeconomics: a different research programme

The 'new classical macroeconomics' term applies only to the works of Lucas and his allies. The paradigm that they had inaugurated soon underwent an inner evolution that led to the emergence of real business cycle modelling under Kydland and Prescott's lead. A second transformation, leading to the emergence of dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) modelling, followed. These three modelling strategies should be considered as phases within the same research programme the main features of which were present from the first instalment onwards (see note 1). Therefore the comparison between Keynesian and new classical macroeconomics that we shall now undertake has a more general bearing.

Drawing a contrast between two paradigms is a matter of selecting criteria against which they can be compared and assessing how they measure up to them. Table 1 summarises the results of such an exercise. For lack of space, we will content ourselves with only commenting on a few of these items.

Table 1. Contrasting Keynesian and new classical macroeconomics

	Keynesian macroeconomics	New classical macroeconomics
1. The overarching aim of macroeconomics	explaining unemployment	explaining the business cycle
2. Basic model	the IS-LM model	the Lucas-Rapping supply function
3. Relative role of supply and demand	emphasis on demand	emphasis on supply
4. The wage-employment relationship	stable Phillips curve allowing the policy exploitation of the inflation/unemployment inverse relation	no possibility of a policy exploitation of the inflation/unemployment inverse relation
5. Micro/macro relationship	under the mantle of the neoclassical synthesis; macroeconomics is concerned with its disequilibrium short-period leg	rejection of the neoclassical synthesis; its equilibrium long-period leg can provide all the explanation necessary
6. Expectations	adaptive expectations	rational expectations
7. Econometric modelling	Keynesian macroeconomic models are complex systems of equations, whose parameters are fixed by economically-estimated coefficients	Models are simplified general equilibrium models which ought to be based on 'deep structural' parameters based on the calibration method
8. Methodology	Marshallian	Walrasian
9. The nature of the business cycle and policy conclusions	the business cycle is viewed as a market failure — the policy aim is to bring the economy towards full employment through demand activation	fluctuations express agents' optimising reaction to exogenous shocks — no activation policy should be undertaken

The first point to be stressed is the change in the research agenda that occurred. The central object of study of Keynesian macroeconomics was unemployment — in a wider sense, the search for the malfunctioning of markets. In the span of a few years, the unemployment theme ceased to be an important preoccupation of macroeconomists; the business cycle took its place at the top of the agenda. Of course, variations in economic activity are a central item in the study of economic fluctuations, but in the new paradigm they are accounted for in terms of hours worked without consideration of the split between the employed and the unemployed.

Another stark difference concerns the way in which the business cycle issue is addressed. The challenge Lucas set himself was to construct an equilibrium theory of the business cycle, where the fluctuations of economic variables can be traced back to optimising decisions made by economic agents. Instead of entering into a detailed description of how he progressed in this enterprise we shall just say the following. According to the Keynesian approach, variations in employment result from changes in aggregate demand. The underlying picture is that labour suppliers are passive, employment decisions being made unilaterally by firms.

Moreover, this approach tended to consider the supply of labour and the labour force as the same thing, taking for granted that any difference between the total labour force and the level of employment is involuntary unemployment. Lucas's hunch (and Rapping's because the so-called Lucas supply function emerged in Lucas and Rapping's joint work (Lucas and Rapping [1969] 1981)) was that changes in the supply of labour, viewed as a result of optimising decision-making, play a central role in explaining fluctuations. His take, borrowed from capital theory, is that the decision to participate in the labour market or to produce on a self-employed basis are a matter of allocating leisure (and hence labour) both within a given period of time and over time. Economic agents ought to be depicted as comparing the wage rate at one point in time with the wage rate they expect to prevail later in time, say today and tomorrow. If the former is more advantageous than the latter, they will decide to work more today and less tomorrow.

This intertemporal substitution phenomenon, Lucas contended, is decisive in explaining variations in the level of activity over time. On this insight, he constructed a model of the business cycle where variations in activity over time are due to two factors: exogenous monetary shocks, on the one hand, and agents' imperfect information, on the other. In this model, agents receive one signal incorporating two distinct pieces of information. On their own, these two pieces of information would trigger opposite reactions, changing or not changing the total hours worked. Needing to engage in signal extracting, the optimal solution agents will adopt is to mix the two opposite reactions in some weighted way. Hence the hours worked departs from what they would have been with perfect information. Here, Lucas claimed, rests the explanation of the variations in hours worked over the business cycle. Monetary shocks have real effects but, as argued by Friedman, the government cannot exploit them since they occur only when the changes in money supply are unanticipated.

A totally different picture of the business cycle emerges. Earlier, the business cycle was viewed as the disequilibrium phenomenon *par excellence*, the manifestation of a market failure. The mere assertion of its existence was seen as an invitation to the state to take steps to make it disappear. In the new approach, the business cycle expresses the optimising reactions of agents to outside shocks affecting the economy. In other words, business fluctuations are no longer viewed as market failures, and governments should refrain from trying to prevent their occurrence. Nor is there any rationale for acting upon them.

The new Keynesian counter-offensive

Lucas's all out attack on Keynesianism was not left unanswered by those economists who, for one reason or another, felt that Keynes had been right. There were two types of reaction. The reaction of traditional Keynesians is typified by the observation made by Lipsey that what occurred was the "replacement of messy truth by precise error" (Lipsey 2000, p. 76), thus

claiming that the direction opened up by Lucas and his fellow economists should be radically rejected. In contrast, the other reaction amounted to admitting that many of Lucas's criticisms were well founded, and could not be dismissed with a sweep of the hand. This was the standpoint of the so-called 'new Keynesian' economists. These wanted to re-habilitate Keynes's insights, in one way or another, while accepting the central tenets of the new views (i.e. strong microfoundations and, when needed, the rational expectation hypothesis). Within a decade, several such new models blossomed. The main ones, in the order of publication of their inaugural papers, are: implicit contract models (Baily 1974, Gordon 1974, Azariadis 1975); staggered wage-setting models (Fischer 1977, Phelps and Taylor 1977, Taylor 1979); search and coordination failure models (Diamond 1982); imperfect competition models (Hart 1982) efficiency wages models (Salop 1979, Shapiro and Stiglitz 1984); menu costs and near-rationality models (Mankiw 1985, Akerlof and Yellen 1985a and 1985b); coordination failures (Roberts 1987)³.

All these models shared the same purpose of amending, if not reversing, new classical conclusions, thereby reviving Keynes's mitigated view of the market system. The price to be paid for this endeavour was a stricter adherence to basic neoclassical principles and the abandonment of many traditional Keynesian notions. With a few exceptions, these models adopted the imperfect competition framework. Moreover, except for the staggered wage-setting model, they all were static models. These communalities aside, new Keynesian models developed in many different directions, to the effect that we can hardly speak of a new Keynesian school. Among the several dividing lines traversing new Keynesian models, the following two seem central to us. The first is between the authors aiming to rescue the notion of involuntary unemployment from Lucas's stern attack by providing it with microfoundations, and those who had little interest in such a task preferring to react to Lucas and Sargent and Wallace (1975) on the issue of the efficiency of monetary policy. Most of the models mentioned above followed the first of these two approaches, the exception being menu-cost and staggered contract models. The second dividing line is between the theories pursuing the rigidity or stickiness line, be it real or nominal, and those whose builders felt the need to retain the flexibility of prices and wages assumption. The majority of new Keynesian models took the first line, the exception being Diamond's (1982) search model, Roberts' (1987) coordination model and Hart's (1982) imperfect competition model.

New Keynesian models were as conceptually innovative and technically clever as the new classical models they wished to refute. Nonetheless, they failed to alter the new course of macroeconomics that Lucas had initiated. As far as the defence of involuntary unemployment was concerned, the emergence of search and matching models vindicated Lucas's claim that the topic of unemployment could be sent back to labour economics instead of remaining at the

³ Many of these papers were collected in Mankiw and Romer's (1991) totemic book, *New Keynesian Economics*.

centre of macroeconomics. Moreover, most of the new Keynesian models operated within a static framework while the dynamic stochastic perspective was becoming more and more dominant. Gradually, it dawned on new Keynesians that, if they wanted to have an impact on the development of the field, they needed to use the new language. This was to happen a few years later.

Real business cycle models

While Keynesians were trying to challenge Lucas, others were trying to implement the research programme he had initiated. Kydland and Prescott's "Time to Build and Aggregate Fluctuations" (1982) and Long and Plosser's "Real Business Cycles" (1983) are the two papers which started the real business cycle line of research. Both tried to model business fluctuations as the result of real shocks to the economy (rather than monetary shocks, as in Lucas's model). Kydland and Prescott's paper had the additional feature of wanting to move from the model to the facts, so inaugurating a new methodology. As Greenwood ([1994] 2005, p.1) remarked, real business cycle modelling took the neoclassical growth model to the computer.

Kydland and Prescott's model is, like Lucas's, neo-Walrasian. The equilibrium discipline, rational expectations, a dynamic-stochastic environment, and a central role for intertemporal substitution are all present in both types of model. But there are also striking differences. First, Kydland and Prescott shifted towards real technology shocks. Second, they abandoned the imperfect information line of research. Third and most important, Kydland and Prescott's work was quantitative. In Woodford's words:

The real business cycle literature offered a new methodology, both for theoretical analysis and for empirical testing. ... It showed how such models [of the Lucas type] could be made *quantitative*, emphasising the assignment of realistic numerical parameter values and the computation of numerical solutions to the equations of the model, rather than being content with merely qualitative conclusions derived from more general assumptions (Woodford 1999: 25-26).

Woodford was right. However, merely asserting that a qualitative model was transformed into a quantitative one may fail to convey the full measure of the change. While models *à la* Lucas could recruit only a tiny fraction of the macroeconomic profession, Kydland and Prescott were able to devise a research programme that became the bread and butter approach for legions of macroeconomists, both top-notch and average, for decades to come. This is the sign of a successful revolution.

The aim of Kydland and Prescott's 1982 model was to show that economic fluctuations could be explained as a consequence of economic agents' optimising adjustment to exogenous

technological shocks. Their starting point was Ramsey's (1928) and Cass's (1965) models of optimal growth, which were extended to a stochastic economy by Brock and Mirman (1972).⁴

To the outside observer, what is striking in Kydland and Prescott's endeavour is the contrast between the model they build and its avowed purpose, to shed light on the development of the US economy from 1950 to 1975. Their model economy is summarised in one utility function and one production function. The production function is subject to stochastic technology shocks. The variables considered are, for production, capital, the level of employment (number of hours worked; not the number of people employed as opposed to those who are unemployed) and productivity, and for household preferences, consumption and investment. Two additional variables are involved: the hourly real wage and the real interest rate. Kydland and Prescott used two sources to parameterise the functional forms of the models: first, steady state conditions and, second, calibration. Calibration, a technique borrowed from computational general equilibrium analysis, consists of assigning values to the model's parameters by using information from panels, national accounts and other data banks. If such data are unavailable, the model-builder ascribes values based on theoretical reasoning.

The validation of the model occurs by comparing the moments (volatilities, correlations and auto-correlations) that summarise the actual experience of the US economy with the equivalent moments from the model economy. The model succeeds if the simulation mimics the empirical observations. To a large extent, this is true for Kydland and Prescott's model. It satisfactorily reproduces both the low variability of consumption and the high variability of investment. It also reproduces the pro-cyclical character and persistence of most of the variables considered. However, as readily admitted by the authors, the model is wanting on two scores. It is unable to account for the variation in hours worked. In the real-world data, these hours are closely correlated with output, but they vary significantly less in the model. Another weakness concerns changes in the wage rate and the interest rate; in the model, these are pro-cyclical, but in reality wages are only weakly pro-cyclical (almost a-cyclical) while the interest rate is anti-cyclical.

All in all, Kydland and Prescott's results are impressive. They were able to successfully mimic several important empirical traits of the fluctuations in the US economy over a quarter of a century, on the basis of the most rudimentary possible model. Before their paper appeared, the general opinion was that such an enterprise was impossible! Nevertheless, a large number of criticisms have been levelled at Kydland and Prescott's model. Answering these lead to a series of wide-ranging improvements, which we cannot enter into here. With time, Kydland and Prescott's initial real business cycle model grew into a simplified

⁴ Ramsey studied the intertemporal optimising programme of a representative agent over an infinite horizon, subject to a budget and a technology constraint calculated by a benevolent and omniscient planner.

canonical model, the twin advantages of which were its parsimony and the purposes which it can serve.

New developments resulted from attempts to reply to the early criticisms, which pointed out insufficiencies and inconsistencies. New stylised facts were integrated into its successors. This led to a growth in the type of shocks considered. For example, in order to improve upon the anomalous correlation between productivity and hours worked, Christiano and Eichenbaum (1992) introduced a shock related to government consumption expenditures, which had a negative wealth effects on households. Another striking defect of the early real business cycle models was their lack of consideration of money. Kydland and Prescott had argued that monetary shocks played only a minor role in explaining business fluctuations. Accepting this conclusion was one thing, but the nagging stylized fact of the inverse evolution of the interest rate, on the one hand, and of inflation and output, on the other was another. Monetary policy had thus to re-enter the picture. Woodford's (2003) book, *Interest and Prices*, blazed the trail.

DSGE modelling

The mid-nineties saw a decline in real business cycle modelling and the concomitant emergence of a new type of models, dynamic-stochastic general equilibrium (DSGE) models. This move should be seen as an endogenous change rather than a revolution. Ending their methodological fight, new Keynesians and real business-cycle theorists came to agree upon adopting a workhorse model that both considered apposite — hence the ‘new neoclassical synthesis’ label (Goodfriend and King 1997). Keynesians’ contribution to the wedding was imperfect competition and sluggishness, as well as a focus on the role of the central bank. In exchange they accepted the basic components of real business cycle modelling (i.e., exogenous shocks, the dynamic stochastic perspective, the equilibrium discipline, intertemporal substitution and rational expectations).

Monopolistic competition was integrated into DSGE modelling by borrowing the Dixit-Stiglitz aggregator from Dixit and Stiglitz’s (1977) model of product differentiation. In the canonical version of this model, the economy comprises four types of goods: labour, a final all-purpose good, a continuum of intermediary goods, and money. The final good is a homogenous good produced using the intermediary goods. It is exchanged competitively. Intermediary goods are each produced by a monopolistic firm using Leontief technology based only on labour. These monopolistic firms are price-makers applying a mark-up on their marginal costs. If, for any reason, they are willing but unable to change their prices, it is in their interest to increase the quantity sold, until demand is fully satisfied.

As to sluggishness, this is a notion that had had applicant status in the lexicon of authorised theoretical concepts for a long time, and which had in the past recurrently been denied such access. Now, at last, a satisfactory theoretical translation (i.e. menu costs and staggering contracts) of its fact-of-life evidence seemed to have been found. It eventually became fixed in Calvo's (1983) price formation theory, a formulation close to the staggered contracts insight. It is assumed that at each period of exchange, firms are authorised to change their prices as soon as they receive a signal, occurring with a given probability. If for instance this probability is 1/3, then on the average firms will reset their prices every 3 periods. While this price formation assumption can be criticised for being *ad hoc*, it has been more widely used than the earlier versions of sluggishness, as a result of its tractability.

Another development that emerged in the last decade of the twentieth century concerned monetary policy, in particular the rules that central banks should follow. Here a radical shift away from Friedman's vision has taken place: the rate of interest (not of the quantity of money) is now the control variable. Two economists, Taylor and Woodford played a prominent role in this development. Taylor devised a rule that became popular enough to be named the 'Taylor rule'. It originated in an article (Taylor 1993), which tried to provide an empirical assessment of the FED's policy. The rule consists of fixing the rate of interest taking into account three objectives: (a) price stability, measured by the difference between the observed and the targeted rate of inflation; (b) the output gap, the deviation of effective from potential output (i.e. the output level that would have occurred had the economy been competitive) and (c) an economic policy shock, a purely residual shock uncorrelated with either inflation or output. Woodford pursued the same idea in several contributions, ranging from a 1977 article (Rotemberg and Woodford 199) to his 2003 book, *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*. This book quickly became a standard reference in the monetary policy literature. Woodford's approach was to address the problem at the level of principles by attempting to make a full link between macroeconomic stabilisation and economic welfare. Taking the stabilisation of inflation as the prominent aim of monetary policy, he nonetheless found ways to couple it with the Keynesian objective of a stabilisation of the output gap. He also paid considerable attention to the credibility dimension:

When choosing a policy to best serve the goal of stabilization, it is crucial to take account of the effects of the policy's systematic component on people's expectations of future policy. For this reason, my work has focused largely on the study of policy *rules*: this forces one to think about the systematic patterns that one can expect to be anticipated by sufficiently sophisticated market participants" (Woodford 2006, p. 2).

This perspective, Woodford further argues, has some counter-intuitive implications. For example, it makes policy inertia desirable or, in other words, purely forward-looking policy is seen to be harmful.

The end result of all these developments is that we now find economists holding opposite policy views agreeing about the conceptual apparatus upon which to base their theoretical conversation. This state of affairs seems to be agreeable to both camps. Macroeconomists from the real business cycle tradition are happy because new Keynesians have yielded by adopting their language and toolbox. New Keynesians are content because they have been able to bring to the merger the concepts they were insisting upon in their more static days. Moreover, the admission that monetary policy can have real effects marks a reversal of the Friedman-Lucas view that had previously held the high ground. In other words, when it comes to policy, new Keynesians seem to be the winners.

Another milestone in the recent evolution of macroeconomics has been Christiano, Eichenbaum and Evans's (2005) article⁵. This enriched the standard DSGE model, based on staggered wage and price contracts, with four additional ingredients: (a) habit formation in preferences for consumers; (b) adjustment costs in investment; (c) variable capital utilisation; and (d) the need for firms to borrow working capital in order to finance their wage bill. The ensuing (complex) model allows the authors to account for the inertia of inflation and persistence in output, two important features supporting the Keynesian standpoint on the real effects of monetary shocks.

The next step occurred when Smets and Wouters (2003) took up Christiano, Eichenbaum and Evans's model and estimated it for the euro zone viewed as a closed economy. Before this, central banks were still using models that, for all their sophistication, remained based on the Kleinian tradition⁶. In contrast, the Smets-Wouters model was microfounded, specifying the preferences of households and the central bank. Smets and Wouters estimated seven variables (GDP, consumption, investment, prices, real wages, employment and the nominal interest rate) under ten structural shocks (including productivity, labour supply, investment preferences, cost-push and monetary policy shocks). Having more shocks certainly gives a better fit. The flip side, however, is that none of them comes out as dominant. The model also embedded friction, which had the effect of slowing down the adjustment to shocks. Smets and Wouters's main contribution is technical, consisting of using Bayesian estimation methods in a DSGE setting for the first time⁷. In a very short time, central banks around the world adopted the Smets-Wouters model for their policy analysis and forecasting, thus replacing 'old' with 'new' Keynesian modelling. However, one aspect of the old way of modelling remains: the distinctive trait of real business cycle models was their attempt to be as simple as

⁵ This article first appeared in 2001 as a Federal Reserve Bank of Cleveland working paper.

⁶ For example, the model used by the European Central Bank, the Area Wide (AWM) model, was still constructed from a neoclassical synthesis perspective. "The model is designed to have a long-run equilibrium consistent with classical economic theory, while its short-run dynamics are demand driven" (Fagan, Henry and Mestre 2001, abstract).

⁷ By supposing a 'prior' probability distribution of its coefficients, Bayesian estimation procedure allows the equations of large-scale linearised models to be estimated simultaneously through the maximum likelihood method, something which is impossible with a traditional estimation model.

possible. In effect, they comprised a limited number of equations. The new models *à la* Smets-Wouters constitute more complex constructions based on more questionable microfoundations.

The impact of the 2008-9 financial crisis on macroeconomic theory

How did macroeconomics stand in the wake of the so-called Great Recession (an analogy with the Great Depression of the 1930s)? These events brought out at least two blind spots in the dynamic stochastic approach to macroeconomics (that is, DSGE modelling in general). The first is the limited attention that had been given to the financial sector in these models, a dramatic blank once the Great Recession broke out in 2008. The second pertains to the limits of what can be done with models premised on the view that, whatever the situation in which economic agents find themselves, they ought to be considered as having achieved their first best optimising plan. In other words, DSGE models exclude in advance the possibility of any pathology in the working of the market system, and certainly of any collapse in the trading system to the extent that we have recently encountered.

This marks a clear analogy with the situation faced by Keynes in the 1930s. Equilibrium models convey a Panglossian view (all is for the best in this best of all possible worlds) of the working of the economy as they rule out the possibility that markets can fail and that agents may find themselves in a state where they are unable to achieve their optimising plan⁸. When the economy is in a state of plain sailing, this neglect is admissible, but it is no longer justifiable when the economy shows signs of collapse. Whatever the virtues of the new-classical real business-cycle methodology, its limits are clear. To ‘old’ Keynesians, this has the sweet smell of revenge. New voices have arisen proclaiming the need to return to Keynes’s *General Theory*. Lord Skidelsky, Keynes’s biographer and the author of *The Return of the Master* (Skidelsky 2009), and Paul Krugman, the 2008 Nobel-prize laureate (see for example Krugman 2010) are two prominent figures in this movement (not to mention Posner’s rediscovery of Keynes’s book (Posner 2009)). In Krugman’s words, “Keynesian economics remains the best framework we have for making sense of recessions and depressions” (2010, p. 8).

We disagree with these economists. We prefer to draw a distinction between two meanings of the Keynesian modifier. The first point to a general vision that can be labelled ‘ideological’ without giving this terms a pejorative meaning and which views the market economy as likely to fall prey to market failures upon which governments are able to remedy. The second

⁸ As Keynes wrote in a famous passage of the *General Theory*, “The celebrated optimism of traditional economic theory, which has led to economists being looked upon as Candides, who, having left this world for the cultivation of their gardens, teach that all is for the best in the best of all possible worlds provided we will let well alone ...” (Keynes 1936, p. 33).

designates the conceptual apparatus proper to the Keynesian tradition in its heydays, i.e. the IS-Lm model. Against the background of this distinction, our view is that the Keynesian vision might well ride high again, but we doubt that any return to the Keynesian conceptual apparatus will occur. Be that as it may, what is certain is that Krugman's and Skidelsky's injunctions were badly received by the profession.

The Great Recession will certainly have an impact on the course of macroeconomics. The clearest sign of this is the widespread admission that the loose integration of finance into macroeconomic models was a serious mistake (Eichenbaum 2010), and the ensuing surge of work aiming to fill this gap. At this juncture, it is, however, still difficult to gauge whether a mere integration of the financial sector within the existing framework will suffice, or whether the Great Recession will trigger a more radical reorientation of macroeconomics.

References

- Akerlof, G. and J. Yellen (1985a), "Can Small Deviations from Rationality Make Significant Differences to Economic Equilibria?" *American Economic Review*, vol. 75, pp. 708-721.
- Akerlof, G. And J. Yellen (1985b), "A Near-Rational Model of the Business Cycle with Wage and Price Inertia", *Quarterly Journal of Economics, Supplement*, vol. 100, pp. 823-838
- Azariadis, C. (1975), "Implicit Contracts and Underemployment Equilibria", *Journal of Political Economy*, vol. 83, pp. 1183-2002.
- Baily, M. (1974), "Wages and Employment under Uncertain Demand", *Review of Economic Studies*, vol. 41, pp. 37-50.
- Barro, R. and H. Grossman (1971), "A General Disequilibrium Model of Income and Employment", *American Economic Review*, vol. 61, pp. 82-93.
- Barro, R. and H. Grossman (1976), *Money, Employment and Inflation*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Bateman, B. (1990), "Keynes, Induction and Econometrics", *History of Political Economy*, vol. 22, pp. 359-379.
- Batyra, A. and M. De Vroey (2011), "From One to Many Islands: The Emergence of Search and Matching Models", *The Bulletin of Economic Research*, forthcoming.
- Benassy (1975), "Neo-Keynesian Disequilibrium Theory in a Monetary Economy", *Review of Economic Studies*, vol. 42, pp. 503-523.
- Brock, W. and L. Mirman (1972), "Optimal Economic Growth and Uncertainty: The Discounted Case", *Journal of Economic Theory*, vol. 4, pp. 479-513.
- Calvo, G.-A. (1983), "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework", *Journal of Monetary Economics*, vol. 12, pp. 383-398.
- Cass D. (1965), "Optimal Growth in an Aggregate Model of Capital Accumulation", *Review of Economic Studies*, vol. 32, pp. 233-240.
- Christiano, L. and M. Eichenbaum (1992), "Current Real Business Cycle Theories and Aggregate Labour Market Fluctuations", *American Economic Review*, vol. 82, pp. 430-

450.

- Christiano, L., Eichenbaum, M. and C. Evans ([2001] 2005), “Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy”, *Journal of Political Economy*, vol. 113, pp. 1-45.
- Clower, R. ([1965] 1984), “The Keynesian Counterrevolution: A Theoretical Appraisal”, in Walker, D. (Ed.), *Money and Markets. Essays by Robert Clower*, Cambridge University Press, pp. 34-58.
- Deleau, M., Malgrange, P. and P.-A. Muet (1984), “A Study of Short-Run and Long-Run Properties of Macroeconometric Dynamic Models by Means of an Aggregative Core Model” in Malgrange, P. and P.-A. Muet (eds.), *Contemporary Macroeconomic Modelling*, Oxford: Basil Blackwell, pp. 215-24
- Diamond, P. (1982), “Aggregate Demand Management in Search Equilibrium”, *Journal of Political Economy*, vol. 90, pp. 881-894.
- Dimand, R. (2008), “Macroeconomics, Origins and History of” in Durlauf, N. and L. Blume (eds.), *The New Palgrave Dictionary of Economics*, Second Edition.
- Dixit, A.-K. and J. Stiglitz (1977), “Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity” *American Economic Review*, vol. 67, pp. 297-308.
- Drèze, J. H. (1975), “Existence of Equilibrium under Price Rigidities”, *International Economic Review*, vol. 16, pp. 301-20.
- Eichenbaum, M. (2010), “What Shortcomings in Macroeconomic Theory and Modelling have been Revealed by the Financial Crisis and how should they be Addressed in the Future?” Comments from an ECB panel, <http://faculty.wcas.northwestern.edu/~yona/research.html>
- Fagan, G., J. Henry and R. Mestre (2005), “An Area-Wide Model for the Euro Area”, *Economic Modelling*, vol. 22, pp. 39-59.
- Fine, B and D. Milonakis (2008), *From Political Economy to Economics: Method, the Social and the Historical in the Evolution of Economic Theory*, Routledge.
- Fischer, S. (1977) “Long-Term Contracts, Rational Expectations, and the Optimal Money Supply Rule”, *Journal of Political Economy*, vol. 85, pp. 191-295.
- Friedman, M. (1968), “The Role of Monetary Policy”, *American Economic Review*, vol. 58, pp. 1-17.
- Garrone, G. and R. Marchionatti (2004), “Keynes on Econometric Method. A Reassessment of his Debate with Tinbergen and Other Econometricians” Department of Economics, Universita di Torino, *Working Paper No. 01/2004*.
- Greenwood, J. ([1994] 2005), Modern Business Cycle Analysis, *Rochester Center for Economic Research*, Working Paper, No. 520. July 2005.
- Goodfriend, M. and R. King, (1997), “The New Neo-Classical Synthesis and the Role of Monetary Policy”, *NBER Macroeconomics Annual*, 231-83.
- Gordon, D. F. (1974), “A Neoclassical Theory of Keynesian Unemployment”, *Economic Inquiry*, vol. 12, pp. 431-449.
- Hansen, A. (1953), *A Guide to Keynes*, New York: McGraw Hill.
- Harrod, R.F. ([1937] 1947), “Mr Keynes and Traditional Theory, *Econometrica*, vol. 5, pp. 74-86.

- Hart, O. (1982), "A Model of Imperfect Competition with Keynesian Features", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 97, pp.109-138
- Hicks. J. R. (1937), "Mr. Keynes and the Classics", *Econometrica*, April, pp. 147-59.
- Keynes J.M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest, and Money*, Macmillan: London.
- King, J.E. (2002), *A History of Post Keynesian Economics Since 1936*, Cheltenham: Edgar Elgar.
- Klein, L. R. (1950), *Economic Fluctuations in the United States, 1921–1941*, New-York: John Wiley.
- Klein, L. R. and A. Goldberger (1955), *An Econometric Model of the United States, 1929–1952*, Amsterdam: North Holland.
- Krugman, P. (2009), "How Did Economists Get It so Wrong?", *New York Times Magazine*, September 6.
- Kydland, F. and E. Prescott (1977), "Rules rather than Discretion: the Inconsistency of Optimal Planes", *Journal of Political Economy*, vol. 85, pp. 473-91.
- Kydland, F. and E. Prescott (1982), "Time to Build and Aggregate Fluctuations", *Econometrica*, vol. 50, pp. 1345-70.
- Laidler, D. (1999), *Fabricating the Keynesian Revolution. Studies of the Inter-war Literature on Money, the Cycle, and Unemployment*, Cambridge: Cambridge University Press.,
- Leijonhufvud, A. (1968), *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes*, Oxford: Oxford University Press.
- Lipsey, R. (2000), "IS-LM, Keynesianism, and the New Classicism", in Backhouse, R. and A. Salanti, (eds.), *Macroeconomics and the Real World, vol. 2 Keynesian Economics, Unemployment and Policy*, Oxford: Oxford University Press, pp. 57-82.
- Long, J. and C. Plosser (1983), "Real Business Cycles", *Journal of Political Economy*, vol. 94, pp. 39-69.
- Lucas, R. E. Jr. ([1972] 1981) "Expectations and the Neutrality of Money", reprinted in *Studies in Business Cycle Theory*, Cambridge (Mass.): The M.I.T. Press, pp. 65-89.
- Lucas, R. E. Jr. ([1976] 1981), "Econometric Policy Evaluation: A Critique", reprinted in *Studies in Business Cycle Theory*, Cambridge (Mass.): The M.I.T. Press, pp. 104-130.
- Lucas, R. E. Jr. ([1977] 1981), "Understanding Business Cycles", reprinted in *Studies in Business Cycle Theory*, Cambridge (Mass.): The M.I.T. Press, pp. 215-239.
- Lucas R. E. Jr. (1981), *Studies in Business Cycle Theory*, Cambridge (Mass.): The M.I.T. Press.
- Lucas R. E. Jr. (2004), "My Keynesian Education", in De Vroey, M. and K. Hoover (eds.), *The IS-LM Model: Its Rise, Fall, and Strange Persistence*, Duke University Press, pp. 12-24.
- Lucas R. E. Jr. and L. Rapping ([1969] 1981) "Real Wages, Employment, and Inflation", *Journal of Political Economy*, vol. 77, pp. 721-754.
- Lucas, R. E. Jr. and T. Sargent, [1979] 1994), "After Keynesian Macroeconomics" in Miller, P. (ed.), *The Rational Expectations Revolution: Readings from the Front Line*, The M.I.T. Press, pp. 5-30.

- Malinvaud, E. (1977), *The Theory of Unemployment Reconsidered*, Basil Blackwell.
- Mankiw, N. (1985), "Small Menu Costs and Large Business Cycles: A Macroeconomic Modeling of Monopoly", *Quarterly Journal of Macroeconomics*, vol. 100, pp.529-538.
- Mankiw, N. and D. Romer (eds.) (1991), *New Keynesian Economics*, two volumes, Cambridge (Mass.): The M.I.T. Press.
- Meade J. (1937), "A Simplified Model of Keynes's System", *Review of Economic Studies*, vol. 4, pp. 98-107
- Modigliani, F. (1944), "Liquidity Preference and the Theory of Interest and Money", *Econometrica*, vol. 12, pp. 44-88.
- Muth, R. (1961), "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *Econometrica*, vol 29, pp. 315-335.
- Patinkin, D. ([1956] 1965), *Money, Interest and Prices*, New York: Harper and Row (second edition).
- Phelps, E. (1967), "Phillips Curves, Expectations of Inflation and Optimal Unemployment Over Time", *Economica*, vol. 34, pp. 254-81.
- Phelps, E. (1968), "Money Wage Dynamics and Labour Market Equilibrium", *Journal of Political Economy*, vol. 76, pp. 678-711.
- Phelps, E. and J. Taylor (1977), "Stabilizing Powers of Monetary Policy under Rational Expectations", *Journal of Political Economy*, vol. 85, pp. 163-190.
- Phillips, W. (1958), "The Relationship Between Unemployment and the Rate of Change of Money Wages in the United Kingdom, 1861-1957", *Economica*, vol. 25, pp. 283-299.
- Posner, R. (2009), *A Failure of Capitalism. The Crisis of '98 and the Descent into Depression*, Cambr. (Mass): Harvard University Press.
- Ramsey, F. (1928), "A Mathematical Theory of Saving", *Economic Journal*, vol. 38, pp. 543-559.
- Roberts, J. (1987), "An Equilibrium Model with Involuntary Unemployment at Flexible, Competitive Prices and Wages", *American Economic Review*, vol. 77, pp. 856-874.
- Rotemberg, J. and M. Woodford (1997), "An Optimization-Based Econometric Framework for the Evaluation of Monetary Policy", in B. Bernanke and J. Rotemberg (ed.), *NBER Macroeconomics Annual 1997*, vol. 12, Cambr. (Mass.): pp. 297-346.
- Salop, S. (1979), "A Model of the Natural Rate of Unemployment", *American Economic Review*, vol. 69, pp. 117-125.
- Samuelson, P.A. and R. Solow (1960), 'Analytical Aspects of Anti-Inflationary Policy', *American Economic Review*, 50 (2), May, pp. 177-94.
- Shapiro, C. and J.E. Stiglitz (1984), "Equilibrium Unemployment as Worker Discipline Device", *American Economic Review*, vol. 74, pp. 433-444.
- Skidelsky, R. (2009), *The Return of the Master*, London: Public Affairs.
- Smets, F. and R. Wouters (2003), "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium of the Euro Area", *Journal of the European Economic Association*, vol. 5, pp. 1123-1175.
- Solow, R. (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 70, pp. 65-94.

- Taylor, J. B. (1979), "Estimation and Control of an Econometric Model with Rational Expectations", *Econometrica*, vol. 47, pp. 1267-1286.
- Tinbergen, J. (1939), *Statistical Testing of Business-Cycle Theories, Vol. II Business Cycles in the USA 1919-1932*, Geneva: League of Nations.
- Usabiaga Ibanez, C. (1999), *The Current State of Macroeconomics: Leading Thinkers in Conversations*, Basingstoke: McMillan Press.
- Woodford, M. (1999), "Revolution and Evolution in Twentieth Century Macroeconomics", mimeo, <http://www.columbia.edu/~mw2230/>
- Woodford, M. (2003), *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton University Press.
- Woodford, M. (2006), "Rules for Monetary Policy", *NBER Reporter: Research Summary*, <http://www.nber.org/reporter/spring06/woodford.html>
- Young, W. (1987), *Interpreting Mr. Keynes: The IS-LM Enigma*, Cambridge: Polite Press.

Institut de Recherches Économiques et Sociales
Université catholique de Louvain

Place Montesquieu, 3
1348 Louvain-la-Neuve, Belgique



End-of-pipe emissions abatement technologies in a CGE-model

Peter Stephensen*

Rasmus Kehlet Berg†

Ulrik Beck*

August 25, 2020

GreenREFORM, Landgreven 4, 1301 København K

Resumé

Firms may have the opportunity to reduce a share of their greenhouse gas emissions by using abatement technologies, that do not otherwise impact the production process. This type of »end-of-pipe« abatement technologies is typically characterized by a unit cost per abated unit of emissions as well as an abatement potential. This paper describes how a catalogue of such technologies can be incorporated into a computable general equilibrium model (CGE-model). Technology catalogues typically characterize the technologies as having constant marginal costs. This implies that a given technology is either implemented by all firms or not at all. CGE-models that are solved using constrained nonlinear optimization are not able to account for corner cases like this. However, by introducing heterogeneity between firms, the technology catalogue is able to be incorporated. This heterogeneity is used to smooth the problem, which makes it possible to solve for the firms' choices analytically. This paper outlines how this can be done. In practice, the degree heterogeneity can be made arbitrarily small. Thus, constant marginal costs are an edge case of the described solution.

This is an update of an earlier memo with the same title. Since the initial memo from February, a new section 3 with extensions to the framework has been added.

*DREAM

†Københavns Universitet

1 Theory

Consider a representative firm which produces emissions of quantity e^0 by using input x :

$$e^0 = \eta x \quad (1)$$

where η is the emission coefficient. This is the quantity emitted if the firm does nothing to abate its emissions.

Assume that there exists T emissions-reducing technologies (a technology catalogue). Technology t is characterized by a unit cost, c_t , and a reduction share, q_t , which represents the share of emissions, which the technology can abate. The combined emissions reduction from using the technology is therefore given by $\Delta e_t = q_t e^0$.

Assume now that an emissions tax, τ , is implemented. A technology defined by (q_t, c_t) will provide the firm with savings $\tau q_t e^0$ and costs $c_t q_t e^0$. It is therefore a necessary condition for the technology t to be used, that

$$\tau \geq c_t. \quad (2)$$

If (2) is satisfied, a rational firm will install the emissions-reducing technology t . We now introduce an element of heterogeneity, such that the costs for a given firm can be higher or lower than c_t , but the average firm faces the cost c_t . We assume that firm j introduces technology t if:

$$\tau \geq c_{jt}$$

where c_{jt} is firm j 's cost from using the technology. We now assume that there are many firms and that c_{jt} is a log-normally distributed variable:

$$\log(c_{jt}) \sim N\left(\log(c_t) - \frac{\sigma^2}{2}, \sigma^2\right) \quad (3)$$

where c_t is the average unit cost for technology t according to the technology catalogue. The specification (3) ensures that all firms have positive costs from using the technology and that

$$E[c_{jt}] = c_t \quad (4)$$

Let $\phi(x)$ be the probability density function and $\Phi(x)$ the cumulative distribution function for the standardized normal distribution. The share of firms that introduce technology t is then given by:

$$I_t = \Phi\left(\frac{\log(\tau) - \log(c_t) + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma}\right) \quad (5)$$

For a given tax τ , the firms' total reduction of emissions is given by

$$E = e^0 \sum_{t=1}^T q_t I_t \quad (6)$$

It is slightly harder to calculate the firms' total costs, since this requires us to consider the effect of firm-heterogeneity. Let C_t be the firms' total expenditure on technology t . It is then the case that the costs for a given technology are given by:

$$\begin{aligned}
 C_t &= e^0 \int_0^\tau q_t c \phi \left(\frac{\log(c) - \log(c_t) + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \right) dc \\
 &= \Phi \left(\frac{\log(\tau) - \log(c_t) + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \right) e^0 q_t \int_0^\tau c \frac{\phi \left(\frac{\log(c) - \log(c_t) + \frac{\sigma^2}{2}}{c} \right)}{\Phi \left(\frac{\log(\tau) - \log(c_t) + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \right)} dc \\
 &= \Phi \left(\frac{\log(\tau) - \log(c_t) + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \right) e^0 q_t E[c | c \leq \tau] \\
 &= \Phi \left(\frac{\log(\tau) - \log(c_t) + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \right) e^0 q_t c_t \frac{\Phi \left(\frac{\log(\tau) - \log(c_t) + \frac{\sigma^2}{2} - \sigma^2}{\sigma} \right)}{\Phi \left(\frac{\log(\tau) - \log(c_t) + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \right)} \\
 &= e^0 q_t c_t \Phi \left(\frac{\log(\tau) - \log(c_t) - \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \right)
 \end{aligned}$$

We have used the fact that $E[x|x \leq a] = E[x] \frac{\Phi(\sigma - (\ln(a) - \mu)/\sigma)}{\Phi(\ln(a) - \mu)/\sigma}$ for $\log(x) \sim N(\log(\mu), \sigma^2)$ ¹.

This implies that the total costs of using technologies from the technology catalogue are:

$$C = e^0 \sum_{t=1}^T q_t c_t I_t^c \quad (7)$$

where

$$I_t^c = \Phi \left(\frac{\log(\tau) - \log(c_t) - \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \right) \quad (8)$$

If all firms used technology t , the costs from the technology would be given by $e^0 q_t c_t$. I_t^c represents the share of the total potential costs from technology t , which are realized by the firms.

The parameter σ represents the degree of heterogeneity between firms. One possibility is to choose a low σ , which in practice means that the firms have almost identical costs. This implies that the share functions I_t and I_t^c approach 0 or 1, suggesting that either all or none of the firms choose to use the technology.

¹Se e.g. <http://home.datacomm.ch/paulsoderlind/Courses/OldCourses/EcmXSta.pdf> p. 17.

2 Application in a CGE-model

From (1) and (7), the total abatement costs are given by

$$C = \eta \zeta_c (\tau) x \quad (9)$$

where

$$\zeta_c (\tau) \equiv \sum_{t=1}^T q_t c_t I_t^c$$

and from (1) and (6), the total emissions are given by

$$E = \eta (1 - \zeta_q (\tau)) x \quad (10)$$

where

$$\zeta_q (\tau) \equiv \sum_{t=1}^T q_t I_t$$

The total costs related to input x are:

$$\hat{p}_x = (p_x + \eta \zeta (\tau)) x$$

where

$$\zeta (\tau) \equiv \zeta_c (\tau) + \tau (1 - \zeta_q (\tau)) \quad (11)$$

given that abatement costs and taxes on emissions are included.

This implies that

$$\zeta (\tau) = \tau - \sum_{t=1}^T q_t [\tau I_t - c_t I_t^c]$$

Assume now that the firm's demand for good x enters the CES-nest with another good z and that these two goods form an aggregate good H . This is a standard CES-nest:

$$x = \mu_x \left(\frac{p_x + \eta \zeta (\tau)}{P_H} \right)^{-E} H \quad (12)$$

$$z = \mu_z \left(\frac{p_z}{P_H} \right)^{-E} H \quad (13)$$

$$P_H H = (p_x + \eta \zeta (\tau)) x + p_z z \quad (14)$$

where E is the elasticity of substitution between x and z . The CES price index P_H is implicitly derived from (12)-(14). It can be shown that this price index is given by:

$$P_H = \left[\mu_x (p_x + \eta \zeta (\tau))^{1-E} + \mu_z p_z^{1-E} \right]^{\frac{1}{1-E}} \quad (15)$$

It is necessary to include either (14) or (15) in the model.

3 Extensions

In this section, we discuss a few extensions to the framework presented above.

3.1 One technology affects multiple emissions

We may have technologies that affect multiple types of emissions that are all proportional to use of the same input. This is for instance the case in agriculture, where some technologies can reduce emissions of both ammonia and methane from manure. In this case, we can extend the framework by adding an index, ϵ , to denote the type of emissions. For instance, emissions by different emissions types are given by:

$$e_\epsilon^0 = \eta_\epsilon x \quad (16)$$

The technology will once again be implemented if savings from reduced tax payments is higher than the cost of the technology. The total potential savings are therefore $x \sum_\epsilon \tau_\epsilon q_{t,\epsilon} \eta_\epsilon$. We redefine the unit costs of the technology to be the cost per unit of the polluting input and denote this \tilde{c} . This means that the firm will use the technology if:

$$x \sum_\epsilon \tau_\epsilon \eta_\epsilon q_{t,\epsilon} \geq \tilde{c}_t x \Rightarrow \tilde{\tau} \equiv \sum_\epsilon \tau_\epsilon \eta_\epsilon q_{t,\epsilon} \geq \tilde{c}_t \quad (17)$$

where the potential savings per unit of the polluting input is $\tilde{\tau}$. The rest of the equations of the framework follows from this. Below, the key equations are reproduced, where tildes indicate that expressions are modified due to multiple emissions sources and the change in definition of unit costs. Total abatement costs are given by

$$\tilde{C} = \tilde{\zeta}_c(\tilde{\tau}) x \quad (18)$$

where

$$\tilde{\zeta}_c(\tilde{\tau}) \equiv \sum_{t=1}^T \tilde{c}_t I_t^c(\tilde{\tau}, \tilde{c}_t)$$

Total emissions of type ϵ are given by

$$E_\epsilon = \eta_\epsilon (1 - \tilde{\zeta}_{q,\epsilon}(\tilde{\tau})) x \quad (19)$$

where

$$\tilde{\zeta}_{q,\epsilon}(\tilde{\tau}) \equiv \sum_{t=1}^T \tilde{q}_{t,\epsilon} I_t(\tilde{\tau}, \tilde{c}_t)$$

The total costs related to input x are:

$$\hat{p}_x = (p_x + \tilde{\zeta}(\tilde{\tau})) x$$

where

$$\tilde{\zeta}(\tilde{\tau}) \equiv \tilde{\zeta}_c(\tilde{\tau}) + \sum_{\epsilon} \tau_{\epsilon} (1 - \tilde{\zeta}_{q,\epsilon}(\tilde{\tau})) \quad (20)$$

Firm demands and budget constraints are given by:

$$x = \mu_x \left(\frac{p_x + \eta \tilde{\zeta}(\tilde{\tau})}{P_H} \right)^{-E} H \quad (21)$$

$$z = \mu_z \left(\frac{p_z}{P_H} \right)^{-E} H \quad (22)$$

$$P_H H = (p_x + \eta \tilde{\zeta}(\tilde{\tau})) x + p_z z \quad (23)$$

3.2 Introducing a shadow tax

It is useful to be able to model technology adoption in the absence of an emissions tax. This may be relevant during model calibration, where we wish to calibrate to some fixed level of takeup of the technology, even though taxes do not change. It may also be for model simulations where command-and-control-type regulations force technology adoption, without the firms paying emissions taxes. For these situations, we can introduce a »shadow tax«, which enters into the expression for the share of firms that adopt the technology, 5, but not into the expression for firm costs, 8, since the tax is not actually paid. The sum of regular taxes and the shadow tax is an expression of the costs related to technology adoption for the marginal adopter.

The shadow tax is by default exogenous and equal to zero, but may be endogenized to hit a certain adoption share, either during model calibration or as part of a simulation.

4 Concluding remarks

This paper describes a method for how end-of-pipe abatement technologies can be integrated in a CGE-model. The idea is to use information from the technology catalogues as directly as possible in the CGE-model. To the best of our knowledge, this method described in this paper uses information from a technology catalogue in a more direct fashion than the existing methods for integrating abatement technologies in CGE-models in the literature (for example Kluila and Rutherford (2013) and Weitzel et al (2019)). To integrate the technology catalogue, it is assumed that the firms have heterogenous cost from using different technologies.

In the following, we discuss a number of characteristics of the modelling described in this paper.

Polution abatement occurs without profit

A challenge for modelling polution abatement is that the modelling choice may give rise to profit in the sector. This is the case, since the cost from using a technology can be lower than the cost, which the firm saves from avoiding the tax. The problem can be described in the following general way. Assume that a firm produces a good, H , using two inputs and that there are constant returns to scale in the production funciton $H(x, z)$. The good can be sold at price P_H and the inputs can be purchased at constant prices (p_x, p_z). The value of production then corresponds with the returns to the factors of production, ie. $P_H H(x, z) = P_H \frac{\partial H}{\partial x} x + P_H \frac{\partial H}{\partial z} z$, which corresponds with zero profit in the absence of polution abatement. Assume now that the firm's consumption of input x produces emissions, E . The emissions are subject to the tax rate τ . Some of the emissions can be abated if the firm takes action a : $E = E(x, a)$. This action has the cost $C = C(x, a)$. The firm's profit is then given by:

$$\Pi = P_H H(x, z) - p_x x - p_z z - C(a, x) - \tau E(a, x) \quad (24)$$

The first order conditions for profit maximization are then:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0 \Rightarrow P_H \frac{\partial H}{\partial x} = p_x + \frac{\partial C}{\partial x} + \tau \frac{\partial E}{\partial x} \quad (25)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = 0 \Rightarrow P_H \frac{\partial H}{\partial z} = p_z \quad (26)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial a} = -\tau \frac{\partial E}{\partial a} \quad (27)$$

We rearrange and insert (25) and (26) in (24):

$$\begin{aligned} \Pi &= P_H H(x, y) - (P_H \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial C}{\partial x} - \tau \frac{\partial E}{\partial x})x + P_H \frac{\partial H}{\partial z} z - C(a, x) - \tau e(a, x) \\ &= P_H H(x, y) - P_H \frac{\partial H}{\partial x} x + \frac{\partial C}{\partial x} x + \tau \frac{\partial E}{\partial x} x + P_H \frac{\partial H}{\partial z} z - C(a, x) - \tau e(a, x) \\ &= \frac{\partial C}{\partial x} x + \tau \frac{\partial E}{\partial x} x - C(a, x) - \tau E(a, x) \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

where the last equality follows from the assumption of constant returns to scale. As such, profit is not guaranteed to equal zero in the case with polution abatement. In the special case where there is a constant emission coefficient, η , per unit of emission and where the total cost of (technology specific) emissions abatement is proportional to the quantity of emissions, profits will equal zero.² This is the case in the model described in this paper.

²In this case, $E(a, x) = E(a)\eta x \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial x} x = E(a, x)$ and $\frac{\partial C}{\partial x} x = C(a, x)$.

Using the one-emission-type verison of the framework, this can be seen by inserting (14) in (28) and inserting (9) and (10) in (30):

$$\Pi = P_H H(x, y) - p_x x - p_z z - C(a, x) - \tau E(a, x) \quad (28)$$

$$= (p_x + \eta \zeta(\tau)) x + p_z z - p_x x - p_z z - C(a, x) - \tau E(a, x) \quad (29)$$

$$= \eta \zeta(\tau) - C(a, x) - \tau E(a, x) \quad (30)$$

$$= \eta \zeta(\tau) - \eta \zeta_c(\tau) x - \tau \eta(1 - \zeta_q(\tau)) x \quad (31)$$

$$= 0 \quad (32)$$

The last equality follows from (11). The intuition behind this is that the profit which could result from using the abatement technology is cancelled out by a change in the output price.

Heterogeneity

Heterogeneity is often a reasonable assumption, since firms in practice are heterogenous. A concrete example of this in the use of nitrification inhibitors, which farmers can put in animal feed to reduce greenhouse gas emissions. It is not unlikely that the unit price for nitrification inhibitors faced by an individual farm can be affected by differentiated prices from the producer, farm-specific volume discounts as well as the timing of the agreement between the producer and the farm. Alternatively, heterogeneity can be interpreted as information-heterogeneity, where there is uncertainty about the actual cost of using a technology, but the firm on average has accurate beliefs about the costs. If $c_{jt} = c_t$, the firm's belief about the unit costs are accurate, while the firm for example overestimates the unit costs if $c_{jt} > c_t$.

Even though there may be good reasons for there to be cost-heterogeneity in practice, it is possible to choose a small enough degree of heterogeneity, that all firms in the model either use or do not use a given technology.

Choice of cost definition

There may be technologies in the technology catalogue which are profitable given the existing prices and taxes, i.e. $\tau > c_t$ (for example because $\tau = 0$ and $c_t < 0$), but which are not used. If these technologies are implemented directly in a CGE-model, the agents in the model will immediately start using the technology. This gives rise to a discrepancy between the model's predictions and the real world. In such situations, it is necessary to explain why the technologies are not used, when it appears that they would save the firms money.

There are multiple possible explainations for this apparent paradox. The literature often refers to unrealistic discount rates, optimistic estimates of the technology's effectiveness or

»hidden« costs related to using the technology (for example from increased time consumption or complexity of production), c.f. Alcott and Greenstone (2012) among others.

In practice it may be necessary to take these things into consideration when integrating the technology catalogue and the CGE-model. This can for example be done by increasing the costs in the technology catalogue, such that $\tau < c_t$ initially for all t .³ Another possibility is that the technologies are in fact used in the baseline, which implies that the technology catalogue would overestimate the potential of the technologies. In this case, it would be necessary to reduce q_t .

References

- Allcott, H. and M. Greenstone (2012): Is There an Energy Efficiency Gap? *The Journal of Economic Perspectives*, 26(1), p. 3–28.
- Kiuila, O. and T.F. Rutherford (2013): The cost of reducing CO 2 emissions: Integrating abatement technologies into economic modeling. *Ecological Economics* 87, p. 62-71
- Weitzel, M., B. Saveyn and T. Vandyck (2019): Including bottom-up emission abatement technologies in a large-scale global economic model for policy assessments. *Energy Economics* 83, p. 254-263.

³There are other possible explanations for why firms don't use abatement technologies, e.g., firms can have incomplete information, face capital constraints or be risk averse. If these are the drivers behind the technologies not being used, it will not be entirely correct to increase technology costs in order to force the technologies to not being used in the model baseline.

DREAM

Mismatch på det danske arbejdsmarked

Andreas Østergaard Iversen,
Peter Stephensen og
Jonas Zangenberg Hansen

November 2016

Mismatch på det danske arbejdsmarked

Indholdsfortegnelse

1. Indledning.....	2
2. Fremskrivning af udbuddet af arbejdskraft	6
3. Fremskrivning af efterspørgslen efter arbejdskraft	13
4. Mismatch.....	20
5. Samfundsøkonomisk effekter at mismatch på arbejds-markedet.....	23
6. Referencer	28
Bilag 1. Data til fremskrivning af efterspørgslen af arbejdskraft	29
Bilag 2. Data til CGE-modellen.	30
Bilag 3. Metode til fremskrivning af andele.....	37
Bilag 4. Valg af fremskrivningsmetode	38
Bilag 5. Makromodel til vurdering af samfundsøkonomiske effekter af mismatch på arbejdsmarkedet. .	43
Bilag 6. Arbejdskraftefterspørgsel over brancher, uddannelsesfordelt.	47
Bilag 7. Arbejdskraftefterspørgsel over uddannelse, branchefordelt.....	53
Bilag 8. Erhvervsfaglig og kandidatuddannet arbejdskraftefterspørgsel på mellemgruppeniveau.	58
Bilag 9. Fordelingen af kandidater på mellemgrupper over ADAMs 12 brancher.....	62
Bilag 10. Fordelingen af erhvervsfaglige på mellemgrupper over ADAMs 12 brancher	64
Bilag 11. Sammenhængen mellem uddannelses hovedgrupper og mellemgrupper	66
Bilag 12. Sammenhængen mellem ADAMs og Nationalregnskabets brancher	68

1. Indledning

Den teknologiske udvikling ændrer den private og den offentlige sektors behov for arbejdskraft. Set over de seneste 50 år har der været en tendens til at faglærte erstatter ufaglærte, og at arbejdskraft med en videregående uddannelse erstatter faglært arbejdskraft. Heldigvis er denne udvikling fulgt af en tilsvarende tendens til at befolkningen opnår et stadigt højere uddannelsesniveau. I den indflydelsesrige bog "The Race between Education and Technology" af Claudia Goldin og Lawrence F. Katz fra 2008 beskrives det hvorledes der foregår et evigt kapløb mellem den teknologiske udvikling og uddannelsessystemet. Et værktøj til at overvåge dette kapløb er *mismatch-analyse*.

I denne rapport beskrives en nyudviklet mismatch-analyse for det danske arbejdsmarked, og der opstilles en makroøkonomisk model der muliggør vurderingen af de samfundsøkonomiske effekter af mismatch. Grundidéen i mismatch-analyse er, at fremskrive de historiske tendenser på arbejdsmarkedets udbuds- og efterspørgselsside. Målet er, at opdage hvis der er tendenser til at uddanne for mange eller for få af givne uddannelser.

Fremskrivningen af *udbuddet* af arbejdskraft fordelt på uddannelse er baseret på DREAM's socioøkonomiske fremskrivning (Zangenberg Hansen, 2016). Denne fremskrivning benyttes i forvejen i den såkaldte DREAM-model, som er en model der især anvendes til langsigtede analyser af finanspolitisk holdbarhed (DREAM, 2016). Udbudsfremskrivningen er baseret på fremskrivninger af demografi, uddannelsesvalg og socioøkonomisk tilknytning. Det antages, at erhvervstilknytning og arbejdsløshedsprocenter gradvist bevæger sig mod langsigtede strukturelle niveauer.

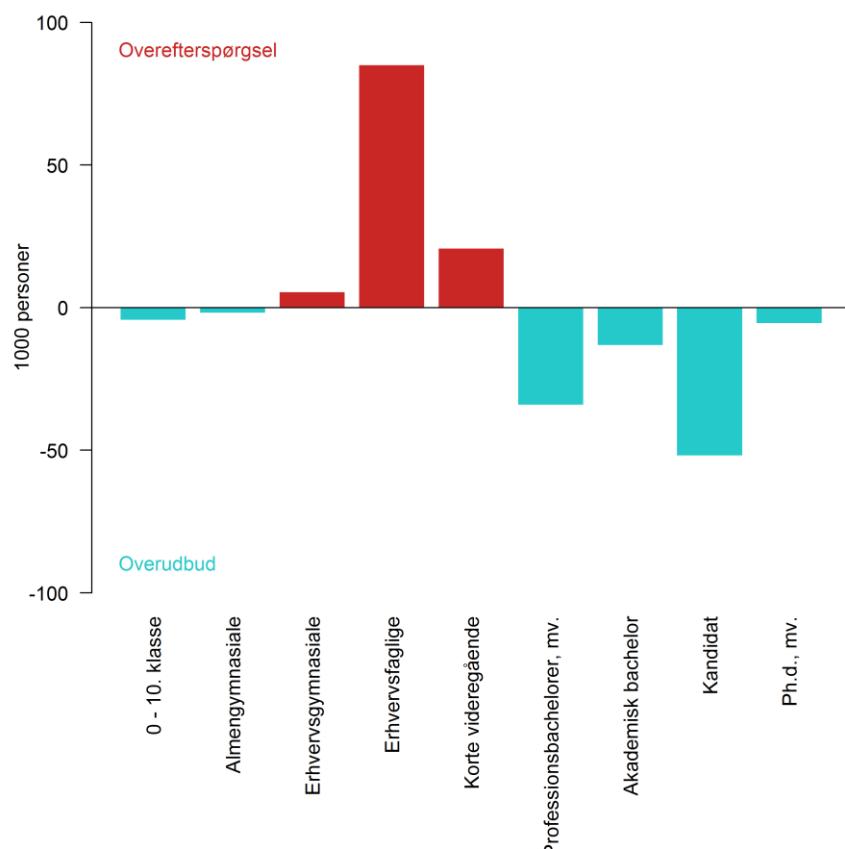
Efterspørgselssiden er nyudviklet i forbindelse med denne analyse. Den grundlæggende ide bag fremskrivningsmetoden er at opbygge et system der automatisk indregner de mange forskelligartede strukturelle udviklingstendenser der ses på det danske arbejdsmarked. Her tænkes både på forskydninger mellem økonomiske sektorer og mellem uddannelser. Historisk set er der sket betydelige skift i de økonomiske branchers størrelser. I øjeblikket ses fx en betydelig vækst i beskæftigelsen i de private servicesektorer på bekostning af især fremstillingserhvervene. Disse forskydninger forklares typisk ved forskelle i hastigheden hvormed de teknologiske fremskridt opstår (Acemoglu and Autor, 2012). På samme måde ses skift i efterspørgslen efter uddannedt arbejdskraft. Disse ændringer forklares typisk med såkaldte 'skill baised' teknologiske fremskridt (Goldin and Katz, 2008; Acemoglu and Autor, 2012).

Fremskrivningsmetodens evne til at indregne strukturelle udviklingstendenser er opnået på to måder. For det første anvendes et meget detaljeret datamateriale, idet der tages udgangspunkt i beskæftigelsen fordelt på nationalregnskabets 117 sektorer og 9 uddannelsesniveauer. For det andet, anvendes en nyudviklet automatiseret procedure der gør det muligt at udføre det nødvendige meget store antal tidsrækkeanalyser. I modsætning til tidligere analyser af denne art på dansk data (Arbejderbevægelsens Erhvervsråd 2014, REG LAB 2016), anvendes ikke lineær regression men i stedet den mere generelle metode tidsrækkeanalyse. For hver af de 117 sektorer er uddannelsesfordelingen fremskrevet til 2035 baseret på data for 1993-2014.

Størrelsen af det uddannelsesfordelte mismatch vurderes ved at sammenstille udbud af og efterspørgsel efter personer med de 9 uddannelsesniveauer. Den her brugte metode beregner det mismatch der opbygges i perioden 2014-2025. Der er derfor ikke indregnet et eventuelt initialt mismatch i 2014. I andre lignende analyser (fx Arbejderbevægelsens Erhvervsråd 2014) er et sådant initialt mismatch indregnet. Dette skal man være opmærksom på ved sammenligning med andre analyser.

Den automatiske metode som her er anvendt har både fordele og ulemper. Som tidligere nævnt er det en fordel at strukturelle skift beskrives relativt præcist. Det kan også ses som en fordel, at metoden ikke er baseret på forskellige mere eller mindre ”håndholdte” antagelser foretaget af analytikerne for at inddrage så mange problemstillinger som muligt. I relation hermed kan analysen ses som et eksempel på såkaldt ”reproducible research” – dvs. analyser som andre i principippet ville kunne eftergøre ned til mindste detalje. Omvendt har den automatiserede metode også sine ulemper. Metoden er ikke baseret på detaljeret viden om de enkelte sektorer og uddannelser, men udelukkende på den historiske udvikling. Dette gælder både på udbuds- og efterspørgselssiden. På udbudssiden er der ikke indbygget særskilte kapacitetsgrænser for optag på forskellige uddannelser, og på efterspørgselssiden er der ikke inddraget konkret viden om den seneste teknologiske udvikling. Grundforestillingen er, at sådanne forhold nok har betydning på kort sigt, men at de på længere sigt vil påvirke historisk data og således blive inddraget i analysen.

Figur 1. Mismatch 2025.



Kilde: Egne beregninger

Det skal understreges, at der er betydelig usikkerhed på resultaterne af en mismatch-analyse og at man derfor især bør benytte analyserne som "advarselslamper", dvs. som markører af fremtidige potentielle problemer. Der er flere årsager til denne usikkerhed. For det første er mismatch-analyse en *ekstrapolativ* metode: man ekstrapolerer fortidens tendenser ind i fremtiden. Fremtiden har det imidlertid med at overraske. For det andet er det estimerede mismatch beregnet ved at trække to fremskrivninger (udbud og efterspørgsel efter en given uddannelse) fra hinanden. Dette giver en større usikkerhed end hvis man kun betragtede udbuddet eller efterspørgslen for sig. Endelig har vi det lidt filosofiske problem, at fremskrivninger af denne type har det med at dementere sig selv: hvis det problem vi påviser senere bliver løst af beslutningstagerne (måske fordi vi påviste det), vil det bagefter rent datamæssigt se ud som om vi påpegede et ikke-eksisterende problem.

Det fremskrevne mismatch er vist i Figur 1. Der forventes at være et samlet mismatch på ca. 110.000 personer i 2025. Der forventes at mangle ca. 85.000 erhvervsfaglige, ca. 21.000 personer med korte videregående uddannelser og ca. 5.000 personer med en erhvervsgymnasial uddannelse. Til gengæld forventes der at være et overskud på ca. 57.000 kandidater og ph.d.'er, ca. 34.000 personer med en professionsbachelor, ca. 13.000 akademiske bachelors og ca. 6.000 personer med grundskole eller almengymnasial uddannelse.

Et centralt resultat er, at der ikke er nævneværdigt mismatch for ufaglærte. Mismatchet for grundskoleuddannede og personer med en gymnasial uddannelse er beregnet til i alt -928 personer i 2025. Hovedårsagen til dette er især at udbud og efterspørgsel efter grundskoleuddannede forventes at falde nogenlunde lige hurtigt. Udbuddet falder fordi uddannelsesniveauet forventes gradvist at vokse i arbejdsstyrken. Efterspørgslen falder fordi de fleste sektorer søger over mod mere kvalificeret arbejdskraft. Baggrunden for at efterspørgslen falder lige så langsomt som udbuddet skal især findes i den private servicesektor. Det forventes, at den private service sektor efterspørger et voksende antal ufaglærte frem mod 2025. Dette skyldes dels den voksende arbejdsstyrke/beskæftigelse, dels at servicesektoren forventes at vokse hurtigere end andre sektorer.

Afslutningsvis søges det vurderet hvilken effekt det beregnede mismatch har på samfundsøkonomien. Der opstilles en dynamisk makromodel i hvilken virksomhederne producerer med input af materialer, kapital og 9 typer arbejdskraft (svarende til de 9 uddannelser der fremgår af Figur 1). I modellens grundforløb kalibreres produktionsfunktionen (de såkaldte "skill biased" teknologiske fremskridt) således at analysens efterspørgselsfremskrivning replikeres for uændrede relative lønninger. I modellens alternativforløb indføres i stedet udbudsfremskrivningens beskæftigelsesudvikling for de 9 typer arbejdskraft, og de relative lønninger tilpasser sig således at der opnås ligevægt på de 9 arbejdsmarkede. Den samfundsmæssige effekt måles ved at sammenligne realt BNP i de to forløb.

Det viser sig at den samfundsøkonomiske effekt i meget høj grad afhænger af hvor nemt – eller hvor vanskeligt – det antages at være at erstatte erhvervsfaglige med andre typer arbejdskraft, navnlig højere uddannede. Den såkaldte *substitutionselasticitet* mellem erhvervsfaglige og andre er helt central. Hvis denne elasticitet er mindre end 1 fås et samfundsøkonomisk tab som følge af det beregnede mismatch. Hvis elasticiteten er større end 1 fås en gevinst.

Substitutionselasticiteten mellem erhvervsfaglige og andre er dårligt empirisk belyst på danske (og udenlandske) data. Det er derfor nødvendigt at tage udgangspunkt i elasticiteter estimeret på bredere uddannelsesgrupper. Et ofte anvendt bud på substitutionselasticiteten er 1,6 (Høegh, 2015, Finansministeriet, 2016). Denne elasticitet giver anledning til en gevinst i

2025 svarende til 0,5 pct. af BNP. I Arbejderbevægelsens Erhvervsråd (2014) benyttes en elasticitet på 0,8 (dvs. mindre end 1). Dette giver anledning til et tab svarende til 0,1 pct. af BNP i 2025. Antages det at erhvervsfaglige grundlæggende ikke kan erstattes med andre typer uddannelser (her eksemplificeret ved en elasticitet på kun 0,15) fås meget betydelige samfundsøkonomiske tab på 4,2 pct. af BNP i 2025. Alle tre beregninger er behæftet med betydelig usikkerhed. Der kan også være mismatch inden for de overordnede uddannelsesgrupper, hvilket alt andet lige vil øge omkostningen for samfundet.

Årsagen til den meget store variation i de samfundsøkonomiske effekter er grundlæggende, at vi mangler personer midt i uddannelsesspektret og har for mange oppe i toppen. Hvis vi havde haft for mange ufaglærte i stedet for personer med en længerevarende uddannelse, ville sagen have været en anden. Da ville mismatch-analysen have medført et tab uanset substitutionselasticiteten, idet den gruppe der var for talrig have været karakteriseret af både lav beskæftigelsesfrekvens og lav individuel produktivitet. Det ville derfor umiddelbart være en god forretning for samfundet at erstatte en ufaglært med en faglært.

Mismatch-analysen og den efterfølgende samfundsøkonomiske analyse synes at antyde at Danmark kan stå overfor et "luksus-problem". Fremadrettet er der en tendens til at arbejdsstyrken overuddannes. Hvis fleksibiliteten i produktionen er stor nok (høj substitutionselasticitet) kan dette medføre en gevinst for samfundet. Årsagen er, at ændringer i de relative lønninger drejer efterspørgslen over mod grupper med længere uddannelser. Disse gruppers høje produktivitet og arbejdsmarkedstilknytning giver anledning til en samlet gevinst for samfundet. Samfundet vil dog under alle omstændigheder kunne øge velstanden ved at sikre et bedre match mellem virksomhedernes efterspørgsel efter kompetencer og udbuddet af kompetencer.

2. Fremskrivning af udbuddet af arbejdskraft

2.1 Metode

Udbuddet af arbejdskraft er baseret på en modificeret udgave af DREAMs socioøkonomiske fremskrivning (også kaldet Befolkningsregnskabet). I forhold til standard-versionen arbejdes med primo-tal i stedet for medio, og der foretages fremskrivninger både med udgangspunkt i faktiske og konjunkturrensede frekvenser.

I den socioøkonomiske fremskrivning sker fremskrivningsprocessen sekventielt i tre trin. Først fremskrives befolkningens demografiske udvikling, så der haves et skøn over udviklingen i den samlede befolkning fordelt efter alder og køn. Når DREAM fremskriver udviklingen i den samlede danske befolkning, sker det ved at tage udgangspunkt i en given befolkning, der fremskrives ét år ad gangen.

De mekanismer, som bestemmer udviklingen i den danske befolkning, er relativt få. Befolkningen vokser på grund af fødsler samt indvandring og formindskes på grund af dødsfald samt udvandring. Fremskrivningen af den samlede befolkning sker ved at fremskrive hver af disse fire begivenheder (Hansen og Stephensen, 2013).

I andet skridt modelleres hver persons vej gennem uddannelsessystemet. Uddannelsesmodellen (Markeprand, 2014) tager udgangspunkt i befolkningsfremskrivningen beskrevet ovenfor. I modellen tildeles hver person i tillæg til demografiske karakteristika en uddannelsesstatus, der opdateres i takt med, at personen påbegynder, afslutter, fortsætter på eller frafalder en uddannelse. I fremskrivningen antages alle personer at påbegynde grundskolen, hvorefter overgangssandsynligheder bestemmer personens videre forløb gennem uddannelsessystemet.

Overgangene mellem forskellige trin i uddannelsessystemet er således modelleret på baggrund af overgangssandsynligheder. En sådan sandsynlighed angiver, hvor tilbøjelig en person med givne karakteristika er til at træffe givne valg. For en studerende i gang med en uddannelse er der for eksempel en vis sandsynlighed for at fortsætte til næste studieår, at færdiggøre uddannelsen eller at frafalde. For en person uden for uddannelsessystemet vil der være en sandsynlighed for at påbegynde de forskellige uddannelsestyper. Overgangssandsynlighederne afhænger af individets karakteristika såsom alder, køn, studieår, type af igangværende uddannelse mv.

Overgangssandsynlighederne beregnes på baggrund af den observerede uddannelsesadfærd de seneste år. I fremskrivningen bestemmes befolkningens uddannelsesniveau således ved at anvende den studiemæssigeadfærd, som observeres historisk. Resultatet af fremskrivningen er dermed, at fremtidige ungdomsårgange vil være tilbøjelige til at vælge samme uddannelser, som en tilsvarende ungdomsårgang vælger i dag.

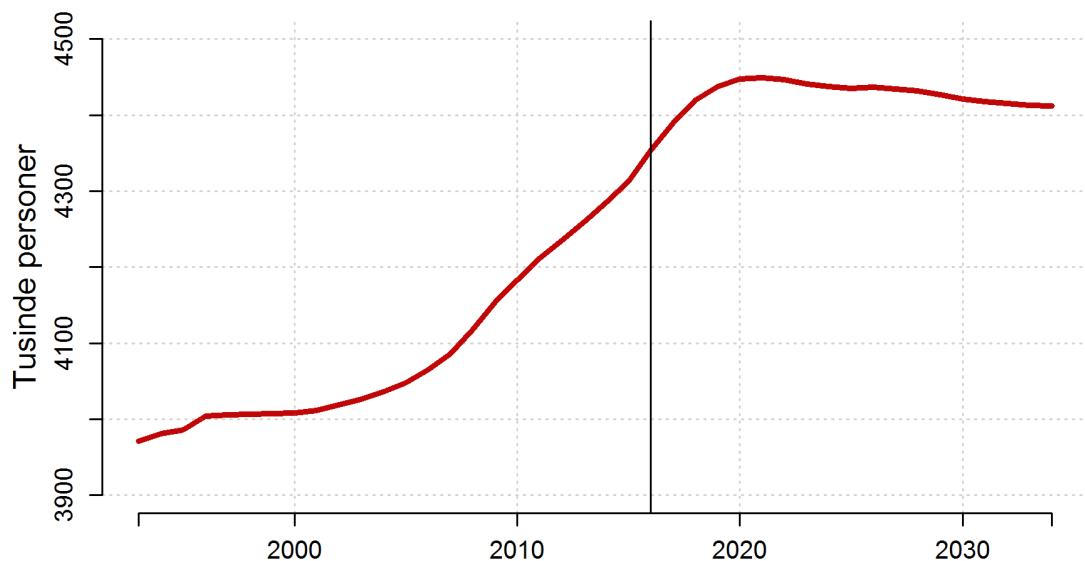
På baggrund af befolningsudviklingen og udviklingen i befolkningens uddannelsesniveau består tredje og sidste trin i at bestemme befolkningens arbejdsmarkedstilknytning (som beskæftiget, ledig, midlertidigt udenfor arbejdsstyrken, førtidspensionist, efterlønsmodtager, folkepension mv.). Resultatet heraf er en fremskrivning af den samlede beskæftigelse fordelt på uddannelsesgrupper (Zangenberg Hansen, 2016).

Opdelingen efter arbejdsmarkedsstatus sker grundlæggende ved at beregne bestandsfrekvenser for personer i en given aldersklasse og med et givet køn, en given oprindelse og en given højst fuldførte uddannelse, der er i én bestemt statusgruppe. Disse frekvenser er beregnet på baggrund af data fra den Registerbaserede Arbejdsstyrkestatistik (RAS) november 2013. Arbejdsmarkedstilknytning tillades at variere på tværs af otte

uddannelseskategorier foruden kategorien indeholdende personer med uoplyst uddannelsesniveau.

Som udgangspunkt er frekvenserne konstante over tid. I fremskrivningen indregnes dog den forventede effekt af vedtaget arbejdsmarkedspolitik såsom stigende lovbestemte tilbagetrækningsalder, reform af efterlønnen, som gøres 3-årig og med øget pensionsmodregning, reform af fleksjob- og førtidspension mv.

Figur 2. Den samlede befolkning på 15–75 år, 1993–2034.



Anm: Den vertikale linje i 2016 angiver starten på fremskrivningsperioden.

Kilde: Danmarks Statistik og DREAMs befolkningsfremskrivning 2016.

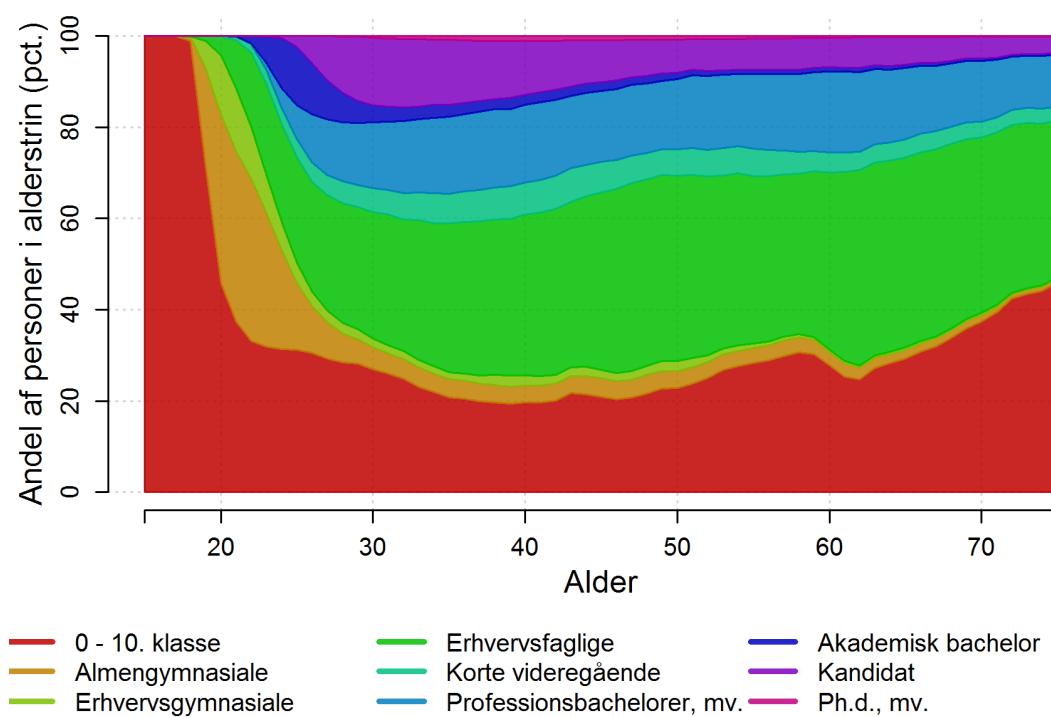
2.2 Fremskrivning

Den socioøkonomiske fremskrivnings bud på antallet af beskæftigede med en givet uddannelsestype anvendes som et udtryk for arbejdsudbuddet af denne uddannelsesgruppe. Heri ligger implicit en række antagelser om beskæftigelses- og erhvervsfrekvenser. Der foretages to fremskrivninger: en baseret på gældende frekvenser og en baseret på konjunkturrensede frekvenser. I denne analyse anvendes et vægtet gennemsnit af disse to, hvor den konjunkturrensede version får større og større vægt over tid.

Den demografiske udvikling

Ifølge DREAMs seneste befolkningsfremskrivning skønnes det, at antallet af personer på 15–75 år vil vokse med cirka 150.000 personer i perioden 2014–25, jf. Figur 2. Befolningstilvæksten skyldes en stigning blandt de ældste personer i det betragtede aldersinterval. Antallet af personer på 60 år eller ældre forventes således at stige med cirka 128.000 personer i perioden. Modsat ses et fald i antallet af personer, der er yngre end 60 år.

At ældre vil udgøre en betydeligt større andel af den samlede danske befolkning fremadrettet følger af, at disse generationer dels er store og dels forventes at leve længere end tilsvarende ældre gør i dag.

Figur 3. Højst fuldførte uddannelse for givet alderstrin, 2014.

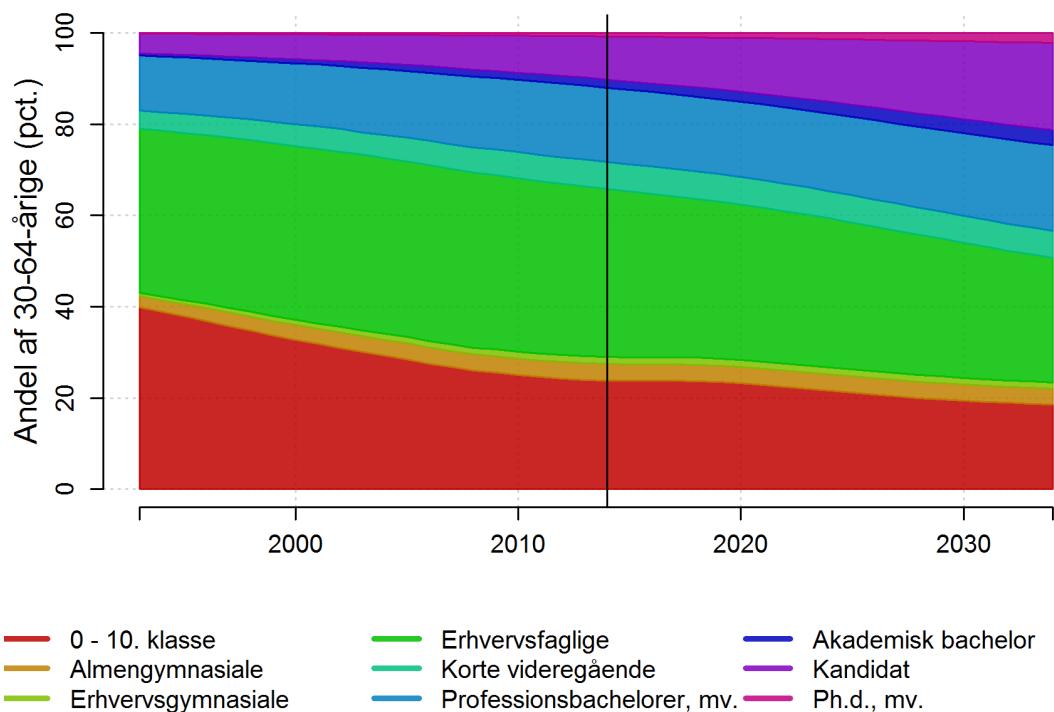
Kilde: *Danmarks Statistik og egne beregninger.*

Uddannelsesniveau

Befolkningens uddannelsesniveau fremskrives ved for fremtidige studerende at anvende den studiemæssige adfærd, som observeres historisk. Resultatet af fremskrivningen er dermed, at fremtidige ungdomsårgange vil være tilbøjelige til at vælge samme uddannelser, som en tilsvarende ungdomsårgang vælger i dag.

Uddannelsesniveau måles typisk ud fra begrebet "højst fuldførte uddannelse". Det indebærer en rangordning af uddannelser på en skala, hvor grundskolen rangerer nederst og en Ph.d. grad øverst.

Fra omkring 18-års alderen begynder folk at færdiggøre en erhvervsrettet- eller studieforberedende ungdomsuddannelse. Det fremgår af Figur 3, som viser den danske befolkning i hvert af alderstrinnene mellem 15 og 75 år fordelt efter højst fuldførte uddannelse. I begyndelsen af 20'erne har mere end hver anden en studieforberedende ungdomsuddannelse som sin højst fuldførte. Herefter er andelen aftagende i takt med, at nogle færdiggør deres videre studie på en videregående uddannelse.

Figur 4. Befolkningen på 30–64 år inddelt efter højst fuldførte uddannelse, 1981–2060.

Anm.: Højst fuldførte uddannelse er vist som andel af den samlede befolkning på 30–64 år. Personer med uoplyst højst fuldførte uddannelse er indregnet i grundskolen. Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

Kilde: Danmarks Statistik og DREAMs uddannelsesfremskrivning 2015.

Ved 35-års alderen, hvor en årgang må formodes at være færdiguddannet i den forstand, at kun få herefter videreuddanner sig, er det omkring hver femte, som er ufaglært. Yderligere 5 pct.point har en gymnasial uddannelse. Omkring hver tredje har fuldført en erhvervsuddannelse, mens godt 40 procent har en videregående uddannelse. Blandt de senest færdiguddannede årgange er det knap hver femte, der færdiggør en lang videregående uddannelse.

Nyuddannede i dag har i gennemsnit et højere uddannelsesniveau end ældre generationer, jf. Figur 3. For årgangene på 50–55 år er det således 30 procent, der er ufaglært, cirka 36 procent er erhvervsuddannede og 30 procent har en videregående uddannelse.

De seneste år har der således været en klar tendens til, at en stigende andel af hver ungdomsårgang påbegynder en ungdomsuddannelse. Heraf vil en større andel fortsætte på en videregående uddannelse. Andelen af ufaglærte i de arbejdssygtige aldre er dermed aftaget, så arbejdsstyrken i dag hovedsageligt består af faglærte og personer med en videregående uddannelse.

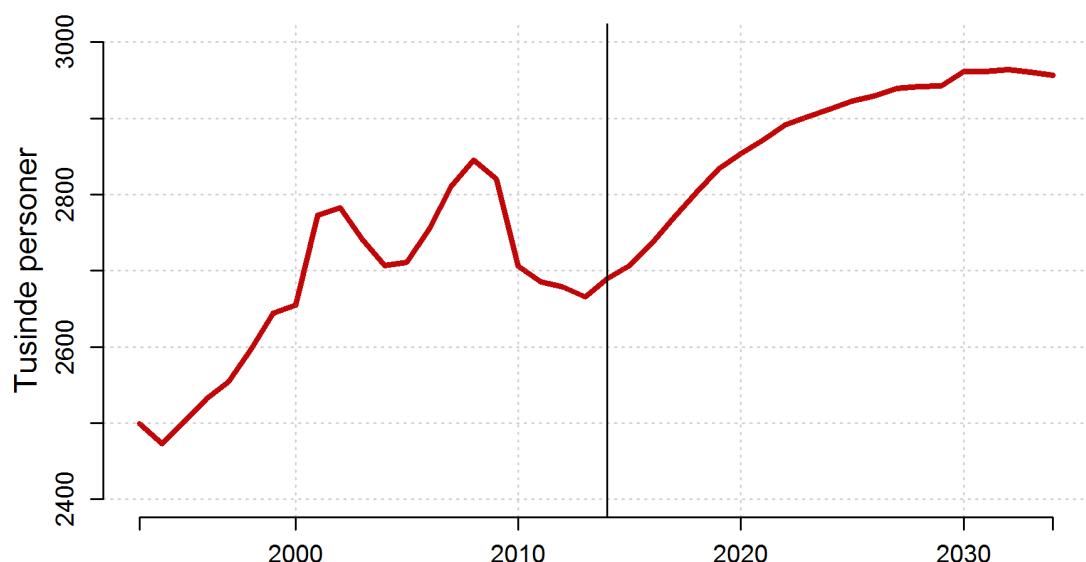
Uddannelsesniveauet for den samlede befolkning kan udtrykkes ved at betragte den potentielle arbejdsstyrkes højst fuldførte uddannelse, der er vist i Figur 4. Den potentielle arbejdsstyrke aldersafgrænses ved at betragte de 30–64-årige, som typisk vil have færdiggjort deres uddannelse og samtidig være til rådighed for arbejdsmarkedet.

Tendensen til et stigende uddannelsesniveau for den potentielle arbejdsstyrke forventes at fortsætte i de kommende år i takt med, at ungdomsårgange med et relativt højt uddannelsesniveau erstatter de ældste årgange, der i gennemsnit har et lavere

uddannelsesniveau, jf. Figur 4. Især ses andelen af personer med en lang videregående uddannelse at stige på bekostning af erhvervsuddannede.

Idet fremtidige generationer antages at opnå samme uddannelsesniveau som de senest færdiguddannede årgange, vil uddannelsesniveauet for befolkningen i alle de arbejdsdygtige aldre over tid konvergere mod niveauet for de senest uddannede generationer.

Figur 5. Antal beskæftigede, 1993–2034.



Kilde: Danmarks Statistik og DREAMs socioøkonomiske fremskrivning 2015.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

Beskæftigelse

På baggrund af befolkningsudviklingen og udviklingen i befolkningens uddannelsesniveau foretages en fremskrivning af beskæftigelsesudviklingen frem mod år 2034. I de kommende årtier forventes en betydelig stigning i beskæftigelsen, jf. Figur 5, der viser udviklingen i beskæftigelsen frem mod 2034. Frem mod år 2025 stiger beskæftigelsen med godt 233.000 personer. Stigningen i beskæftigelsen er således større end stigningen i befolkningen i de erhvervsaktive aldre, jf. Figur 2.

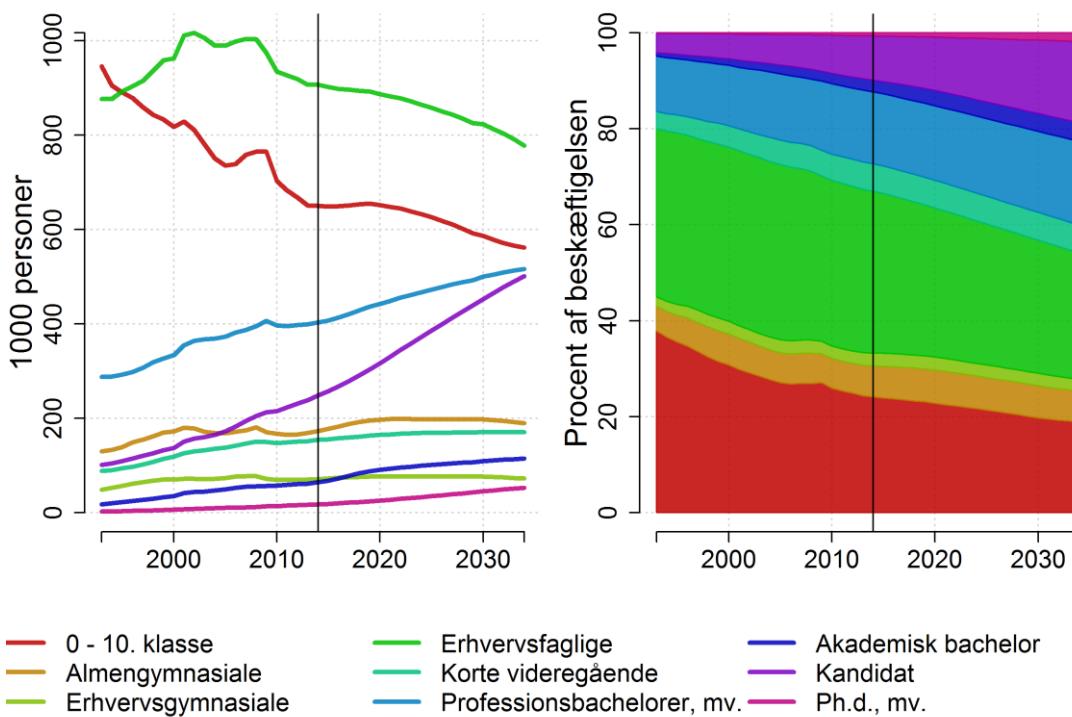
Beskæftigelsesstigningen skyldes hovedsageligt følgende to faktorer: For det første en normalisering af konjunktursituationen. Beskæftigelsen er i dag under sit strukturelle niveau, og i fremskrivningen antages beskæftigelsen at konvergere til strukturelt niveau i løbet af fremskrivningens første år. For det andet de vedtagne arbejdsmarkedssreformer, som blandt andet øger den første mulige alder for efterløn og afkorter efterlønsperioden. Desuden øges den første mulige folkepensionsalder fra år 2019. Øvrige arbejdsmarkedssreformer såsom dagpengereform, vækstplan, fleksjob- og førtidspensionsreform mv. bidrager ligeledes positivt til beskæftigelsesudviklingen.

Efter 2025 skønnes beskæftigelsen at stige med yderligere 33.000 personer frem mod 2034. Dette skyldes primært, at den tidligste alder for folkepension øges.

Befolkningens uddannelsesniveau forventes at stige de kommende år i takt med, at de ældre generationer forlader arbejdsmarkedet og erstattes af unge, hvor der i gennemsnit er betydeligt flere, som har gennemført en videregående uddannelse. Idet personer med en

højere uddannelse i gennemsnit har højere erhvervsdeltagelse, vil den forventede stigning i uddannelsesniveauer ligeledes have en positiv effekt på beskæftigelsen gennem hele den betragtede periode.

Figur 6. Uddannelsesopdelt beskæftigelse, 1993–2034.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

Mens der ses en betydelig stigning i den samlede beskæftigelse over de kommende årtier, er der stor forskel på udviklingen for de enkelte uddannelsestyper. Overordnet forventes et større udbud af især kandidatuddannede og professionsbachelorer de kommende år, mens antallet af beskæftigede ufaglærte og erhvervsuddannede forventes at aftage. Udviklingen for hver uddannelsesgruppe er en videreførelse af de historiske tendenser observeret siden 1993. Det fremgår af Figur 6, som viser den forventede udvikling i den uddannelsesopdelte beskæftigelse de kommende årtier.

Hovedårsagen til, at der forventes flere med en videregående uddannelse og færre ufaglærte og erhvervsuddannede er, at de årgange, der de kommende år færdigguddannes, i gennemsnit er bedre uddannet end de generationer, som forlader beskæftigelsen.

I perioden 2014–25 forventes udbuddet af grundskoleuddannede at aftage med cirka 25.000 personer svarende til et fald på knap 4 pct., jf. Tabel 1, der viser den skønnede udvikling i den uddannelsesfordelte beskæftigelse gennem perioden. Dette medfører, at ufaglærtes andel af beskæftigelsen falder fra 24,2 pct. i 2014 til 21,4 pct. i 2025.

Arbejdsudbuddet blandt personer med en gymnasial uddannelse forventes at stige med cirka 30.000 personer frem mod 2025. Dette følger af, at der de seneste år er betydeligt flere, som har gennemført en studieforberedende ungdomsuddannelse. En del af disse fuldfører ikke en videregående uddannelse. Over tid stiger antallet af personer med en gymnasial uddannelse i beskæftigelse derfor i takt med, at nye årgange med forholdsvis mange gymnasialt

uddannede erstatter ældre årgange med relativt få. Med stigningen fastholdes den andel som gymnasialt uddannede udgør af den samlede beskæftigelse på lige under 10 pct. gennem hele den betragtede periode.

Tabel 1. Uddannelsesfordelt beskæftigelse, 2014 og 2025.

	2014	2025	Ændring
1000 Personer			
Beskæftigelse i alt	2690	2923	233
- 0 - 10. klasse	650	626	-25
- Almengymnasiale	173	198	25
- Erhvervsgymnasiale	71	77	5
- Erhvervsfaglige	907	858	-49
- Korte videregående	154	169	15
- Professionsbachelorer, mv.	403	473	69
- Akademisk bachelor	65	101	37
- Kandidat	249	386	138
- Ph.d., mv.	18	35	18
Andel af beskæftigelsen			
- 0 - 10. klasse	24.18	21.41	-2.77
- Almengymnasiale	6.42	6.77	0.34
- Erhvervsgymnasiale	2.65	2.63	-0.02
- Erhvervsfaglige	33.71	29.36	-4.35
- Korte videregående	5.74	5.79	0.05
- Professionsbachelorer, mv.	14.99	16.17	1.17
- Akademisk bachelor	2.40	3.46	1.06
- Kandidat	9.24	13.21	3.97
- Ph.d., mv.	0.65	1.20	0.55

Kilde: Egne beregninger på RAS data

Arbejdssudbuddet af faglærte forventes at aftage med cirka 50.000 personer frem mod 2025. Dette følger af, at relativt mange erhvervsuddannede de kommende år når tilbagetrækningssalderen, mens færre i de årgange, som træder ind på arbejdsmarkedet har en erhvervsuddannelse. Senere tilbagetrækning er i et vist omfang med til at fastholde erhvervsuddannede i beskæftigelse, så faldet er mindre end hvis tilbagetrækningssalderen forbliver uændret. Erhvervsfagliges andel af den samlede beskæftigelse falder således fra 33,7 pct. i 2014 til 29,4 pct. i 2025.

Beskæftigelsen blandt personer med en videregående uddannelse forventes at blive forøget med cirka 275.000 personer frem mod 2025. Dette svarer til en stigning på 31 pct. Der ses en betydelig stigning blandt alle videregående uddannelser, dog er stigningen størst blandt kandidatuddannelser og professionsbachelorer. Halvdelen af stigningen skyldes således flere beskæftigede med en kandidat uddannelse, og en fjerdedel af stigningen skyldes flere professionsbachelorer. PhD'er er uddannelsesgruppen, der forventes at opnå den største relative fremgang, idet antallet fordobles.

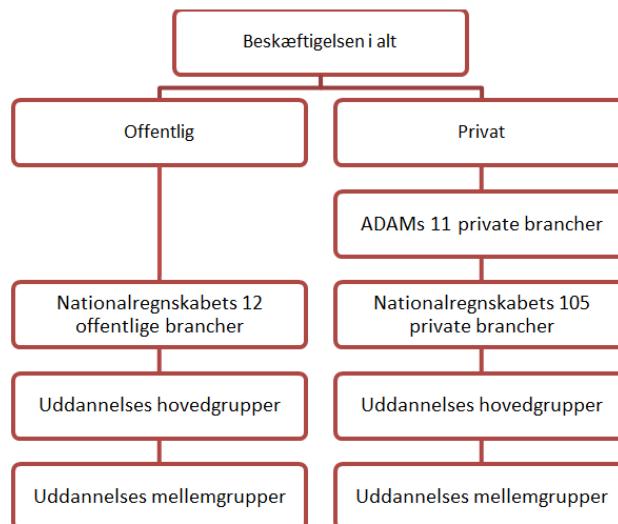
3. Fremskrivning af efterspørgslen efter arbejdskraft

3.1 Metode

Mismatch kan opstå både som følge af kortsigtede flaskehalsproblemer og langsigtede strukturelle tendenser. Valget af metode i denne analyse har som central målsætning at kunne belyse de langsigtede strukturelle tendenser. Den teknologiske udvikling ændrer hele tiden den uddannelsesstruktur der er behov for i økonomien. Det er dette fænomen der kaldes "skill biased" teknologisk fremskridt og som Goldin & Katz (2008) kalder "*the race between education and technology*". Fænomenet påvirker de økonomiske sektorer forskelligt. I traditionelle sektorer som landbrug og visse fremstillingssektorer ses fx en permanent tendens til at faglærte overtager ufaglærte jobs. I mere moderne videns- og it-tunge sektorer ses en stigende andel af personer med længere uddannelse på bekostning af faglærte.

For at fange de strukturelle ændringer fremskrives uddannelsesfordelingen for den enkelte økonomiske sektor på basis af data for efterspørgslen efter arbejdskraft. På samme måde fremskrives den enkelte sektors andel af den samlede beskæftigelse. Den samlede beskæftigelse antages at følge fremskrivningen af udbuddet beskrevet i sidste afsnit. Heri ligger en forestilling om, at udbuddet af arbejdskraft på længere sigt vil være bestemmende for den samlede beskæftigelse, idet arbejdslosshedsprocenter og erhvervsfrekvenser bevæger sig mod deres strukturelle niveauer. Metoden giver nogenlunde samme resultater som ville opnås hvis man tog udgangspunkt i fremskrivningen fra en makroøkonomisk model såsom ADAM eller SMEC. I disse modeller bevæger den samlede beskæftigelse fra det faktiske niveau til et langsigtet strukturelt niveau via den såkaldte Philipskurve.

Figur 7. Hierarkisk opdeling af efterspørgslen efter arbejdskraft.



For at kunne fange de meget forskellige strukturelle udviklinger i økonomiens sektorer, er mismatch-analysen baseret på nationalregnskabets 117 sektorer og på Danmarks Statistikks 12 uddannelseshovedgrupper. Der laves herudover en efterspørgselsanalyse opdelt på 55 uddannelser (de såkaldte mellemgrupper). Se bilag 6 og 7 for beskrivelse af de forskellige

grupperinger. Data til fremskrivningerne er RAS-data for perioden 1993-2014 opdelt på 117 sektorer og 12 (eller 55) uddannelser.

Fremskrivningerne sker ifølge den hierarkiske struktur vist i Figur 7. Først opdeles den samlede beskæftigelse i offentlig og privat beskæftigelse. Hertil benyttes Finansministeriets seneste ADAM-fremskrivning. Herefter sker alle opsplitninger ved hjælp af tidsrækkeanalyse. Den offentlige beskæftigelse opdeles på 12 undersektorer. For hver af disse sektorer sker en underopdeling på uddannelses-hovedgrupper. Hver af disse opdeles igen på mellemgrupper.

Den private beskæftigelse opdeles først på 11 ADAM-brancher. Disse underopdeles på nationalregnskabssektorer. Herefter sker en uddannelsesmæssig underopdeling på samme måde som i den offentlige sektor (den højre side af Figur 7).

Figur 8. Beskæftigelse 2014 fordelt på uddannelse og ADAM-branche.

	0 - 10. klasse	Allengymnasiale	Erhvervsgymnasiale	Erhvervsfaglige	Korte videregående	Professionsbachelorer, mv.	Akademisk bachelor	Kandidat	Ph.d., mv.	Alt
Landbrug	31.643	1.580	711	22.373	9.267	2.726	344	1.585	44	70.273
Bygge-anlægsvirksomhed	42.335	2.453	1.662	98.712	9.531	7.134	424	1.412	10	163.672
Udvinding af kulbrinter mv.	1.284	92	75	1.564	290	561	68	443	36	4.412
Bolig	4.629	556	299	7.957	730	1.220	278	818	0	16.488
Gas-, El- og fjernvarmeforsyning	1.391	283	228	4.206	978	2.032	227	1.748	85	11.181
Næringsmiddelindustri	19.765	2.604	1.371	19.119	3.268	1.585	550	1.642	42	49.946
Olieraffinaderier	91	23	14	299	51	86	7	59	3	634
Fremstilling	56.163	5.725	4.379	101.485	19.328	19.007	3.365	15.675	2.326	227.453
Offentlige tjenester	98.901	47.487	11.961	205.792	30.695	248.569	19.735	94.245	10.706	768.091
Finansiel virksomhed	6.627	4.461	3.062	30.694	9.366	7.360	3.129	11.514	238	76.452
Søtransport	3.208	1.039	619	5.258	1.417	4.862	491	1405	32	18.331
Private tjenester	384.403	106.406	46.993	409.262	69.445	108.107	35.940	118.011	4.005	1.282.571
I alt	650.440	172.710	71.374	906.721	154.366	403.249	64.558	248.557	17.527	2.689.503

Kilde: Egne beregninger på RAS data

Alle disse opsplitninger giver anledning til tusindevis af tidsrækkeanalyser. Disse analyser foretages ved en automatiseret procedure. Den valgte tidsrækkeanalyse er en såkaldt hybrid af to metoder (Shaub and Ellis, 2016): ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average) og Exponential Smoothing. Den første metode benyttes ofte af økonometrikere. Den relativt omstændelige Box-Jenkins-metode til identifikation er automatiseret af Hyndman & Khandakar (2008). Exponential Smoothing benyttes sjældnere af økonometrikere, men bruges ofte af forecastere indenfor andre områder. I Bilag 2 er det demonstreret på det anvendte data, at kombinationen af de to metoder er bedre end metoderne hver for sig. I Bilag 1 beskrives fremskrivningsmetoden mere præcist.

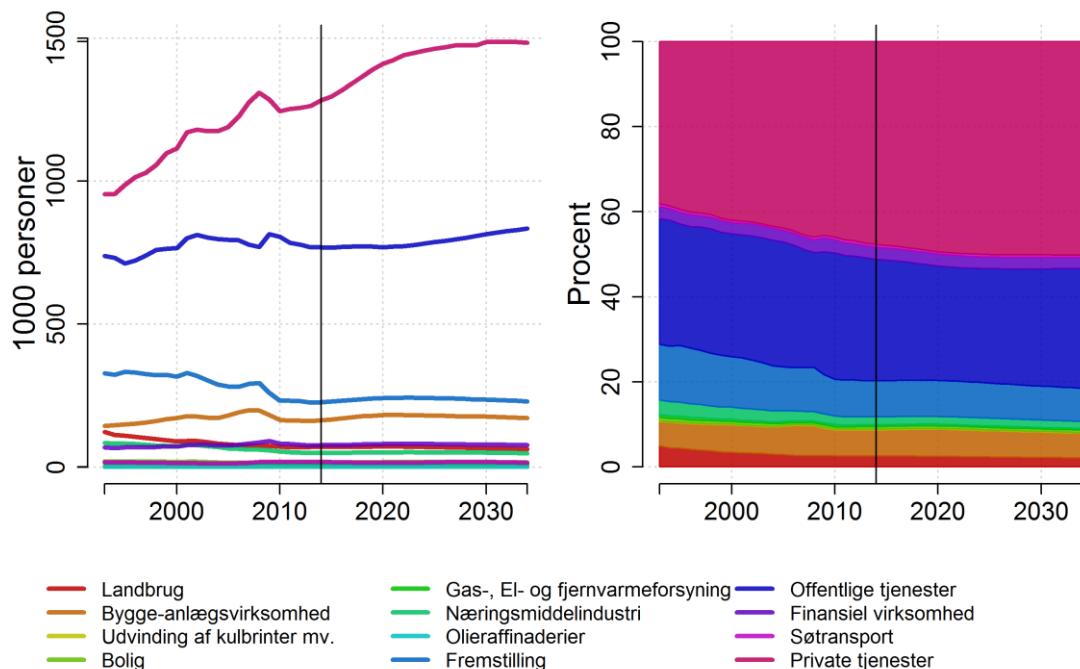
3.2 Fremskrivning

Følgende afsnit beskriver resultaterne af fremskrivningen af arbejdskraftefterspørgselssiden af mismatch-analysen. Makrobeskæftigelsen opspilles som tidligere nævnt først i ADAMs og Nationalregnskabets brancher, og herefter på højst fuldført uddannelsesniveau.

Arbejdskraftefterspørgsel på brancheniveau

For at identificere eventuelle strukturelle skift i arbejdskraftefterspørgslen imellem brancher, fokuseres der først på efterspørgslen fordelt på brancheniveau. **Figur 9**, Tabel 2 og Tabel 3 viser arbejdskraftefterspørgslen fordelt på ADAMs 12 brancher.

Figur 9. Branchefordelt arbejdskraftefterspørgsel, 1993-2034.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

Private tjenester er den branche, der efterspørger mest arbejdskraft, jf. **Figur 9, Tabel 2** og **Tabel 3**. Historisk og i fremskrivningen ses en klar tendens til et strukturelt skifte imod en større privat tjenestesektor målt i efterspørgsel efter arbejdskraft. I 2014 udgjorde private tjenester 47,6 procent af den samlede beskæftigelse, og denne andel er stigende i fremskrivningen. I 2025 er private tjenesters andel af den samlede beskæftigelse vokset med 2,35 procent point til omkring 50 procent, hvilket svarer til en øget arbejdskraftefterspørgsel på 180.000 personer. Private tjenester er den største branche, målt i antal beskæftigede, og er derudover også den branche, der relativt vokser mest frem til 2025. Den relative ændring i arbejdskraftefterspørgslen i 2025 i forhold til 2014 er på 5 procent jf. Tabel 3. Det er et kendt strukturelt fænomen i de fleste udviklede økonomier, at service sektoren vokser på bekostning af alle andre sektorer (herunder fremstillingssektoren).

Tabel 2. Branchefordelt arbejdskraftefterspørgsel, niveau.

	2014	2025	Ændring personer	Relativ ændring procent
Beskæftigelse i alt	2690	2923	233	8.68
Landbrug	70	70	-1	-1.03
Bygge-anlægsvirksomhed	164	180	16	9.89
Udvinding af kulbrinter mv.	4	5	0	6.14
Bolig	16	17	1	5.34
Gas-, El- og fjernvarmeforsyning	11	12	1	5.34
Næringsmiddelindustri	50	51	1	2.51
Olieraffinaderier	1	1	0	5.34
Fremstilling	227	241	14	6.12
Offentlige tjenester	768	786	18	2.37
Finansiel virksomhed	76	81	4	5.34
Søtransport	18	17	-1	-7.18
Private tjenester	1283	1463	180	14.03

Kilde: Egne beregninger på RAS data

Bygge-anlægsvirksomhedsbranchen stiger også som andel af den samlede beskæftigelse med 1,1 procent fra 2014 til 2025. Branchen er en mindre branche, og udgør ca. 6 procent af den samlede beskæftigelse, hvilket svarer til ca. 16.000 personer.

Tabel 3. Branchefordelt arbejdskraftefterspørgsel, andel af beskæftigelsen

	2014	2025	Ændring procent-point	Relativ ændring procent
Landbrug	2.61	2.38	-0.23	-8.93
Bygge-anlægsvirksomhed	6.09	6.15	0.07	1.12
Udvinding af kulbrinter mv.	0.16	0.16	0.00	-2.33
Bolig	0.61	0.59	-0.02	-3.07
Gas-, El- og fjernvarmeforsyning	0.42	0.40	-0.01	-3.07
Næringsmiddelindustri	1.86	1.75	-0.11	-5.68
Olieraffinaderier	0.02	0.02	0.00	-3.07
Fremstilling	8.46	8.26	-0.20	-2.36
Offentlige tjenester	28.56	26.90	-1.66	-5.80
Finansiel virksomhed	2.84	2.76	-0.09	-3.07
Søtransport	0.68	0.58	-0.10	-14.59
Private tjenester	47.69	50.04	2.35	4.93

Kilde: Egne beregninger på RAS data

De 10 andre brancher oplever alle et fald som andel af den samlede beskæftigelse. Især landbrug og søtransport falder som andel af beskæftigelsen, med henholdsvis 8,9 procent og 14,6 procent. Begge brancher er dog forholdsvis små, og efterspørgselsfaldet svarer kun til ca. 2.000 personer.

Fra Figur 9 og Tabel 3 ses, at offentlige tjenester er den anden største arbejdskraftsefterspørgende branche, og i 2014 udgør den 28,5 procent af den samlede

beskæftigelse. I 2025 er denne andel faldet med 1,7 procent point, hvilket svarer til et relativt fald på 5,8 procent. Dette fald er baseret på Finansministeriets seneste fremskrivning.

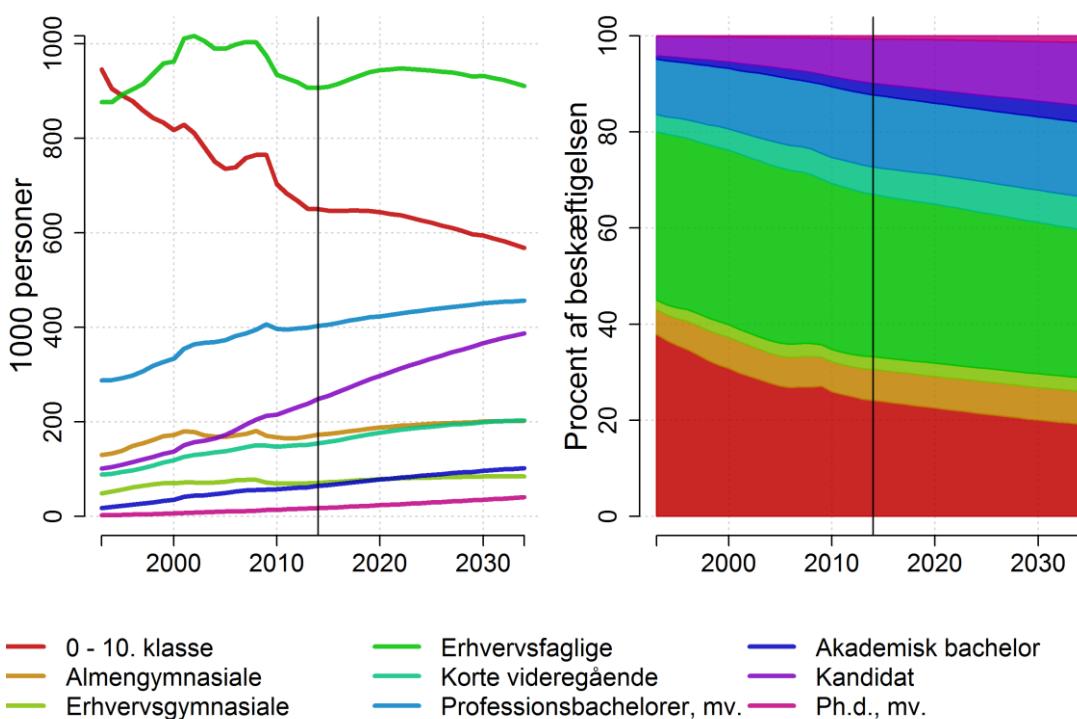
Opsummerende fremgår det, at der i fremskrivningen er sket et strukturelt skifte fra næsten alle andre brancher, over imod private tjenester. Derfor vil arbejdskraftefterspørgslen af de uddannelsestyper private tjenester hovedsagligt efterspørger i fremskrivningen alt andet lige opleve et løft i forhold til de andre uddannelsestyper.

Arbejdskraftefterspørgsel på uddannelsesniveau.

Figur 10 og Tabel 4 viser arbejdskraftefterspørgslen fordelt på 9 uddannelsesgrupper. I Bilag 6 findes figurer med arbejdskraftefterspørgslen for de enkelte ADAM brancher fordelt over uddannelse. I Bilag 7 findes de omvendte figurer med arbejdskraftefterspørgslen for de enkelte uddannelsestyper fordelt over brancher.

Det ses fra Figur 10 at antallet af beskæftigede vokser for alle uddannelser undtagen grundskoleuddannede (0-10. klasse). Dette er hovedsageligt forklaret af den generelle stigning i udbudet af arbejdskraft. I 2025 er den samlede beskæftigelse steget med 233.000 personer i forhold til 2014.

Figur 10. Uddannelsesfordelt arbejdskraftefterspørgsel.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Efterspørgslen efter grundskoleuddannet arbejdskraft er historisk set faldende og fra 2014 til 2025 falder efterspørgslen med 29.000 personer, hvilket svarer til et fald på 2,9 procent point af den samlede beskæftigelse.

Fra Bilag 6 og Bilag 7 fremgår det, at stort set alle brancher, med undtagelse af private tjenester, efterspørger et mindre antal og en mindre andel af grundskoleuddannet arbejdskraft. Den mindre efterspørgsel er især tydelig for landbrug og fremstilling.

Fra Figur 10 ses dog, at efterspørgslen efter grundskoleuddannet arbejdskraft ikke falder med samme hastighed i fremskrivningen som historisk. Dette skyldes forventningerne til en voksende beskæftigelse i fremtiden. Betragtes figur 5, ses det at beskæftigelsen forventes at vokse permanent frem mod 2035 efter at den i de seneste 15 år har svinget omkring et fast niveau på ca. 2,75 mio. personer. Der sker derfor en afdæmpning i hastigheden hvormed antallet af grundskoleuddannede falder.

Tabel 4. Arbejdskraftefterspørgsel, uddannelsesfordelt.

	2014	2025	Ændring
1000 Personer			
Beskæftigelse i alt	2690	2923	233
- 0 - 10. klasse	650	621	-29
- Almengymnasiale	173	196	23
- Erhvervsgymnasiale	71	82	11
- Erhvervsfaglige	907	943	37
- Korte videregående	154	190	36
- Professionsbachelorer, mv.	403	438	35
- Akademisk bachelor	65	88	23
- Kandidat	249	334	85
- Ph.d., mv.	18	29	12
Andel af beskæftigelsen			
- 0 - 10. klasse	24.18	21.26	-2.93
- Almengymnasiale	6.42	6.70	0.28
- Erhvervsgymnasiale	2.65	2.82	0.17
- Erhvervsfaglige	33.71	32.28	-1.44
- Korte videregående	5.74	6.51	0.77
- Professionsbachelorer, mv.	14.99	15.00	0.00
- Akademisk bachelor	2.40	3.01	0.61
- Kandidat	9.24	11.43	2.19
- Ph.d., mv.	0.65	1.01	0.36

Kilde: Egne beregninger på RAS data

Frem mod 2020 ses en næsten konstant efterspørgsel efter grundskoleuddannede. Dette kan overraske i lyset af at stort set alle sektorer har en faldende andel af grundskoleuddannet arbejdskraft. Effekten er dels forklaret af den stigende samlede beskæftigelse. Men herudover er der tale om en såkaldt *sammensætningseffekt*. Over 30 pct. af de ansatte i den private service sektor er grundskoleuddannede. Og selv om andelen af grundskoleuddannede forventes at være faldende i privat service (ligesom i andre sektorer), så forventes der faktisk et voksende antal grundskoleuddannede i sektoren. Årsagen er at privat service er den sektor i systemet der har den største beskæftigelsesvækst.

I 2014 er 33 procent af den samlede beskæftigelse personer med en erhvervsfaglig uddannelse, og dette er den mest efterspurgt uddannelsestype. I 2025 er efterspørgslen efter denne uddannelsestype steget med 37.000 personer, men som andel af den samlede beskæftigelse er efterspørgslen dog faldet med 1,4 procent point. Bilag 8 undersøger

sammensætningen af efterspørgslen efter erhvervsfaglig arbejdskraft opsplittet på såkaldte uddannelsesmellemgrupper.

Den største efterspørgselsstigning, er efterspørgslen efter kandidatuddannet arbejdskraft som er steget i antal hoveder, men også som andel af den samlede beskæftigelse. I 2025 er efterspørgslen efter personer med en kandidatuddannelse, steget med omkring 85.000 personer i forhold til 2014. Det svarer til en stigning på 2,2 procent point i forhold til den samlede beskæftigelse. Fra Bilag 6 fremgår det, at stort set alle brancher efterspørger mere kandidatuddannet arbejdskraft, især finansiel, fremstilling-, forsyningsvirksomhed, offentlige og private tjenester har en større efterspørgsel i fremskrivningen. Bilag 8 undersøger sammensætningen af efterspørgslen efter kandidatuddannet arbejdskraft opsplittet på mellemgruppeniveau.

4. Mismatch

Det beregnede mismatch findes, som nævnt, ved at sammenholde fremskrivningen af det uddannelsesfordelte arbejdsudbud med arbejdskraftsefterspørgslen. Disse er beskrevet detaljeret ovenfor.

I Tabel 5 ses mismatch i 2025 og i Figur 11 ses det fremskrevne udbud og efterspørgsel af uddannet arbejdskraft.

Tabel 5. Uddannelses-mismatch i 2025.

	Efterspørgsel	Udbud	Mismatch Personer	Mismatch Procent
0 - 10. klasse	621292	625820	-4528	-0.72
Almengymnasiale	195817	197775	-1958	-0.99
Erhvervgymnasiale	82429	76871	5558	7.23
Erhvervsfaglige	943390	858154	85236	9.93
Korte videregående	190190	169299	20891	12.34
Professionsbachelorer, mv.	438303	472548	-34244	-7.25
Akademisk bachelor	87962	101266	-13304	-13.14
Kandidat	334031	386085	-52054	-13.48
Ph.d., mv.	29469	35065	-5596	-15.96
Beskæftigelsen i alt	2922883	2922883	0	0

Kilde: Egne beregninger på RAS data

Det fremgår, at der stort set ikke er et mismatch mellem udbuddet og efterspørgslen efter personer med grundskoleuddannelse (0-10. klasse). I 2025 er der et overudbud på 4500 personer, hvilket svarer til 0,72 procent af det samlede antal grundskoleuddannede. Fra Figur 11 ses det, at både udbud og efterspørgsel følger den samme nedadgående tendens i hele fremskrivningsperioden. Ovenfor forklaredes det at den fremskrevne efterspørgsel efter grundskoleuddannede er faldende fordi stort set alle sektorer søger væk fra grundskoleuddanned arbejdskraft. For udbuddet er hovedårsagen til det faldende antal grundskoleuddannede, at de årgange, der de kommende år færdiguddannes, i gennemsnit er bedre uddannet end de generationer, som forlader beskæftigelsen. Årsagen til at efterspørgslen efter grundskoleuddannede falder lige så langsomt som udbuddet, er som nævnt ovenfor, dels vækstens i den samlede beskæftigelse, dels at den private service sektor understøtter efterspørgslen efter grundskoleuddannede på grund af sin høje vækst og høje andel af grundskoleuddannede.

For de studieforberedende ungdomsuddannelser er der stort set ikke et mismatchproblem. I 2025 er der et overudbud på 2000 personer med almengymnasial uddannelse som højst fuldført uddannelse, mens der en overefterspørgsel på 5500 personer efter personer med erhvervgymnasial uddannelse som højst fuldført uddannelse. De studieforberedende ungdomsuddannelser følger den samme tendens i fremskrivningen. På kort sigt er der et overudbud, som med tiden bliver til overefterspørgsel.

Historisk ses en stigning i antallet af gymnasialt uddannede. Dette skyldes to overordnede tendenser, dels af den demografiske udvikling, hvor større årgange i perioden færdiggør en ungdomsuddannelse, dels af en klar tendens til en større søgning mod de gymnasiale uddannelser. Udbuddet af gymnasialt uddannede ses desuden at være forholdsvis

konjunkturfølsomt med store stigninger i beskæftigelsen omkring begyndelsen af 00'erne og frem mod finanskrisen begyndelse i 2007.

Frem mod år 2020 forventes en fortsat stigning i udbuddet af gymnasialt uddannede. Dette skyldes de forholdsvis store årgange, som færdiggør deres ungdomsuddannelse frem til år 2016 og først 3-4 år senere fuldfører en videregående uddannelse. I perioden 2020–30 stabiliseres udbuddet af gymnasialt uddannede, dog med en svagt faldende tendens over perioden. Dette sker, da størrelsen af fødselsårgangene 1992–2011 (der typisk færdiggør en gymnasial uddannelse knap 20 år senere) er forholdsvis konstant. Sidst i den betragtede periode ses et betydeligt fald i udbuddet af personer med en gymnasial uddannelse. Dette skyldes, at forholdsvis få personer færdiggør en ungdomsuddannelse i disse år, da det er de relativt små årgange født i perioden 2012–14, som når færdiggørelsesalderen for en ungdomsuddannelse.

Det største mismatch ses for personer med en erhvervsfaglig uddannelse. I 2025 er der en overefterspørgsel på 85.000 personer. Ovenfor så vi, at private tjenester havde den største efterspørgselsstigning af alle brancher, og fra Bilag 6 ses, at størstedelen af den efterspurgt arbejdskraft netop er erhvervsfaglig. Dette er med til at forklare den positive efterspørgselsudvikling fra 2014 til 2025 målt i personer.

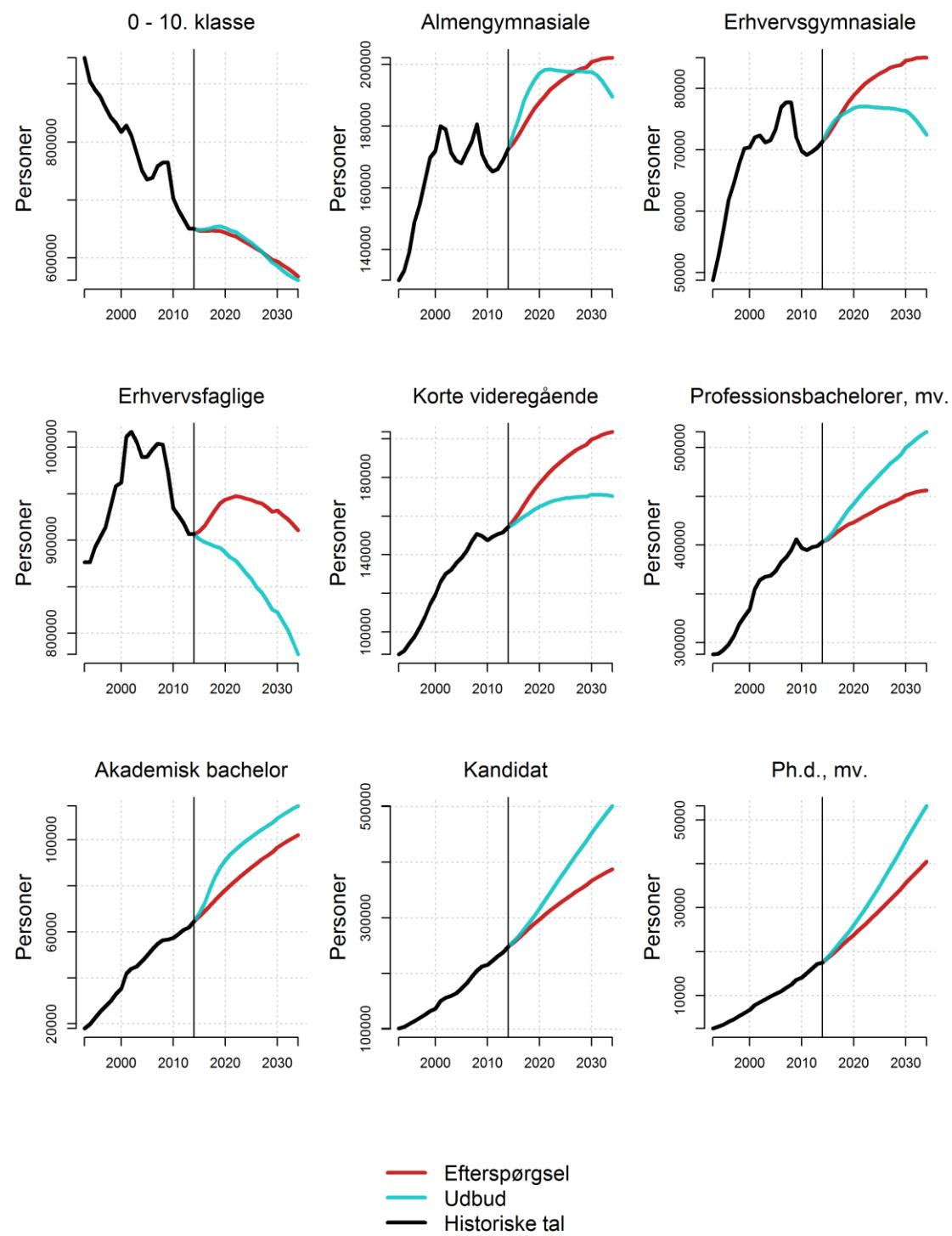
I 2025 er der en overefterspørgsel efter personer med en kort videregående uddannelse på omkring 21.000 personer, hvilket svarer til en 12,3 procent uddannelses-mismatch. Personer med kort videregående uddannelse udgør en forholdsvis lille andel af beskæftigelsen i alle brancher, jf. Bilag 6. Men der er en øget efterspørgsel efter denne uddannelsestype i finansielle virksomheder og private tjenester. Som tidligere nævnt har private tjenester en stor og voksende arbejdskraftefterspørgsel i fremskrivningen. Dette er herved med til at forklare overefterspørgsel af personer med en kort videregående uddannelse.

Fra 2025 er der et overbud af personer med en lang og mellemlang uddannelse på mellem 7 og 16 procent mismatch. Fra Figur 11 kan man dog se, at der er en forskel på hvordan uddannelses-mismatch skabes over tid for disse uddannelsestyper.

Det ses, at hældningen af udbud og efterspørgselskurverne omkring 2014 stort set er ens for personer med en kandidatuddannelse og ph.d. Dette tyder på, at der er et begrænset mismatch på kort sigt for disse uddannelsestyper. Hvorimod uddannelses-mismatchet for bachelorer hurtigere bliver mere utalt.

Arbejdsudbudet af akademiske bachelorer har været stigende i hele perioden siden 1993. Dette følger af den demografiske udvikling og en opadgående trend i søgningen til de gymnasiale uddannelser. Heraf videreuddanner en andel sig og opnår en bacheloruddannelse som sin højst fuldførte. Fremadrettet forventes en forsæt stigning i udbuddet af universitetsbachelorer. Dette følger af, at der i de årgange som færdiguddannes fremadrettet er flere bachelorer end i de årgange, som forlader beskæftigelsen. I perioden 2015–20 ses en større stigning i udbuddet af bachelorer, end den historiske tendens tilsiger. Dette følger af en stigning i antallet af gymnasialt uddannede 3-4 år tidligere. Denne stigning er forårsaget af store årgange og en stor søgning mod de gymnasiale uddannelser.

Figur 11 Uddannelsesfordelte arbejdsudbud og arbejdskraftsefterspørgslen.



Kilde: Egne beregninger.

5. Samfundsøkonomisk effekter at mismatch på arbejdsmarkedet

Vores analyse har sandsynliggjort eksistensen af et mismatch-problem på det danske arbejdsmarked. Spørgsmålet er nu hvilken indflydelse dette problem har på samfundsøkonomien. Som vi skal se, er svaret på dette spørgsmål i høj grad afhængigt af hvor nemt - eller hvor vanskeligt - vi antager det er at erstatte erhvervsfaglig arbejdskraft med andre typer arbejdskraft. Mismatch-problemet består ifølge vores analyse især i mangel på erhvervsfaglige og overskud af personer med længerevarende uddannelser. I fremskrivningen får vi ikke et overskud af ufaglærte. Vi står derfor overfor en lidt speciel udfordring: vi kan *ikke* løse manglen på erhvervsfaglige ved at sørge for at flere ufaglærte får en højere uddannelse. Løsningen er tilsyneladende i stedet at få personer der potentielt ville tage en længerevarende uddannelse til at blive erhvervsfaglige. Er det samfundsmæssigt optimalt? Som sagt afhænger dette af hvor vanskeligt det er at erstatte erhvervsfaglige, eller sagt på enden måde: hvor vigtige erhvervsfagligt uddannede er for samfundsøkonomien.

I den virkelige verden kan man forestille sig flere kilder til at løse et mismatch-problem. For det første kan arbejdsmarkedet reagere på klassisk måde via ændringer i de relative lønninger. Hvis der er voksende lønninger for de uddannelser der er mangel på, vil man se en reduktion i efterspørgslen (og måske på længere sigt en stigning i udbuddet). Herudover kan man forestille sig effekter der ikke umiddelbart fungerer via lønningerne, så som at personer kan søge mod andre jobs end dem de er uddannet til, eller at udenlandsk arbejdskraft importeres.

I dette kapitel søges de samfundsøkonomiske effekter af mismatch vurderet i en model der indregner effekten af ændrede relative lønninger – dvs. en model der beskriver en situation hvor arbejdsmarkedet reagerer på mismatch. Herudover medregnes effekter der skyldes uddannelsesmæssige forskelle i uddannelsesomkostninger, produktivitet og erhvervstilknytning. Lange uddannelser er dyrere end korte, men giver til gengæld anledning til højere produktivitet og erhvervstilknytning.

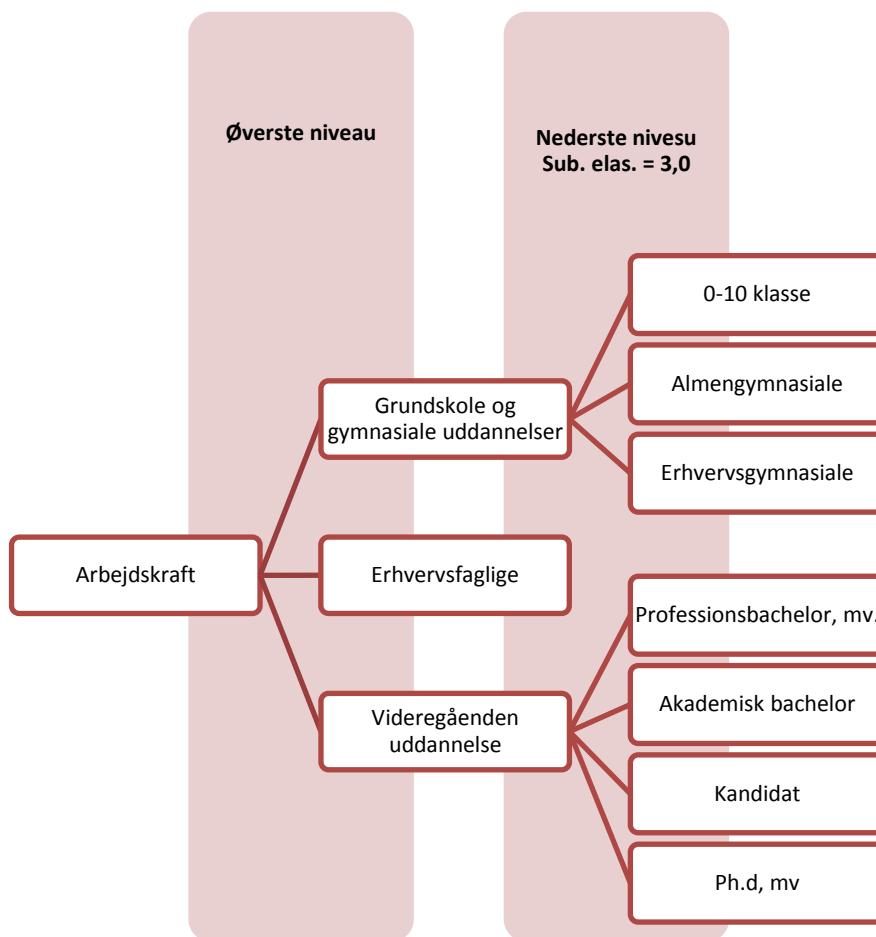
Det skal understreges at det anvendte omkostningsbegreb er relativt snævert. De tab eller gevinst der opstår skyldes udelukkende ændringer i de relative lønninger. Effekter der ikke skyldes lønnen, samt mulige effekter fra udenlandsk arbejdskraft er ikke inkluderet. Desuden er den sociale dimension af øget uddannelse ikke inddraget. Ud fra en snæver mismatch-synsvinkel er det muligvis ikke en gevinst at arbejde for færre ufaglærte unge, men derfor kan det sagtens være en god ide af andre grunde.

Der opstilles en makroøkonomisk model for en lille åben økonomi (se Bilag 5 for en formel beskrivelse). Virksomhederne antages at producere med input af materialer, kapital og 9 typer arbejdskraft. Et centralt element i analysen er at de 9 typer arbejdskraft er beskrevet ved en såkaldt *nest-struktur* (se Figur 12). På det øverste niveau skelnes mellem 3 grupper: 'Grundskole og gymnasiale uddannelse', erhvervsfaglige og videregående uddannelser. Muligheden for at erstatte disse 3 uddannelsesgrupper med hinanden afhænger af den såkaldte *substitutionselasticitet*. Substitutionselasticiteten mellem to uddannelsesgrupper mäter hvor meget den relative beskæftigelse ændrer sig når den relative løn ændrer sig. Lad os fx forestille os at substitutionselasticiteten mellem faglære og alle andre er 0,8. Hvis faglærtes løn vokser 1 pct. relativt til alle andres løn, da vil efterspørgslen efter faglærte falde 0,8 pct. relativt til beskæftigelsen af andre. Hvis elasticiteten er større end 1 vil der altså være en relativt kraftig beskæftigelsesreaktion på ændringer i den relative løn. Vi vil i det følgende

vurdere de samfundsøkonomiske effekter af mismatch under alternative antagelser om netop denne substitutionselasticitet.

Hvad er et godt bud på substitutionselasticiteten mellem forskellige typer uddannede arbejdskraft? Det antages ofte at disse substitutionselasticiteter er større end 1. I Høegh (2015) og Finansministeriet (2014, 2015) haves en nest-struktur der minder en del om den her anvendte. Her haves elasticiteten 1,6 på det øverste niveau og 3,0 på det nederste niveau. I relation til valget af værdien 1,6 henvises til Jensen og Sørensen (2002) og Acemoglu og Autor (2012). I Arbejderbevægelsens Erhvervsråd (2014) antages en substitutionselasticitet mellem erhvervsfaglige og andre uddannelser som er mindre end 1, nemlig 0,8. Der er foretaget en del estimationer på amerikanske data der beregner substitutionselasticiteten mellem personer der har færdiggjort college eller high school (Johnson 1970; Katz and Murphy 1992; Autor 2002). Disse analyser giver alle en substitutionselasticitet større end 1.

Figur 12 Nest-struktur i produktionsfunktionen



Det kan undre at elasticiteterne systematisk er større end 1, således at lavtuddannede og højtuddannede tilsyneladende erstatter hinanden relativt let. En potentiel forklaring kunne være at elasticiteterne alle er estimeret på makro-niveau, dvs. beregnet for det samlede

arbejdsmarked og ikke i den enkelte produktionssektør. Man kunne have den hypotese at makro-substitutionselasticiteter er højere end mikro-substitutionselasticiteter fordi det samlede system indebærer fleksibilitet som ikke findes i den enkelte sektor. Fx indebærer det såkaldte Rybczynski-teorem at systemet kan tilpasse sig til et overskud af erhvervsfaglige ved at sektorer med mange erhvervsfaglige bliver større på bekostning af sektorer med få erhvervsfaglige. Analyser på danske data tyder imidlertid ikke på at Rybczynski er særligt relevant for danske forhold (Finansministeriet, 2016). I Danmark er tilpasningen til det højere uddannelsesniveau især sket ved at alle brancher gradvist skifter over mod højere uddannede. I mindre grad ved brancheforskydninger.

Der er bred enighed om at vi vil komme til at mangle erhvervsfaglig arbejdskraft i fremtiden (se fx Arbejderbevægelsens Erhvervsråd, 2014, 2016 og REG LAB, 2016). Substitutionselasticiteten mellem erhvervsfaglige og andre er derfor helt central for analyser af samfundsøkonomiske effekter af mismatch. Denne elasticitet er desværre dårligt belyst på danske data.

På baggrund af denne usikkerhed har vi valgt at lade substitutionselasticiteten på det øverste niveau (dette er netop substitutionselasticiteten mellem faglærte og andre) antage fire forskellige værdier, mens substitutionselasticiteten på det nederste niveau er sat til 3,0 ligesom i Høegh (2015) og Finansministeriet (2014, 2016). På det øverste niveau antager elasticiteten værdierne 0,15 (meget lav), 0,8 (middel - lav), 1,6 (middel - høj) og 3,0 (høj). Ved den meget lave elasticitet på 0,15 beregnes det samfundsmæssige tab der må forventes hvis erhvervsfaglige ikke kan erstattes af andre. Denne situation karakteriserer det bruttocab der opstår i et helt ufleksibelt system. De 3 andre elasticiteter haves fra Arbejderbevægelsens Erhvervsråd (2014), Høegh (2015) og Finansministeriet (2014, 2016). Disse er baseret på udenlandske studier og vedrører ikke specifikt mobiliteten mellem faglærte og personer med videregående uddannelser. Det kan derfor være tvivlsomt, om resultaterne fra disse studier direkte kan overføres til danske forhold og til et mismatch mellem faglærte og længere, videregående uddannelser.

Modellen er kalibreret til danske data for året 2014. Husholdningerne antages at forbruge en konstant andel af deres disponible indkomst. Kapitalapparatet tilpasser sig gradvist til et optimalt niveau der er bestemt af et user-cost-begreb der afhænger af afskrivningsraten for kapital og det internationale renteniveau. Modellen kører fra 2014 til 2035.

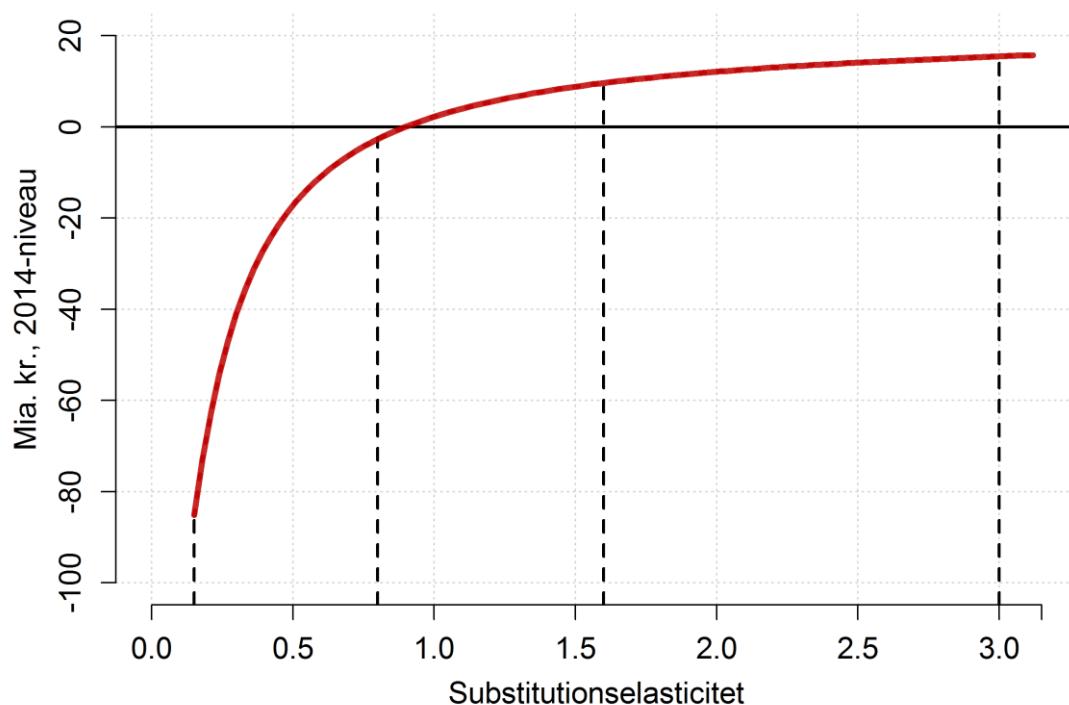
Tabel 6 Uddannelsesfordelte karakteristika

	Gennemsnitlig livsindkomst per år (1000 kr.)	Gennemsnitlig beskæftigelsesfrekvens per år	Uddannelsesomkostning per dimitteret (1000 kr.)
Ufaglærte	243	0.50	
Almengymnasiale	319	0.60	264
Erhvervsgymnasiale	370	0.70	249
Erhvervsfaglige	327	0.68	296
Korte videregående	358	0.70	445
Professionsbachelorer	366	0.68	497
Akademisk bachelor	377	0.63	520
Kandidat	512	0.70	730
- Ph.d., mv.	536	0.69	939

Kilde: se Bilag2

Som nævnt er beskæftigelsesfrekvenser, individuel produktivitet og uddannelsesomkostninger opdelt på uddannelse (se Tabel 6). Den individuelle produktivitet måles som gennemsnitlig livsindkomst per år. Indkomsten beregnes som den gennemsnitlige lønindkomst et individ med det givne uddannelsesniveau vil opnå mellem vedkommende er 16 og 67 år gammel. Indkomsten sættes lig nul i de aldre, hvor personen vil være under uddannelse, hvis denne følger et normeret studieforløb for at opnå det givne uddannelsesniveau. Livsindkomsten beregnes på baggrund af tværnsitsdata indeholdende faktiske indkomster i 2014. Beskæftigelsesfrekvensen beregnes som den gennemsnitlige aldersfordelte beskæftigelsesfrekvens over hvert af alderstrinnene mellem 16 og 67 år. Gennem den normerede studietid for at opnå det givne uddannelsesniveau antages den aldersfordelte beskæftigelsesfrekvens at være lig nul. Uddannelsesomkostningerne pr dimitterende person inklusivt frafald er beregnet ud fra de enkelte uddannelsestyper finanslovbevilling i 2014 samt data fra DREAMs uddannelsesfremskrivning 2016 (for yderligere dokumentation, se bilag 2).

Figur 13 Samfundsøkonomisk effekt over forskellige substitutionselasticiteter, 2025.



Kilde: Egne beregninger

I modellens grundforløb antages det, at den ovenfor fremskrevne efterspørgsel efter de 9 uddannelsestyper netop tilfredsstilles af udbuddet, således at der intet mismatch er. Det antages derfor at de relative lønninger ikke udvikler sig over tid og fordelingsparametrene i produktionsfunktionen kalibreres netop således at den korrekte udvikling i efterspørgslen opnås. Dette svarer til at vi netop beregner de 'Skill-Biased' teknologiske fremskridt der generer sidste afsnits efterspørgselsfremskrivning. Med denne udvikling i virksomhedernes produktionsteknologi som udgangspunkt antager vi nu i alternativforløbet at udbuddet er som beskrevet tidligere, således at der opstår et mismatch. De 9 arbejdsmarkedet tilpasser sig til

dette udbud ved at ændre de relative lønninger. Effekten af mismatch kan herefter måles ved ændringen i fx det reale BNP.

Effekten af mismatch er vist i Figur 13 for de 4 forskellige substitutionselasticiteter. Hvis erhvervsfaglige meget vanskeligt kan erstattes af andre (substitutionselasticitet på 0,15) fås betydelige tab. I 2025 er tabet 85,1 mia. kr. Dette svarer til tab på hhv. 4,2 af BNP. På den anden side, hvis den høje elasticitet på 3,0 antages, fås gevinster på 15,5 mia. kr. i 2025. Dette svarer til gevinster på hhv. 0,8 pct. af BNP. Ved substitutionselasticiteter på hhv. 0,8 og 1,6 fås gevinster på -2,4 mia. kr. og 9,8 mia. kr., svarende til -0,1 pct. og 0,5 pct. af BNP.

Årsagen til den meget store variation i de samfundsøkonomiske effekter er grundlæggende at vi mangler personer midt i uddannelsesspektret og har for mange oppe i toppen. Hvis vi havde haft for mange ufaglærte i stedet for personer med en længerevarende uddannelse, ville sagen have været en anden. Da ville vores mismatch-analyse med sikkerhed have medført et tab uanset substitutionselasticiteten, idet den gruppe der var for talrig have været karakteriseret af både lav beskæftigelsesfrekvens og lav produktivitet (se Tabel 6). Det ville derfor umiddelbart være en god forretning for samfundet at erstatte en ufaglært med en faglært. Hvis man uden problemer kunne erstatte en faglært med en person med en længere uddannelse ville dette være samfundsmæssigt rentabelt, idet de to grupper har nogenlunde samme beskæftigelsesfrekvens, mens de erhvervsfaglige har en lavere individuel produktivitet. Det eneste der taler mod dette, er forestillingen om at det ikke giver mening ud fra en produktionsteknisk synsvinkel – dvs. at det trods alt er begrænset hvor høj substitutionselasticiteten er.

Mismatch-analysen og den efterfølgende samfundsøkonomiske analyse synes at antyde at Danmark kan stå overfor et "luksus-problem". Fremadrettet er der en tendens til at arbejdsstyrken overuddannes. Hvis fleksibiliteten i produktionen er stor nok (høj substitutionselasticitet) kan dette resultere i en gevinst for samfundet. Årsagen er at ændringer i de relative lønninger drejer efterspørgslen over mod grupper med længere uddannelser. Disse gruppers høje produktivitet og arbejdsmarkedstilknytning giver anledning til en samlet gevinst for samfundet.

Fremadrettet ville det være en god ide at forbedre det empiriske grundlag for denne type analyser. Dette vil især indebære økonometriske undersøgelser af substitutionsmuligheden mellem erhvervsfaglige og andre uddannede. Selve analyse-setup'et kunne forbedres på flere områder. Det ville være interessant at inddrage muligheden for at analysere betydningen af importeret arbejdskraft. Dette ville afhjælpe nogle af mismatch-problemerne, men ville samtidigt påvirke løndannelsen i Danmark. Det ville sandsynligvis skærpe analysen at inddrage mere disaggregeret data. I øjeblikke arbejder analysen med 9 uddannelser. Data tillader at arbejde med over 50 såkaldte mellemgrupper. I den samfundsøkonomiske analyse benyttedes en model med kun en0 sektor. Det ville forbedre analysen at skelne mellem et antal sektorer, fx offentlig service, privat service, fremstilling og andet.

6. Referencer

- Acemoglu, Daron and David Autor (2012) *What Does Human Capital Do? A Review of Goldin and Katz's The Race between Education and Technology*. Journal of Economic Literature 2012, 50:2, 426–463.
- Angrist, J. (1995). *The Economic Returns to Schooling in the West Bank and Gaza Strip*. American Economic Review, 85, 1065-1087.
- Arbejderbevægelsens Erhvervsråd (2014). *Vejen til lighed og velstand er uddannelse og opkvalificering*. November 2014.
- Arbejderbevægelsens Erhvervsråd (2016): *Danmark kommer til at mangle faglærte*, marts 2016
- Finansministeriet (2014). *Finansreddegørelse 2014*
- Finansministeriet (2016). *Økonomisk analyse: Uddannelse og arbejdsmarkedet*. Januar 2016.
- Goldin, Claudia and Lawrence F. Katz (2008). *The Race between Education and Technology*. Cambridge, Mass., Harvard University Press
- Hansen, Jonas Zangenberg (2016): *Fremskrivning af befolkningens arbejdsmarkeds-tilknytning*, DREAM rapport, august 2016.
- Hansen, Marianne Frank og Stephensen, Peter (2013): *Danmarks fremtidige befolkning*, DREAM rapport, juli 2013.
- Hougaard Jensen, Svend E. og Anders Sørensen. *Uddannelse, beskæftigelse og økonomisk vækst*. Nationaløkonomisk Tidsskrift, vol. 140, pp. 1-17, 2002.
- Hyndman, Rob J. and Yeasmin Khandakar (2008). *Automatic time series forecasting: the forecast package for R*. Journal of Statistical Software, 27(3).
- Hyndman, Rob J. and George Athanasopoulos (2016): *Forecasting: principles and practice*. <https://www.otexts.org/fpp>
- Hyndman, Rob J., Koehler, Anne B. (2006). *Another look at measures of forecast accuracy*. International Journal of Forecasting (2006). 22(4), 679-688.
- Høegh, Grane (2015). Makroeffekt af øget uddannelse i Danmark. DREAM Arbejdspapir 2015:3
- Johnson, G. (1970). *The demand for labor by educational category*, Southern Econ. J. 37
- Katz, L. and K. Murphy (1992). *Changes in relative wages 1963-1987: Supply and demand factors*, Quart. J. Econ. 107
- Kreinovich, Vladik; Nguyen, Hung T.; and Ouncharoen, Rujira, (2014). *How to Estimate Forecasting Quality: A System-Motivated Derivation of Symmetric Mean Absolute Percentage Error (SMAPE) and Other Similar Characteristics*. Departmental Technical Reports (CS). Paper 865. University of Texas at El Paso.
- Markeprand, Tobias (2014): *Uddannelsesfremskrivning 2014*, DREAM rapport, marts 2016.
- REG LAB (2016): *Kvalificeret arbejdskraft – fremtidens store udfordring for dansk erhvervsliv*, maj 2016
- Shaub, David and Peter Ellis (2016). *The R Package ‘forecastHybrid’*.

Bilag 1. Data til fremskrivning af efterspørgslen af arbejdskraft

Datasættet til fremskrivning af efterspørgslen af arbejdskraft er konstrueret ud fra RAS(1992-2013), BEF(1993-2014), BU(1993-2014), ADAM databanken KP16, nøglen 'Nogle_DB730_NBR108', formaterne DB93fmts, DB03fmts, DB07fmts, samt undervisningsministeriets hovedgrupper.

For at danne datasættet er alder, køn og højest fuldførte uddannelse trukket fra BU-sættene. Desuden er oprindelsen trukket fra BEF-sættene. Disse er sat sammen med personens tilknytning til arbejdsmarkedet givet ved en branchekode, om personen er beskæftiget eller ej, og hvis beskæftigede så om det er i et privat eller offentligt erhverv. Til sidst er det relevante format sat på, for at forklare branchekoden og det højest fuldførte uddannelsesniveau. Derefter er der ud fra hver kombination af ovenstående variable opgjort, hvor mange der er i hver branche med de givne karakteristika.

Branchenomenklaturen skifter tre gange mellem 1993 og 2014. Første skift sker i år 2000 (RAS 1999), hvor der skiftes fra DB93 til DB03. Førstnævnte gruppering indeholder 810 branchekoder, mens sidstnævnte indeholder 825. Dette skift giver ingen mærkbare databrud, og der er derfor ikke foretaget noget for at udjævne konsekvenserne af skiftet. Næste skift sker i 2008 (RAS 2007) hvor nomenklaturet skifter fra DB03 til DB07. Dette forårsager umiddelbart et databrud idet DB07 blot indeholder 726 brancher. Desuden er aggregeringsniveauet i disse to forskellige. DB93 og DB03 har begge 4 undergrupper med hhv. 111, 53, 27 og 9 grupper i hver, mens DB07 har 4 undergrupper med hhv. 127, 36, 19 og 10 grupper i hver. For at mindske effekterne af dette skifte bruges fra 2001 til 2008 datasættet RASDB07 (2000-2007), hvori samtlige branchekoder er givet både i DB03 og DB07. Dette giver en lettere overgang til årene 2008 til 2014 (RAS 2007-2013), hvor branchekoderne er givet i DB07-format.

For at omdanne datasættet til at indeholde Nationalregnskabet 108-gruppering af brancherne benyttes nøglen 'Nogle_DB730_NBR108'. To primære justeringer er foretaget for at udjævne databrud mellem de to grupperinger. I første trin omdannes Nationalregnskabets fire bygge- og anlægsvirksomhedsbrancher, 410009, 420000, 430003 og 430004, til én samlet branche i DB07 under branchekoden 420000. Denne kaldes 'bygge og anlæg'. Ligeledes samles Nationalregnskabets to boligbrancher, 680023 og 680024, til én branche i DB07 kaldet 'boliger'. Denne findes under branchekoden 680023. I trin to opdeles brancherne 720000, 840020, 850040, 910001 og 930010 fra DB07 til markedsmæssige og ikke-markedsmaessige grupperinger. Dette gøres med udgangspunkt i om den enkelte person er ansat i det offentlige eller det private.

Bilag 2. Data til CGE-modellen.

Uddannelsesomkostningerne

Uddannelsesomkostningerne pr. dimitterende person inklusiv frafald er beregnet ud fra de enkelte uddannelsestypes finanslovsbevilling i 2014¹ samt 2014 data til DREAMs uddannelsesfremskrivning 2016².

Samlede uddannelsesomkostninger i 2014 udover grundskole pr. dimitterende person inklusiv frafald.

I Tabel 1 findes de samlede uddannelsesomkostninger udover grundskolen pr. dimitterende person inklusiv frafald. De samlede omkostninger til de videregående uddannelser udregnes i udgangspunktet som den ”korteste vej” til uddannelsen. Således, at en person med en kandidatuddannelse som højst fuldførte uddannelse har omkostninger fra den almengymnasiale- (264.223 kr. i 2014-priser), universitetsbachelor- (256.042 kr. i 2014 priser) og kandidatuddannelsen (209.406 kr. i 2014-priser). Den samlede udgift til en person med en kandidatuddannelse som højst fuldførte uddannelse bliver derfor 729.671 kr. i 2014-priser.

Omkostningerne til erhvervsfaglige uddannelser tillægges dog 15 procent af omkostningerne fra almengymnasial uddannelse. Idet ca. 15 procent af alle personer med én erhvervsfaglig uddannelse også har en gymnasial uddannelse³.

Tabel 7. De samlede uddannelsesomkostninger udover grundskole pr. dimitterende person inklusiv frafald.

	2014-priser
Almengymnasial	264222
Erhvervsgymnasial	249432
Erhvervsfaglige	296178
Kort videregående	444607
Professionsbachelor, mv	496945
Akademisk bachelor	520265
Kandidat	729671
Ph.d, mv.	939077

Kilde: FL-2014,

Data til DREAMs uddannelsesfremskrivning 2016

Egne beregninger.

¹ Grundbevillinger er forsøgt udeladt, således at udgiften primært er aktivitetsbetinget.

² Uddannelsesomkostningerne per dimitterende person inklusiv frafald er for de enkelte uddannelsestyper beregnet som: aktivitetsbetinget finanslovbevilling til uddannelsestypen divideret med antal personer, der færdiggør uddannelsen.

³ Kilde: Ministeriet for Børn, Undervisning og Ligestilling.

Omkostninger til de enkelte uddannelsesstyper pr dimitterende person inklusiv frafald i 2014.

Følgende beskriver de enkelte uddannelsesstyper finanslovsbevillingerne samt antallet dimitterede personer.

Almengymnasial uddannelse (Finanslov § 20.42, § 20.43)

Kategorien omfatter §20.42 Offentlige gymnasier og hf-kurser samt §20.43 Private gymnasier, studenterkurser og hf-kurser. Den samlede bevilling til § 20.42 er i 2014 opgjort til 8602,8 mio. kr. i årets priser. For § 20.43 er den samlede bevilling i 2014 393,2 mio. kr. Den samlede bevilling til almengymnasial uddannelse er derfor i 2014 på 8996 mio. kr. opgjort i årets priser. Antallet af personer der færdiggør den almengymnasiale uddannelse er i 2014 34.047 personer ifølge DREAMs uddannelsesfremskrivning 2016. Omkostningerne per dimitterende person inkl. frafald, for hele uddannelsen bliver herved: 264.223 kr. i 2014-priser.

Erhvervsgymnasial uddannelse (Finanslov § 20.41)

Aktivitetsafhængige udgifter til erhvervsgymnasiale uddannelser antages omfattet af samtlige bevillinger under §20.41⁴, hvilket i 2014 samlet beløber sig til 2742,3 mio. kr. i årets priser. Antallet af personer der færdiggør en erhvervsgymnasial uddannelse er i 2014 11.264 personer ifølge DREAMs uddannelsesfremskrivning 2016. Omkostningerne per dimitterende person inkl. frafald, for hele uddannelsen bliver herved: 249.432 kr. i 2014-priser.

Erhvervsuddannelser - EUD (Finanslov § 20.31)

Erhvervsuddannelser er i mismatchanalysen én kategori sammenlagt af hhv. grund- og hovedforløb. Den samlede bevilling hertil er i år 2014 opgjort til 7052,4 mio. kr. i årets priser. Antallet af personer der færdiggør en erhvervsuddannelse er i 2014 27.490 personer ifølge DREAMs uddannelsesfremskrivning 2016. Omkostningerne per dimitterende person inkl. frafald, for hele uddannelsen bliver herved: 256.544 kr. i 2014-priser.

Korte videregående uddannelser (Finanslov § 19.31.01)

Udgiften til korte videregående uddannelser antages udgjort af bevillingen til erhvervsakademiuddannelser § 19.31.01, der i 2014 er opgjort til 1258,9 mio. kr. Antallet af personer, der dimitterer den korte videregående uddannelse er i 2014 27.490 personer ifølge DREAMs uddannelsesfremskrivning 2016. Omkostningerne per dimitterende person inkl. frafald, for hele uddannelsen bliver herved: 180.384 kr. i 2014-priser.

Professionsbacheloruddannelser (Finanslov § 19.31.02)

Den samlede bevilling til professionsbachelorer i 2012 er iht. §19.31.02 på 4108,7 mio. kr. Antallet af personer der dimitterer professionsbacheloruddannelsen er i 2014 17.655 personer ifølge data til DREAMs uddannelsesfremskrivning 2016. Omkostningerne per dimitterende person inkl. frafald, for hele uddannelsen bliver herved: 232.722 kr. i 2014-priser.

⁴ Det vil sige bevilling til erhvervsgymnasiale uddannelser § 20.41.01 og afholdelse af erhvervsgymnasiale eksaminer § 20.41.31

Universitetsbachelor- og kandidatuddannelser (Finanslov § 19.22)

Udgiften i alt til universitetsbachelor- og kandidatuddannelser antages udgjort af bevillingen til ”Uddannelsesstilskud fra UDS” under § 19.32, der i 2014 er opgjort til 7.408 mio. kr. Den samlede bevilling til uddannelserne uddeles via antal personer på de to uddannelsesstyper. Der er i alt 136.169 personer på universitetsbachelor- og kandidatuddannelsen (inkl. dimitterende personer) heraf er 57 procent tilknyttet universitetsbacheloruddannelsen og 43 procent tilknyttet kandidatuddannelsen. Bevillingen til henholdsvis universitetsbachelor- og kandidatuddannelsen bliver herved 4.229 mio. kr. og 3.179 mio. kr. i årets priser.

Antallet af personer der dimitterer universitetsbachelor- og kandidatuddannelsen er i 2014 henholdsvis 16.516 og 15.182 personer ifølge data til DREAMs uddannelsesfremskrivning 2016.

Omkostningerne per dimitterende person inkl. frafald, for hele universitetsbachelor- og kandidatuddannelsen bliver henholdsvis 256.042 kr. og 209.406 kr. i 2014-priser.

Det antages at omkostningerne per færdiggørende personer inkl. frafald på Ph.d uddannelsen er den samme som på kandidatuddannelsen.

Erhvervsdeltagelsen

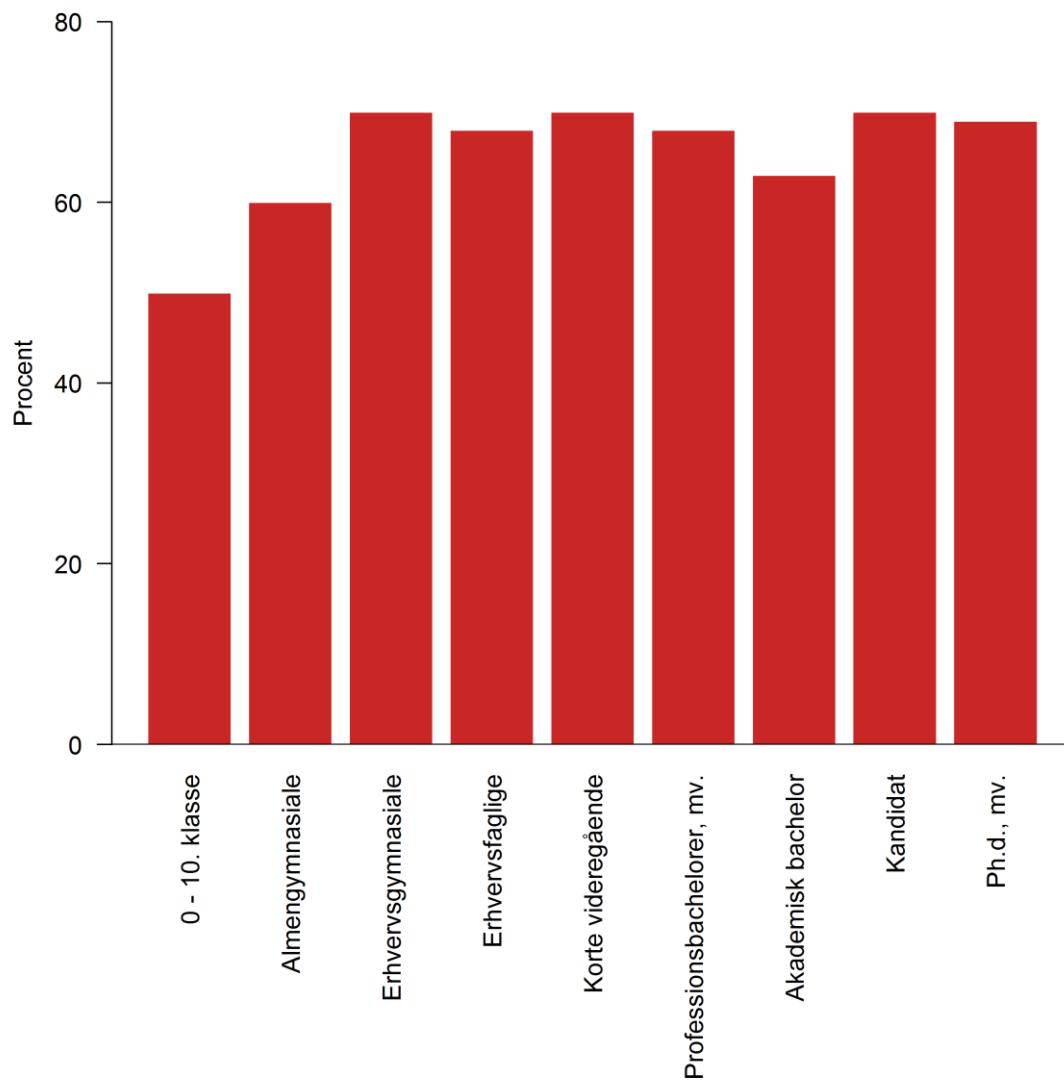
For hver uddannelsesgruppe opgøres erhvervsdeltagelsen ved at betragte gruppens beskæftigelsesfrekvens over et livsforløb. Frekvensen beregnes som den gennemsnitlige aldersfordelte beskæftigelsesfrekvens⁵ over hvert af alderstrinnene mellem 16 og 67 år. Gennem den normerede studietid for at opnå det givne uddannelsesniveau antages den aldersfordelte beskæftigelsesfrekvens at være lig nul.

Ufaglærte er i gennemsnit beskæftigede gennem halvdelen af livet, hvilket er den svageste erhvervsdeltagelse blandt de ni indgående uddannelsesgrupper, jf. Figur 14. Blandt personer med en almen gymnasial uddannelse er beskæftigelsen over livet på cirka 60 pct. For erhvervsgymnasiale, erhvervsuddannede og for personer med en videregående uddannelse er beskæftigelsesgraden over livet knap 70 pct. For universitetsbachelorer er beskæftigelsen lavere end blandt de øvrige videregående uddannelser, hvilket skyldes en forholdsvis svag beskæftigelse under videreuddannelse, som relativt mange i denne gruppe foretager.

Generelt er erhvervsdeltagelsen stigende i uddannelsesniveau forstået på den måde, at for givet alder er den gennemsnitlige beskæftigelse højere, jo højere uddannelsesniveau, som betragtes. Som beskæftigelsesgraden her er defineret, opvejes den relativt høje beskæftigelse for de højtuddannede sent i livet af antagelsen om ingen beskæftigelse i den tid, hvor personen uddannes. Beskæftigelsesgraden bliver herved nogenlunde ens for erhvervsgymnasiale, erhvervsuddannede og for personer med en videregående uddannelse.

⁵ Den aldersfordelte beskæftigelsesfrekvens beregnes på baggrund af tværsnitsdata fra den Registerbaserede Arbejdssstyrkestatistik (RAS) oktober 2014. Beskæftigelsesandelen beregnes for hver af de ni uddannelsesgrupper, som indgår i modellen. For hver uddannelsesgruppe og i hvert alderstrin mellem 16 og 67 år beregnes den aldersfordelte beskæftigelsesgrad som antal beskæftigede sat i forhold til det samlede antal personer i alderstrinnet.

Figur 14. Gennemsnitlig beskæftigelse over et livsforløb for forskellige uddannelsesniveauer.



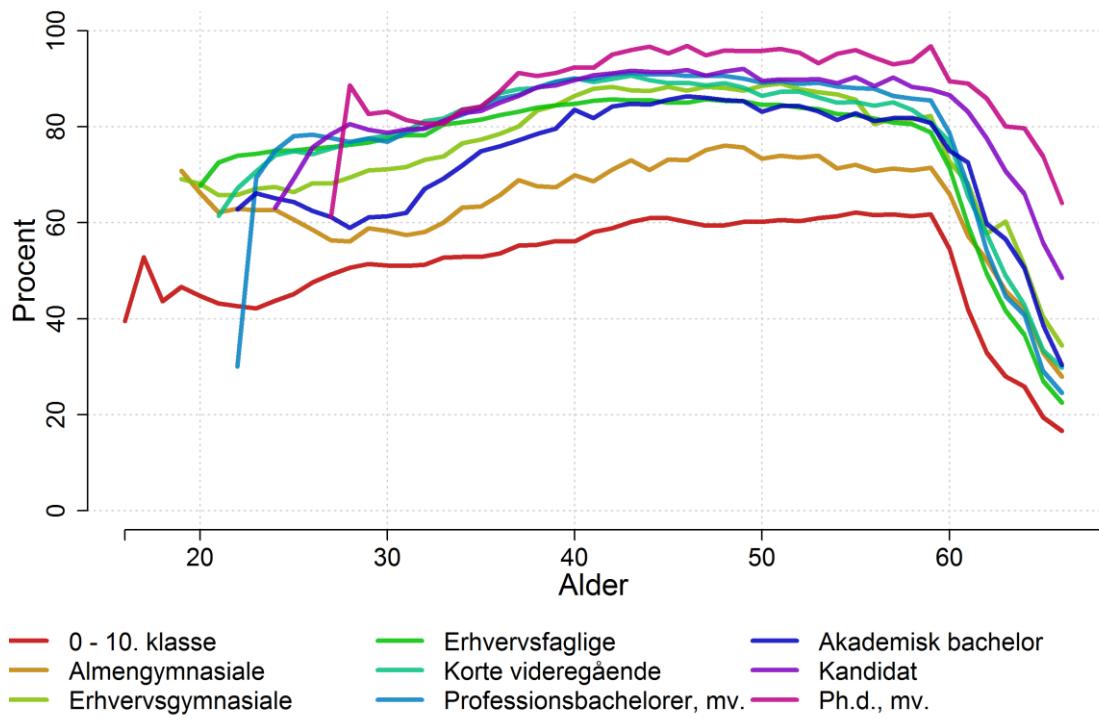
Kilde: Egne beregninger på baggrund af registerdata fra Danmarks Statistik.

Figur 15 viser den aldersfordelte beskæftigelsesfrekvens for de ni anvendte uddannelsesniveauer. Det ses, at ufaglærte over hele livet i gennemsnit har en beskæftigelsesgrad, der er markant lavere end personer, der gennemfører en erhvervskompetencegivende uddannelse. Frem til midt i 20'erne er beskæftigelsesfrekvensen relativt lav for de grundskoleuddannede. Dette hænger sammen med, at en stor andel af de grundskoleuddannede er under videreuddannelse i disse alderstrin. Samme fænomen gør, at beskæftigelsesgraden er lav for de gymnasiale uddannelser samt universitetsbachelorer frem til midt i 30'erne.

Af figuren fremgår desuden den tidligere omtalte tendens til, at beskæftigelsesgraden for færdiguddannede er stigende i uddannelsesniveau. For personer ældre end 40 år ses således en rangering, hvor de ufaglærte har svagest beskæftigelsesandel efterfulgt af personer med en almen gymnasial uddannelse, erhvervsuddannede, videregående uddannelser og ph.d.'er som gruppen med den bedste erhvervstilknytning. I forhold til

uddannelseslængden har person med erhvervsgymnasial uddannelse som højest fuldført uddannelse en forholdsvis stærk arbejdsmarkedstilknytning, mens akademiske bachelorer ligger relativt lavt.

Figur 15. Aldersfordelt beskæftigelse for forskellige uddannelsesniveauer.



Anm.: Beskæftigelsen er sat til nul i de aldre, hvor en person som opnår uddannelsesniveauet på normeret studietid er under uddannelse.

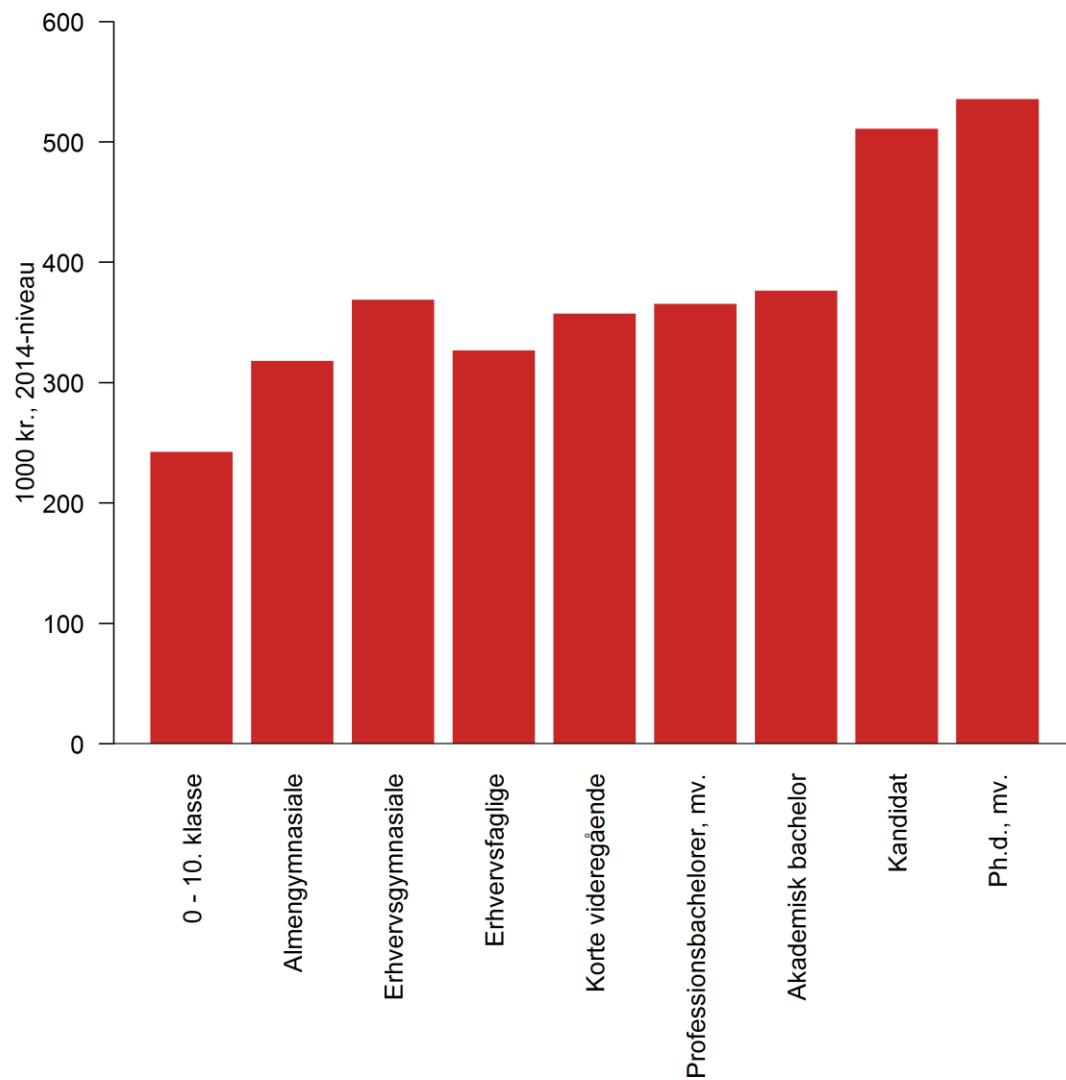
Kilde: Egne beregninger på baggrund af registerdata fra Danmarks Statistik.

Livsindkomst

Til hvert uddannelsesniveau knyttes en livsindkomst. Indkomsten beregnes som den gennemsnitlige lønindkomst et individ med det givne uddannelsesniveau vil opnå mellem vedkommende er 16 og 67 år gammel. Indkomsten sættes lig nul i de aldre, hvor personen vil være under uddannelse, hvis denne følger et normeret studieforløb for at opnå det givne uddannelsesniveau. Livsindkomsten beregnes på baggrund af tværsnitsdata indeholdende faktiske indkomster i 2014⁶.

Livsindkomsten er generelt stigende i uddannelsesniveau således, at jo længere uddannelse en person har gennemført, jo højere er den gennemsnitlige lønindkomst over livet. Som det fremgår af Figur 16 er livsindkomsten for kandidat- og ph.d.-uddannede således mere end dobbelt så høj som livsindkomsten for en ufaglært.

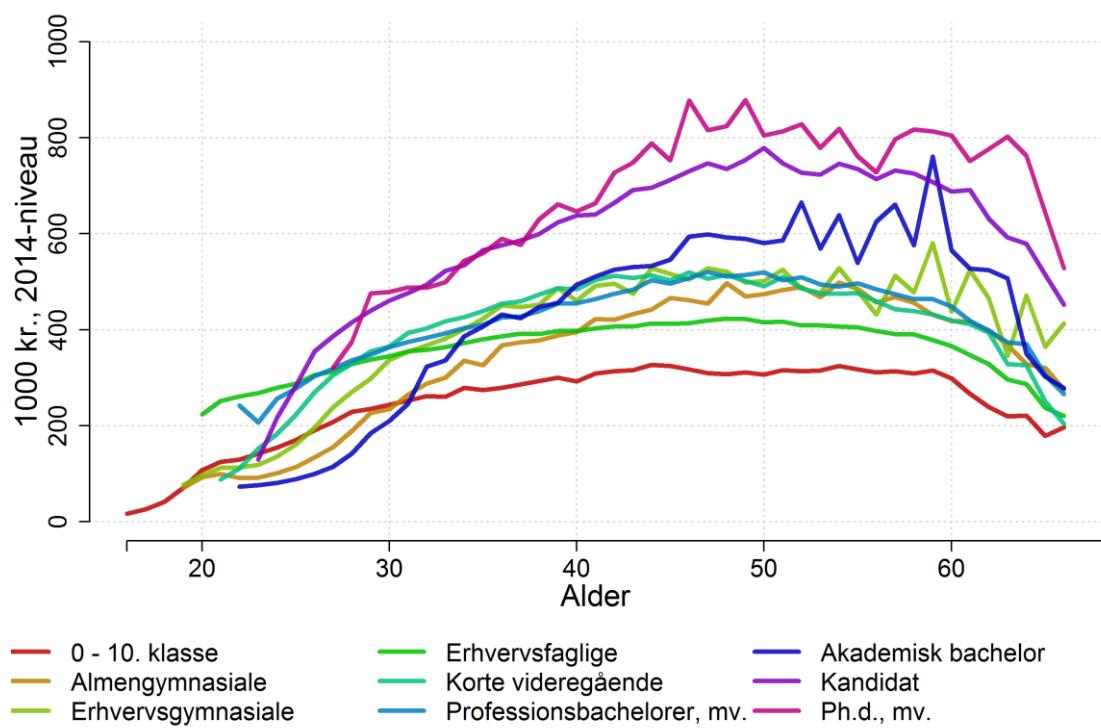
⁶ Lønindkomsten indeholder bidrag til arbejdsgiveradministrerede pensionsordninger. Den gennemsnitlige lønindkomst beregnes for personer, som har været ikke-ledige hele året. Bemærk, at livsindkomsten indeholder forskelle, der skyldes forskelle i den gennemsnitlige arbejdstid på tværs af uddannelsesniveau.

Figur 16. Gennemsnitlig livsindkomst for forskellige uddannelsesniveauer.

Kilde: Egne beregninger på baggrund af registerdata fra Danmarks Statistik.

Figur 17 viser de enkelte uddannelsesgruppers indkomstprofil for alderen 16–67 år. Af figuren ses det tydeligt, at frem til omkring 30-års alderen har personer med en gymnasial uddannelse eller en akademisk bachelor de laveste indkomster. Dette skyldes, at en stor del i disse uddannelseskategorier i de yngre aldersgrupper videreuddanner sig, og derfor blot har lønindkomst fra et studiejob.

Fra omkring 40-års alderen sker en forholdsvis klar rangering af indkomsten: de ufaglærte har den laveste årsindkomst på godt 300.000 kr. årligt. Herefter følger erhvervsuddannede (cirka 400.000 kr. årligt), gymnasialt uddannede (475.000 kr./år), kort videregående og professionsbachelor (knap 490.000 kr./år), akademisk bachelor (585.000 kr./år), kandidatuddannede (715.000 kr./år), mens ph.d.'er har de højeste gennemsnitlige lønindkomst på cirka 785. kroner årligt.

Figur 17. Aldersfordelt lønindkomst for forskellige uddannelsesniveauer.

Anm.: Lønindkomsten er sat til nul i de aldre, hvor en person som opnår uddannelsesniveauet på normeret studietid er under uddannelse.

Kilde: Egne beregninger på baggrund af registerdata fra Danmarks Statistik.

Bilag 3. Metode til fremskrivning af andele

Lad p_{jt} , $j = 1, \dots, n$, $t = -T_H, \dots, 0$ være en historisk serie af andele. Det gælder at

$$(0.1) \quad \sum_{j=1}^n p_{jt} = 1, \quad \forall t \leq 0$$

og

$$(0.2) \quad p_{jt} \geq 0, \quad \forall t \leq 0$$

Vi ønsker at konstruere en fremskrevet serie \hat{p}_{jt}^E for perioden $t = 1, \dots$. Denne serie skal også overholde (0.1) og (0.2).

Vi starter med for hver tidsserie $(p_{jt})_{t=-T_H, \dots}$ at konstruere en fremskrevet serie $(\hat{p}_{jt})_{t=1, \dots}$ ved hjælp af en tidsrække-metode. Vi benytte her en hybrid af ARIMA og Exponential Smoothing (Shaub and Ellis, 2016). Valget af fremskrivningsmetode er beskrevet i Bilag 4. Problemet med \hat{p}_{jt} er at den typisk ikke overholder (0.1) og (0.2). Dette opnås ved at definere:

$$(0.3) \quad \hat{p}_{jt}^E = \sum_i \frac{f\left(\frac{\hat{p}_{jt}}{p_{j0}}\right)p_{j0}}{f\left(\frac{\hat{p}_{it}}{p_{i0}}\right)p_{i0}}$$

hvor den voksende, positive, differentiable transformation $f(x)$ er givet ved:

$$(0.4) \quad f(x) \equiv \begin{cases} x & \text{for } x > 1 \\ e^{x-1} & \text{for } x \leq 1 \end{cases}$$

Transformationen $f(x)$ er karakteriseret ved at

$$f(x), f'(x) > 0 \quad \text{og} \quad f(1) = f'(1) = 1$$

og sikrer at andelene ikke bliver negative (0.2). Transformationen træder i kraft hvis den fremskrevne serie er aftagende og har især betydning hvis fremskrivningen \hat{p}_{jt} bliver negativ. Specifikationen (0.3) sikrer at andelene summer til 1 (0.1).

Da de historiske serier summede til 1 og da $f(x) \approx 1$ for x tæt på 1, vil \hat{p}_{jt}^E ligge tæt på \hat{p}_{jt} . Dette er det gode ved denne metode. Fremskrivningen af den enkelte andel vil i starten af fremskrivningen være stort set udelukkende bestemt af tidsrække-analysen. På længere sigt korrigeres den enkelte andel således at (0.1) og (0.2) passer for det samlede system.

Bilag 4. Valg af fremskrivningsmetode

Afsnittet undersøger hvilken af tre fremskrivningsmetoder, der giver det mest præcise forecast af beskæftigelsen fordelt på ADAMs 12 brancher.

Valget er foretaget med baggrund i et one-step-ahead-forecast af den historiske beskæftigelse fordelt på ADAMs 12 brancher fra Danmarks Konvergensprogram 2016. Fremskrivningsmetoderne der evalueres er følgelig:

- AutoARIMA,
- Exponential smoothing (ETS)
- Hybrid
 - En kombineret version af ETS og AutoARIMA.,

Metoderne er beskrevet i Hyndman (2013)

Til at vurdere præcisionen af de tre forskellige forecastningsmetoder anvendes:

- Mean absolut percentage error (MAPE)
- Symmetric mean absolut percentage error (sMAPE)
- Mean absolut scaled error (MASE).

Målene er defineret som:

MAPE af Armstrong (1985):

$$MAPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{|y_t - \hat{y}_t|}{(|y_t|)} \right)$$

hvor $y_t \neq 0$,

y_t er den faktisk observerede historiske til tidspunkt t , værdi og \hat{y}_t er forecastet.

sMAPE af Chen and Ynag(2004) er defineret som:

$$sMAPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{2|y_t - \hat{y}_t|}{(|y_t| + |\hat{y}_t|)} \right),$$

hvor $|y_t| + |\hat{y}_t| \neq 0$.

MASE af Hyndman (2005) er defineret som:

$$MASE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{|y_t - \hat{y}_t|}{\frac{T}{T-1} \sum_{t=2}^T |y_t - y_{t-1}|} \right).$$

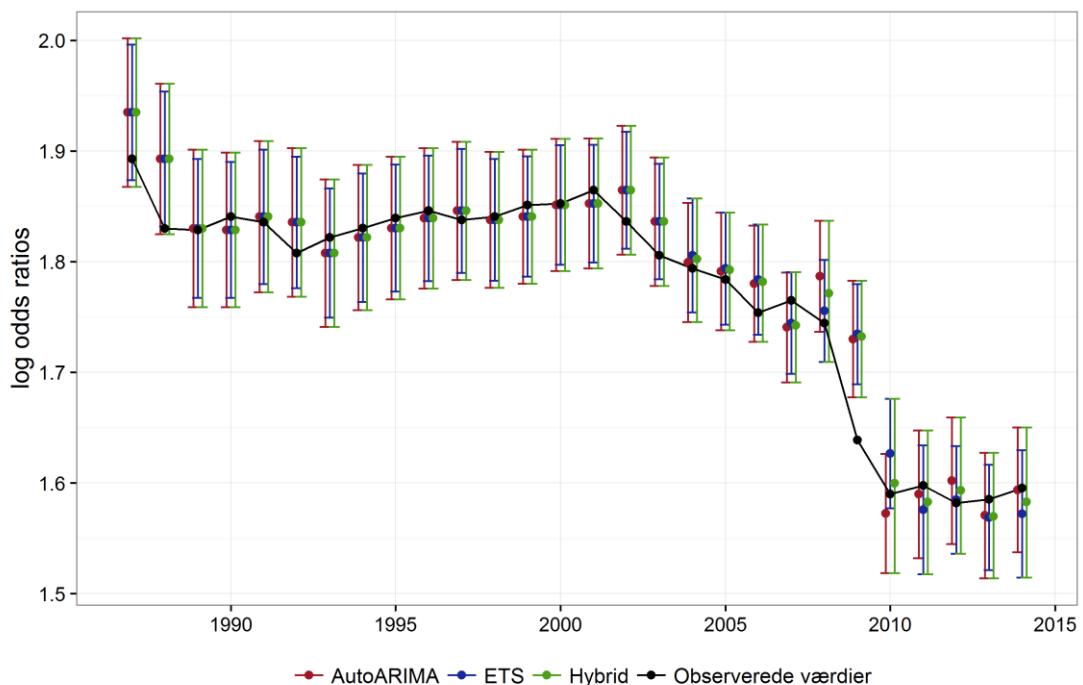
MAPE er det mest brugte mål af forecastningspræcision i litteraturen, men MAPE har en positiv bias imod fremskrivende værdier, der er lavere end den observerede værdi, sMAPE løser asymmetriens, men er som MAPE ikke defineret når $y_t \rightarrow 0$. MASE løser dette problem,

men kan ikke fortolkes som den procentvise fejl. Det kan dog bemærkes, at der i dette datasæt ikke er problemer med $\gamma_t \rightarrow 0$.⁷

Beskæftigelsen fordelt på ADAMs brancher findes i databanken Danmarks Konvergensprogram 2016 fra 1966 til 2014. Den første estimationsperiode er valgt til 1966-1986, hvor 1987 forecastes med de tre metoder. Den næste estimationsperiode er one-step-ahead derfor 1966-1987, hvor 1988 forecastes og så fremdeles.

Figur 18 viser, som et eksempel, de enkelte punkt one-step-ahead forecastet af beskæftigelsen i fremstillingsbranchen med de tre forecastnings metoder: AutoARIMA, ETS og Hybrid. Figur 19 viser et one-step-ahead forecastene for alle brancherne. Bemærk at data er omregnet til log odds ratios.

Figur 18. One-step-ahead forecast af beskæftigelsen i fremstillingsbranchen.



Kilde: KP16 og egne beregninger.

De forecastede punkter er angivet med det tilhørende 95 procent konfidensinterval. Det fremgår fra figuren, at stort set alle de observerede værdier ligger indenfor 95 procent konfidensintervallet, uanset forecastningsmetode. Dette gælder dog ikke i 2009, hvor beskæftigelsen i fremstillingsbranchen falder drastisk pga. den finansielle krise.

Grafisk er det svært, at vurdere hvilken forecastningsmetode der rammer observeret data bedst. MAPE, sMAPE og MASE af AutoARIMA, ETS, Hybrid one-step-ahead forecast af beskæftigelsen i fremstillingsbranchen er angivet i Tabel 8.

⁷ En sammenligning af de forskellige mål af forecastningspræcision kan findes i Hyndman (2006).

Tabel 8. – præcisionen af one-step-ahead forecastet af beskæftigelsen i fremstillingsbranchen.

	MAPE	sMAPE	MASE
AutoATIMA	1.102	1.092	1.013
ETS	1.154	1.144	1.054
Hybrid - ETS/AutoARIMA	1.089	1.079	1.001

Kilde: egne beregninger på KP16

Anm: Laveste testværdi angivet med **fed**.

Det ses, at Hybrid medfører den mindste forecastningsfejl af beskæftigelsen i fremstillingsbranchen. Dette er dog ikke et entydigt resultat over alle ADAMs brancher, jf. Tabel 10. Det kan se fra Tabel 10, at halvdelen af ADAMs brancher forecastes med mindst fejl, når Hybrid metoden anvendes.

Tabel 9. – Gennemsnitlig præcisionen af one-step-ahead forecastene af beskæftigelsen i ADAMs brancher.

	MAPE	sMAPE	MASE
- AutoATIMA	3.032	3.050	0.940
- ETS	3.126	3.159	0.964
- Hybrid - ETS/AutoARIMA	3.031	3.057	0.937

Kilde: egne beregninger på KP16

Anm: Laveste testværdi angivet med **fed**.

Tabel 9 viser den gennemsnitlige fejl for AutoARIMA, ETS og Hybrid over ADAMs 12 brancher. Fra tabellen ses det igen, at der ikke er et entydigt resultat. MAPE og MASE målene vælger Hybrid-metoden, mens sMAPE målet vælger AutoARIMA.

Resultatet af denne undersøgelse er derfor ikke entydig men peger på, at man enten skal vælge AutoARIMA eller Hybrid når beskæftigelsen for delt på ADAMs brancher forecastes⁸.

⁸ En alternativ Hybrid forecastningsmetode hvor der ikke er 50-50 procent vægt af AutoARIMA og ETS estimatet, men evt. mere vægt på ARIMA, kunne måske med fordel vælges. En sådan forecastningsmetode arbejder Peter Ellis i øjeblikket på at implementere i R: <http://ellisp.github.io/blog/2016/05/07/forecastHybrid/>

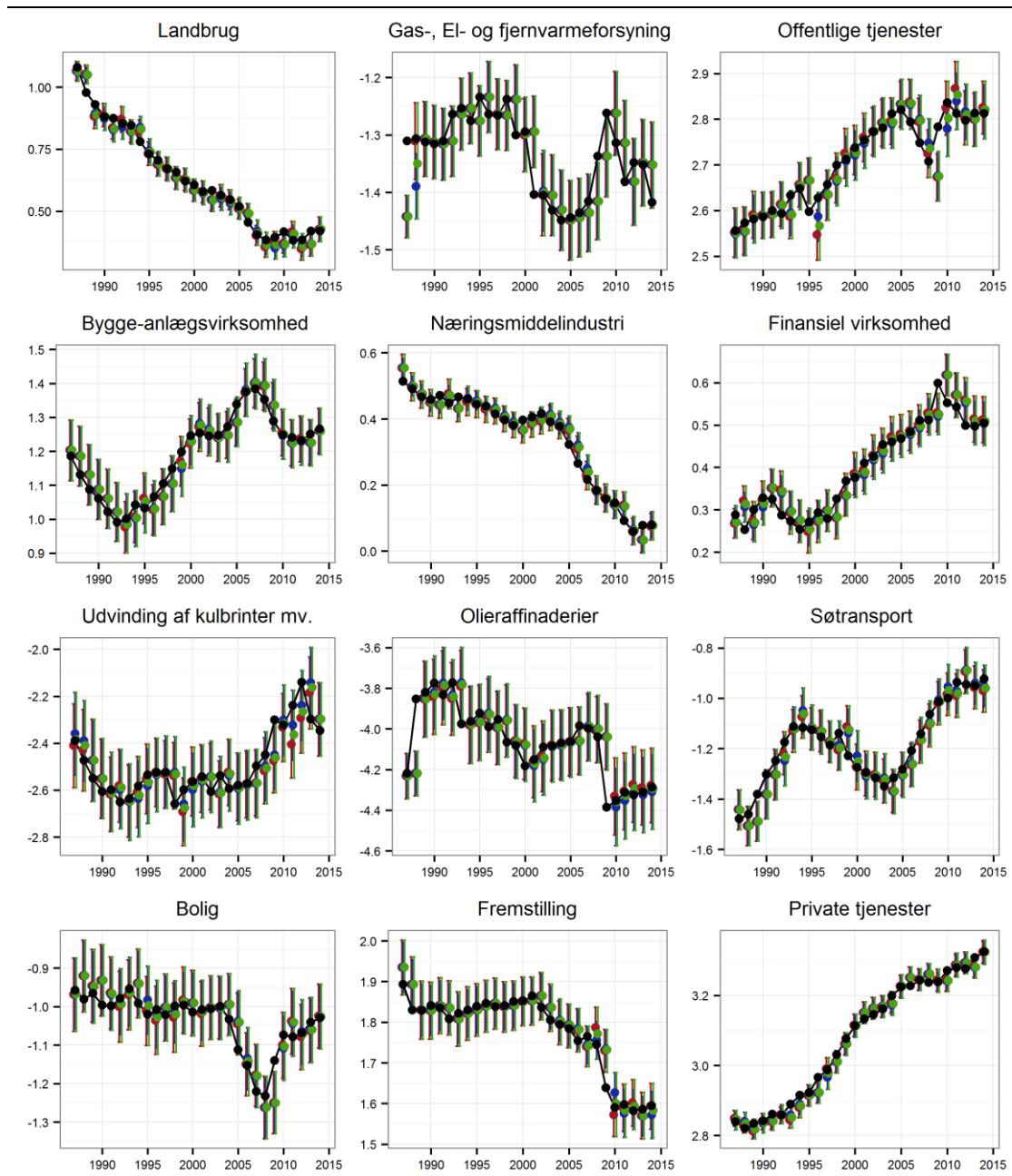
Tabel 10. – Præcisionen af one-step-ahead forecastene af beskæftigelsen i ADAMs brancher.

	Landbrug	Bygge-anlægsvirksomhed	Udvinding af kulbrinter mv.	Bolig	Gas-, El- og fjernvarmeforsyning	Næringsmiddelindustri	Olieraffinaderier	Fremstilling	Offentlige tjenester	Finansiel virksomhed	Søtransport	Private tjenester
Mean absolut percentage error (MAPE)												
AutoARIMA	4.104	2.324	2.344	2.757	2.580	7.799	1.613	1.102	0.927	7.087	3.252	0.498
ETS	4.277	2.314	2.302	2.601	2.807	8.764	1.670	1.154	0.913	6.858	3.344	0.510
Hybrid	4.063	2.302	2.275	2.669	2.693	8.124	1.597	1.089	0.905	6.908	3.253	0.499
Symmetric mean absolut percentage error (sMAPE)												
AutoARIMA	4.171	2.321	2.324	2.773	2.573	8.155	1.613	1.092	0.930	6.926	3.229	0.499
ETS	4.364	2.312	2.304	2.621	2.793	9.147	1.672	1.144	0.915	6.788	3.333	0.511
Hybrid	4.137	2.300	2.267	2.686	2.684	8.501	1.598	1.079	0.907	6.790	3.236	0.500
Mean absolut scaled error (MASE)												
AutoARIMA	0.779	0.892	0.992	1.102	1.117	0.766	0.937	1.013	1.000	1.041	0.899	0.746
ETS	0.826	0.897	0.983	1.047	1.215	0.865	0.971	1.054	0.989	1.020	0.931	0.766
Hybrid	0.771	0.888	0.968	1.070	1.166	0.800	0.926	1.001	0.978	1.019	0.905	0.749

Kilde: egne beregninger på KP16

Anm: Laveste testværdi angivet med **fed**.

Figur 19. - One-step-ahead forecast af beskæftigelsen i ADAMs brancher, (log odds ratios, AutoARIMA, rød, ETS blå og Hybrid grøn)



Kilde: egne beregninger på KP16

Bilag 5. Makromodel til vurdering af samfundsøkonomiske effekter af mismatch på arbejdsmarkedet.

Der opstilles en generel ligevægtsmodel for en lille åben økonomi. Modellen har en produksionssektor der producerer ved hjælp af 9 typer arbejdskraft, materiale-input og kapital. Kapitalapparatet antages at tilpasse sig gradvist til det optimale niveau. Forbrugere og virksomheder efterspørger indenlandske og udenlandske varer. Forbrugerne antages at opspare en konstant andel af deres disponibele indkomst. Den offentlige sektor udskriver lumpsum-skatter for at kække eventuelle ekstra uddannelsesomkostninger relativt til grundforløbet.

Efterspørgslen efter arbejdskraft er givet ved en CES-nest-struktur. På det øverste niveau er der 3 uddannelsesgrupper: 'ufaglærte og gymnasiale uddannelser', erhvervsfaglige og længerevarende uddannelser. På det laveste niveau opdeles 'ufaglærte og gymnasiale uddannelser' på 3 uddannelser og længerevarende uddannelser opdeles på 5 uddannelser. Erhvervsfaglige er ikkeopdelt yderligere. Lad L_t være efterspørgslen efter det totale aggregerede arbejdskraft-aggregat til tidspunkt t , $L_{st}^{TopNest}$ er efterspørgslen efter top-aggregat s (hvor $s=\{ufaglært, erhvervsfaglig, videregående\}$), og l_{et} er efterspørgslen efter arbejdskraft i det nederste nest.

Efterspørgselssystemerne er givet ved:

$$\begin{aligned} L_{st}^{TopNest} &= \gamma_{st}^{TopNest} \left(\frac{w_{st}^{TopNest}}{W_t} \right)^{-E_L} L_t \\ W_t L_t &= \sum_s w_{st}^{TopNest} L_{st}^{TopNest} \\ l_{et} &= \gamma_{et} \left(\frac{w_{et}}{W_{st}^{TopNest}} \right)^{-E_L^{TopNest}} L_{st}^{TopNest} \\ w_{st}^{TopNest} L_{st}^{TopNest} &= \sum_e w_{et} l_{et} \end{aligned}$$

hvor e er uddannelser i uddannelsesgruppe s så ledes at⁹::

$$e = \begin{cases} \{0 - 10\text{ klasse, almengymnasiale, erhvervsgymnasiale}\}, & \text{for } s = ufaglært \\ \{erhvervsfaglig\}, & \text{for } s = erhvervsfaglig \\ \{kort videregående, professionsbachelor, mv., akademisk bachelor, kandidat, Ph.D\}, & \text{for } s = videregående \end{cases}$$

og W_t , $W_{st}^{TopNest}$ og w_{et} er lønindeks og E_L og $E_L^{TopNest}$ er substitutionselasticiteter mellem arbejdskraft. Parametrene γ_{et} kalibreres således at efterspørgslen efter arbejdskraft svarer til efterspørgselsfremskrivningen fra afsnit 3. Derved antages skill-biased teknologiske fremskridt at være forklaringen på udviklingen i efterspørgslen.

⁹ Jf. Neststrukturen i Figur 12 side 24.

Efterspørgsel efter aggregeret arbejdskraft og kapital er givet ved CES-efterspørgselssystemet:

$$\begin{aligned} L_t &= \gamma^L \left(\frac{W_t}{P_t^H} \right)^{-E_H} H_t \\ K_t^{optimal} &= \gamma^K \left(\frac{(r + \delta) P_t^I}{P_t^H} \right)^{-E_H} H_t \\ P_t^H &= (r + \delta) P_t^I K_t^{optimal} + W_t L_t \end{aligned}$$

Hvor $K_t^{optimal}$ er det optimale kapitalapparat givet user-cost $(r + \delta) P_t^I$, hvor r er renten (eksogent givet fra de internationale kapitalmarkeder), δ er afskrivningsraten på kapital og P_t^I er prisindekset på investeringsvarer (defineret nedenfor). Kapitalapparatet K_t følger akkumulationsligningen:

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t$$

Hvor I_t er løbende investeringer. Det antages at kapitalen tilpasser sig gradvist til det optimale niveau, således at:

$$K_t = \alpha^{optimal} K_t^{optimal} + (1 - \alpha^{optimal}) K_{t-1}$$

Det øverste nest i virksomhedernes efterspørgselsstruktur er givet ved:

$$M_t = \gamma^M \left(\frac{P_t^M}{P_t} \right)^{-E_Y} Y_t$$

$$H_t = \gamma^H \left(\frac{P_t^H}{P_t} \right)^{-E_Y} Y_t$$

$$P_t Y_t = P_t^H H_t + P_t^M M_t$$

hvor M_t er materiale input (et aggregat af indenlandske og udenlandske varer, se nedenfor) og H_t er et aggregat af arbejdskraft og kapital (se ovenfor).

Investeringsefterspørgsel efter danske og udenlandske varer er bestemt ved:

$$I_t^D = \mu_{ID} \left(\frac{P_t}{P_t^I} \right)^{-E_I} I_t$$

$$I_t^F = \mu_{IF} \left(\frac{P_t^F}{P_t^I} \right)^{-E_I} I_t$$

$$P_t^I I_t = P_t^I I_t^D + P_t^F I_t^F$$

hvor I_t^D er investeringsefterspørgsel efter danske varer og I_t^F er efterspørgsel efter udenlandske varer.

Forbruget er bestemt af en simpel forbrugsfunktion:

$$P_t^C C_t = c(P_t Y_t - T_t)$$

Heraf fremgår det at forbrugerne forbruger en fast andel c af deres disponibele indkomst (idet T_t er lumpsum skatter betalt til den offentlige sektor). Den resterende andel opspares. P_t^C er forbruger-prisindekset defineret nedenfor.

Forbrugs-budgettet splittes ud på indenlandsk og udenlandsk efterspørgsel:

$$C_t^D = \mu_{CD} \left(\frac{P_t}{P_t^C} \right)^{-E_C} C_t$$

$$C_t^F = \mu_{CF} \left(\frac{P_t^F}{P_t^C} \right)^{-E_C} C_t$$

$$P_t^C C_t = P_t C_t^D + P_t^F C_t^F$$

hvor C_t^D er forbrug af danske varer og C_t^F er forbrug af udenlandske varer.

Inputefterspørgsel efter danske og udenlandske varer er givet ved:

$$M_t^D = \mu_{MD} \left(\frac{P_t}{P_t^M} \right)^{-E_M} M_t$$

$$M_t^F = \mu_{MF} \left(\frac{P_t^F}{P_t^M} \right)^{-E_C} M_t$$

$$P_t^M M_t = P_t M_t^D + P_t^F M_t^F$$

Hvor M_t^D og M_t^F er materialeinput af hhv. indenlandske og udenlandske varer.

Eksportfunktion er givet ved Armington-specifikationen:

$$X_t = \phi \left(\frac{P_t}{P_t^F} \right)^{-E_X}$$

I følge denne relation afhænger eksporten af det relative prisforhold mellem indenlandske og udenlandske priser.

Ligevægt på markedet for indenlandske varer er givet ved:

$$Y_t = C_t^D + I_t^D + X_t$$

Ligevægt på de 9 arbejdsmarked er givet ved:

$$l_{et} = \rho_{et} b_{et} \bar{N}_{et}$$

hvor r_{et} er produktivitet, b_{et} er beskæftigelsesfrekvens og \bar{N}_{et} er antal personer. Den offentlige sektor antages at sørge for at budgettet er balanceret på alle tidspunkter. I denne simple model antages det at den offentlige sektor eneste udgifter er eventuelle ekstraomkostninger til uddannelse i forhold til grundforløbet. Forbrugerne betaler derfor løbende lumpsum-skatter:

$$T_t = C_t^{Edu} - \bar{C}_t^{Edu}$$

hvor C_t^{Edu} er samlede uddannelsesomkostninger og \bar{C}_t^{Edu} er uddannelsesomkostninger i grundforløbet. For at beregne omkostningerne til uddannelse skal antallet af nyuddannede beregnes fordelt på de 9 uddannelser. Det antages at udviklingen i bestanden af personer med uddannelse e er givet ved:

$$N_{et} = N_{e,t-1} + UDD_{et} - \alpha N_{et}$$

hvor α er andelen der trækker sig tilbage og UDD_{et} er antal nyuddannede. For en given fremskrivning af bestanden Net kan vi approksimativt beregne antal nyuddannede ved

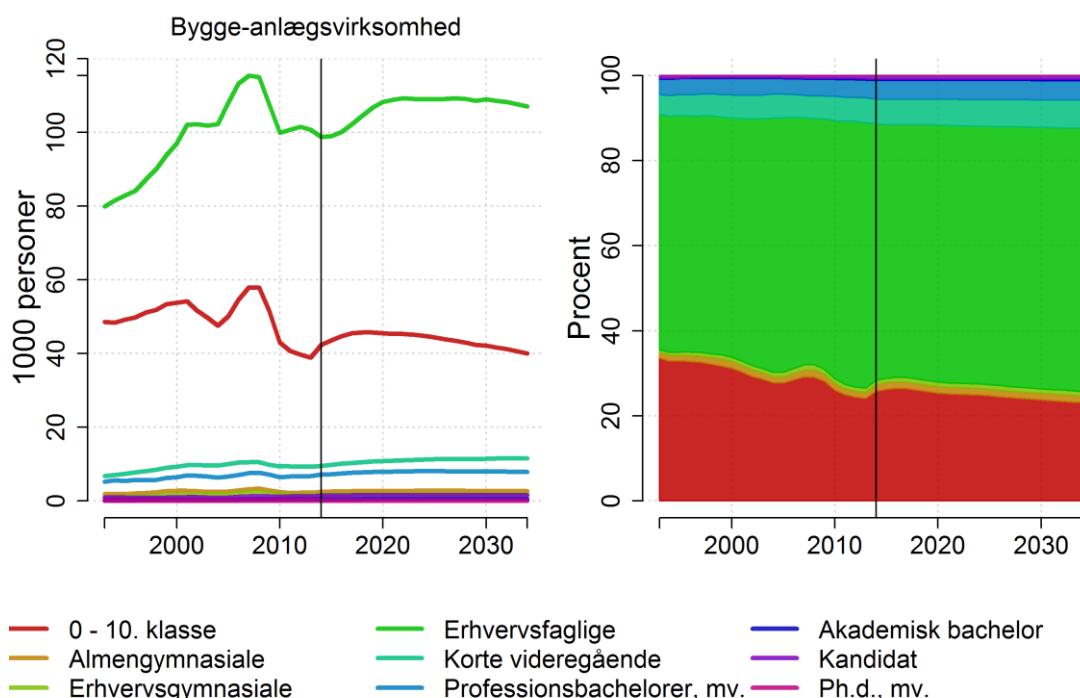
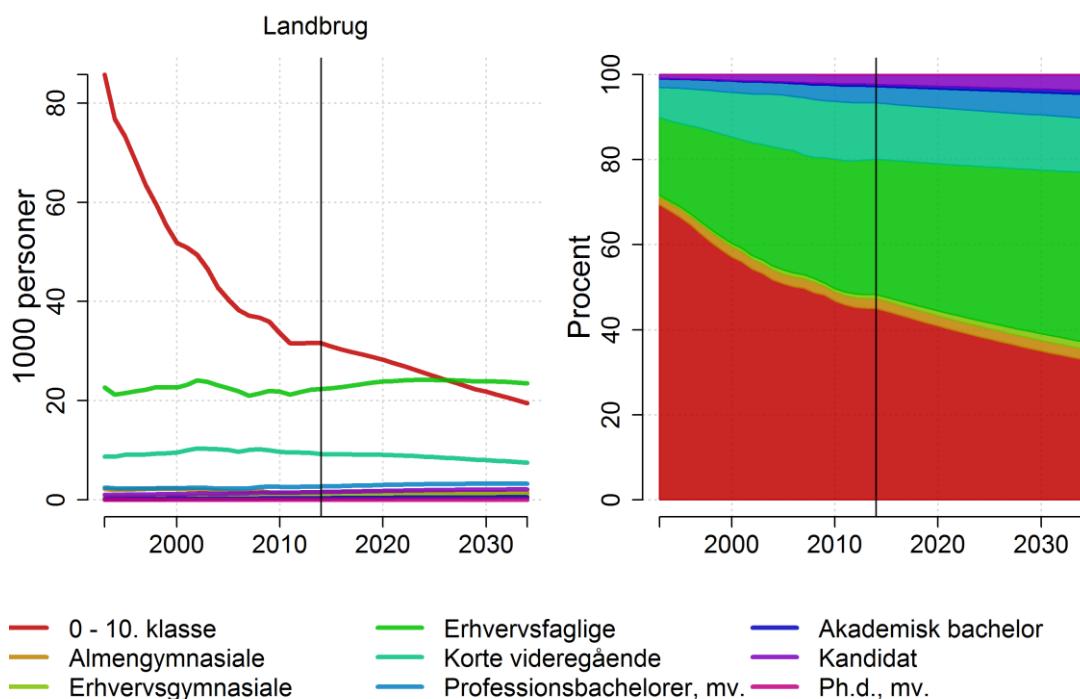
$$UDD_{et} = (1 + \alpha) N_{et} - N_{et-1}$$

Herefter kan de samlede uddannelsesomkostninger beregnes ved:

$$C_t^{Eud} = \sum_e \gamma_e^{Edu} UDD_{et}$$

Hvor γ_e^{Edu} er de estimerede omkostninger per nyuddannet.

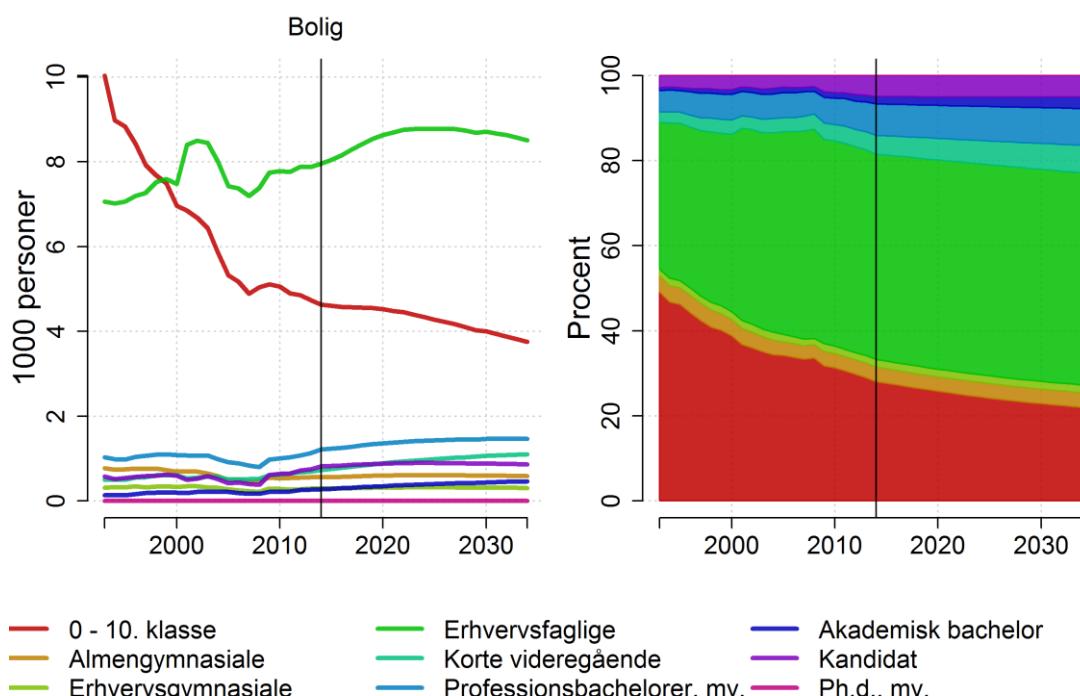
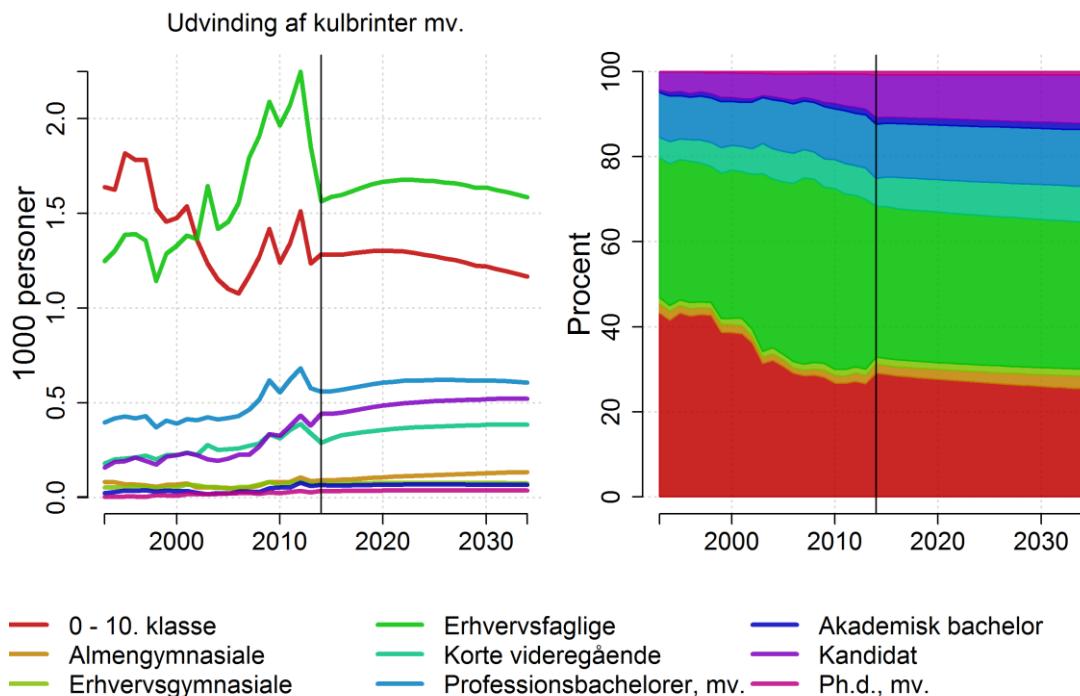
Bilag 6. Arbejdskraftefterspørgsel over brancher, uddannelsesfordelt.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

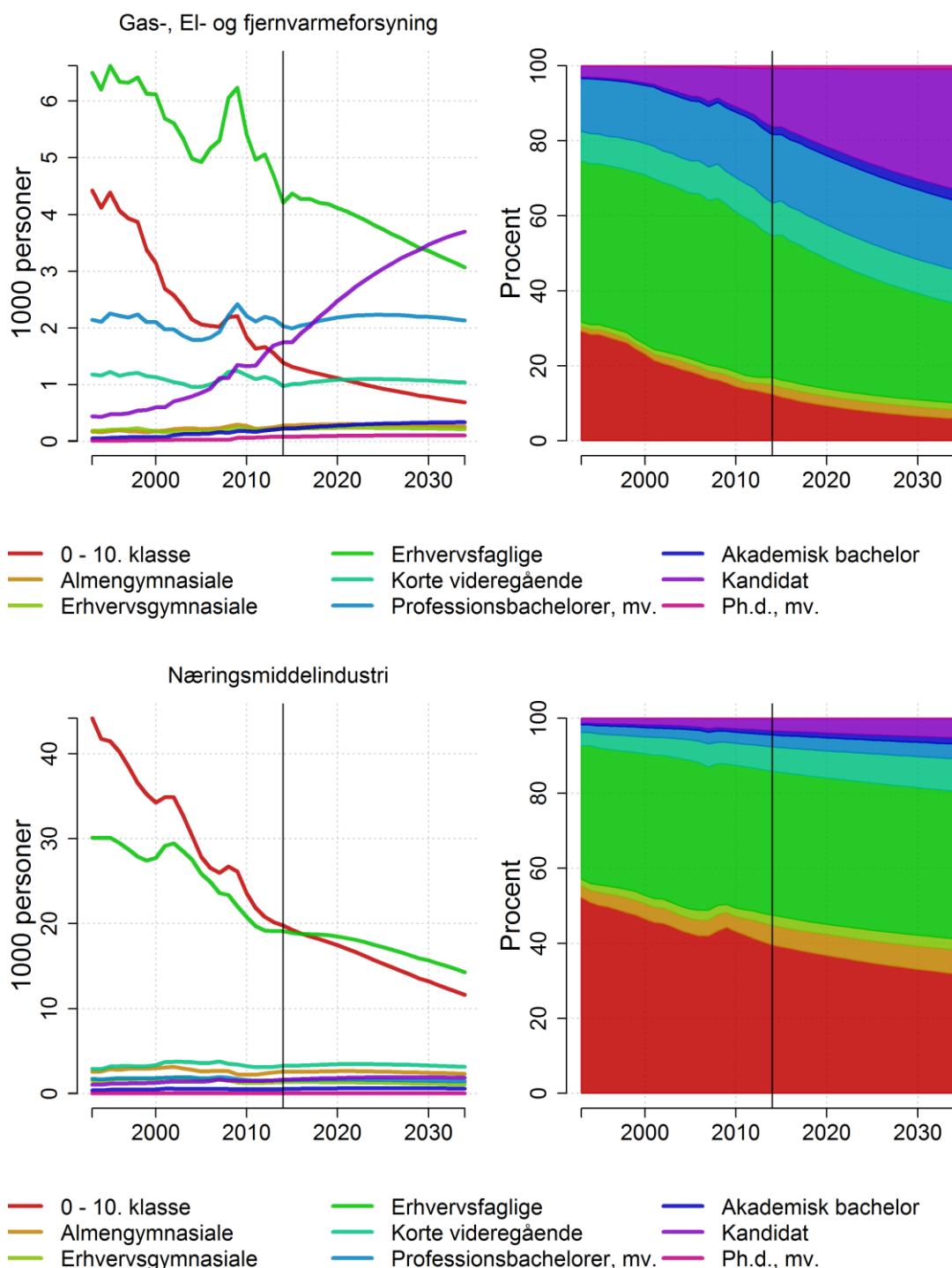
Bilag 6. Arbejdskraftefterspørgsel over brancher, uddannelsesfordelt., forsæt.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

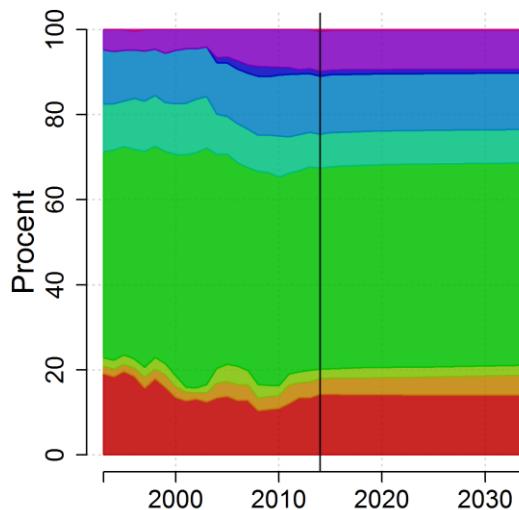
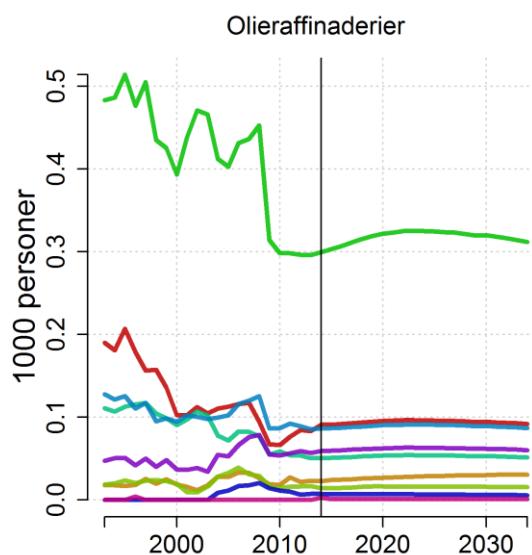
Bilag 6. Arbejdskraftefterspørgsel over brancher, uddannelsesfordelt., forsæt.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

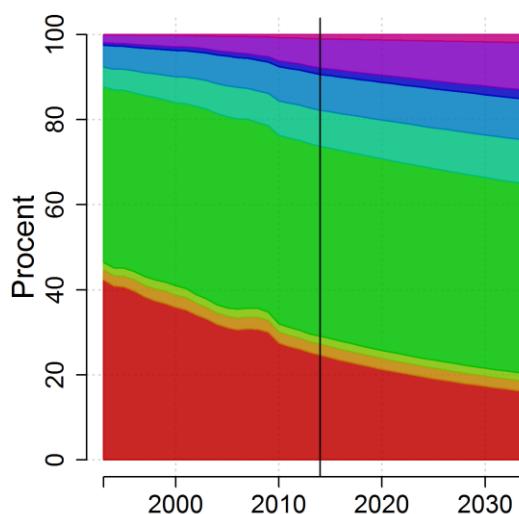
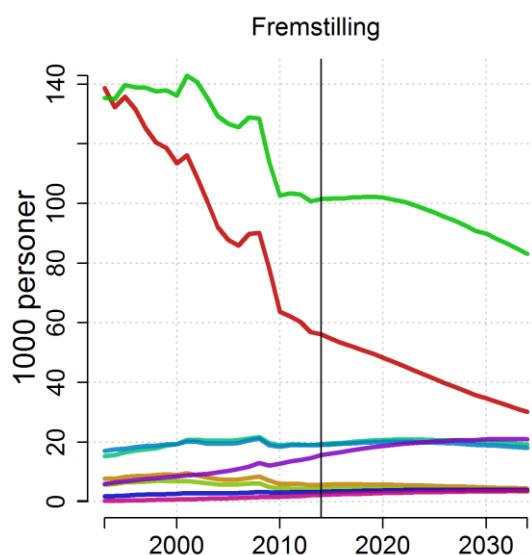
Bilag 6. Arbejdskraftefterspørgsel over brancher, uddannelsesfordelt., fortsat



— 0 - 10. klasse
— Almengymnasiale
— Erhvervsgymnasiale

— Erhvervsfaglige
— Korte videregående
— Professionsbachelorer, mv.

— Akademisk bachelor
— Kandidat
— Ph.d., mv.



— 0 - 10. klasse
— Almengymnasiale
— Erhvervsgymnasiale

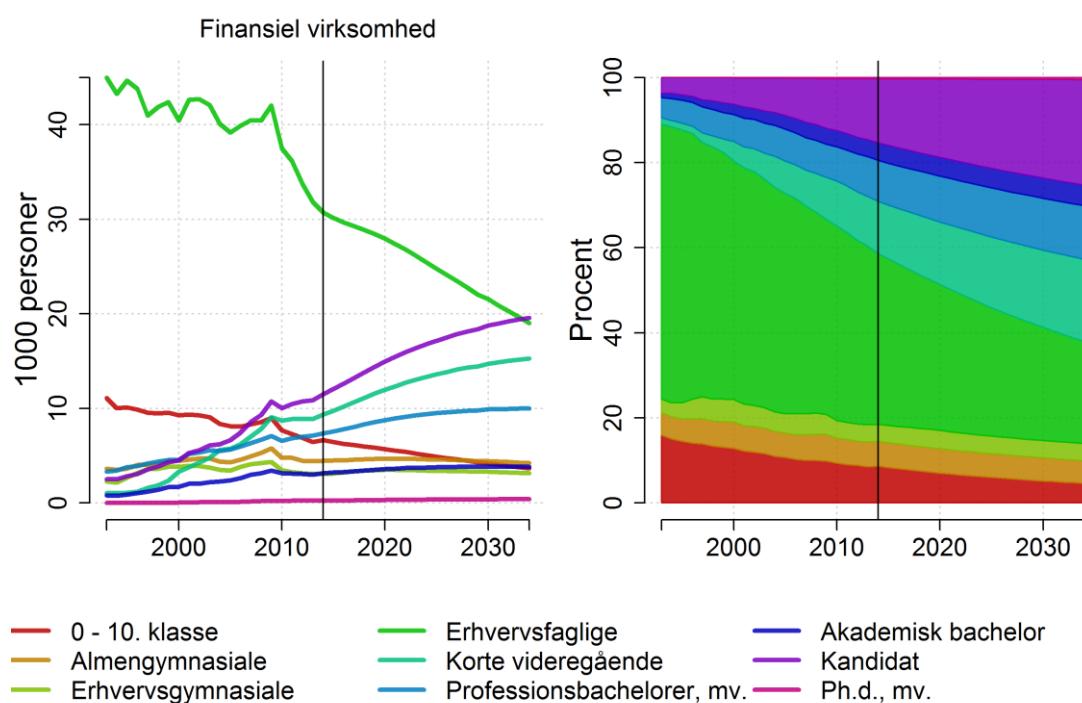
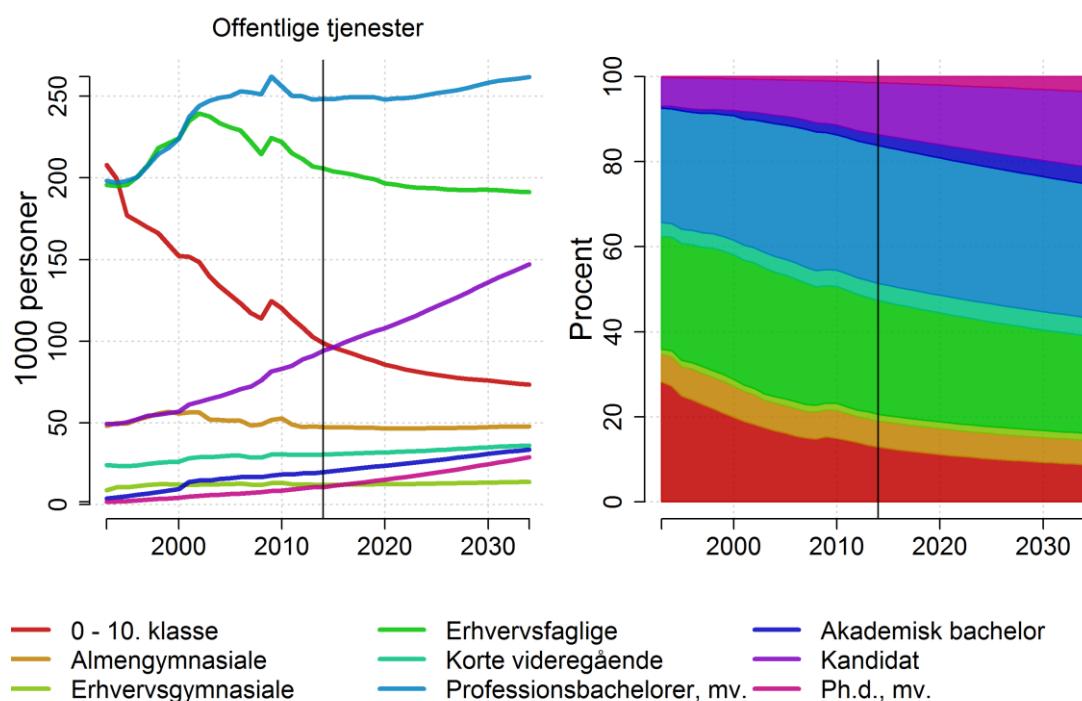
— Erhvervsfaglige
— Korte videregående
— Professionsbachelorer, mv.

— Akademisk bachelor
— Kandidat
— Ph.d., mv.

Kilde: Egne beregninger

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

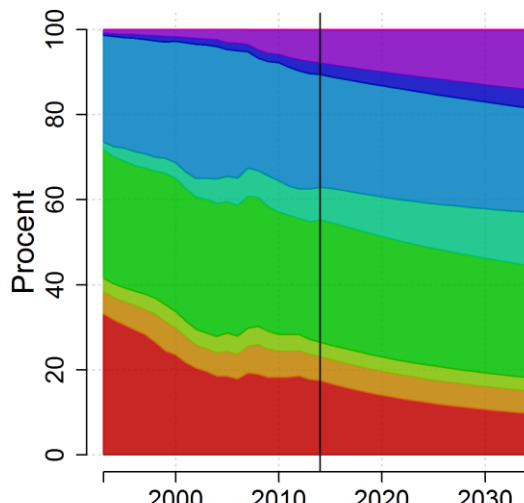
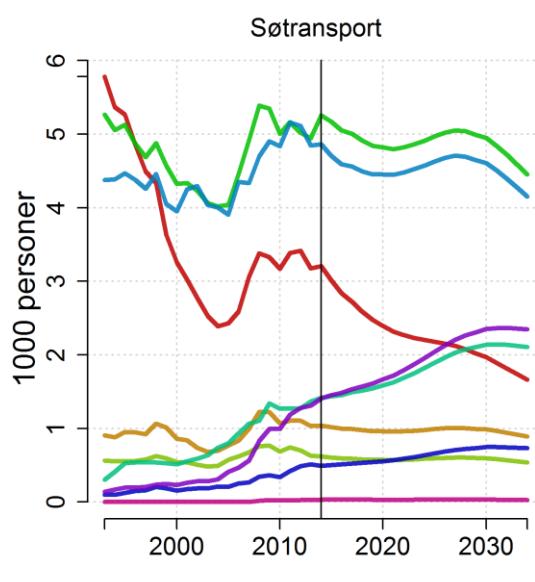
Bilag 6. Arbejdskraftefterspørgsel over brancher, uddannelsesfordelt. fortsat



Kilde: Egne beregninger

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

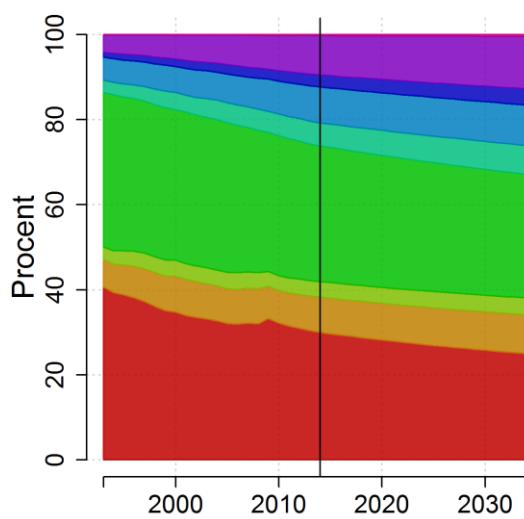
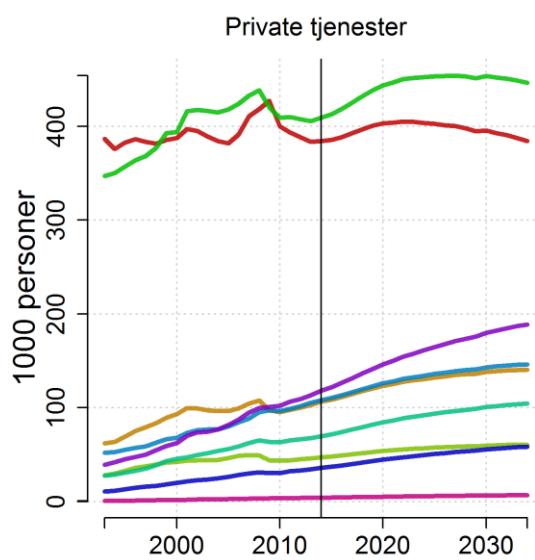
Bilag 6. Arbejdskraftefterspørgsel over brancher, uddannelsesfordelt. fortsat



— 0 - 10. klasse
— Almengymnasiale
— Erhvervsgymnasiale

— Erhvervsfaglige
— Korte videregående
— Professionsbachelorer, mv.

— Akademisk bachelor
— Kandidat
— Ph.d., mv.



— 0 - 10. klasse
— Almengymnasiale
— Erhvervsgymnasiale

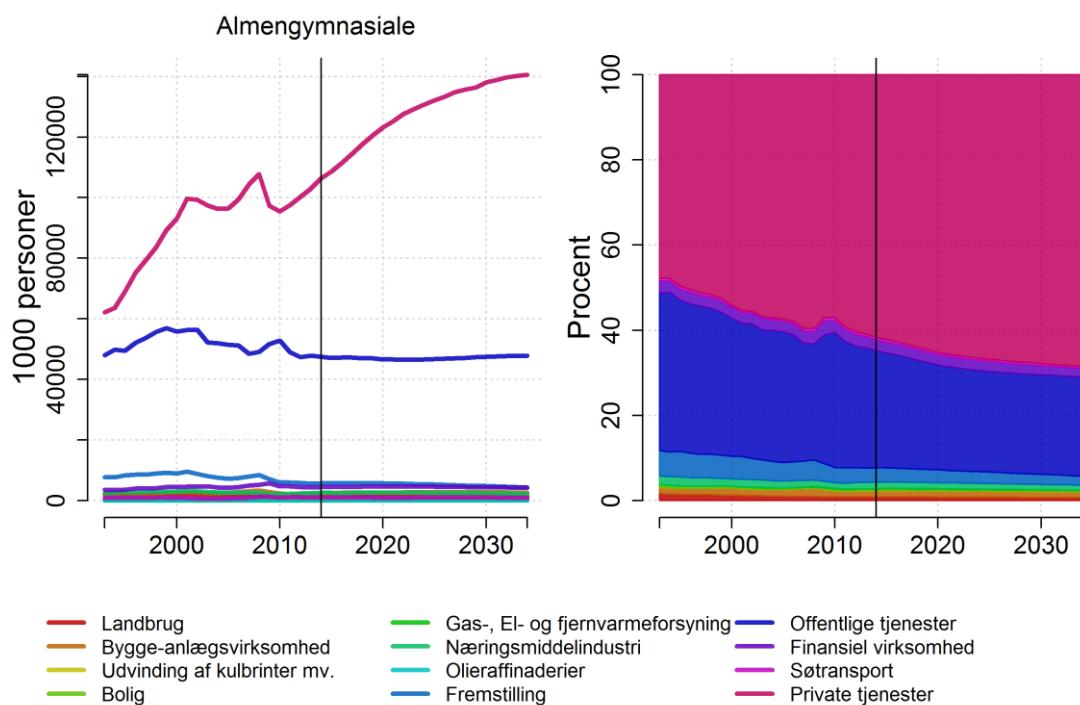
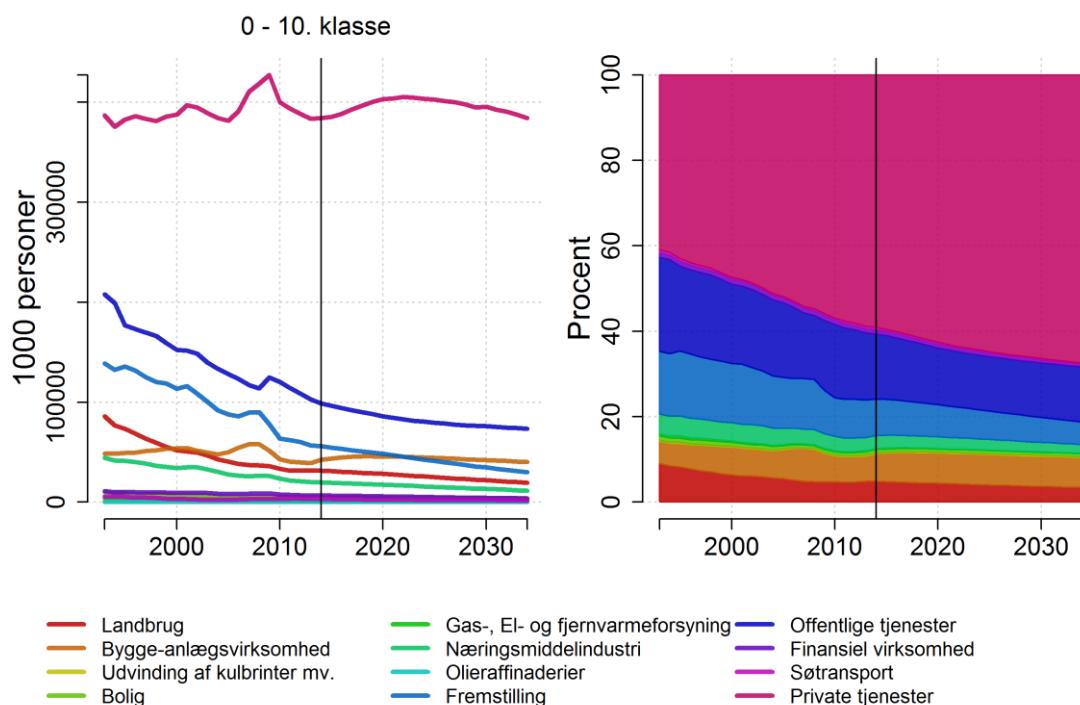
— Erhvervsfaglige
— Korte videregående
— Professionsbachelorer, mv.

— Akademisk bachelor
— Kandidat
— Ph.d., mv.

Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

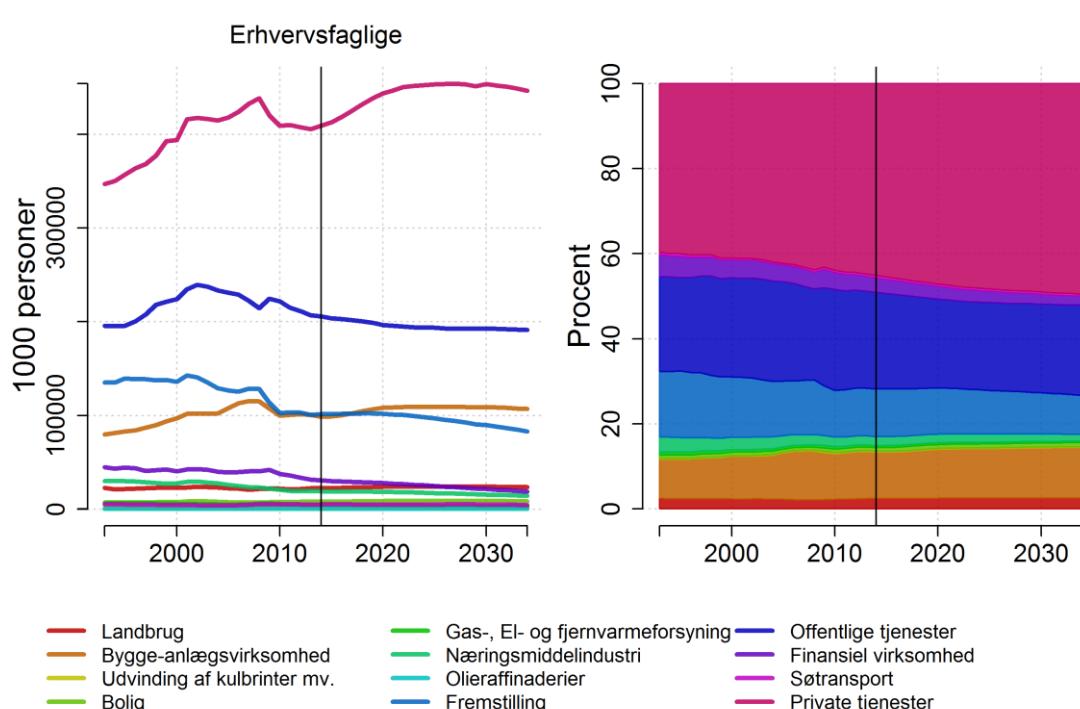
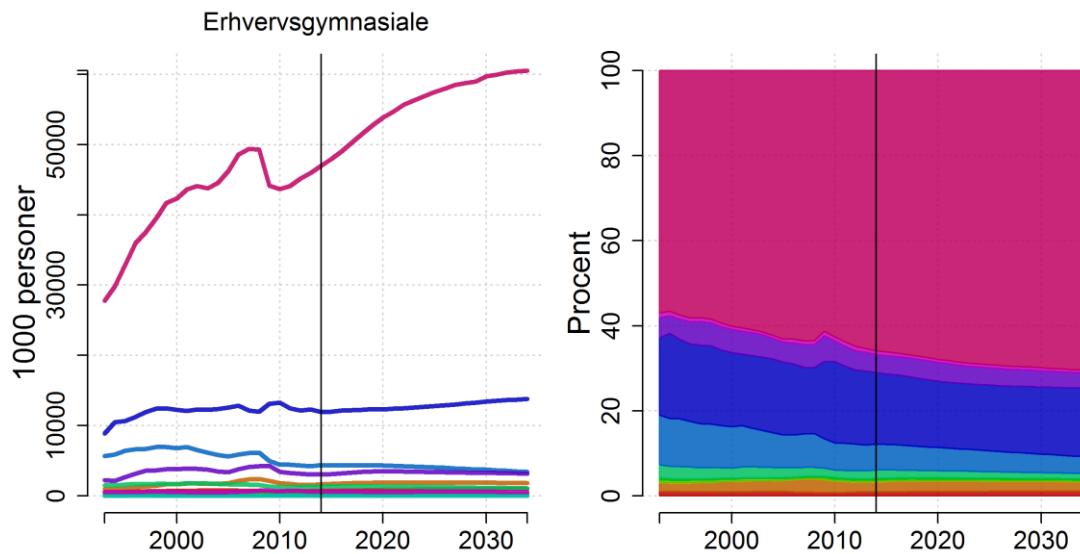
Bilag 7. Arbejdskraftefterspørgsel over uddannelse, branchefordelt.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden

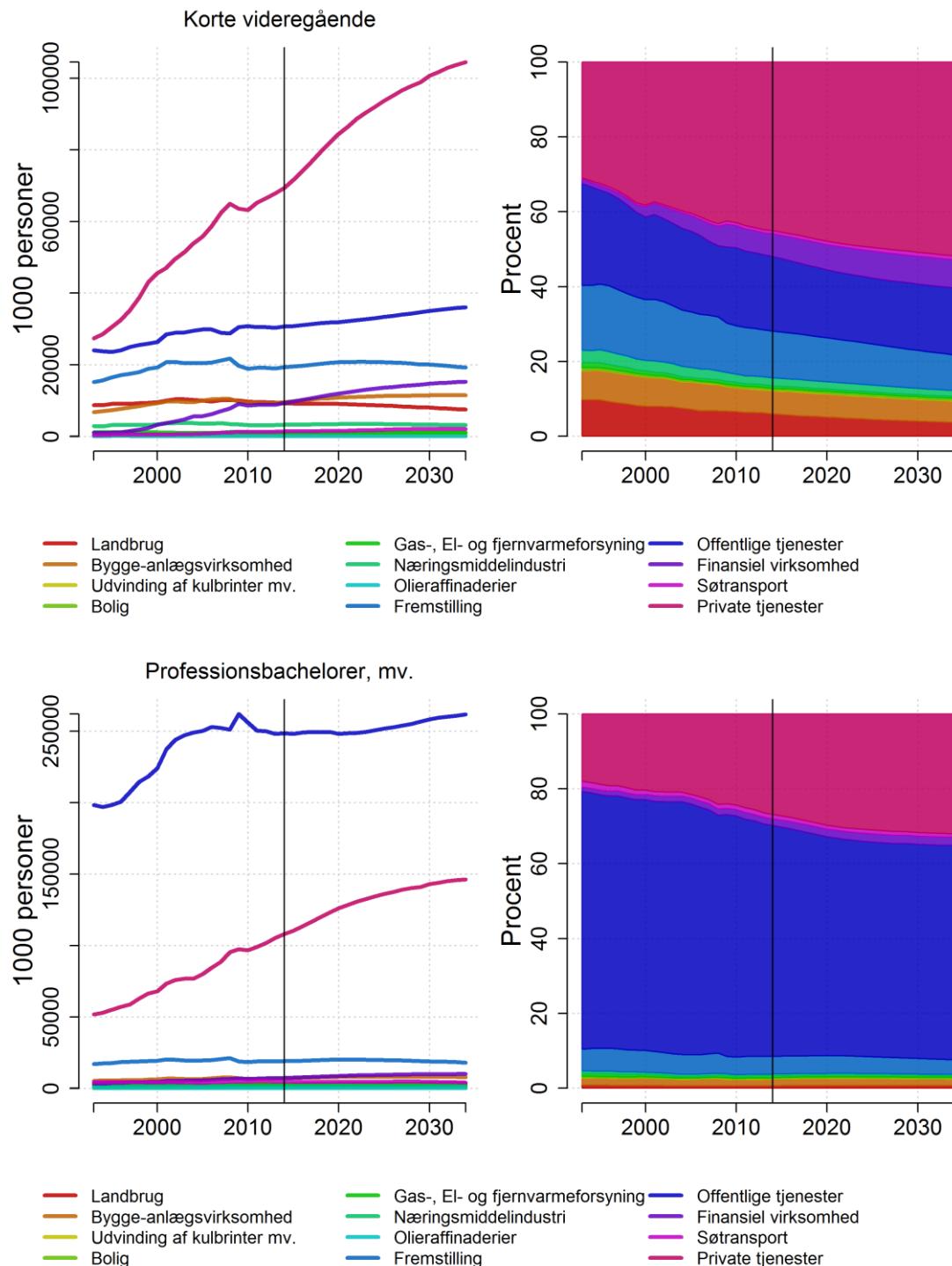
Bilag 7. Arbejdskraftefterspørgsel over uddannelse, branchefordelt. Fortsat.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden

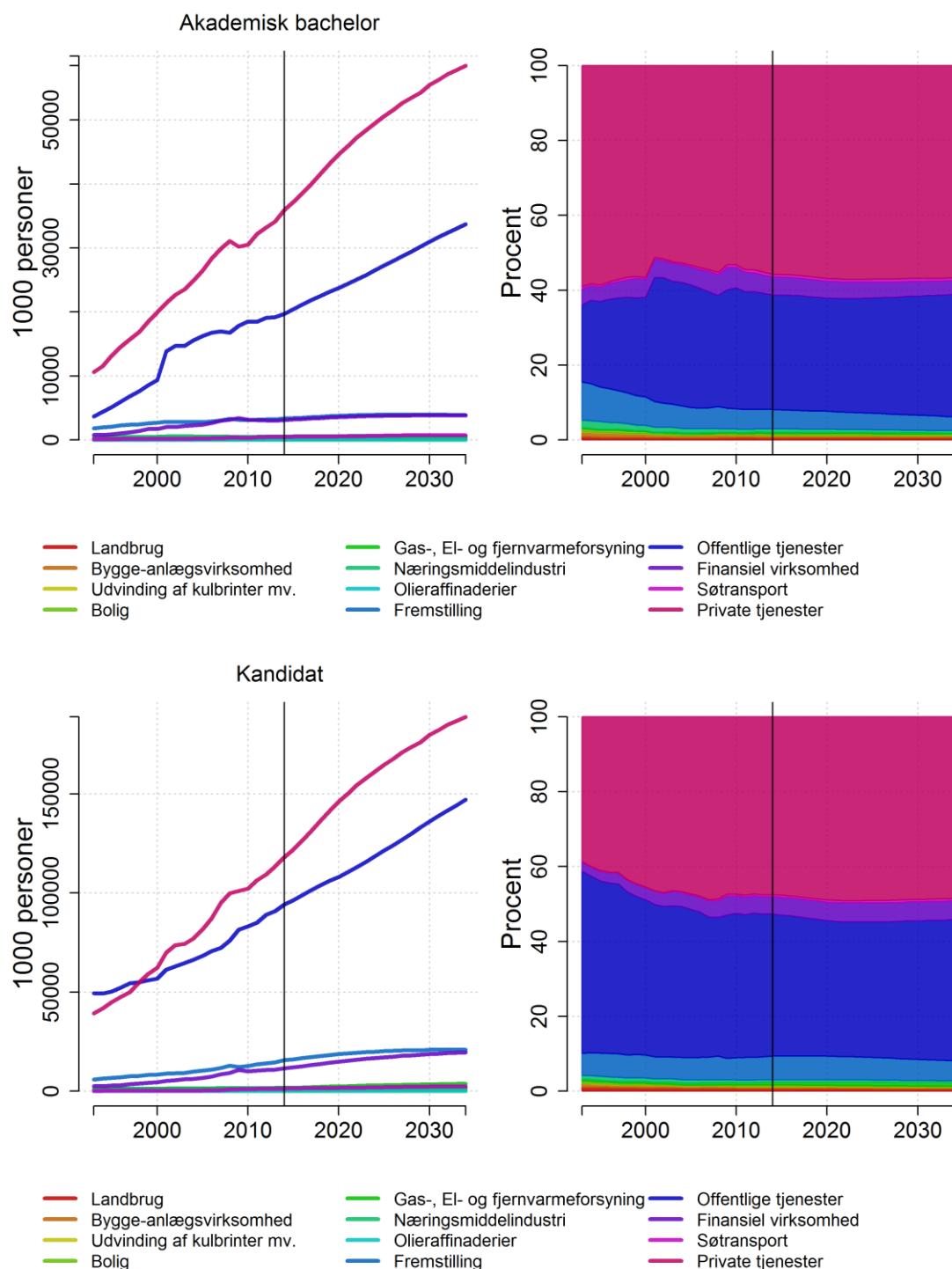
Bilag 7. Arbejdskraftefterspørgsel over uddannelse, branchefordelt. Fortsat.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden

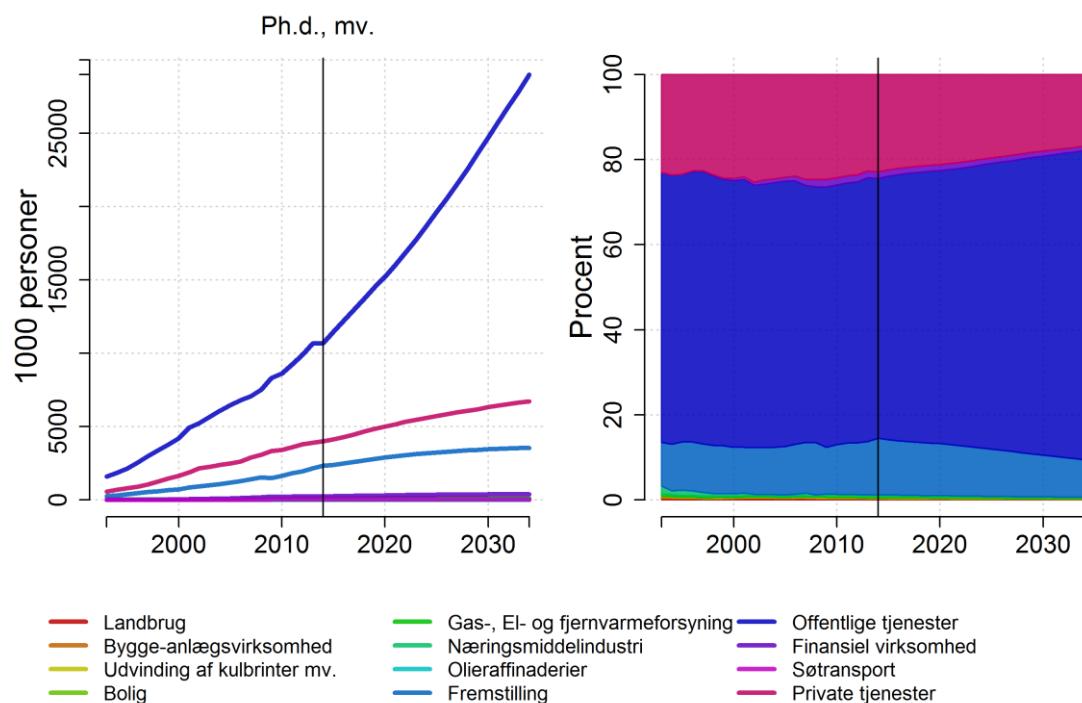
Bilag 7. Arbejdskraftefterspørgsel over uddannelse, branchefordelt. Fortsat.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden

Bilag 7. Arbejdskraftefterspørgsel over uddannelse, branchefordelt. Fortsat.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden

Bilag 8. Erhvervsfaglig og kandidatuddannet arbejdskraftefterspørgsel på mellemgruppeniveau.

Dette afsnit undersøger sammensætningen af efterspørgslen efter erhvervsfaglig og kandidatuddannet arbejdskraft idet uddannelserne opsplittes på såkaldte mellemgrupper. Idet mismatch-analysen foregår på hoved-grupper kan afsnittet springes over af læsere der ikke er interesseret i mismatch-analysen.

Den samlede efterspørgsel efter erhvervsfaglig og kandidatuddannet arbejdskraft er beskrevet i foregående afsnit. Der er i alt 55 uddannelsesgrupper på mellemgruppeniveau, jf. Bilag 11

På Mellemgruppeniveauet opdeles kandidatuddannelsen i 6 grupper:

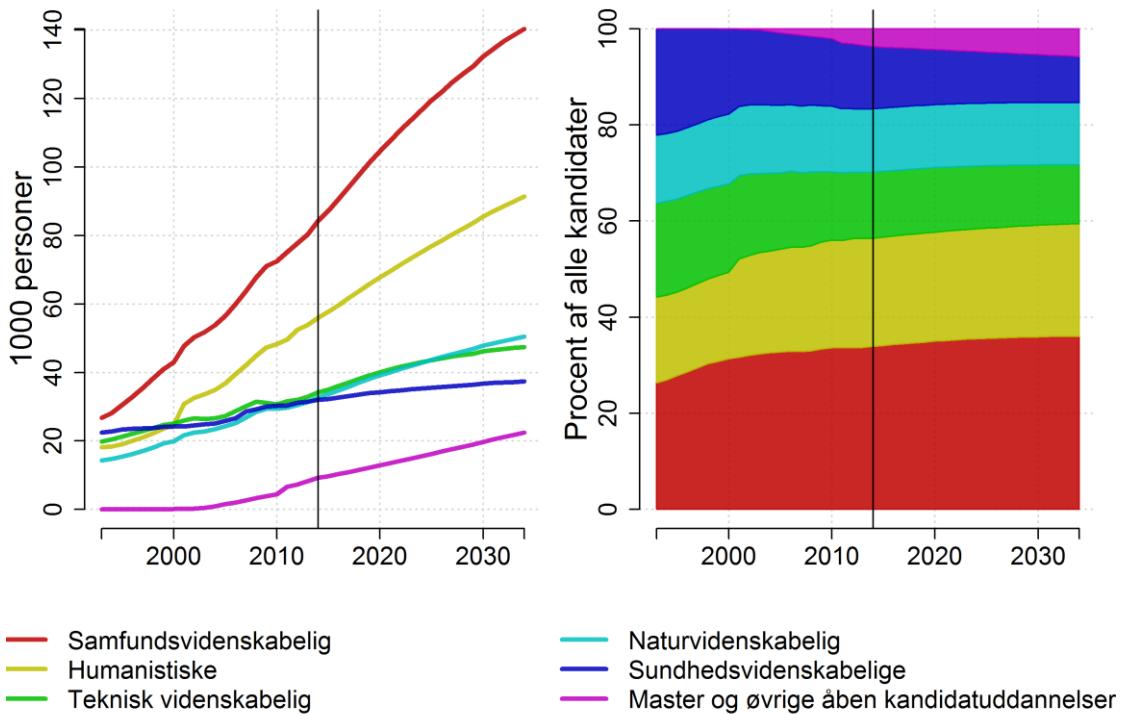
1. Samfundsvidenskabelig
2. Humanistiske
3. Teknisk videnskabelig
4. Naturvidenskabelig
5. Sundhedsvidenskabelige
6. Master og øvrige åben kandidatuddannelser.

Erhvervsfaglig uddannelse opdeles i følgende 6 grupper:

1. Merkantil
2. Teknik, håndværk og transport
3. Sundhed og pædagogik
4. Krop, natur og service
5. Erhvervsgrunduddannelse (EGU)
6. Øvrige og åben erhvervsuddannelse.

Fremskrivningsmetoderne er de samme som tidligere beskrevet, men her opsplittes makro beskæftigelsen i 5 under-nest, hvor det sidste nest opdeler de 12 hoveduddannelsesgrupper i 55 mellemgrupper. I det nederste nest er beskæftigelsen i princippet opdelt på 6435 grupper, hvor dog ikke alle erhvervs og uddannelseskombinationer findes.

Arbejdskraftefterspørgslen disaggregret til mellemgruppeniveau findes for kandidater i Figur 20 og Tabel 11, og for erhvervsfaglige i Figur 21 og Tabel 12. Fra Figur 20 og Tabel 11 ses det, at efterspørgslen efter alle 6 kandidatuddannelsestyper stiger i fremskrivningen. Dette er dog hovedsageligt forklaret af den generelle stigning i efterspørgslen efter kandidatuddannet arbejdskraft.

Figur 20. Efterspørgsel efter kandidatuddannet beskæftigelse fordelt på mellemgrupper.

Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

Sammensætning af kandidatuddannelsestyper ses til højre i **Figur 20**. Den historiske tendens til at især samfundsvidenskabelige og humanistiske kandidater vokser i antal fortsættes. Antallet af sundhedsvidenskabelige kandidater er stagneret i perioden 1993-2014. Denne udvikling fortsættes. Naturvidenskabelige og tekniske kandidater holder nogenlunde deres andel af den samlede beskæftigelse.

Bilag 9 viser sammensætningen af kandidatuddannet arbejdskraft på mellemgruppeniveau disaggregert til ADAMs 12 brancher. Fordelingen af arbejdskraft med en kandidatuddannelse ser ud til at være rimelig konstant i *landbruget*, her udgør naturvidenskabelige kandidater den største andel. I *bygge* og *anlægsvirksomheder* ses et skifte fra at efterspørge kandidater med en teknisk videnskabelig uddannelse til samfundsvidenskabelig uddannelse. Denne tendens ses også at gøre sig også gældende for *fremstilling*, *ud vindings* og *forsyning*-brancherne. I *næringsmiddelin industrien* og *service sektoren* ses, at andelen af samfundsvidenskabelige kandidater stiger på bekostning af sundhedsvidenskabelige og naturvidenskabelige kandidater. Sammensætningen af kandidater ses at være rimelig konstant i den *offentlige sektor* og i *søtransport*.

Fra Figur 21 ses det, at efterspørgslen efter de erhvervsfaglige uddannelsestyper er stigende i fremskrivningen, med undtagelse af merkantil uddannelse.

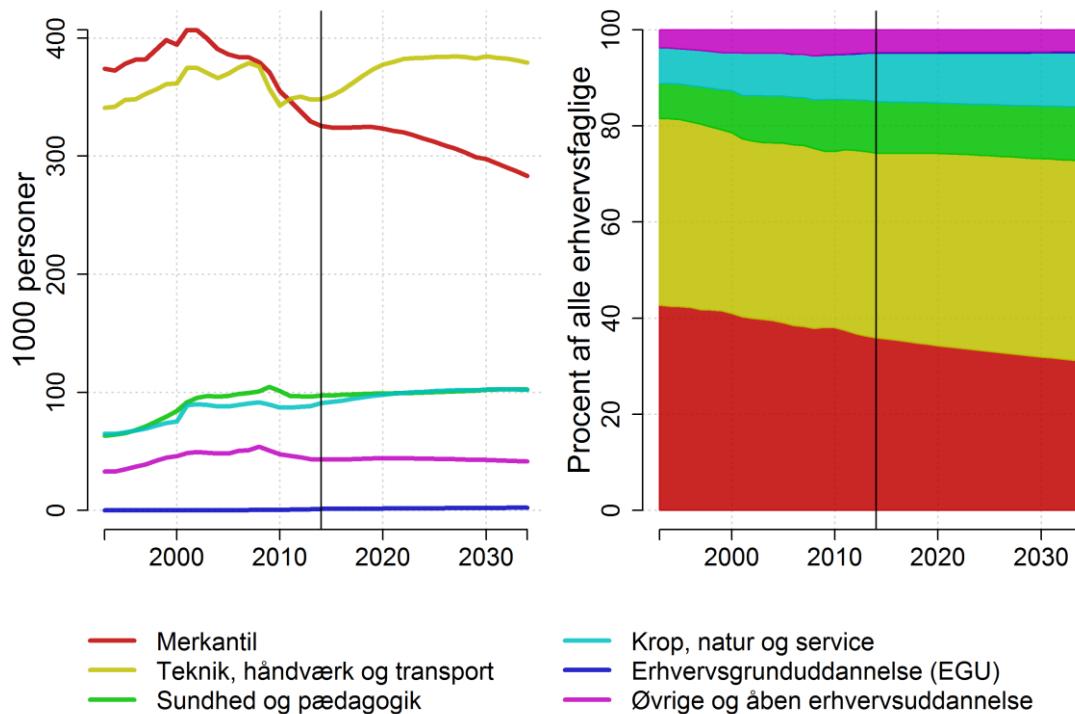
Som andel af erhvervsfaglig uddannelse ses, at især efterspørgselsandelen efter teknik, håndværk og transportuddannet arbejdskraft stiger. I 2025 er efterspørgslen steget med 2,3 procent point i forhold til 2014. Efterspørgslen efter krop, natur og service er også som andel steget i forhold til 2014. Hvorimod efterspørgselsandelen efter merkantil uddannet arbejdskraft er faldet i 2025 i forhold til 2014. Fra Tabel 11 ses at merkantil uddannet arbejdskraft vil falde med 2,84 procent point i 2025 i forhold til 2014.

Tabel 11. Efterspørgsel efter kandidatuddannet arbejdskraft, mellemgrupper.

	2014	2025	Ændring
	1000 Personer		
Kandidater i alt	249	334	85
- Samfundsvidenskabelig	84	119	34
- Humanistiske	56	76	20
- Teknisk videnskabelig	34	44	9
- Naturvidenskabelig	33	44	11
- Sundhedsvidenskabelige	32	35	3
- Master	9	16	7
Andel af alle kandidater			
- Samfundsvidenskabelig	33.93	35.51	1.57
- Humanistiske	22.53	22.86	0.33
- Teknisk videnskabelig	13.78	13.10	-0.68
- Naturvidenskabelig	13.15	13.08	-0.07
- Sundhedsvidenskabelige	12.88	10.61	-2.27
- Master	3.72	4.84	1.12

Kilde: Egne beregninger på RAS data

Figur 21. Efterspørgsel efter erhvervsfaglig arbejdskraft fordelt på mellemgrupper.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

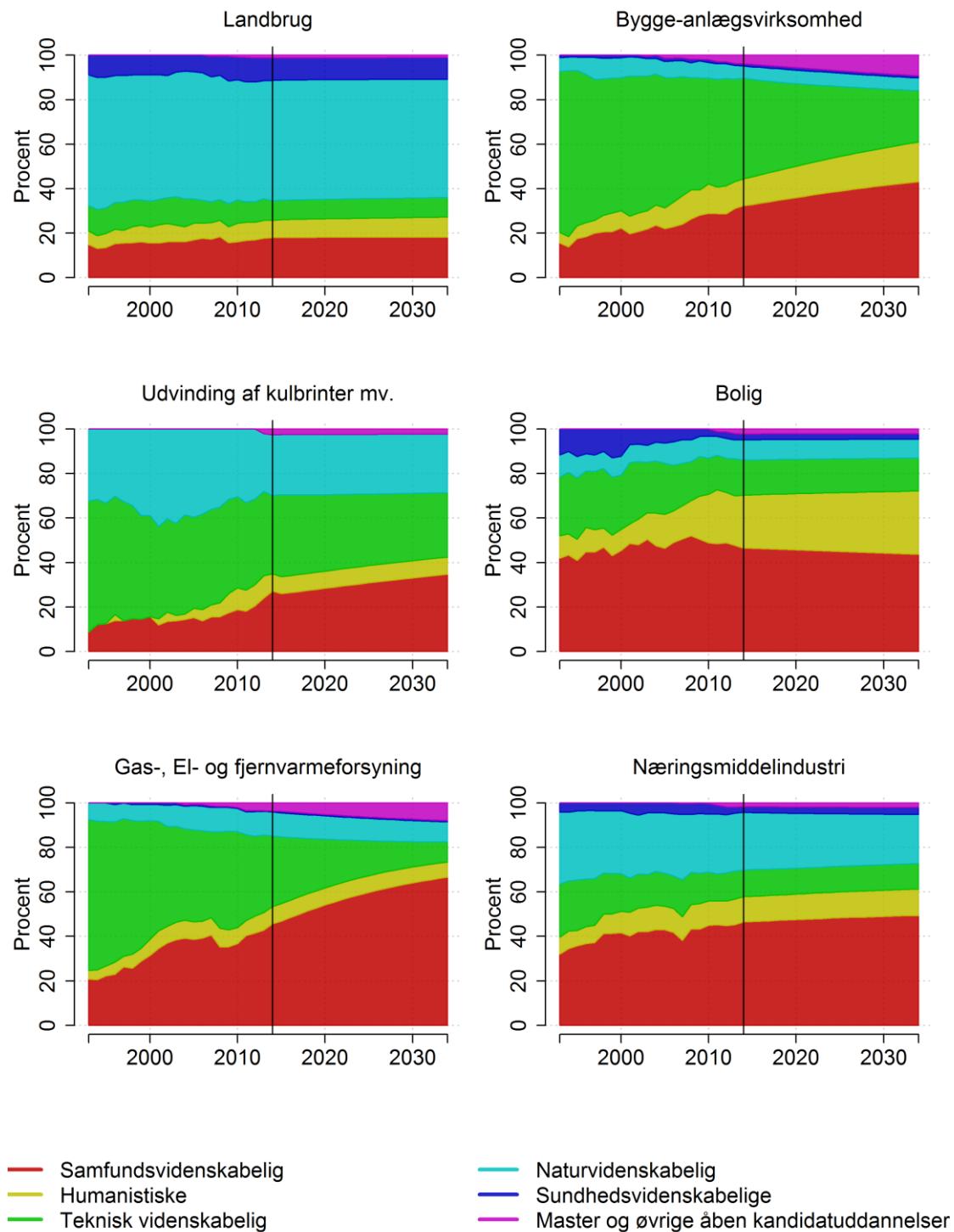
Bilag 10 viser sammensætningen af erhvervsfaglige arbejdskraft på mellemgruppeniveau disaggregereret til ADAMs 12 brancher. Herfra ses, at det generelle fald i efterspørgslen efter merkantil uddannet arbejdskraft især forklares af fald i efterspørgslen fra offentlige og private tjenester samt finansielle virksomheder. Den generelle stigning i efterspørgslen efter teknik, håndværk og transportuddannet arbejdskraft ser ud til at komme fra en efterspørgselssammensætningsændring i private tjenester. Det ses også, at det stort set kun er offentlige tjenester, der efterspørger erhvervsfagliguddannet indenfor sundhed og pædagogik, i fremskrivningen ser det ud til at den offentlige sektor vil efterspørge en større andel af netop den type erhvervsfaglig uddannet arbejdskraft.

Tabel 12. Efterspørgsel efter erhvervsfaglig arbejdskraft, mellemgrupper.

	2014	2025	Ændring
1000 Personer			
Erhvervsfaglige i alt	907	943	37
- Merkantil	326	312	-14
- Teknik, håndværk og transport	348	384	36
- Sundhed og pædagogik	97	100	3
- Krop, natur og service	91	101	10
- Erhvervsgrunduddannelse (EGU)	1	2	1
- Øvrige og åben erhvervsuddannelse	43	44	1
Andel af alle erhvervsfaglige			
- Merkantil	35.93	33.10	-2.84
- Teknik, håndværk og transport	38.42	40.70	2.29
- Sundhed og pædagogik	10.73	10.64	-0.09
- Krop, natur og service	10.03	10.72	0.69
- Erhvervsgrunduddannelse (EGU)	0.14	0.20	0.06
- Øvrige og åben erhvervsuddannelse	4.75	4.64	-0.11

Kilde: Egne beregninger på RAS data

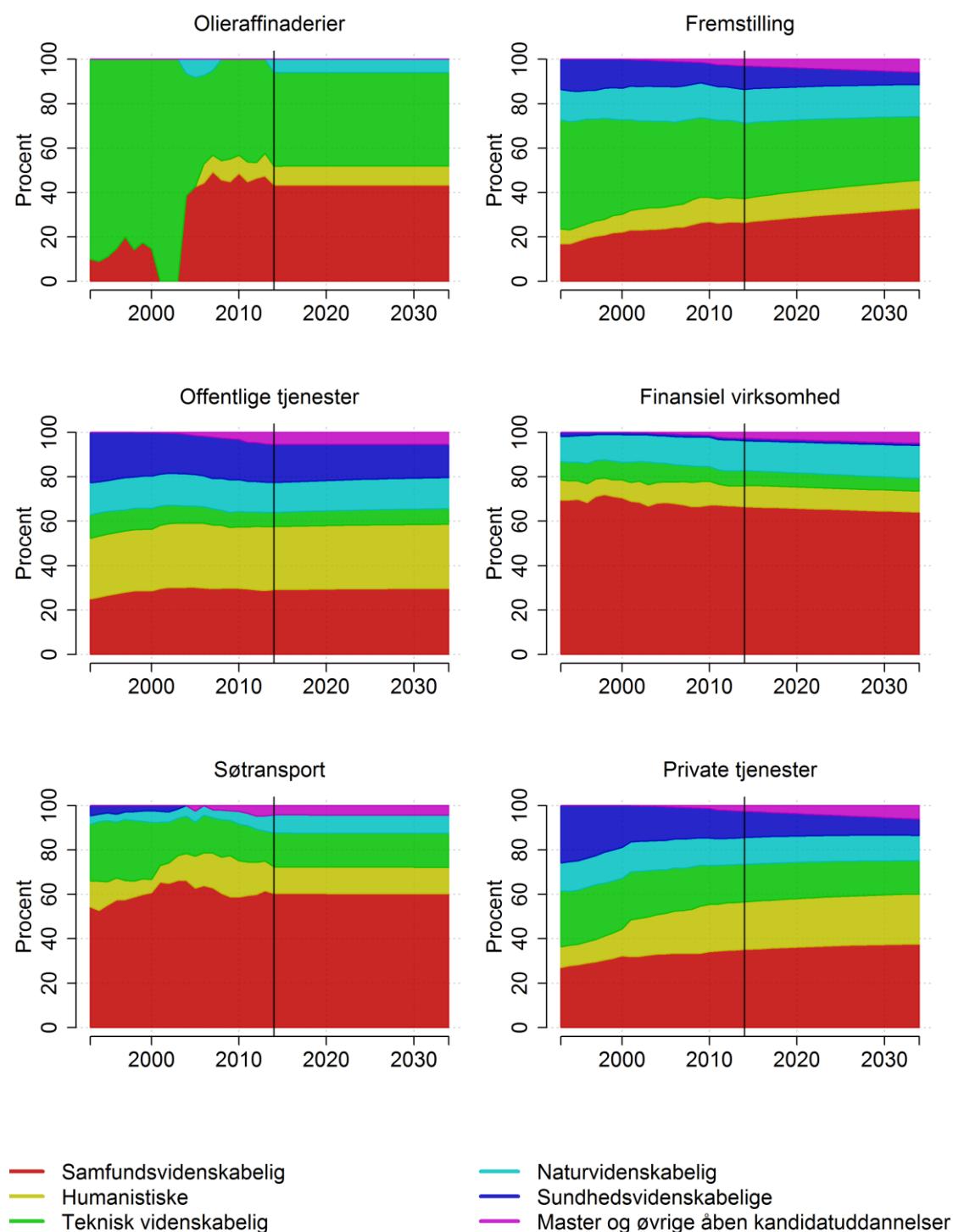
Bilag 9. Fordelingen af kandidater på mellemgrupper over ADAMs 12 brancher.



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

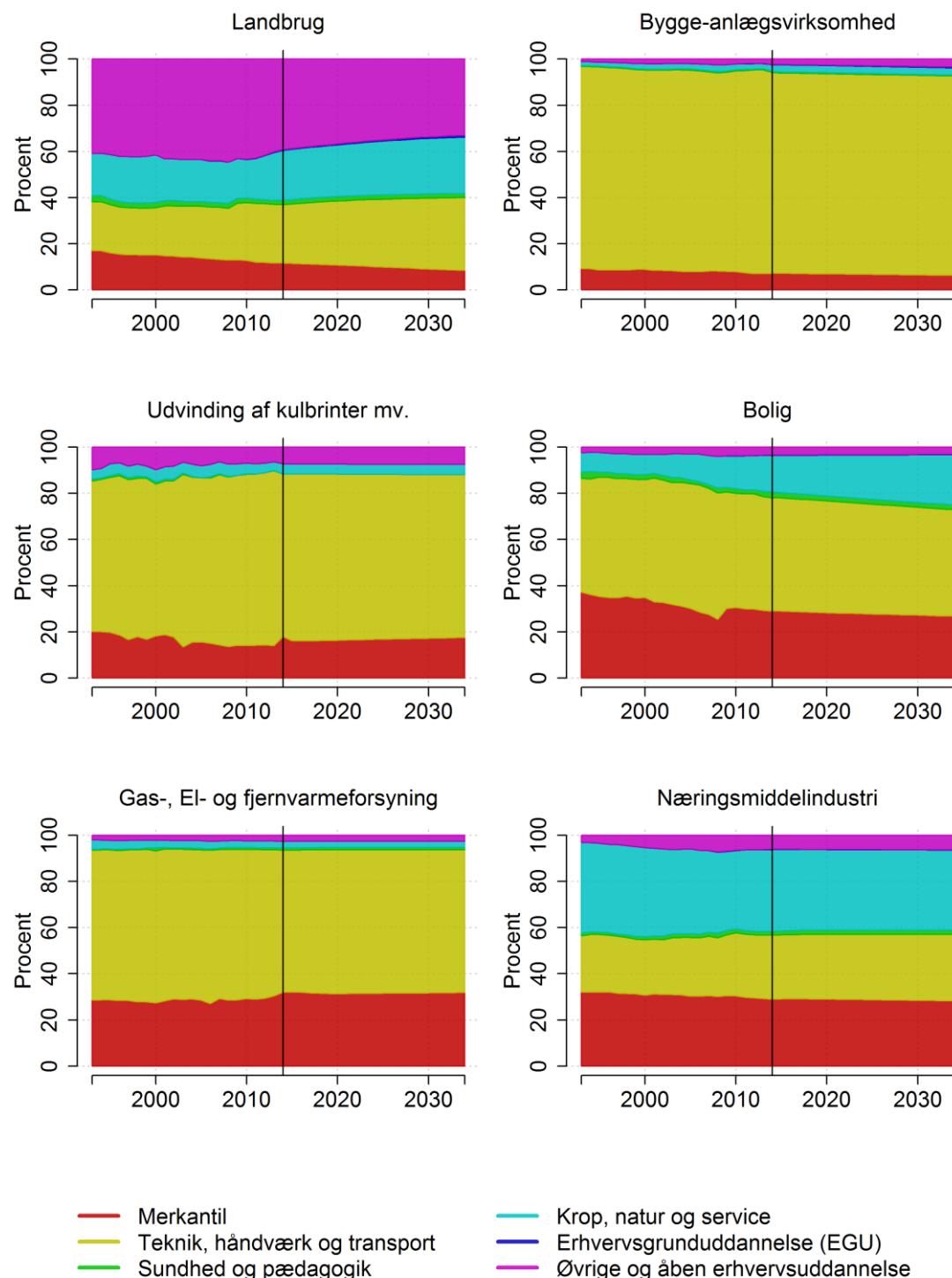
Bilag 9. Fordelingen af kandidater på mellemgrupper over ADAMs 12 brancher, fortsat



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

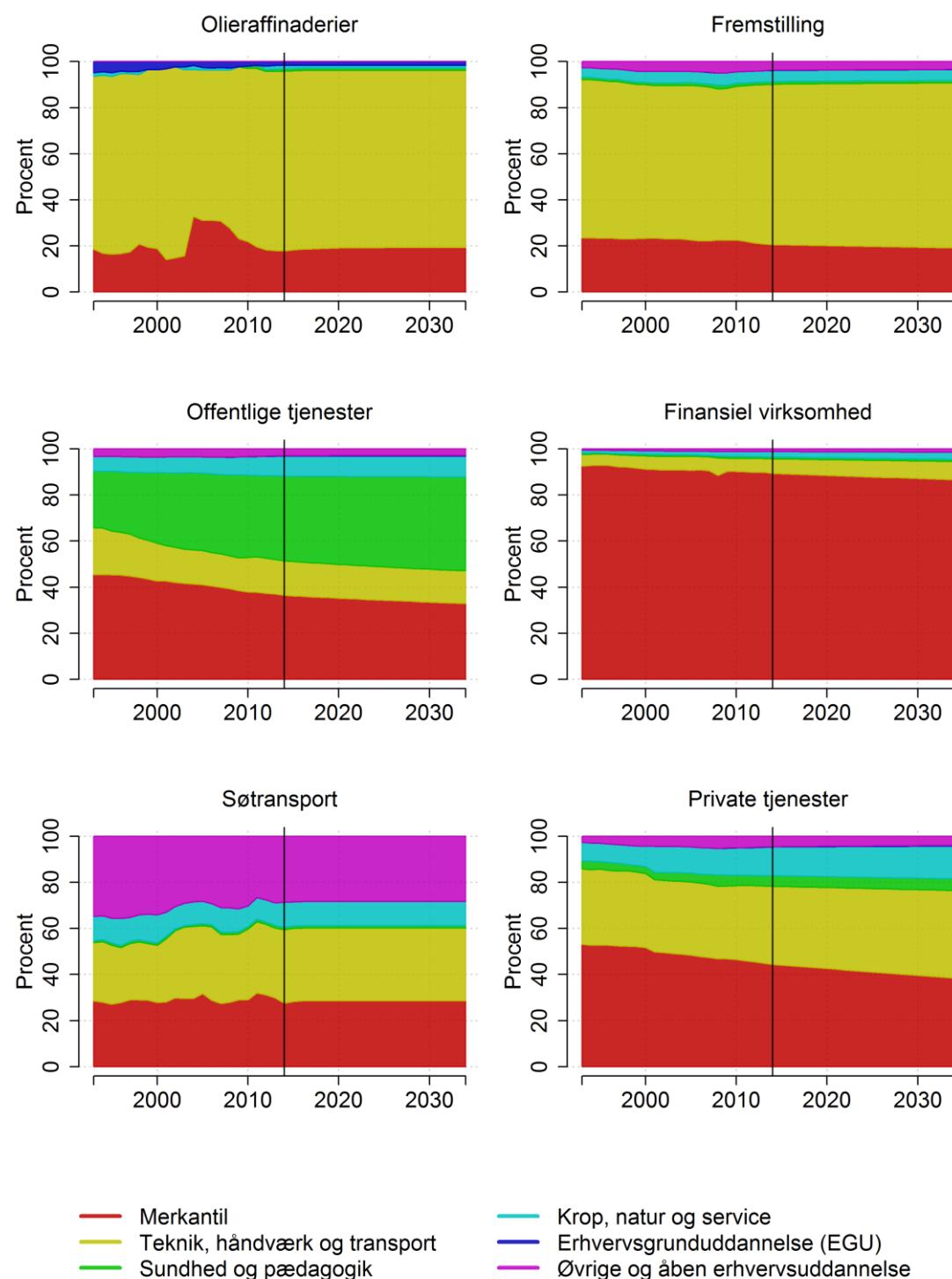
Bilag 10. Fordelingen af erhvervsfaglige på mellemgrupper over ADAMs 12 brancher



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

Bilag 10. Fordelingen af erhvervsfaglige på mellemgrupper over ADAMs 12 brancher, fortsat



Kilde: Egne beregninger på RAS data.

Anm: Den vertikale linje i 2014 angiver starten på fremskrivningsperioden.

Bilag 11. Sammenhængen mellem uddannelses hovedgrupper og mellemgrupper

Hovedgruppe	Mellemgruppe
0-10 klasse	Uoplyst/ukendt
	6. klasse
	7. klasse
	8. klasse
	9. klasse
	10. klasse
	Øvrige afsluttende grundskole
Almengymnasiale	Almengymnasiale uddannelser
Erhvervsgymnasiale	Erhvervsgymnasiale uddannelser
Erhvervsfaglige.	Eud hovedforløb, merkantil
	Eud hovedf., teknik, håndværk og transp.
	Eud hovedforløb, sundhed og pædagogik
	Eud hovedforløb, krop, natur og service
	Erhvervsgrunduddannelse (egu)
	øvrige erhvervsfaglige uddannelser
	Erhvervsfaglig åben uddannelse
Korte videregående uddannelser	Økonomisk/merkantil/samfund, KVU
	Teknik og transport, KVU
	It, KVU
	Bio- og laboratorie, KVU
	Design, KVU
	Sundhed, KVU
	Kunstneriske udd. KVU
	Øvrige, KVU
	Åben uddannelse, KVU
Professionsbachelorer	Økonomisk/merkantil, prof. bach.
	Teknik, prof. bach.
	Medie, kommunikation, it mv. prof. bach.
	Sundhed, prof. bach.
	Pædagogik, prof. bach.
	Samfund, prof. bach.
	Samfund, MVU
	Humaniora, MVU
	Teknik, MVU
	Ernæring og sundhed, MVU
	Sikkerhed, MVU
	Videreuddannelse mv., MVU

Bilag 11. Sammenhængen mellem uddannelses hovedgrupper og mellemgrupper, fortsat.

Akademisk bachelor	Samfund, bach. Humaniora, bach. Teknik, bach. Natur, bach. Sundhed, bach.
Kandidat	Samfund, kand. delte Humaniora, kand. delte Teknik, kand. delte Natur, kand. delte Sundhed, kand. delte Master og øvrige åben uddannelse, kand.
Ph.d., mv.	Samfund, Ph.d. Humaniora, Ph.d. Teknik, Ph.d. Naturvidenskab, Ph.d. Sundhed, Ph.d. Øvrige uddannelser, Ph.d. Anden videreuddannelse, Ph.d.

Bilag 12. Sammenhængen mellem ADAMs og Nationalregnskabets brancher

ADAM	Nationalregnskabet
Landbrug	Landbrug og gartneri
	Skovbrug
	Fiskeri
Bygge-anlægsvirksomhed	Nybyggeri
	Anlægsvirksomhed
	Professionel reparation og vedligeholdelse af bygninger
	Gør-det-selv reparation og vedligeholdelse af boliger
Udvinding af kulbrinter mv.	Indvinding af olie og gas
	Indvinding af grus og sten
	Service til råstofindvinding
Bolig	Boliger, husleje i lejeboliger
	Boliger, ejerboliger mv.
Gas-, El- og fjernvarmeforsyning	Elforsyning
	Gasforsyning
	Varmeforsyning
	Vandforsyning
Næringsmiddelindustri	Slagterier
	Fiskeindustri
	Mejerier
	Bagerier, brødfabrikker mv.
	Anden fødevareindustri
	Drikkevareindustri
	Tobaksindustri
Olieraffinaderier	Olieraffinaderier mv.
Fremstilling	Tekstilindustri
	Beklædningsindustri
	Læder- og fødtøjssindustri
	Træindustri
	Papirindustri
	Trykkerier mv.
	Fremst. af basiskemikalier
	Fremst. af maling og sæbe mv.
	Medicinalindustri
	Plast- og gummiindustri
	Glasindustri og keramisk industri
	Betonindustri og teglværker
	Fremst. af metal

Bilag 12. Sammenhængen mellem ADAMs og Nationalregnskabets brancher, fortsat.

Fremstilling (fortsat)	Metalvareindustri Fremst. af computere og kommunikationsudstyr mv. Fremst. af andet elektronisk udstyr Fremst. af elektriske motorer mv. Fremst. af ledninger og kabler Fremst. af husholdningsapparater, lamper mv. Fremst. af motorer, vindmøller og pumper Fremst. af andre maskiner Fremst. af motorkøretøjer og dele hertil Fremst. af skibe og andre transportmidler Møbelindustri Fremst. af medicinske instrumenter mv. Legetøj og anden fremstillingsvirksomhed Reparation og installation af maskiner og udstyr
Offentlige tjenester	Forskning og udvikling, ikke-markedsmæssig Offentlig administration Forsvar, politi og retsvæsen mv., ikke-markedsmæssig Grundskoler Gymnasier og erhvervsfaglige skoler Videregående uddannelsesinstitutioner Voksenundervisning mv., ikke-markedsmæssig Hospitaler Plejehjem mv. Daginstitutioner og dagcentre mv. Biblioteker, museer mv., ikke-markedsmæssig Sport, ikke-markedsmæssig
Finansiel virksomhed	Pengeinstitutter Kreditforeninger mv. Forsikring og pension Finansiel service
Søtransport	Skibsfart
Private tjenester	Kloak- og rensningsanlæg Renovation, genbrug og forureningsbekæmpelse Bilhandel Bilværksteder mv. Engroshandel Detailhandel Regional- og fjerntog

Bilag 12. Sammenhængen mellem ADAMs og Nationalregnskabets brancher, fortsat.

Private tjenester (fortsat)	Lokaltog, bus og taxi mv.
	Fragtvognmænd og rørtransport
	Luftfart
	Hjælpevirksomhed til transport
	Post og kurertjeneste
	Hoteller mv.
	Restauranter
	Forlag
	Udgivelse af computerspil og anden software
	Produktion af film, tv og musik mv.
	Radio- og tv-stationer
	Telekommunikation
	It-konsulenter mv.
	Informationstjenester
	Ejendomsmæglere mv.
	Udlejning af erhvervsejendomme
	Advokatvirksomhed
	Revision og bogføring
	Virksomhedskonsulenter
	Arkitekter og rådgivende ingeniører
	Forskning og udvikling, markedsmæssig
	Reklame- og analysebureauer
	Anden videnservice
	Dyr læger
	Udlejning og leasing af materiel
	Arbejdsformidling og vikarbureauer
	Rejsebureauer
	Vagt og sikkerhedstjeneste
	Ejendomsservice, rengøring og anlægsgartner
	Anden operationel service
	Redningskorps mv., markeds mæssig
	Voksenundervisning mv., markeds mæssig
	Læger, tandlæger mv.
	Teater, musik og kunst
	Biblioteker, museer mv., markeds mæssig
	Lotteri og andet spil
	Sport, markeds mæssig
	Forlystelsesparker og andre fritidsaktiviteter

Noter til AØM-faget: DREAM

Peter Stephensen, DREAM

14. december 2020

1 Indledning

Det samlede DREAM-system består af

- Befolkningsfremskrivning
- Uddannelsesfremskrivning
- Socio-økonomisk fremskrivning (befolkningsregnskab)
- Makromodel

Der er 4 agenter i makromodellen:

- Virksomheder
- Husholdninger
- Offentlig sektor
- Pensionskasse

DREAM-makromodellen er karakteriseret ved:

- Langsigtet strukturmodel
- Danmarks eneste langsigtede vækst-model
- Generel ligevæktsmodel (imperfekt konkurrence)
- Perfekt forudseenhed (ikke usikkerhed)
- Lønnen sikrer given strukturledighed

- Perfekte internationale kapitalmarkeder
- Ingen keynesiansk multiplikator
- Crowding-out på lang sigt
- IKKE Ricardiansk ekvivalens (overlappende generationer)

2 Producenten

7 private sektorer:

- B&A
- 5 energisektorer
- Andet (p-sektoren)

Virksomhederne er karakteriseret ved:

- Aktieselskaber
- Maksimerer virksomhedens værdi = tilbagediskonterede dividenter
- Installationsomkostninger
- Imperfekt konkurrence a la Dixit & Stiglitz
- 2 typer kapital: maskiner og bygninger
- Skattemæssige afskrivninger (Book Value Capital)

2.1 Arbitragebetingelse

Den såkaldte arbitragebetingelse er givet ved:

$$((1 - \tau^Z) i_t + \phi) V_{t-1} = (1 - \tau^Z) (DIV_t + V_t - V_{t-1})$$

V_t = Virksomhedens værdi

DIV_t = Dividente

i_t = Normalforrentning

ϕ = Risikopræmie

τ^Z = Marginalinvestorens kapitalindkomstskattesats

Det antages at marginalinvestoren er pensionskassen. Derfor er τ^Z givet ved den såkaldte PAL-skat på 15%.

Det ses at hvis risikopræmien $\phi = 0$, da er forsvinder kapitalindkomstskattesatsen ud af problemet. Lad os derfor antage dette samt at renten er konstant over tid ($i_t = r$):

$$rV_{t-1} = DIV_t + V_t - V_{t-1}$$

Dette er en differensligning der kan løses mht V_t :

$$V_{t-1} = \sum_{s=t}^{\infty} DIV_s \left(\frac{1}{1+r} \right)^{1+s-t}$$

Det antages at virksomheden ønsker at maksimere sin værdi V_{t-1} .

2.2 Rente, vækst og inflation

Antag vi er i en steady-state hvor vækstraten er g , inflationen er π og den nominelle rent er r . De nominelle dividenter vil vokse med vækst og inflation:

$$\begin{aligned} V_0 &= \sum_{s=1}^{\infty} DIV_0 (1+g)^s (1+\pi)^s \left(\frac{1}{1+r} \right)^s \\ &= DIV_0 \sum_{s=1}^{\infty} \left(\frac{(1+g)(1+\pi)}{1+r} \right)^s \end{aligned}$$

En tilstrækkelig betingelse for at $V_0 < \infty$ er at

$$\frac{(1+g)(1+\pi)}{1+r} < 1$$

Hvis omvendt

$$\frac{(1+g)(1+\pi)}{1+r} > 1$$

har man opfundet en penge-maskine: man kan låne en krone til renten r og placere den i en virksomhed i 1 periode. Efter en periode vil man på grund af teknologiske fremskridt (vækst) og inflation stå med $(1+g)(1+\pi)$ i hånden. Efter at have betalt renter har man et overskud på $(1+g)(1+\pi) - (1+r)$.

Definer den vækstkorrigerede realrente ved

$$1 + i_{VR} \equiv \frac{1+r}{(1+g)(1+\pi)}$$

Det ses at en nødvendig betingelse for at $V_0 < \infty$ er at

$$i_{VR} > 0$$

Hvis vi definerer realrenten ved:

$$1 + i_R \equiv \frac{1 + r}{1 + \pi}$$

ses det at

$$1 + i_{VR} = \frac{1 + i_R}{1 + g}$$

En nødvendig betingelse for $V_0 < \infty$ er derfor også at

$$i_R > g$$

dvs at realrenten skal være højere end væksten (= teknologiske fremskridt).

I den seneste DREAM-kalibrering galt det at $g = 1,5\%$, $\pi = 1,75\%$ og $r = 4,75\%$. Det giver en realrente på 2,95% og en vækst-korrigeret realrente på 1,43%. Det passer nogenlunde med tommelfingerreglerne (kommer fra kontinuert tid):

$$i_R \simeq r - \pi$$

$$i_{VR} \simeq r - \pi - g$$

2.3 Uden skat

Dividenten er givet ved:

$$DIV_t = p_t \left[F(K_{t-1}, \theta_t L_t) - \frac{\eta}{2} \frac{I_t^2}{K_{t-1}} \right] - w_t L_t - p_t^I I_t$$

hvor η er skala-parameter i instattionsomkostningsfunktionen. Bemærk at installationsomkostningerne modelleres som tabt produktion (ikke som investeringsomkostning).

Installationsomkostninger er nødvendige i en model af en lille, åben økonomi. Omkostningerne forhindrer kapitalapparatet i at springe når man støde til modellen (med urealistisk høje investeringer som følge).

Det er vist i note 5 hvordan man løser virksomhedens problem med installationsomkostninger.

Lad os antage der ikke er installationsomkostninger:

$$\eta = 0$$

Virksomheden ønsker på tidspunkt t at løse problemet

$$\max V_{t-1} = \sum_{s=t}^{\infty} (p_s F(K_{s-1}, \theta_s L_s) - w_s L_s - p_s^I I_s) \left(\frac{1}{1+r} \right)^{1+s-t}$$

under bibetingelse

$$K_s = (1 - \delta) K_{s-1} + I_s, \quad K_{t-1} \text{ givet}$$

Det kan vises at løsningen er givet ved

$$p_s \theta_s F'_L(K_{s-1}, \theta_s L_s) = w_s \quad (1)$$

$$p_s F'_K(K_{s-1}, \theta_s L_s) = (1+r) p_s^I - (1-\delta) p_{s-1}^I$$

Antag

$$p_s^I = p_{s-1}^I$$

Vi har da at

$$p_s F'_K(K_{s-1}, \theta_s L_s) = (r + \delta) p_s^I \quad (2)$$

Bemærk at $(r + \delta) p_s^I$ er et standard user-cost-begreb. Det er sådan man konstruerer user-cost: opstiller optimeringsproblem og finder ud af hvad kapitalens grænseprodukt er bestemt ved.

2.4 Med selskabsskat

Når man sænker selskabsskatten forventer de fleste at investeringerne i samfundet stiger. Dette er ikke nødvendigvis tilfældet. Nedenfor demonstreres det effekten afhænger af skatteregler og finansieringsadfærd.

Dividenten er givet ved:

$$DIV_t = p_t Y_t - w_t L_t - p_t^I I_t - TAX_t$$

Hvis selskabsskat var ren dividenteskatt:

$$TAX_t = \tau_t (p_t Y_t - w_t L_t - p_t^I I_t)$$

ville det gælde at

$$DIV_t = (1 - \tau_t) (p_t Y_t - w_t L_t - p_t^I I_t)$$

således at

$$V_{t-1} = \sum_{s=t}^{\infty} (1 - \tau_t) (p_s Y_s - w_s L_s - p_s^I I_s) \left(\frac{1}{1+r} \right)^{1+s-t}$$

Så længe selskabsskatten τ er konstant, er der ingen adfærdspåvirkning af skatten:

$$V_{t-1} = (1 - \tau) \sum_{s=t}^{\infty} (p_s Y_s - w_s L_s - p_s^I I_s) \left(\frac{1}{1+r} \right)^{1+s-t}$$

I dette tilfælde vil en ændring i selskabsskatten ingen indflydelse have på det kapitalaparat og investeringsniveau.

Antag i stedet at virksomheden kun kan trække skattemæssige afskrivninger fra:

$$TAX_t = \tau_t (p_t Y_t - w_t L_t - \delta^{TAX} p_t^I K_{t-1})$$

hvor $p_t^I K_{t-1}$ er ‘‘book-value-capital’’. Vi simplificerer lidt i forhold til DREAM hvor book-value-capital givet ved:

$$K_t^{Book} = (1 - \delta^{TAX}) K_{t-1}^{Book} + p_t^I I_t$$

I så fald gælder det at

$$\begin{aligned} DIV_t &= p_t Y_t - w_t L_t - p_t^I I_t - \tau_t (p_t Y_t - w_t L_t - \delta^{TAX} p_t^I K_{t-1}) \\ &= (1 - \tau_t) (p_t Y_t - w_t L_t) - p_t^I (I_t - \tau_t \delta^{TAX} K_{t-1}) \end{aligned}$$

Indsæt kapitalakkumulationsligningen

$$\begin{aligned} DIV_t &= (1 - \tau_t) (p_t Y_t - w_t L_t) - p_t^I (K_t - (1 - \delta) K_{t-1} - \tau_t \delta^{TAX} K_{t-1}) \\ &= (1 - \tau_t) (p_t Y_t - w_t L_t) - p_t^I \left(K_t - (1 - \tilde{\delta}) K_{t-1} \right) \end{aligned}$$

hvor

$$\tilde{\delta} \equiv \delta - \tau_t \delta^{TAX}$$

Bemærk at dette har vi set før i OECD TAX. Det gælder derfor at (sammenlign med (1) og (2))

$$(1 - \tau_s) p_s F'_L (K_{s-1}, \theta_s L_s) = (1 - \tau_s) w_s$$

$$(1 - \tau_s) p_s F'_K(K_{s-1}, \theta_s L_s) = (r + \tilde{\delta}) p_s^I$$

eller

$$p_s F'_L(K_{s-1}, \theta_s L_s) = w_s$$

$$p_s F'_K(K_{s-1}, \theta_s L_s) = \frac{r + \delta - \tau_s \delta^{TAX}}{1 - \tau_s} p_s^I$$

Det gælder at

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau_s} \left(\frac{r + \delta - \tau_s \delta^{TAX}}{1 - \tau_s} \right) &= \frac{-\delta^{TAX} (1 - \tau_s) - (-1) (r + \delta - \tau_s \delta^{TAX})}{(1 - \tau_s)^2} \\ &= \frac{r + \delta - \delta^{TAX}}{(1 - \tau_s)^2} > 0 \end{aligned}$$

Hvis

$$r + \delta > \delta^{TAX}$$

giver højere selskabsskat højere usercost. Det vil typisk gælde at $\delta^{TAX} > \delta$. Kun hvis δ^{TAX} er meget større end de rigtige afskrivninger, vil usercost være faldende i selskabsskatten. Det typiske resultat i dette tilfælde er altså at lavere selskabsskat giver lavere usercost, og derfor højere kapitalapparat. Dette forøger investeringerne både på kort og lang sigt.

2.5 Fast gældskvote

Vi skal nu se hvorlede finansieringsadfærd kan influere på problematikken. Virksomheden kan finansiere sine investeringer på 2 måder

- Låne
- Udstede aktier

Hvis der ikke er selskabsskat, er det lige meget om den gør det ene eller det andet (Modigliani-Miller theoremet). Hvis der er selskabsskat og hvis virksomheden kan trække sine renter fra, da kan det bedst betale sig at lånefinansiere investeringerne. I en verden med usikkerhed ville en meget høj grad af lånefinansiering imidlertid udsætte virksomheden for en betydelig risiko for at gå fallit. Virksomheden ville derfor ikke belåne virksomheden “helt op til skorstenen”, men lave en afvejning mellem profit og risiko. Da der ikke er risiko i DREAM vælges det eksogent at definere en gældskvote g på 60%. Gælden udgør 60% af værdien af det samlede kapitalapparat (book-value-kapitalapparat).

Hvis D_t er virksomhedens gæld, vil dividenten være givet ved

$$DIV_t = p_t Y_t - w_t L_t - p_t^I I_t - r D_{t-1} + (D_t - D_{t-1}) - TAX_t$$

Dividenten er fratrukket renteudgifter $r D_{t-1}$ og tillagt nyoptaget gæld $D_t - D_{t-1}$.

Vores antagelse om gældskvoten indebærer at

$$D_t = g p_t^I K_t$$

Skatten antages at være givet ved

$$TAX_t = \tau_t (p_t Y_t - w_t L_t - p_t^I I_t - r D_{t-1})$$

idet vi antager at renteudgifter kan trækkes fra. For at simplificerer antager vi at investeringerne kan trække fuldt fra. Sættes ligningerne ind i hinanden fås (efter meget hårdt arbejde)

$$DIV_t = (1 - \tau_t) (p_t Y_t - w_t L_t) - (1 - \tau_t - g) p_t^I \left[K_t - (1 - \hat{\delta}_t) K_{t-1} \right]$$

$$1 - \hat{\delta}_t \equiv \frac{(1 - \tau_t)(1 - \delta) - (1 + (1 - \tau_t)r) g \frac{p_{t-1}^I}{p_t^I}}{1 - \tau_t - g}$$

Dette fører til 1. ordensbetingelserne:

$$(1 - \tau_s) p_s F'_L(K_{s-1}, \theta_s L_s) = (1 - \tau_s) w_s$$

$$(1 - \tau_s) p_s F'_K(K_{s-1}, \theta_s L_s) = (r + \hat{\delta}) (1 - \tau_s - g) p_s^I$$

således at

$$\text{UserCost} = \left(\frac{r + \delta - \tau_t (gr + r + \delta)}{1 - \tau_s} \right) p_s^I$$

Det gælder at

$$\frac{\partial}{\partial \tau_s} \left(\frac{r + \delta - \tau_t (gr + r + \delta)}{1 - \tau_s} \right) = g \frac{-r}{(1 - \tau_s)^2} < 0$$

En lavere selskabsskat giver altså i dette tilfælde højere usercost, og derfor lavere kapitalapparat. Investeringerne vil derfor falde både på kort og lang sigt.

I DREAM er der en lille positiv effekt på investeringerne af at sænke selskabsskatten. Det gælder med andre ord, at den første effekt (skattemæssige afskrivninger) er større end den anden effekt (financieringsadfærd).

3 Husholdninger

- Overlappende generationer
- Følger generation (alle mænd og kvinder af en given alder + børn)
- Nytte af forbrug og bolig
- Unytte af arbejde
- Arv (Warm glow)
- Generation optimerer samlet

3.1 Metusalemmmer

- Optimerer i alderen 17-77, dvs. i 60 år
- Herefter Metusalem: fri formue gives væk som arv. Indkomst er herefter givet ved pension
- Metusalemmene er irrationelle (a la Mankiw): Forbrug = løbende Indkomst
- ⇒ Effekt af arbejdsmarkedspensioner på opsparingen
- Fortrængningseffekt = ca. 50% (ville være 100% for rationelle husholdninger)

3.2 Forbrugerens problem

Dette er en simplificeret udgave af forbrugerens problem i DREAM. De fleste variable er defineret på tid og alder (f.eks. $x_{a,t}$ hvor a er alder og t er tid). Vi underforstår tid i det følgende. Nytten for en a -årig er givet ved:

$$U_{a-1} = \sum_{\alpha=a}^A \frac{q_\alpha^{1-\rho}}{1-\rho} \beta_\alpha$$
$$q_{a,t} = c_{a,t} - \eta_a \frac{\gamma}{1+\gamma} l_{a,t}^{\frac{1+\gamma}{\gamma}}, \quad \gamma = 0.1$$

hvor β_a er en parameter der dækker over dødssandsynlighed og tilbagediskontering. c_a er forbrug og l_a er timer i arbejde. Bibetingelse (hvis beskæftiget - skal stå til rådighed for arbejdsmarkedet):

$$A_a = (1+r) A_{a-1} + (1-\tau_a) w_a l_a + \bar{y}_a - p c_a$$

hvor A_a er finansiel formue og \bar{y}_a er diverse overførselsindkomster. Dette kan omskrives til

$$A_a = (1 + r) A_{a-1} + \left\{ (1 - \tau_a) w_a l_a - p \eta_a \frac{\gamma}{1 + \gamma} l_a^{\frac{1+\gamma}{\gamma}} \right\} + \bar{y}_a - pq_a$$

Timeudbud (ved fuld beskæftigelse): I hver periode, maksimer

$$(1 - \tau_a) w_a l_a - p \eta_a \frac{\gamma}{1 + \gamma} l_a^{\frac{1+\gamma}{\gamma}}$$

Resultat

$$l_a^{max} = \left(\frac{(1 - \tau_a) w_a}{\eta_a p} \right)^{\gamma}$$

Ny version af DREAM: Ingen fagforeningsteori. I stedet antages det at den strukturelle ledighedsprocent u_a er givet ved:

$$u_a = \alpha_a k_a^\beta$$

hvor $k_{a,t}$ er netto-kompensationsgraden for en a -årig. Diverse internationale studier tyder på at $\beta \geq 1$ (sandsynligvis ret tæt på 1). Herefter er en a -årigs beskæftigelse givet ved:

$$l_a^s = (1 - u_a) l_a^{max}$$

Ved ændringer i marginalskatten påvirkes den *internal margin* via arbejdsudbudet l_a^{max} . Ved ændringer i kompensationsgraden påvirkes den *external margin* via påvirkningen af den strukturelle ledighed u_a .

3.3 Personlig indkomst

Simplificeret udgave af personlig indkomst:

$$\begin{aligned} y_{a,t}^{Pers} &= adjust^{Hours} r_{a,t}^{LabFull} \left[\rho_{a,t} W_t l_{a,t}^s + o_{a,t}^{Unemp} (l_{a,t}^{max} - l_{a,t}^s) \right] \\ &\quad + \sum_j r_{a,t}^j o_{a,t}^j, \quad j = 1, \dots, 14 \end{aligned}$$

$o_{a,t}^{Unemp}, o_{a,t}^j$ = Diverse overførselsindkomster

$r_{a,t}^{LabFull}$ = Time- og erhvervsfrekvens

$\rho_{a,t}$ = Produktivitet

W_t = Makroløn

$l_{a,t}^s$ = Arbejdsudbud

3.4 Kapitalindkomst

Simplificeret formue-akkumulation (ser f.eks bort fra boliger):

$$N_{a,t} A_{a,t} = (1 + i_t^H) N_{a-1,t-1} A_{a-1,t-1} + N_{a,t} Y_{a,t}^{Disp} - P_t^C C_{a,t}$$

$N_{a,t}$ = Antal voksne-ekvivalente

$A_{a,t}$ = Formue

Husholdningerne kan placere sin formue i

- Danske aktier
- “Obligationer” (= danske og udenlandske obligationer + udenlandske aktier)
- Boliger

Det gælder at

- Husholdningerne placerer en andel $\omega = \frac{1}{3}$ i aktier. Resten placeres i obligationer
- Pensionskassen tager tilpasningen: dens portfolio er endogen
- Husholdningen rente er endogen:

$$i_t^H = \omega i_t^S + (1 - \omega) (1 - \tau_t^i) i_t$$

i_t^S = Efterskatafkast på danske aktier

τ_t^i = Skat på renteindkomst

i_t = Obligationsrente

- Ny version på vej

4 Offentlig sektor

Den offentlige sektor i DREAM:

- Produktionssektor
- Input: arbejdskraft, kapital og materialer
- Output: "offentlig service"
- Maksimerer service for givet budget
- Konstant K/Y-forhold (ikke optimalt kapitalapparat)
- Samme teknologiske fremskridt som den private sektor (ikke Baumol's cost disease)

Det offentlige budget i DREAM:

- Kollektive offentlige forbrug følger BNP
- Individuelt offentligt forbrug følger "demografisk træk" + underliggende vækst på 1,5%
- Sundhedudgifter vokser med ekstra 0,3% om året de næste 25 år

4.1 Finanspolitiske holdbarheder

Udviklingen i den offentlige gæld er givet ved:

$$D_t = (1 + r) D_{t-1} - B_t \quad (3)$$

hvor

$$\begin{aligned} D_t &= \text{Offentlig gæld} \\ r &= \text{Renten på en 10-årig statsobligation} \\ B_t &= \text{Det primære budgetoverskud} \end{aligned}$$

Lad os løse differensligning (3): Definer

$$d_t \equiv D_t \left(\frac{1}{1+r} \right)^t$$

Man kan da omskrive (3) til:

$$d_t = d_{t-1} - B_t \left(\frac{1}{1+r} \right)^t$$

Den er nem at løse:

$$d_t = d_0 - \sum_{s=1}^t B_s \left(\frac{1}{1+r} \right)^s$$

således at

$$D_t \left(\frac{1}{1+r} \right)^t = D_0 - \sum_{s=1}^t B_s \left(\frac{1}{1+r} \right)^s \quad (4)$$

Lad os definere at den offentlige sektor overholder sin intertemporale budgetrestriktion, hvis den overholder No-Ponzi-betingelsen:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D_t \left(\frac{1}{1+r} \right)^t = 0$$

Dette betyder at den offentlige sektor ikke kan blive ved med at lånefinansiere sine rentebetaler. Men det betyder i følge (4) at

$$D_0 = \sum_{s=1}^{\infty} B_s \left(\frac{1}{1+r} \right)^s \quad (5)$$

Vi siger derfor at (D_0, B_1, B_2, \dots) udgør et finanspolitisk holdbart forløb hvis den overholder (5).

Lad os nu antage vi har et forløb (D_0, B_1, B_2, \dots) som ikke er finanspolitisk holdbart.

Det gælder da at

$$D_0 > \sum_{s=1}^{\infty} B_s \left(\frac{1}{1+r} \right)^s$$

De fremtidige primære budgetoverskud er ikke store nok til at dække den initiale gæld. Spørgsmålet er nu om vi kan finde på en indikator der måler hvor stort holdbarhedsproblem er. Lad os stille spørgsmålet: hvor stor en pengestrøm skal den offentlige sektor give væk for at opnå finanspolitisk holdbarhed (hvis der er et holdbarhedsproblem er dette beløb negativt). Lad os antage at denne pengestrøm er defineret ved $h \cdot BNP_t$, dvs. som en som en strøm der vokser proporsionalt med BNP. Vi definerer da h som den

finanspolitiske holdbarhedsindikator. Indikatoren h skal sikre at

$$D_0 = \sum_{s=1}^{\infty} (B_s - h \cdot BNP_t) \left(\frac{1}{1+r} \right)^t$$

således at

$$h = \frac{\sum_{s=1}^{\infty} B_s \left(\frac{1}{1+r} \right)^t - D_0}{\sum_{s=1}^{\infty} BNP_t \left(\frac{1}{1+r} \right)^t}$$

Det gælder per definition at hvis $h < 0$, da er der et holdbarhedsproblem.

4.2 Lukning

Problem:

- DREAM kan ikke køre hvis den offentlige sektor ikke overholder sin intertemporale budgetrestriktion (dvs. er holdbar)
- DREAM skal kunne måle holdbarhedsproblem

Løsningen er *udenlandslukning*: Fra 2080 og frem modtager Danmark en transferering fra udlandet der sikrer finanspolitiske holdbarhed. Denne transfererings størrelse bruges til at beregne holdbarhedsindikatoren.

Andre lukninger:

- Balanceret budget
- Bundskat
- Lumpsum-skat

Contents

1 Preface	5
2 Introduction (Instructions for reading, principles for dating etc.)	7
2.1 A note on dating conventions	8
3 An Overview of the Model	11
3.1 Introduction	11
3.1.1 Producers	12
3.1.2 Households	14
3.1.3 The labour market	16
3.1.4 The government sector	16
3.1.5 International relations	17
3.1.6 Financial markets and equilibrium	18
3.1.7 Pension systems	19
3.2 DREAM's base-line projection	21
3.2.1 Population	21
3.2.2 Aggregate macroeconomic development	23
3.2.3 Composition of GDP	25
3.2.4 Prices	26
3.2.5 Government finances	27
3.2.6 National wealth	29
4 Producer behaviour	33
4.1 The value of the firm	34
4.2 The problem of the private firm	36
4.2.1 Production function and nest structure of the firm	39
4.2.2 Investment and capital stock	41
4.2.3 Demand faced by the firm	42
4.3 Solving the problem of the private firms	43
4.3.1 Intertemporal optimization	45
4.3.2 Intratemporal optimization	51
4.4 Symmetric equilibrium	56
4.5 Aggregation across firms	57
4.5.1 Intertemporal optimization	57
4.5.2 Intratemporal optimization	59
4.6 Government production	63
4.6.1 Solving the problem of step 1	64
4.6.2 The output price of the government sector	65
4.7 Appendix: Equations describing private and government production in growth-and inflation-corrected terms	66

4.8 Appendix: Production technology	74
5 Households	77
5.1 Overview	77
5.2 Construction and assumptions	77
5.3 Preferences	79
5.3.1 Period utility	79
5.3.2 CES subutility	80
5.3.3 Lifetime utility for planning households	82
5.3.4 Bequest motive	83
5.4 Income and budget	84
5.4.1 Non-capital income	84
5.4.2 Capital income and asset accumulation	90
5.5 Consumption and saving	98
5.5.1 Consolidated budget	98
5.5.2 The Keynes-Ramsey rule	100
5.5.3 The Bequest decision	101
5.6 Labour supply	102
5.6.1 Union model	102
5.7 Non-planning households	105
5.8 Consumption split	107
5.9 Appendix: Equations describing household behaviour in growth- and inflation-corrected terms	113
6 Pensions	119
6.1 The budget conditions of the pension fund	119
6.1.1 Retirement pensions	120
6.1.2 Spouse pensions	124
6.1.3 Disablement pensions	129
6.2 Forecasting, pension undertakings and principles of precaution	131
6.2.1 Actuarial constants	131
6.2.2 Pension undertakings	134
6.2.3 Principles of precaution	134
6.3 Derivation of individual pensions and premiums	138
6.3.1 Spouse Pensions	138
6.3.2 Disablement pensions	143
6.3.3 Pension undertakings	145
6.3.4 Retirement pensions	150
6.4 The bonus	151
6.4.1 Overview of required assets	154
6.5 Evolution of pensions	156
6.6 Average pensions	158
6.6.1 Non-retired members	158
6.6.2 Retired members	159
6.6.3 Disabled members	159
6.6.4 Spouse pensioners	160
6.6.5 Member stocks	162

7 The Government Sector	171
7.1 Government revenue	172
7.1.1 Gross Operating Surplus	173
7.1.2 Land Rent	173
7.1.3 Withdrawals from Quasi Corporations	173
7.1.4 Indirect taxes	173
7.1.5 Source taxes	178
7.1.6 Other revenue sources	180
7.2 Government Expenditure	184
7.2.1 Government Consumption	184
7.2.2 Investment Expenditure	186
7.2.3 Subsidies	187
7.2.4 Transfers	188
7.3 The primary budget and government debt	191
7.4 Projection of government sector variables	192
7.4.1 Special indexation equations used in connection with the Danish tax freeze	193
7.4.2 Indexation of government consumption	196
7.4.3 Indexation according to wage regulation	197
7.4.4 Indexation of current and capital transfers following GDP	199
7.4.5 Lump-sum transfers resulting from the calibration process	200
7.5 Sustainability of fiscal policy	202
7.6 Appendix: Equations describing Government Sector in growth- and inflation-corrected terms	203
7.6.1 Government revenue	203
7.6.2 Government Expenditure	211
7.6.3 The primary budget and government debt	215
7.6.4 Projection of government sector variables	215
8 Miscellaneous	225
8.1 The Foreign Sector	225
8.2 Equilibrium conditions	231
8.3 National Account Measures	234
8.4 Financial assets	236
8.5 Steady state	237
8.6 Appendix: Equations describing miscellaneous behaviour in growth- and inflation-corrected terms	240
9 Data sources and calibration	251
9.1 Technique of the calibration process	252
9.1.1 Static calibration	252
9.1.2 Dynamic calibration	253
9.1.3 Dynamic calibration and the base-line scenario	254
9.2 Procedure and Results	254
9.2.1 Population	254
9.2.2 Labour market	255
9.2.3 Capital stocks and depreciation rates	256
9.2.4 Production	257
9.2.5 Final demand	263
9.2.6 Government finances	264
9.2.7 Growth, inflation and interest rates and the risk premium of shares	268

9.2.8 Labour-market pension funds, private pensions, ATP, SP and LD funds	269
9.2.9 Household wealth and savings	270
9.2.10 Foreign assets	271
10 Dynamic effects of policy experiments and exogenous shocks	273
10.0.11 Effects of a permanent rise in the (real) interest rate	273
10.0.12 Effects of a permanent rise in inflation and nominal interest rate	281
10.0.13 Effects of a permanent rise in productivity growth	284
10.0.14 Effects of a rise in the risk premium	287
10.0.15 Effects of a permanent decline in mark-ups	290
10.0.16 Effects of a permanent fall in the structural unemployment rate	292
10.0.17 A rise in the bottom-bracket tax rate	293
10.0.18 A rise in the VAT rates	298
10.0.19 A corporation tax hike	300
10.0.20 A rise in land taxation	302
10.0.21 A rise in the tax on owner-occupied dwellings	304
10.0.22 A change in the tax on interest income	304
10.0.23 A rise in the tax on pensions funds income	306
10.0.24 A rise in the tax on resource revenue from the North Sea	309
10.0.25 A 5-year extension of the tax freeze	309
A Nomenclature	313
B General CES-solution	319
B.0.26 Profitmaximization with nested CES functions	320
B.0.27 Total demand facing private firms	325
C Growth and inflation correction	327
C.0.28 Principles of growth and inflation correction	328
D Literature	331

Chapter 1

Preface

Several present and former employees of DREAM have participated during the years in refining, improving and extending the model and its various satellite modules, among which are Michael Andersen, Ninette Pilegaard Glud, Cathrine Marie Gruno, Marianne Frank Hansen, Andreas Koch, Martin B. Knudsen, Anders Due Madsen, Lars Haagen Pedersen, Toke Ward Petersen, Poul Schou, Peter Stephensen, Morten Lobedanz Sørensen, Peter Trier and Benn Vestergaard.

The present documentation is the result of the work of all those and inspiration and advice from many other economists in Denmark and abroad. The actual text has been written by Michael Andersen and Poul Schou.

Chapter 2

Introduction (Instructions for reading, principles for dating etc.)

The first version of DREAM was made in 1997, and since then the model has been continually refined and expanded - a process which is still continuing. The latest previous full documentation of DREAM appeared in 1998. Since then, several important extensions and other changes to the model have taken place. The aim of the present documentation is to provide an up-to-date description of the DREAM model. Among the most important changes since 1998 are:

- 1) Introduction of imperfect competition in goods markets
- 2) Introduction of trade union behaviour on the labour market
- 3) Introduction of housing as a separate consumption (and capital) good
- 4) Introduction of funded pensions arrangements (labour-market pensions funds as well as individual pensions arrangements)
- 5) A considerably extended modelling of the government sector, following the classification of the national accounts in greater detail
- 6) Subdivision of the population into various ethnic groups (immigrants/descendants of immigrants/remaining population)
- 7) A change of the run-time intervals of the model from 5-year to 1-year periods.

Some of these changes have been described in various single-standing papers, whereas others have not been publicly documented until now. The present study covers all these features as well as other model changes since 1998 and provides a new listing of DREAM's data sources, a presentation of DREAM's present base-line projection of the Danish economy and a collection of simulation results.

One of the particular objectives is to present and explain every single equation in the main DREAM model to make the documentation useful for the actual users who work hands-on

with the model. As the model is very complex, a thorough reading-through of all chapters may not be the most suitable way of acquiring a sound over-all knowledge of the model. For readers who are interested in getting this, it is recommended to read chapter 2, which presents a non-technical overview of the main characteristics of DREAM, and chapter 9 which presents a number of simulation experiments. Chapters 3-7 presents the details of the model. Chapter 8 describes the calibration process and the background sources for the data and determination of individual parameters which are employed in DREAM.

The documentation is written in English to facilitate communication with DREAM's international CGE modelling colleagues. In the case of particular Danish institutions (like names of specific transfers, tax or pensions arrangements, etc.) where an official English translation may either not exist or not be well-known to all readers, the Danish name may be mentioned in brackets after the English term.

It is recommended to consult the appendix on principles for naming variables when reading the main chapters of the documentation.

2.1 A note on dating conventions

The general rule in DREAM is that variables are dated according to end of time convention. Stock variables which are active in a period, e.g. $t+1$, are consequently nominated t , since stocks are updated at the end of the period. Flow variables of period t are naturally nominated t .

As an exception to this rule it is assumed that people are born in the beginning of the period.

In the case of a surprise shock, the announcement of the shock itself leads to instantaneous adjustments in various assets of the economy (shares, residential buildings and land), which are supposed to be realized at the end of the period before the shock is dated. In this situation, an extra round of asset trade is assumed to take place, allowing agents to re-optimize their asset portfolios in the face of the new set of prices.

The order of events in a given period t can be summed up as follows (where steps 4 and 5 take place only in the case of a surprise shock in period $t+1$):

1. At the very start of the period, all generations which existed at the end of period $t-1$ grow one year older. The premature generation of period $t-1$ thus becomes 17 years old and forms the youngest genuine generation of the economy.
2. During the period, all ordinary flow transactions are executed. These include production, reception of wage, capital and transfer income and of the bequest left over from last period, consumption, investment, depreciation of capital stocks, etc.
3. At the end of the period, all wealth stocks are updated as the result of the flow transactions,

and the various assets of the economy are traded. Households adjust their residential dwelling stocks (and consequently their financial assets) by buying or selling. Pension funds adjust their portfolio of bonds and assets. During this transaction, also the premature generation (the 16-year-old people) become active. They start out with a total wealth of zero and consequently takes a financial loan which exactly equals the value of the residential building they acquire. The last planning generation (the 76-year-old people) sell their residential buildings and transfer their total wealth to a bequest which is transferred to their children during period $t+1$. After this, the 76-year-olds like the premature generation has zero wealth left, and - as they still need a dwelling in future periods - like the premature generation, they take a financial loan which equals the value of the new residential building which they buy. The same is true for all the non-planning generations. The very oldest generation (the 101-year-old people) also sell their residential buildings, use the money to pay their financial debt, and leave the economy completely at this point.

4. In the case of a shock being announced in period $t+1$, the shock is assumed to be known to all agents at this point, i.e. after ordinary capital transactions have taken place. The shock generally leads to new equilibrium prices for shares in firms and for residential buildings and land. All generations hence experience an immediate (and possibly negative) capital gain on their share holdings and their residential stocks. This includes the premature generation, the - temporarily ownerless - assets of the bequest and all the non-planning generations except the very oldest one (the 101-year-old people who are no longer present in the economy). Also the pension funds experience a capital gain or loss on their share holdings.

5. All households now have the opportunity to re-optimize by adjusting their holdings of residential assets - and their financial assets accordingly - and the pension funds re-adjust their financial portfolios.

Step 5 consequently does not change the total wealth of either individual households or pension funds, but only its composition. In reality, steps 4 and 5 should be thought of as taking place simultaneously (as it is really the transactions of step 5 which create the new equilibrium prices mentioned in step 4), but conceptually it may be easier to think of them as two separate steps to make clear to whom the capital gains are allocated.

[Graphical description of timing as in old documentation is placed here]

Chapter 3

An Overview of the Model

3.1 Introduction

DREAM (Danish Rational Economic Agents Model) belongs to the class of applied economic models called computable general equilibrium (CGE) models. CGE models emphasize a very close correspondence with modern state-of-the-art economic theory. In particular, CGE models emphasize the following features:

- a) The important agents of the economy like households and firms have explicitly optimizing behaviour,
- b) Prices are flexible so that the markets of the economy adjust instantaneously to new situations (this does not imply that supply and demand necessarily equal each other. For instance, the labour market in DREAM is characterized by structural unemployment).
- c) The models are GENERAL which signifies that they contain all the most important markets of the economy, making it possible to follow consequences of events in one market for other parts of the economy.

Price flexibility as well as other assumptions inherited from the underlying general equilibrium theory is generally considered to be more realistic in a long-run than in a short-run perspective. Consistently with this, DREAM is intended to describe long-run developments in the

Danish economy and long-run effects of various policy experiments and exogenous shocks to the economy. Short-run properties of the model should be interpreted very cautiously, and the model is unsuited to analyze e.g. consequences of business cycle-related phenomena.

The most important constituent parts of the model - producers, private households, pension funds, the government sector, asset markets and international relations - are described in detail in the following chapters. Here, a brief overview of the main principles and mechanisms of the model is provided together with a description of the characteristics of DREAM's present base-line projection of the Danish economy.

3.1.1 Producers

In the standard version of DREAM (which is the subject of the present documentation) there are two private production sectors: a construction sector producing dwellings for households and building investments for firms and the government sector, and a manufacturing sector producing all other privately produced commodities. Additionally, the government sector acts as a producer of goods which are mainly used for government consumption, though the government also sells a minor fraction of its produce to households, private firms and the rest of the world on market terms. Formally, the standard version even contains a fourth sector: The production sector for dwelling services. This sector, however, employs no labour, but uses capital as its only production factor (i.e. the housing stock, which is owned by the households: In DREAM, the entire housing stock is treated as owner-occupied dwellings) and produces a single output: dwelling services, i.e. the service given by a dwelling to its owner. Hence, the output of this sector is exclusively used for domestic consumption. Consequently, the returns to capital for this housing stock is also calculated and exists as an imputed income to households in the model. However, when referring to production sectors in the following, this sector is normally not considered included.

DREAM also exists in a multi-sector version which has been used for analyses where the industrial structure is particularly important. An example is an analysis of the consequences for the Danish economy of the enlargement of the EU from 15 to 25 countries. The multi-sector version is not covered in this documentation, but a more thorough description may be found in Madsen and Sørensen (2002).

The two private sectors are treated symmetrically. In each sector, the producers are represented by corporate firms, the shares of which are owned by the households and pension funds. The fundamental behavioural assumption of each firm is that it strives to maximize the value of its stock of shares, which can be shown to be equal to the discounted stream of future dividends. Firms like other agents in DREAM have rational expectations. Combined with the absence of any risk and uncertainty, this implies that firms - and other agents - have perfect foresight, except in the case of an unannounced change in a policy variable. Even after such an event agents are assumed to again form expectations with certainty.

Each firm decides upon the optimal building and machinery investment in each period (i.e. it optimizes intertemporally) and employs labour and buys materials from various domestic and foreign producers to use as inputs. The production function is a nested CES production function with elasticities below unity between materials and the labour-capital composite, and between capital and labour.

The firms produce goods which are assumed to be imperfect substitutes to goods produced by other firms in the same sector. The particular modelling of imperfect competition is the so-called "large group imperfect competition assumption". Each firm faces a downward-sloping demand curve and consequently possesses some market power: It sets its own price optimally and above marginal costs so that the firm earns positive profits. Whereas in some imperfectly

competitive set-ups, free entry of new firms drive down profits to zero in the long run, in DREAM the number of firms is assumed to be constant, allowing for positive profits both in the short and long run.

Equity structure

Firms can finance investment by borrowing or by enlarging its equity (in practice by retaining some of the earnings of the stockholders. We assume that firms abstain from financing activities by issuing new shares). Ideally, the finance decision should be made optimally. However, in a model without uncertainty, differentiated tax rules would lead to a corner solution. To avoid this, it is assumed that corporate debt is always a constant fraction (60 per cent) of the capital stock.

In symmetric equilibrium, it can be shown that the aggregate behaviour of all the firms in one sector is equivalent to the behaviour of one "representative" firm, so that in the actual computer version of the model, each sector is represented by just one aggregate firm.

Investment

There are two kinds of investment goods: building and machinery investments, and both are necessary production inputs in all three production sectors. Installation of both kinds of capital is costly, and installation costs are increasing and strictly convex in the investment level, so that the costs depend positively on the amount of investments relative to the existing capital stocks. *Ceteris paribus* this implies that it is optimal for the firm to spread desired investments over time rather than to make instantaneous adjustments of the capital stock.

Production of government services

As mentioned production of government services takes place in a separate sector. The production technology is similar to that of the private sectors, except that we assume that there are no installation costs for the government producer. Also, the producer in this sector (we assume that there is only one producer) does not maximize the value of shares intertemporally, but simply undertakes investment in each period according to a mechanical rule stating that the capital-output ratio in the government sector must always be constant. Given the capital stock, other production inputs are chosen subject to cost minimization in each period. As profits are not maximized, it is not immediately clear how the output price should be chosen, but in DREAM it is assumed that the price is chosen so that it covers average costs associated with production. Most of the output of this sector is used for government consumption, but some produce is sold to private consumers, to the three domestic production sectors as production inputs, or for exports.

3.1.2 Households

Population

As one of the chief purposes of DREAM is to evaluate the effects of demographic changes, the population and household structure is of particular importance in the model. One of the most basic inputs to the DREAM model is the independent population projection made annually by DREAM. The projection is made for each year until 2100 and projects the whole population on groups distributed according to gender, age and 5 different origin groups (immigrants from so-called more developed countries, immigrants from less developed countries, descendants of immigrants from more developed countries, descendants of immigrants from less developed countries, and the remaining population). This distribution on groups enables the determination of long-run aggregate economic developments in areas where these groups differ in behaviour empirically. For a more detailed description of the method used to project the population, cf. Koch et al. (2004).

To be able to perform analyses of intergenerational questions, DREAM is an overlapping generations model. All adults of the same age (divided into one-year intervals) form a generation, and each generation is represented in the model by a representative household. One implication of this is that women are considered to be married to men of the same age. The youngest household in the model consists of all 17-year old people, and the oldest household is made up of all people who are 101 years, yielding altogether 85 households. Children younger than 17 years belong to the household of their mothers; they do not work or perform any other independent economic actions, but they do count when determining the optimal consumption level of the household, and the household receives various government transfers applicable to children.

Households derive utility from consumption and from leaving a bequest to their children and disutility from working. Consequently, besides the intertemporal decision of how to divide consumption (and consequently savings) between the different periods of their time horizon and the bequest, the households also choose the composition of their consumption bundle inside each period and their labour supply.

The time horizon of the households for intertemporal optimization (that is, making savings decisions) is finite and deterministic and smaller than the life-span: It ends at the age of 76 years. Households from 17 until 76 years have rational expectations and determine their consumption/savings decision optimally according to a life-cycle perspective. At the end of the year when the household has turned 76 years, it no longer saves or dissaves. At this point in time, it leaves its remaining assets as a bequest to its heirs (the generations which are the children of the generation in question). The households who are 77-101 years old (referred to as "old" households) no longer optimize over time, but still perform some economic actions: In each period, they receive a certain income from funded pensions and government transfers and spend it on consumption. In doing this, they still optimize intratemporally, choosing their consumption basket in each period depending on the current relative prices of consumption

goods.

Income and expenditure The household derives income from various sources: Labour income for the generations with a positive labour supply (generations aged 17 until 74 years), capital income (which may be negative) from the stock and bond holdings of all generations who are not more than 76 years old, imputed income from the possession of owner-occupied dwellings, government transfers of many kinds - DREAM distinguishes altogether 20-odd different kinds of potential transfers from the government to the private households - and pensions from funded pensions arrangements (cf. section 3.1.7) for generations which are at least 60 years old. In addition, households receive a small amount of transfers from abroad and an inheritance from their parents' generation.

The consumption bundle A major distinction when determining private consumption of the household is between housing and non-housing goods. Non-housing goods are produced either by the government sector or by the private manufacturing sector; in the last instance, they may be either imported or produced at home. Note that only government-produced goods which are bought on market conditions enter the utility function. Goods used for individual or collective government consumption (by far the largest proportion of government-produced goods) are assumed not to affect the utility of households.

Housing goods consist of dwellings (the predominant part) and consumption of housing repair, a service delivered by the domestic construction sector, which also forms part of private consumption. The ownership of dwellings is modelled so that the household during each period owns a certain amount of building capital and a certain amount of land, which together form the dwelling, the services of which yield utility. Whereas the amount of building capital can vary from period to period both as a result of depreciation, investment in the construction of new buildings, and buying from or selling existing buildings to other households, the amount of land owned by each representative household can only change through sales: The total amount of land available in the economy for housing purposes is fixed.

Savings Each household maximizes its utility over its entire time horizon from 17 to 76 years. Normally, the income stream for the household over this period deviates from the desired consumption stream, and the household consequently chooses to save or dissave in each period in order to finance its optimal consumption stream. The time profile of consumption over the time horizon can be expressed as a Keynes-Ramsey rule, i.e. it depends upon the real after-tax rate of return to household assets as well as on household preferences (impatience and the strength of the desire for a smooth consumption path over time). Typically, household consumption develops more smoothly over time than income.

Financial savings take place in shares and bonds. In order to avoid corner solutions, the household does not determine its portfolio optimally, but instead follows a fixed rule stating that one third of savings (or dissavings) are in shares and two thirds in bonds. This implies

that in the present version of DREAM, households with negative net financial savings also hold negative stocks of shares. One may think of this as households "going short" in shares.

3.1.3 The labour market

The labour market is characterized by imperfect competition in the form of labour unions who determine the effective labour supply as a function of the difference between marginal after-tax wages and marginal after-tax unemployment benefits. The hypothetical concept of full employment corresponds to the labour supply which each worker would supply in the absence of the union and does not depend on unemployment benefits, but solely on a trade-off between the marginal net wage and disutility of labour. The difference between this hypothetical labour supply and the effective labour supply determined by the union is regarded as unemployment, and the model is calibrated so that it corresponds to the official unemployment rate in the calibration year. The equilibrium wage is the wage rate which equals labour demand by the cost-minimizing producers to effective union labour supply.

3.1.4 The government sector

The government acts as a producer, collects taxes and pays out subsidies to firms and transfers to households and various foreign recipients, and provides government consumption. Government consumption is subdivided into individual government consumption, consisting of all government consumption expenditure which can be assigned to specific individuals, mainly education, health and social care, and collective government consumption which cannot be attributed to any specific persons, mainly expenditure for administration, defence, the judicial system, research and infrastructure.

DREAM models the following taxes: VAT, excise duties, motor vehicle weight duties, labour market contributions from employers, customs taxes, a residual tax on production, bottom-bracket, middle-bracket and top-bracket central government income taxes, municipal, county and church income taxes, property (= land) taxes, the tax on owner-occupied dwellings, taxes on personal income from stock holdings (dividends and capital gains), payroll taxes, taxes on once-and-for-all pensions, corporate taxes, taxes on yields of pension scheme assets and taxes on bequests. Besides, the government receives some revenue from various social contributions, transfers from other sectors and from the rest of the world and various rents and the technical accounting revenue term of gross operating surplus (which is identical to government consumption of fixed capital and consequently appears indirectly on the expenditure balance sheet as well as on the revenue side).

Besides government consumption, transfers to households and subsidies to firms, the government spends resources for investment and various other transfers to diverse recipients.

Despite the detailed modelling of the government sector, the behaviour of the government is

rather automatical: Practically all tax and subsidy rates are kept constant during the projection, though effects from the tax freeze which reduces the effective tax on owner-occupied dwellings as well as some excise duties have been implemented for the years 2003-2010. Expenditure for most transfers are indexed according to the Danish wage regulation law so that they follow the average hourly wage net of payroll taxes and labour-market pensions contributions. Expenditure for collective government consumption is indexed to GDP, whereas expenditure for individual government consumption per person follows the rate of exogenous productivity growth, which is 2 per cent annually.

Fiscal sustainability

To ensure consistency in a model with rational expectations among agents, the government must always be able to service its debt, i.e. government debt cannot grow explosively. When the growth-adjusted interest rate is positive (as it is assumed in DREAM), this is equivalent to assuming that the government must fulfill its intertemporal budget constraint, i.e. the initial government debt may not exceed the present discounted value of all future primary budget surpluses. When this requirement is fulfilled, fiscal policy is said to be sustainable. In DREAM, a sustainable fiscal policy must be secured by some endogenous policy rule which adjusts either some revenues or some expenditure at some point in time if fiscal policy is not exactly sustainable at the outset. Such a policy rule can take many different forms, and the choice of which one to use can be considered to be arbitrary. Often, projections using the DREAM model measure the sustainability condition by adjusting either collective government consumption or the bottom-bracket state income tax rate, but also other instruments are possible. In the same way, the timing of the adjustment(s) is arbitrary: It is possible to make a one-time constant change in some tax rate or to make continuous adjustments over time parallelly to the changes in exogenous expenditure demands, for instance.

3.1.5 International relations

The economy is integrated in the world economy through trade and capital flows. Materials and foreign consumer goods are imported while domestic products are exported. Domestic production is an imperfect substitute for imported goods (this is the so-called Armington assumption), implying that the terms of trade are endogenous. Financial capital is assumed to be perfectly mobile internationally, and the exchange rate is fixed. These assumptions, the absence of uncertainty and the presence of residence-based taxation of interest income imply that the domestic and the foreign pre-tax interest rate are equal.

Foreign demand for the domestic good can be thought of as demand functions derived from intertemporal optimization of foreigners. For simplicity, it is assumed that the foreign demand function for the domestic good is isoelastic, i.e. it depends on the domestic price index relative to the foreign price with a constant elasticity.

The imported foreign good is used as numeraire in the economy. The assumptions of the model imply that the foreign inflation rate which is assumed to be constant at 1.75 per cent annually, is imported to the economy, even though the endogenous price movements in DREAM may cause Danish inflation to deviate from foreign inflation when the economy is not in a steady state.

The rest of the world is considered to be in steady state during the entire projection. This also means that the foreign inflation, productivity growth and interest rates are constant as is the position of the export demand curve. This assumption means that for instance demographic changes in the rest of the world which may potentially affect these variables are ignored¹.

3.1.6 Financial markets and equilibrium

Real assets

In DREAM, the following real assets exist: 1) Machinery capital, which is exclusively owned and used by firms including the government producer. 2) Building capital, which is partly owned and used by firms parallel to machinery capital, and partly owned by households to form the main part of the owner-occupied dwellings in which households live. 3) Land, which is exclusively owned by households to form the remaining part of their owner-occupied dwellings.

Natural resources from the North Sea

A fourth kind of real assets might have been the oil and gas reserves in the North Sea. Natural resource extraction from the North Sea does play an economic role in DREAM, but it is modelled in a very simple way: What chiefly distinguishes resource extraction from other kinds of production in a broad economical sense is the existence of a pure resource rent: The revenue provided by the value of the resource when all production expenses have been subtracted. This pure resource rent is included directly in DREAM as an extra (time-dependent and diminishing) income stream to the private manufacturing sector, so that the resource stocks themselves do not appear in the model.

Financial assets

There exist two kinds of financial assets: Bonds and shares. Bonds can be issued by private households, firms, the government and the rest of the world, though the model assumes these various bonds to be perfect substitutes: There is only one common interest rate. Shares are issued by the two representative domestic private firms and owned by households and pension funds. Neither the government (if it acquires positive net assets, which often happens in current DREAM projections because some sustainability rules imply saving in advance to

¹CGE models which have tried to quantify consequences for the interest rate of world demographic changes are Fehr, Mannheim and Ingeneue ...

meet future government obligations caused by demographic changes) nor the rest of the world invest in shares, nor do domestic asset owners buy foreign shares.

As mentioned, firms do not optimize when financing investment decisions, but always have a financial debt which is a fixed fraction (currently 60 per cent) of the replacement value of their capital stock. Also households always possess shares as a fixed fraction of their financial assets. These financial assets may be either positive or negative for each individually-aged household as well as for all private households taken together. Only pension funds adjust their portfolio optimally when conditions change, following an arbitrage rule which states that the returns to shares must equal the risk-adjusted returns to bonds. Note that even though there is no uncertainty in DREAM, shares still yield a higher return than bonds because of an exogenous risk premium. This risk premium has been introduced to replicate the fact that equity on average yields a higher return than loans.

The fact that only pension funds adjust portfolios optimally amounts to assuming that they constitute the marginal investor effectively determining the value of the stock of shares. For this reason also, changes in the taxation of the income of pension funds, but not changes in e.g. the tax on capital income of households, have first-round effects on the value of shares.

3.1.7 Pension systems

In DREAM, elderly people receive a number of different pensions benefits. The following income streams are modelled explicitly in the model:

- 1) unfunded government transfers, which comprise old age people's pensions, civil servants' pensions, and non-income-compensating transfers like housing benefits.
- 2) funded labour-market pensions (in DREAM accumulated in an aggregate labour-market pension fund which is simply referred to as "the pension fund")
- 3) funded individual pensions (which are called private pensions)
- 4) funded ATP pensions
- 5) funded SP pensions
- 6) funded LD pensions

Of these, government transfers to elderly people follow the general rules for government transfers which are treated above. Note that civil servants' pensions are paid out as a lump-sum transfer to all generations from the age of 66 years (from 2005) in the model. The aggregate sum of civil servants' pensions paid out in each future year is determined on the basis of a separate exogenous projection delivered by the Ministry of Finance.

SP pensions and individual pensions are treated conceptually alike, even though they are

modelled as two independent systems. In each case, each generation saves an exogenous share of its labour-income, which is accumulated in the fund in question. In the case of private pensions, these are paid out to the generation as once-and-for-all payments during the two years when the members of the generation are 75 and 76 years old, respectively. SP pensions are received as a once-and-for-all payment at the age of 68 years. In effect, each system works as a simple bank account for the generations in question, as there is no intragenerational redistribution involved in these arrangements.

LD pensions work in the same way as the private pensions, except that the LD fund receives no contributions, but only pays out benefits to the generations who once contributed to it (all generations who received labour-market income in 1977-79). The payments are modelled as a once-and-for-all payment to the generations who are (from 2005) 66 years old.

The aggregate labour-market pension fund in DREAM is more complex. It covers three types of pensions: retirement pensions, spouse pensions and disablement pensions. For each type, premiums and pensions are calculated so that the pensions arrangement is actuarially fair. Contributions to the pensions fund is a fixed percentage of wage income which is accumulated and paid out as members of each generation become disabled, reach their retirement age (presently, retirement takes place continually from the age of 65 to the age of 75 years), or die, in which case their spouses (who always belong to the same generation) receive a spouse pension for the rest of their lives. The size of initial pensions (the pension undertaking) is calculated using various principles of precaution capturing the fact that labour-market pension funds use conservative forecast procedures in order to ensure solvency. The principles of precaution include a base interest rate which is lower than the bonds interest rate in DREAM, moderate probabilities of death, disablement and marriage, and constant future contributions, pensions and pension undertakings. Each year, a correction in the form of a bonus on the assets of all surviving individuals is made to account for the fact that actual disablement and mortality rates have differed from the precautionary estimates used. Together with corrections for the deviation in assumed interest rates and the fact that actual contributions differ from forecasted ones, this assures a growth in paid-out pensions per average individual for each generation during its life-time which is higher than the general productivity growth rate of the economy.

ATP pensions are paid as a fixed sum by all employed persons (unemployed persons pay 50 per cent of this amount). The sum is indexed to DREAM's wage rate. Payments are paid out to people as annual benefits from the age of 67 years.

Of the five funded pension arrangements, the oldest is the ATP arrangement, which is now approximately fully mature. The LD fund is being phased out as the last generations who are entitled to a payment become 66 years old, and its wealth will decline to 0 by 2031. The remaining three arrangements will grow considerably during the projection, cf. below.

3.2 DREAM's base-line projection

The following section presents the current base-line projection of DREAM. This projection is based on DREAM's population projection from November 2004 and calibrated to 2003. Fiscal sustainability is ensured by a one-time permanent cut in collective government consumption from 2007 at the size of 2.57 per cent of GDP.

3.2.1 Population

The projected development in the Danish population during the 21st century is shown in Figure 3.1. Two main developments appear from the figure:

The first one is that the population is projected to diminish by more than 250.000 people or about 5 per cent during the century. From 5.38 million people in 2003 the projected population reaches its peak in 2010 at 5.42 in 2010, after which it declines to 5.06 million in 2080. During the last 20 years of the century, the projection rises slightly again to 5.11 million people. These figures are the collective results of the assumptions made concerning the projections fertility, mortality and migration rates. These imply a rise in the mean living age of ... years, a fertility rate which gradually rises to 1.85 and an annual net immigration of 5-10.000 people during the projection period, cf. Koch et al (2004) for a more thorough description of the projection method.

The second noteworthy feature is the changed composition of ethnical groups within the population. The two immigrant groups make out 6.1 per cent of the population in 2003, but 13.1 per cent in 2100. Their descendants rise relatively even more: The two descendant groups make out 1.9 per cent of the total population initially, but 9.1 per cent at the end of the century. The largest ethnical group, the residual population, consequently falls from 92 to 78 per cent. This changed composition has various consequences for the economic development because the various groups have different economic behaviour in the base-line projection, cf. Schou (2006).

At the same time, the age composition of the population changes. This is reflected in the demographic dependency ration in 3.2. The demographic dependency ratio is the number of people less than 15 or at least 65 years old divided by the number of people between 15 and 64 years. This ratio rises considerably from 100 in 2003 to 169.5 in 2040. After some years of decline, it reaches a new peak around 2075.

However, the demographic dependency ratio does not take into account the fact that also the labour-market participation for people of a given age may change because of changes in the ethnical composition of the population. The labour-market dependency ratio shows the projected number of people in the population outside the labour force relative to the number of people in the labour force. It has the same qualitative double-hump-shaped look as the demographic dependency ratio, but is generally at a lower level, as can be seen from 3.2.

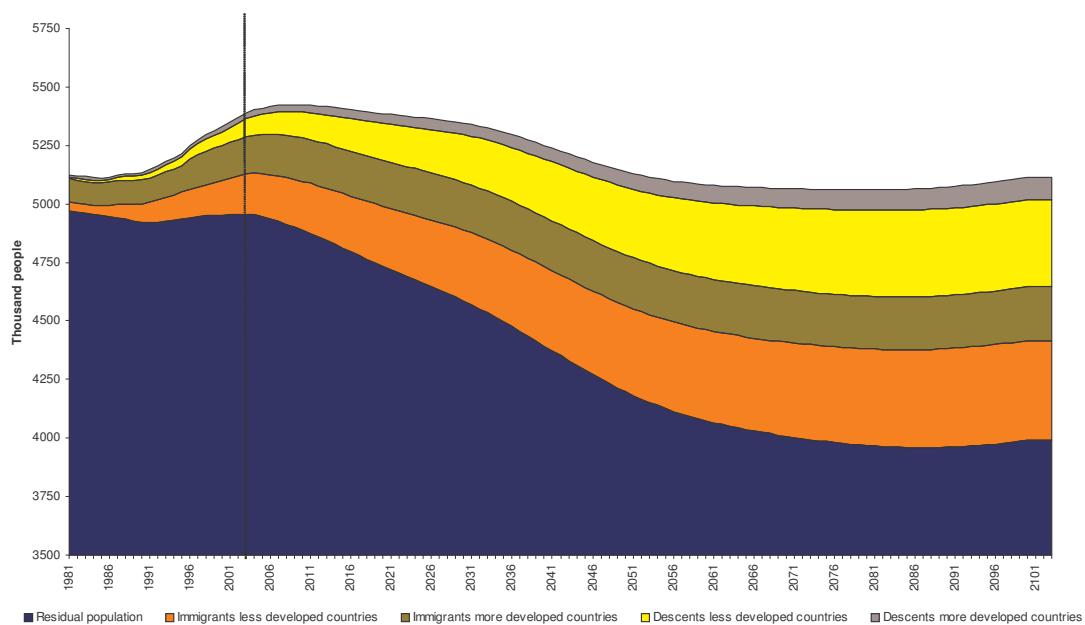


Figure 3.1:

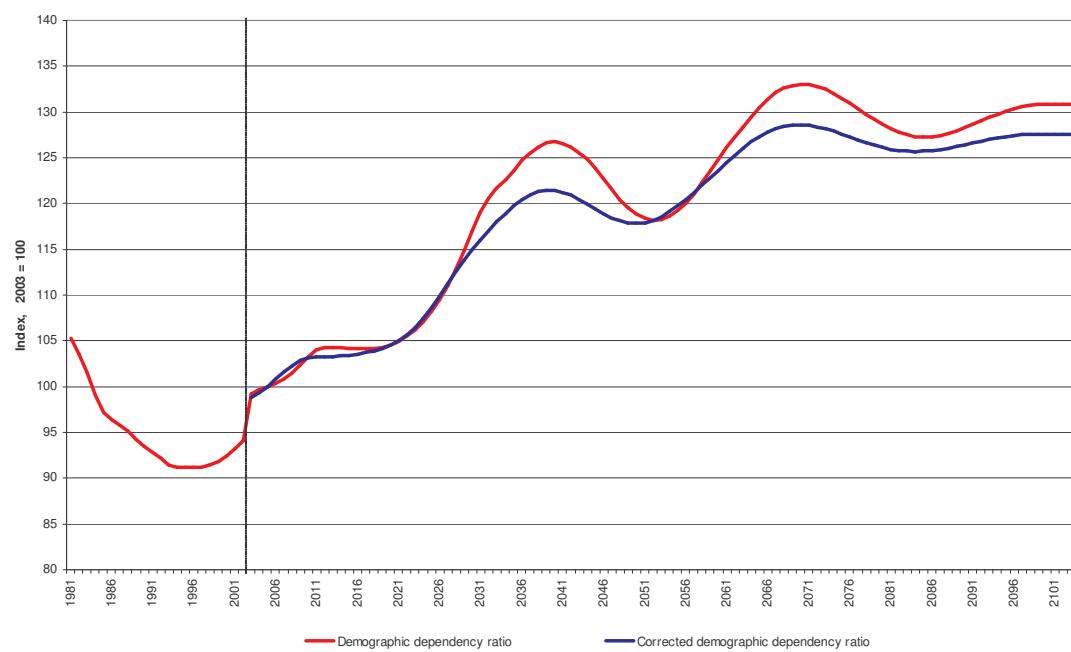


Figure 3.2:

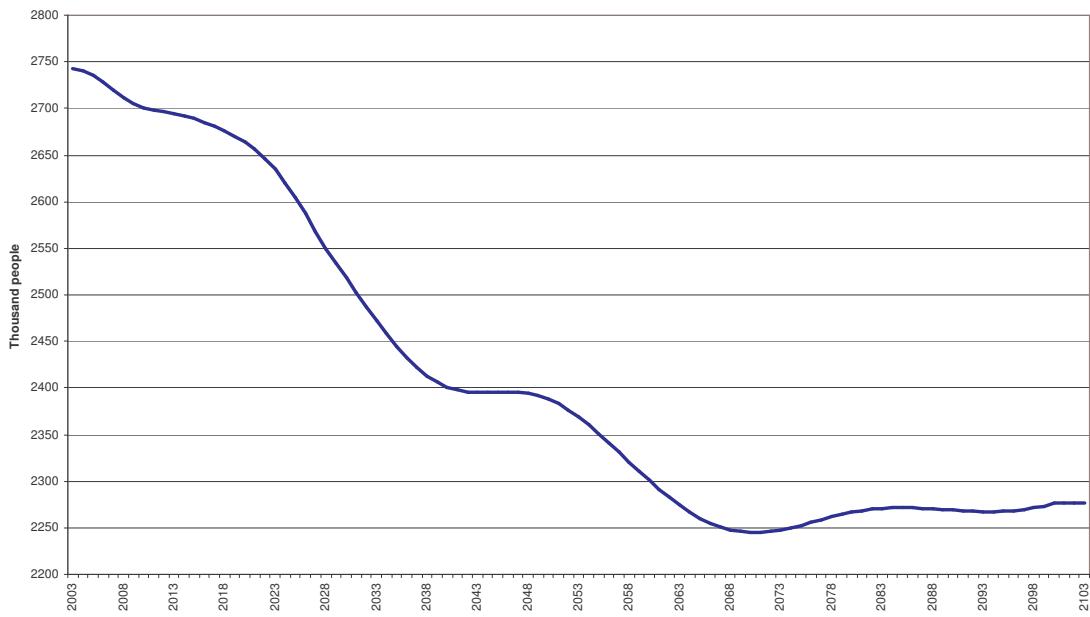


Figure 3.3:

The consequences of the demographic developments for the labour force are seen in 3.3: Because of a changed composition with regards to age and ethnical origin, the labour force falls by about half a million people from 2001 to 2070, after which year it rises slightly. This is equivalent to a fall of 28 per cent.

3.2.2 Aggregate macroeconomic development

The macroeconomic development of the base-line projection can be seen in 3.4. To understand the figures, it is instructive to first observe the projected employment development. The employment level in the base year is measured as a wage level² and is presented as an index *<denne formulering skal lige finpudses>*. That is, when average working hours or demographically-induced productivity changes, the index is affected, whereas it ignores the labour-augmenting productivity growth (because the basic measure is a time unit). Employment measured in this way falls by more than 13 per cent by 2040 and about 19 per cent during the whole century. This fall is dominated by demographic factors.

Despite the fall in employment, projected production (measured by real GDP) nevertheless increases considerably during the projection period. By 2040, it has grown by about 80 per cent, and at the end of the century by more than 400 per cent. This is due to the assumed constant labour-augmenting productivity growth of 2 per cent annually which is ultimately due to technological progress and increased knowledge in the economy.

²So that it takes account of changes in demographically-induced productivity or working hours. In the projection, labour-augmenting productivity growth as well as endogenous changes in the over-all wage level are ignored.

Table: Macroeconomic development

	2003 Level, billion DKK	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2020	2040	2060	2080	2100
		Index in fixed prices, 2003=100												
Private consumption	552.6	100.0	102.2	104.9	106.9	109.5	112.2	114.6	116.9	141.2	197.8	281.9	412.8	617.2
Real GDP	1210.6	100.0	101.9	104.0	106.3	108.6	110.2	112.0	113.8	133.7	180.8	255.4	368.8	551.2
Unemployment*	6.2	6.2	6.4	5.7	5.0	4.9	4.9	4.8	4.8	5.0	5.0	5.2	5.2	5.2
Employment	800.0	100.0	100.0	100.5	100.9	100.4	100.0	99.5	99.0	95.2	86.7	82.4	80.5	81.0
Private non-construction sector	497.1	100.0	99.0	100.1	100.5	102.7	101.9	101.3	100.7	95.9	84.0	78.5	74.9	75.2
Construction sector	58.8	100.0	104.2	106.8	111.4	123.6	122.8	121.3	119.3	111.2	99.8	96.5	97.8	98.3
Public sector	244.1	100.0	100.9	99.8	99.2	90.2	90.8	90.7	90.6	89.8	89.0	86.8	87.7	88.6
Capital stock														
Private non-construction sector	248.2	100.0	102.6	103.7	106.1	108.6	111.0	113.1	115.1	134.9	178.0	249.1	352.9	526.3
Construction sector	10.2	100.0	101.1	101.6	107.7	115.1	119.4	121.9	123.4	142.1	192.8	279.3	421.0	628.5
Public sector	25.8	100.0	98.8	98.0	97.4	96.9	90.3	92.0	93.8	113.4	167.2	242.8	363.5	545.9
Net foreign assets**	-178.0	-12.7	-7.5	-2.8	1.8	7.0	12.2	17.5	22.9	72.7	145.9	196.3	213.5	213.7

* Level in per cent

** Index is assets in per cent of GDP

Figure 3.4:

Table: Macroeconomic development, Growth-corrected

	2003 Level, billion DKK	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2020	2040	2060	2080	2100
		Index in fixed prices, 2003=100, Growth-corrected												
Private consumption	552.6	100	100.2	100.8	100.7	101.2	101.6	101.7	101.8	100.8	95.1	91.2	89.8	90.4
Real GDP	1210.6	100	99.9	100.0	100.2	100.3	99.8	99.5	99.1	95.5	86.9	82.6	80.3	80.7
Unemployment*	6.2	6.2	6.4	5.7	5.0	5.0	4.9	4.9	4.8	5.0	5.0	5.2	5.2	5.2
Employment	800.0	100	100.0	100.5	100.9	100.4	100.0	99.5	99.0	95.2	86.7	82.4	80.5	81.0
Private non-construction sector	497.1	100	99.0	100.1	100.5	102.7	101.9	101.3	100.7	95.9	84.0	78.5	74.9	75.2
Construction sector	58.8	100	104.2	106.8	111.4	123.6	122.8	121.3	119.3	111.2	99.8	96.5	97.8	98.3
Public sector	244.1	100	100.9	99.8	99.2	90.2	90.8	90.7	90.6	89.8	89.0	86.8	87.7	88.6
Capital stock														
Private non-construction sector	248.2	100	100.6	99.7	100.0	100.4	100.5	100.4	100.2	96.3	85.6	80.6	76.8	77.1
Construction sector	10.2	100	99.1	97.7	101.5	106.3	108.2	108.3	107.5	101.5	92.7	90.3	91.6	92.1
Public sector	25.8	100	96.8	94.2	91.8	89.5	81.8	81.7	81.7	81.0	80.4	78.5	79.1	80.0
Net foreign assets**	-178.0	-12.7	-7.5	-2.8	1.8	7.0	12.2	17.5	22.9	72.7	145.9	196.3	213.5	213.7

* Level in per cent

** Index is assets in per cent of GDP

Figure 3.5: Macroeconomic developments

Private consumption grows even more than domestic production; it almost doubles during the next 40 years and grows by more than 500 per cent throughout the century. Also capital stocks grow by a rather large number. Whereas the reported consumption levels etc. of table y are the most relevant to judge possible consequences for economic welfare, the permanently positive trend growth causes these figures to grow towards infinity in the long run, making it difficult to distinguish consequences of other shocks. Because of this, it is often convenient to show the same figures adjusted for labour-augmenting productivity growth. This makes it possible to judge the isolated effects of the remaining projected exogenous changes, among which the demographic changes are the most important ones. The result is seen in 3.5. In growth-corrected terms there is a fall in real GDP which closely follows the fall in employment. Private consumption falls by close to 5 per cent in 2040 and 10 per cent at the end of the century. The fall in private consumption is consequently smaller than the fall in GDP. The reason is that household savings are accumulating rather rapidly when the projection is initiated, mainly because of the funded pensions arrangements, and during the projection period people enjoy increasingly the returns from this accumulation of wealth. One result of this is that net imports can rise to a permanently higher level, enabling consumption levels to rise relative to production in the long run. This can be confirmed by looking at GDP composition in greater detail.

Table: GDP identity in projection

	2003 Level in billion kr.	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2020	2040	2060	2080	2100
	Fixed price index, 2003 = 100, Growth adjusted													
	Pct. of GDP, market prices													
GDP	1401.8	100.0	100.7	100.5	100.8	100.4	100.3	100.0	99.7	97.0	91.1	87.9	87.0	87.5
Private consumption	673.1	48.0	47.8	48.2	48.0	48.3	48.4	48.5	48.7	49.8	50.7	50.6	50.9	50.9
Government consumption	370.4	26.4	26.6	26.1	25.8	23.1	23.2	23.4	23.5	24.4	26.8	27.7	28.7	28.9
Investments	273.5	19.5	19.5	20.1	20.8	22.5	22.4	22.1	21.9	21.2	20.6	20.7	21.6	21.5
Private inv. in production	188.5	13.4	11.8	13.7	13.9	13.8	13.5	13.3	13.3	13.0	12.6	12.2	12.6	12.5
Private inv. in housing	65.3	4.7	6.3	5.0	5.4	9.4	6.8	6.7	6.5	6.0	5.7	6.2	6.5	6.5
Inventory investments	0.9	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Government investments	18.8	1.3	1.5	1.5	1.5	-0.7	2.1	2.1	2.1	2.2	2.3	2.3	2.5	2.5
Net export	84.7	6.0	6.0	5.6	5.4	6.0	6.0	6.0	6.0	4.6	1.8	0.9	-1.2	-1.3
Export	634.9	45.3	44.8	44.9	44.8	45.5	45.4	45.4	45.5	45.0	43.7	43.5	42.1	41.9
Import	-550.2	-39.3	-38.7	-39.3	-39.4	-39.5	-39.4	-39.4	-39.5	-40.4	-41.9	-42.5	-43.3	-43.2
Sum	1401.8	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

Figure 3.6:

3.2.3 Composition of GDP

The changing composition of GDP during the projection reflects the economic adjustments following the demographic changes, cf. 3.6. Private consumption as share of GDP rises by almost 4 percentage points during the 21st century. This reflects the falling aggregate savings rate of the households.

Government consumption falls by 0.6 per cent of GDP from 2003 to 2006, following the official forecast of the Ministry of Finance. In 2007, there is a sharp drop in government consumption of 2.7 percentage points, almost all of which is a result of the fiscal sustainability rule which makes a large permanent adjustment in collective government consumption from this year. Thereafter, the demographic development results in a considerable rise of government consumption of 5.8 per cent of GDP during the whole century.

Also investments rise somewhat during the projection period. Whereas investments relative to GDP falls in the manufacturing sector, this is more than offset by a rise in housing and in government investments. Government investments follow the forecast of the Ministry of Finance until 2006. From 2007 they adjust to maintain a constant capital/output ratio for the government producer. This is the reason for the sharp fall in 2007 when government production drops because of the fiscal sustainability adjustment, and the government capital stock diminishes correspondingly (some of the capital stock is privatized). In all future years, however, government investments rise to a higher level than before, reflecting the need for more services for elderly people.

With both private and government consumption and investments rising during the century, net exports must fall considerably. From positive net exports making out 6 per cent of GDP, the figure falls from around 2010 and becomes negative in the latter half of the century. This is the counterpart of the falling savings rate of both the private and government sectors.

3.2.4 Prices

Table 3.7 shows how some central indices of domestic prices develop relative to the numeraire of the model: the price of foreign goods (which is itself assumed to grow by an inflation level of 1.75 per cent annually). In the steady state, domestic goods prices grow with the same rate as the foreign price, and the nominal (hourly) wage grows with the product of productivity growth and foreign inflation. During the first years of the projection, nominal wages fluctuate somewhat: After a rise in the first projection year, it falls by more than one per cent. From 2007, it slowly rises, illustrating the fact that Danish wage inflation is a little larger than foreign wage growth. This process continues during most of the century. By the end of the century, the domestic wage level has grown by close to 10 per cent relative to foreign wages. This is due to the decline in the Danish labour force combined with the assumption that there are no demographic changes in the rest of the world. The Armington assumption and the fact that the construction and government sectors basically are home-market sectors ensure that domestic prices can differ from the foreign price level.

Table: Prices in projection														
	2003	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2020	2040	2060	2080	2100
	Level in billion kr. Fixed price index, 2003 = 100													
Nominal wage index	1.000	100.0	101.0	99.9	99.9	98.6	99.2	99.6	100.0	101.8	105.9	107.9	109.5	109.4
Consumer price index	1.218	100.0	100.2	100.1	100.1	99.9	99.5	99.3	99.2	99.8	101.2	101.6	102.7	102.1
Government consumption price index	1.005	100.0	100.7	100.1	100.1	99.1	99.6	99.8	100.1	101.5	104.7	106.3	107.6	107.1
Government transfer regulation index	1.000	100.0	100.6	99.2	98.9	97.3	97.6	97.6	97.8	98.6	102.9	104.4	105.5	105.0
Real wage index	0.821	100.0	100.8	99.9	99.9	98.7	99.8	100.3	100.7	102.0	104.6	106.2	106.6	106.0
Housing price index	0.049	100.0	101.1	101.3	101.8	102.3	99.7	99.1	98.5	98.6	98.9	97.6	100.5	100.1

Figure 3.7: Prices

The rise in nominal wages is reflected in the price index for government consumption which is relatively labour-intensive and consequently rises by 7.5 per cent above foreign inflation during the century. Note here that production in the government sector is assumed to have the same productivity growth as the private production sectors unlike the assumption of the National Accounts that the productivity growth rate of government production is zero.

The consumer price index can be thought of as a weighted average of the domestic wage rate and the foreign price level. It consequently follows the nominal wage index partly. Consequently, also the real wage index (which is the nominal wage index divided by the CPI) falls during the first years and then rises by close to 7 per cent during the century.

Finally, the regulation index for government transfers mirrors the nominal wage level, but with adjustments made for changes in annual working time agreements and changes in labour-market pensions

3.2. DREAM'S BASE-LINE PROJECTION

27

Table: Public expenditure and revenue

	2003 Level, billion DKK	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2020	2040	2060	2080	2100
		per cent of GDP												
Expenditure	710.11	50.66	51.10	50.04	49.32	44.00	47.57	47.81	48.12	50.43	54.34	55.07	56.23	56.34
Public transfers	243.02	17.34	17.45	16.89	16.49	16.39	16.52	16.63	16.81	18.15	19.44	19.31	19.27	19.23
- to immigrants, LDC	10.97	0.78	0.80	0.80	0.81	0.82	0.85	0.87	0.90	1.23	1.93	2.34	2.55	2.65
- to immigrants, MDC	7.56	0.54	0.54	0.52	0.52	0.53	0.55	0.56	0.58	0.68	0.82	0.92	0.96	0.97
- to descendants	2.50	0.18	0.19	0.19	0.20	0.21	0.21	0.22	0.24	0.37	0.70	1.13	1.52	1.61
Age-dep. pub. consumption	255.36	18.22	18.36	17.97	17.75	17.68	17.80	17.92	18.04	18.94	21.40	22.24	23.27	23.41
- to immigrants, LDC	5.89	0.42	0.43	0.43	0.44	0.44	0.46	0.47	0.48	0.64	1.06	1.43	1.64	1.77
- to immigrants, MDC	5.62	0.40	0.41	0.41	0.42	0.42	0.43	0.44	0.44	0.49	0.62	0.74	0.81	0.83
- to descendants	6.88	0.49	0.52	0.53	0.55	0.58	0.60	0.63	0.66	0.89	1.21	1.55	1.99	2.18
Non-age-dep. pub. consumption	115.09	8.21	8.26	8.11	8.02	5.45	5.45	5.45	5.45	5.45	5.45	5.45	5.45	5.45
Other Expenditure	96.65	6.89	7.03	7.08	7.06	4.49	7.80	7.82	7.82	7.90	8.05	8.07	8.24	8.25
Revenue	736.77	52.56	52.22	52.40	51.77	51.80	51.56	51.55	51.59	52.70	54.93	55.12	55.34	55.22
Primary budget surplus	26.66	1.90	1.12	2.35	2.45	7.80	3.99	3.73	3.47	2.26	0.60	0.06	-0.89	-1.11
Net interest expenses	27.73	1.98	0.78	0.74	0.63	0.53	0.18	0.00	-0.18	-1.59	-3.34	-4.95	-5.59	-5.62
Net public debt	240.12	17.13	16.04	13.87	11.51	3.86	-0.09	-3.82	-7.34	-37.36	-74.20	-109.24	-122.33	-122.93
GDP in 2003-prices	1401.81	1401.81	1439.94	1466.33	1499.91	1523.62	1552.80	1579.23	1604.69	1903.27	2657.48	3809.78	5603.45	8373.08

Figure 3.8: Government expenditure and revenue

3.2.5 Government finances

The projected development in government finances is seen in table 3.8. In the base year, there is a primary budget surplus of 1.9 per cent of GDP: Total expenditure makes out 50.7 per cent of GDP, whereas revenue is 52.6 per cent. Over the whole century, both revenue and expenditure are expected to increase as per cent of GDP, but expenditure considerably more so than revenues, so that the primary budget surplus turns into a deficit in 2061. In 2100, the deficit is 1.11 per cent of GDP. The budget surplus does not fall monotonously, however. The particular policy reaction rule ensuring fiscal sustainability which is used during the projection creates a budget surplus of more than 3 per cent for a number of years from 2007.

Table 3.9 takes a closer look at the components of the government budget. More than half of total expenditure is used for government consumption. Here, expenditure for individual government consumption as a percentage of GDP is determined by demographics, by the price index for government services relative to other prices, and by the labour-augmenting productivity growth rate relative to the growth rate of real GDP. Whereas all three factors contribute to the increase as per cent of GDP, the demographic component is the most important one. Expenditures for individual government consumption rises from 18.2 per cent of GDP to 21.4 per cent in 2040 and 23.4 per cent in 2100.

Collective government consumption is by assumption a constant percentage of GDP, except that in the base-line scenario fiscal sustainability is ensured by a one-time permanent adjustment in this expenditure. The fall of 2.6 per cent of GDP in 2007 measures hence the size of the fiscal sustainability problem of the Danish economy in this projection.

After government consumption, income transfers to households are the largest expenditure component. They rise by almost four percent of GDP during the century from 17.3 per cent in 2001 to 19.2 per cent in 2100. Again, demographics account for this development as increasingly many people outside the labour force enter various transfer schemes. The expenditure is also affected by the regulation of transfers which closely, but not fully reflects the rise in wages, cf. chapter on government finances. Additionally, transfer regulations are

Table: Public expenditures		2003 Level, billion DKK	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2020	2040	2060	2080	2100
			per cent of GDP												
Expenditure	710.11	50.66	51.10	50.04	49.32	44.00	47.57	47.81	48.12	50.43	54.34	55.07	56.23	56.34	
Government consumption	370.45	26.43	26.62	26.07	25.77	23.13	23.25	23.36	23.49	24.38	26.85	27.69	28.71	28.86	
Income transfer	243.02	17.34	17.45	16.89	16.49	16.39	16.52	16.63	16.81	18.15	19.44	19.31	19.27	19.23	
Government investments	22.66	1.62	1.76	1.79	1.78	-0.83	2.49	2.51	2.51	2.60	2.80	2.83	3.03	3.04	
Product specific subsidies	19.72	1.41	1.39	1.40	1.40	1.42	1.42	1.42	1.42	1.42	1.40	1.40	1.37	1.37	
Transfers to foreign countries	13.61	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	
Other production subsidies residual	16.14	1.15	1.15	1.15	1.16	1.17	1.17	1.16	1.16	1.16	1.13	1.12	1.11	1.10	
VAT contribution to EU	4.26	0.30	0.30	0.30	0.31	0.31	0.31	0.31	0.31	0.31	0.31	0.31	0.31	0.31	
Subsidies to dwelling interest insurance	5.67	0.40	0.40	0.40	0.41	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	
GNI contribution to EU	7.33	0.52	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.54	0.55	0.55	0.56	0.56	
Transfers to households	5.75	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	
Capital transfers to private production sectors	3.68	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	
Other expenditures	-2.16	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16	-0.17	-0.18	-0.18	-0.18	
GDP in 2003-prices	1401.81	1401.81	1439.94	1466.33	1499.91	1523.62	1552.80	1579.23	1604.69	1903.27	2657.48	3809.78	5603.45	8373.08	

Figure 3.9:

affected by labour-market pensions schemes and changes in annual working time as well as various taxes.

Government investments relative to GDP rise relatively much during the projection, from initially 1.6 per cent to ultimately 3 per cent. These investments are governed by the rule that the capital/production ratio should always be constant in the government sector, and as production of government services rise as a percentage of GDP, so does also government capital and consequently investments. Naturally, the size of gross investments are influenced by the calibrated depreciation rate of the productive government capital stock.

The remaining components of government expenditure are all relatively small and do not change very much during the projection - either because they are by assumption constant percentages of GDP like transfers to foreign countries and capital transfers to private production sectors, or because they naturally follow GDP rather closely.

Also revenues rise considerably as a percentage of GDP during the projection, although less so than expenditures, cf. 3.10. Altogether, revenues are projected to rise by about 2.6 per cent of GDP. By far the largest revenue component is the source tax which falls initially following tax reductions, but rises relative to GDP in the long run as (taxable) government transfers and pensions benefits increase. Also VAT revenues rise in the long run as consumption rises relative to GDP. Product-specific indirect taxes fall relative to GDP, however. Most of the decline takes place during the years until 2010 when the tax freeze undermines revenues, but even after 2010 the percentage falls slightly because of a fall in indirect taxes paid by the private production sectors, whose GDP share decreases.

The labour-market contribution tax is a proportional tax on wages and follows GDP very closely during the entire projection. The corporate tax, on the other hand, falls by about 0.4 per cent of GDP during the century. The decline is due to the fact that the share of the production of the private firms to total GDP diminishes during the century (whereas in 2007, as this share momentarily increases because of the cut in government production caused by the fiscal reaction rule, corporate tax revenues increase correspondingly as well).

Table: Public revenues		2003	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2020	2040	2060	2080	2100
	Level, billion DKK	per cent of GDP													
Revenue	736.77	52.56	52.22	52.40	51.77	51.80	51.56	51.55	51.59	52.70	54.93	55.12	55.34	55.22	
Source tax	286.88	20.46	20.19	19.92	19.71	19.38	19.13	19.12	19.18	19.81	21.09	21.50	21.56	21.51	
Value added tax	135.09	9.64	9.83	9.75	9.80	9.95	10.13	10.14	10.13	10.21	10.32	10.38	10.52	10.53	
Product specific taxes	67.42	4.81	4.73	4.68	4.61	4.64	4.54	4.48	4.41	4.45	4.42	4.40	4.38	4.38	
Labor market contribution tax	62.13	4.43	4.44	4.43	4.43	4.37	4.39	4.39	4.40	4.43	4.46	4.47	4.48	4.48	
Corporate tax	39.93	2.85	2.77	2.74	2.73	2.93	2.86	2.83	2.82	2.64	2.57	2.53	2.48	2.46	
Capital income	27.18	1.94	1.88	1.83	1.78	1.74	1.59	1.60	1.60	1.65	1.78	1.82	1.87	1.88	
Property taxes	16.51	1.18	1.16	1.16	1.16	1.16	1.16	1.16	1.16	1.14	1.08	1.07	1.05	1.05	
Registration taxes on vehicles	13.55	0.97	0.93	0.97	0.97	0.95	0.95	0.95	0.95	0.96	0.96	0.94	0.96	0.95	
Imputed contribution to civil servant pensions	12.32	0.88	0.87	0.87	0.87	0.88	0.88	0.88	0.88	0.91	0.96	1.00	1.01	1.00	
Taxation of pension funds	13.50	0.96	0.96	1.51	1.10	1.14	1.19	1.23	1.27	1.60	1.93	1.97	1.86	1.84	
Contribution to unemployment insurance	10.12	0.72	0.72	0.71	0.70	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69	0.71	0.71	0.71	0.71	
Other revenues	52.13	3.72	3.75	3.82	3.89	3.97	4.05	4.09	4.10	4.22	4.66	4.32	4.46	4.42	
GDP in 2003-prices	1401.81	1401.81	1439.94	1466.33	1499.91	1523.62	1552.80	1579.23	1604.69	1903.27	2657.48	3809.78	5603.45	8373.08	

Figure 3.10:

3.2.6 National wealth

The composition of national wealth changes considerably during the projection, cf. 3.11. One of the noticeable features is that the free financial wealth of households declines considerably during the projection period and indeed becomes negative for several decades. Towards the end of the century, net household financial wealth again becomes positive as a consequence of the generational changes.

Financial wealth in the labour-market and private pensions arrangement naturally grow considerably as these two arrangements mature. They attain their highest total wealth some time around 2040 (?), at which time they have accumulated assets of 2540 billion DKK in growth-corrected terms. This corresponds to more than double their sum of assets in 2003, which amounts to 1142 billion DKK. After 2040, these pension assets diminish a little following the smaller populations in the labour-market-active ages.

The LD fund, which initially possesses bonds of 54 billion DKK, decumulates its assets progressively during the projection and closes down completely in 2031, at which time all its assets have been paid out.

The relatively recent SP fund (founded in 1998?) accumulates assets until around 2060, at which time it administers assets of close to 170 billion DKK. This makes it around 75 % the size of the ATP fund, which is relatively mature already in the initial year and diminishes from the years from 2020 to 2100 following the decrease in the labour force.

Equilibrium in the financial markets imply that the total financial wealth of households and various pension funds must equal the (equity and debt) value of domestic firms plus domestic government debt plus net foreign assets.

As the government is assumed to follow a savings strategy to preserve fiscal sustainability during the base-line projection, the government debt of 240 billion DKK in 2003 quickly turns into positive net government assets (in 2008), after which the government keeps accumulating assets throughout the whole projection. By 2100, government net assets have reached the formidable sum of 1500 billion DKK.

Table: Assets in projection													
	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2020	2040	2060	2080	2100
<i>in billion kr., Growth adjusted</i>													
+ Financial wealth of households	666.9	641.5	613.7	582.2	480.2	422.8	367.8	318.6	-22.5	-161.1	-76.4	98.9	118.9
+ Financial wealth, pension funds	1141.7	1255.4	1319.0	1386.1	1449.2	1510.6	1571.9	1630.7	2126.7	2540.0	2529.3	2368.1	2353.4
+ Financial wealth, LD Fund	54.2	52.8	51.3	49.8	48.2	46.5	44.7	42.7	22.6	0.0	0.0	0.0	0.0
+ Financial wealth, SP Fund	41.3	41.4	41.3	41.2	40.9	47.6	54.1	60.5	116.2	161.3	167.7	156.9	158.3
+ Financial wealth, ATP Fund	263.3	265.9	268.2	270.1	271.6	272.9	273.8	274.5	261.0	220.2	211.0	201.9	202.8
- Debt of government sector	240.1	226.5	195.4	162.7	54.4	-1.2	-53.6	-102.5	-507.8	-947.7	-1346.1	-1492.1	-1507.8
- Equity and debt of firms	2105.2	2136.7	2137.7	2141.9	2137.7	2129.9	2120.3	2110.2	2024.0	1844.3	1758.7	1714.2	1720.2
= Net foreign assets	-178.0	-106.1	-39.6	24.8	98.1	171.8	245.6	319.4	987.7	1863.8	2418.9	2603.6	2621.0
Value of household dwellings stock	2324.4	2339.9	2329.1	2323.5	2372.2	2383.1	2391.6	2396.2	2361.6	2239.2	2192.5	2146.7	2157.7
- of which land makes out (in per cent)	22.2	22.5	22.6	22.6	22.1	22.0	21.8	21.6	20.5	19.1	18.6	18.8	18.8
- of which buildings make out (in per cent)	77.8	77.5	77.4	77.4	77.9	78.0	78.2	78.4	79.5	80.9	81.4	81.2	81.2

Figure 3.11:

The sum of equity and debt of firms shrinks during the projection after a minor initial rise. After 100 years, it has fallen to about 82 per cent of its initial value, roughly corresponding to the decline in domestic production.

Initially, net foreign assets are negative, but due to both private and government positive net savings and the decline in domestic physical capital, Denmark accumulates very large foreign assets. In 2100, net foreign assets make out 2621 billion DKK in the projection or more than twice the size of GDP.

The last asset calculated separately in DREAM is the stock of dwellings of households, the value of which is relatively stable during the projection period, but does decline by about 7 per cent.

Total national wealth can be computed as the sum of net financial assets of households, all pensions arrangements and the government sector plus the value of household dwellings. This will also be equal to domestic physical capital (equity and debt of firms plus the value of residential capital) plus net foreign assets. Defined in this way, national wealth grows from less than 4.300 billion DKK in 2003 to 6.500 billion DKK in 2100, even in growth- and inflation-corrected terms. This is mainly due to the assumed development in government debt, but also the total value of household and pensions assets grow by about 500 billion DKK during the projection. The huge government savings are consequently not offset, but supplemented by increased private savings in this scenario.

Intergenerational matters?

Generational accounting

As an overlapping generations model, DREAM is well-suited to analyse intergenerational issues. A central tool is generational accounting which distributes all government expenditures and revenues over the different age groups (and possibly also over genders and origin groups)³.

³All expenditures and revenues of the primary budget are distributed according to the model. Some entries are distributed lump-sum because of lack of data or because no other distribution principle is deemed sensible (for instance in the case of expenditures for collective government consumption). Cf. Gruno (2005) for a

For 2003, the resulting net contribution from each age group to the government is seen in Figure ...

(Figure of age distribution in base year about here)

It shows the intuitive result that people are on average net recipients vis-a-vis the government from their birth until they are 23 years old, and again from the time when they are 63 years old until death, whereas they are net contributors from 24-62 years old when their tax payments, mainly from labour income, exceeds their transfers and the value of other government expenditures allocated to them. Note that the generational accounting comprises all age groups including children, even though only adult generations (from 17 years of age) are considered to make independent economic decisions in the DREAM model. Children below 17 years are assumed not to receive any market income or pay taxes, but they do receive some government consumption expenditures and transfers.

Figure ... shows a picture of the momentary (or cross-sectional) distribution across all generations alive in 2003. Another question concerns the position of a cohort vis-a-vis the government over its entire life. Figure ... shows the present value of net government contributions over the entire life for all generations born in 2003 and later.

(Figure of discounted life-time net contributions about here)

The figure shows that all generations born from 2003 and onwards - i.e. all generations who live their entire life inside the time horizon of the model - are net recipients vis-a-vis the government in present value terms. Two reasons enable such a result even for an economy where the government respects its intertemporal budget constraint: Firstly, the generations who were born before 2003, but are still alive, also contribute to the government budget. Secondly, discounting implies that contributions paid (or benefits received) early in life weigh more heavily than contributions paid or benefits received later. As individuals are always net beneficiaries during childhood and youth in the Danish welfare system (because of transfers to children and day-care and educational expenses), the benefits received may outweigh the contributions paid later in present value terms even under a balanced budget. This is the opposite effect of a PAYG pensions system.



GrønREFORM modellen

Introduktion og overblik

GrønREFORM-gruppen

Baggrundsnotat

10. november 2020

www.dreamgruppen.dk

Forord

Dette notat giver en generel introduktion til GrønREFORM-modellen. Notatet er en lettere omskrevet version af introduktionen til modellen som findes på modellens hjemmeside, grønreform.dk. På hjemmesiden ligger også en række notater, der uddyber mange af de modelaspekter, som er beskrevet i dette notat.

Notatet indeholder en generel introduktion til GrønREFORM-projektet. Herefter følger en relativt uteknisk gennemgang af den overordnede tilgang til modellering af økonomien såvel som en mere detaljeret modellering af områder af økonomien, som er særligt vigtige for den grønne omstilling.

Indhold

1.	Introduktion til GrønREFORM	4
1.1	Strategi.....	5
2.	Generel ligevægtsmodel	7
2.1	Brancher og produkter	8
2.2	Datagrundlag	8
2.3	Virksomheder og husholdningers adfærd	9
2.4	Den offentlige sektor.....	9
2.5	Udledninger.....	9
2.6	Interaktion med udlandet.....	10
3.	Landbrug og arealanvendelse	11
3.1	Landbrugets produktionsstruktur.....	11
3.2	Inddragelse af teknologiske virkemidler.....	12
3.3	Arealanvendelse.....	12
4.	Energiforsyning	13
5.	Transport	14
5.1	Afgrænsning	14
5.2	Datagrundlag	15
5.3	Brancheopdeling	15
5.4	Opdeling af køretøjs- og drivmiddelteknologier	15
5.5	Opdeling af transportformål og inklusion af trængelseffekter	16
6.	Affald.....	17
6.1	Datagrundlag	17
6.2	Modellen.....	17
7.	Reduktion af emissioner fra andre sektorer	19
7.1	Modellering af teknologiske reduktionsmuligheder	19

1. Introduktion til GrønREFORM

GrønREFORM er en miljø- og klimaøkonomisk model for dansk økonomi, der aktuelt er under udvikling i samarbejde mellem DREAM og forskere fra København og Aarhus universitet.

Formålet er at udvikle et analyseredskab, der kan bruges til en sammenhængende og konsistent vurdering af miljø- og klimaeffekter af den økonomiske politik, og samfunds- og erhvervsøkonomiske effekter af miljø-, energi- og klimapolitik. En væsentlig præmis for dette, og et formål i sig selv, er at modellens grundforløb skal give en samlet vurdering af, hvordan den fremadrettede økonomiske udvikling kan forventes at påvirke miljø og klima, og om udviklingen er i overensstemmelse med de politiske mål på disse områder.

For at vurdere den fremtidige påvirkning af klima og miljø er det nødvendigt med en model, som har en særligt detaljeret beskrivelse af de brancher, som især har betydning for disse områder. Ved udvikling af GrønREFORM lægges derfor vægt på udviklingen af delmodeller, der beskriver energisektoren, transportsektoren, landbruget, affalds- og genanvendelsessektoren mv.

Som overbygning til disse delmodeller udvikles en hovedmodel i form af en generel ligevägtsmodel, der beskriver den samlede økonomiske aktivitet i Danmark, og samler resultater fra delmodellerne. GrønREFORM bliver udviklet som et fuldt integreret modelsystem, hvor alle delmodeller og hovedmodellen hænger sammen og løses simultant.

Hovedmodellen vil ligesom multisektormodellen REFORM indeholde et stort antal brancher. Mens REFORM ikke beskriver økonomiens tilpasning over tid (modellen er statisk), udvikles GrønREFORM ligesom MAKRO som en såkaldt dynamisk model, der beskrives den økonomiske udvikling fra år til år mange år ud i fremtiden.

Modeludviklingen tager afsæt i den modelstruktur og tekniske opbygning, der i DREAM er udviklet til MAKRO. Detaljeringsgraden i modelleringen af visse forhold vil dog være markant forskellig i de to modeller. I GrønREFORM vil brancher, der har særlig betydning for udviklingen i miljøtilstanden og udledningen af drivhusgasser såsom energisektoren, transportsektoren, landbruget og affalds- og genanvendelsessektoren blive beskrevet særdeles nøje, mens andre forhold, som der er fokus på i MAKRO vil blive beskrevet mindre detaljeret.

Målsætningen for projektet er, at der i efteråret 2021 skal være en færdig model, der lever op til formålet, og med teknisk setup, der gør modellen relativ nem at bruge i praksis.

Ambitionen med projektet er, at GrønREFORM bliver et integreret værktøj blandt relevante myndigheder, tænketanke, interesseorganisationer mv., og at model og datagrundlag så vidt muligt bliver frit tilgængelig.

Projektet er startet af Peter Birch Sørensen, der i 2016 formulerede forskningsprojektet "THE GREEN REFORM MODEL: A Model of the Interaction of the Environment and the Danish Economy". Carlsberg Fondet finansierede projektet med 6,05 mio. kr. Herudover bidrog Economic Policy Research Network på Københavns Universitet med 0,25 mio. kr. og KR Foundation med 0,25 mio. kr. til finansiering af modeludvikling i DREAM-gruppen. I 2019 gik Finansministeriet ind i projektet ved at finansiere oprettelsen af en dedikeret modelgruppe med 4 AC'ere og 4 studenter i DREAM-gruppen. Finansministeriets bevilling er på 6,76 mio. kr. og løber over 2 år fra oktober 2019.

Projektgruppen er organiseret i arbejdsgrupper på tværs af modelgruppen og forskningsgruppen med et ansvar for udvikling og integration af integration af de respektive delmodeller og ligevægtsmodellen. Der er på hjemmesiden en sektion for hver arbejdsgruppe, hvor man kan følge med i udviklingen i de respektive delmodeller.

Arbejdsgrupper:

- Generel ligevægtsmodel
- Landbrug
- Energiforsyning
- Transport
- Affald og genanvendelse
- Reduktion af emissioner fra andre sektorer

Det er et stort ønske om åbenhed og tilgængelighed fra alle interesserter bag projektet. Projektgruppen bestræber sig på åbenhed og inddragelse i udviklingsforløbet, og arbejder ud fra en ambition om, at modellen, når den er færdig, skal være så let tilgængelig som muligt.

I udviklingsforløbet vil der blive inviteret til offentlige seminarer, og der vil løbende blive offentliggjort arbejdspapirer og lignende på hjemmesiden. Projektgruppen deltager desuden i konferencer mv. og bestræber sig på at inddrage relevante interesserter undervejs i forløbet.

Den færdige model skal være så let tilgængelig som mulig, men med en detaljerigdom, der gør den relevant for politikevaluering på relativt detaljeret niveau. Begge dele er væsentlige forudsætninger for at lykkes med en ambition om, at modellen bliver et integreret værktøj i relevante ministerier, myndigheder, tænketanke, interesseorganisationer mv.

Modellen vil uundgåeligt blive forholdsvis kompleks, og det vil kræve en betydelig investering i humankapital at kunne bruge den i praksis. Ligeså er det ikke sikkert, at man af rettighedsmæssige årsager kan offentligøre hele modellens datagrundlag. Men det er altså en klar målsætning at sikre den størst mulige grad af åbenhed og tilgængelighed.

1.1 Strategi

Udgangspunktet for GrønREFORM er en dynamisk generel ligevægtsmodel med den samme grundlæggende modelarkitektur som MAKRO, der er en model, DREAM-gruppen udvikler til brug for Finansministeriets mellemfristede fremskrivninger. Der er meget teknik og metodeudvikling, der kan overføres direkte fra MAKRO til GrønREFORM.

GrønREFORM skal kunne bruges til at lave miljøøkonomiske fremskrivninger på baggrund af beregninger foretaget med MAKRO, så man f.eks. kan vurdere, hvordan den fremadrettede økonomiske udvikling kan forventes at påvirke miljø og klima, og om udviklingen er i overensstemmelse med de politiske mål på disse områder. Derfor er det vigtigt, at GrønREFORM så vidt muligt bygger videre på den branchestruktur mv., der er i MAKRO.

Beskrivelsen af produktionen og investeringer i ny teknologi vil også blive mere kompleks end i MAKRO, for at GrønREFORM endogent kan beskrive, hvordan nye mindre forurenende teknologier fortrænger den eksisterende teknologi over tid afhængigt af den første politik. Hvor det er muligt, skal GrønREFORM gøre brug af ekspertvurderinger i form af diverse fremskrivninger og bottom-up teknologikataloger.

GrønREFORM skal bestå af et fuldt integreret modelsystem, således at alle delmodeller og ligevægtsmodellen hænger sammen og løses simultant. Det kan ses i modsætning til et sy-

stem af modeller, hvor man løser en model ad gangen, og itererer sig frem til en samlet løsning. Ønsket om en fuldt integreret model er begrundet af hensyn til at minimere den tid, det tager at lave eksperimenter med modellen, samt et ønske om at sikre fuld konsistens i beskrivelsen af spillet mellem økonomiens forskellige sektorer. Men det er en udfordring, dels fordi det bidrager yderligere til modellens beregningsomfang, og dels fordi de teknologi-fokuserede modeller, der findes i dag, typisk rent teknisk ikke er forenelige med en generel ligevægtsmodel.

Delmodellerne skal, hvor det er muligt, anvende bottom-up data og forudsætninger i relevante teknologikataloger. Det vil blive tilstræbt at inddarbejde den tekniske viden og data der for hvert område findes indlejret i specialiserede tekniske modeller. Ud over begrænsninger på ressourcer og ekspertviden i projektgruppen, er det overordnede mål om et fuldt integreret modelsystem også en begrænsende faktor i forhold til dette. Derfor skal der være mulighed for, at grundforløb og marginalegenskaber i praksis kan tilpasses til relevante eksterne fremskrivninger og ekspertvurderinger efter behov.

GrønREFORM skal kunne beskrive udledningen af de forurenende stoffer i Danmarks Statistik's emissionsregnskab fra samtlige erhverv samt husholdninger og det offentlige, og hvordan emissionskoefficienterne påvirkes af ændrede miljøafgifter og andre former for regulering, der indvirker på virksomhedernes omkostninger ved udledning. Det kræver uddover et detaljeret datagrundlag, at afgift og støttesystemer beskrives forholdsvis detaljeret.

2. Generel ligevægtsmodel

Den generelle ligevægtsmodel er hovedmodellen i GrønREFORM, hvorigennem delmodellerne for transport, landbrug, affald, og energiforsyningen er koblet sammen. Modellen beskriver den samlede økonomiske aktivitet i Danmark, overførsler til og fra den offentlige sektor, energiforbruget, og den deraf afledte udledning af forurenende stoffer fordelt på et stort antal brancher og på husholdningerne.

Modellen er forankret i nationalregnskabet, i det grønne nationalregnskab og i emissionsregnskabet fra Danmarks Statistik, og modellens afgrænsning og diverse definitioner følger deraf.

Modellen kan med udgangspunkt i et givet basisår fremskrive de oplysninger, der findes opgjort for historiske år i disse regnskaber. Det kræver, at der gøres en lang række forudsætninger, men via eksperimenter med modellen kan man undersøge, hvad konkrete ændringer i disse forudsætninger betyder for fremskrivningen.

På nogle områder vil modellen have et mindre detaljeret niveau end de offentliggjorte regnskaber. På andre områder skal modellen være mere detaljeret og bygge på et tilsvarende mere detaljeret datagrundlag, for at den kan give en tilfredsstillende beskrivelse af klima- og miljøøkonomiske problemstillinger.

Modellen er en flersektor model som REFORM. Men i modsætning til REFORM, der er en statistisk model, er GrønREFORM en dynamisk model som MAKRO. Det vil sige, at den skal beskrive udviklingen i økonomien mange år ud i fremtiden på et meget detaljeret niveau. Rent teknisk er det en udfordring at udvikle sådan en model, da de mange brancher og den detaljerede beskrivelse af energiforbrug mv. vil øge modellens dimensionalitet i forhold til MAKRO, som allerede er en relativt stor model. Dertil kommer behovet for mere detaljeret data, end der i dag findes tilgængeligt.

På det metodiske og teoretiske plan er udfordringerne mindre, da modellen vil blive baseret på den samme modelarkitektur, der er udviklet af DREAM-gruppen til MAKRO og REFORM. Undtagelsen er de brancher og de forhold, der er omfattet af GrønREFORM's delmodeller. Det vil sige energiforsyning, transport, landbrug, affaldshåndtering og reduktion af forurening gennem investering i ny teknologi på tværs af sektorer. Udviklingen af delmodellerne er beskrevet på selvstændige sider.

Modeludviklingen tager afsæt i den modelstruktur og tekniske opbygning, der er udviklet til MAKRO. Men formålet med MAKRO er et andet end GrønREFORM, og det vil blive afspejlet i prioriteringen af, hvor detaljeret de to modeller beskriver forskellige forhold.

På nogle områder vil GrønREFORM være simplere end MAKRO. Det gælder i forhold til beskrivelsen af arbejdsmarkedet, pensionssystemet, mv. Det afspejler bl.a., at det i MAKRO er vigtigt at beskrive tilpasningen fra den aktuelle konjunktursituation mod strukturel ligevægt og effekter af ændringer i f.eks. pensionsbeskatningen over tid. I GrønREFORM tages sådanne forhold for givet, ved at modellen kalibreres til at matche et grundforløb fra MAKRO.

Men modellen skal kunne give en god beskrivelse af effekter af miljø og klimapolitiske tiltag over tid. Det indebærer eksempelvis, at der indarbejdes træghed i tilpasningen af investeringsomfanget i de enkelte brancher.

Det udviklingsforløb, der beskrives i den følgende tekst tager afsæt i status per 1. oktober 2019 med sigte på målsætningen om en færdig model 2 år senere. Der var ved starten af ok-

tober 2019 allerede udviklet en første version af den generelle ligevægtsmodel. Det er en dynamisk flersektormodel, hvor hver branche producerer et homogent (ensartet) produkt, og hvor de enkelte branchers samlede materialeinput fordeles på anvendelse til energi og øvrige materialeinput i produktionen. Modellens arbejdsmarked er kalibreret til MAKRO, og husholdningernes adfærd og den offentlige sektor er simpelt beskrevet. Modellen beskriver udviklingen i dansk økonomi hvert år frem mod år 2100.

I forhold til udviklingen af ligevægtsmodellen er der aktuelt fokus på at gøre modellen klar til den første integration med delmodellerne. Integrationen af delmodellerne er på deres respektive afsnit på hjemmesiden. Der kan særligt henvises til afsnittet om delmodellen for energiforsyningen, hvor det er beskrevet, hvordan det på nuværende tidspunkt er lykkedes at skabe en fuldstændig integration mellem denne delmodel og den generelle ligevægtsmodel.

2.1 Brancher og produkter

Produktionen i de brancher, der er omfattet af GrønREFORM's delmodeller, dvs. energiforsyning, landbrug, og transport, skal som udgangspunkt allerede være fuldt beskrevet i den generelle ligevægtsmodel, men baseret på de samme antagelser om producentadfærd som de øvrige brancher. Dermed kan delmodellerne trække på data, der allerede er integreret i modellen, og vil så bidrage med alternative beskrivelser af producentadfærd i de respektive brancher. Det har også den fordel, at delmodellerne i principippet kan slås til og fra efter behov. Til gengæld stiller det store krav til udvikling af en lang række datasæt med en mere fintmasket brancheopdeling i den generelle ligevægtsmodels datagrundlag fra Danmarks Statistik.

I generelle ligevægtsmodeller som REFORM og MAKRO antages en hver branche at leve ét ensartet (homogent) ikke nærmere defineret produkt. I GrønREFORM vil mange brancher producere mere end et produkt, og desuden også biprodukter i form af affald og emissioner. Energi vil blive beskrevet i fysiske mængder baseret på energiindhold, og kan produceres af flere brancher samtidig. Den øvrige produktion vil være beskrevet som homogene produkter for hver given branche på sædvanlig vis.

2.2 Datagrundlag

Udvikling af internt konsistent og tilstrækkelig detaljeret data er en hjørnesten for projektet. Der er etableret et samarbejde med Danmarks Statistik med henblik på at udvikle et samlet datagrundlag til hovedmodellen. I løbet af 2020 udvikler Danmarks Statistik et komplet men foreløbigt datagrundlag til modellen. Det er forventningen, at der i løbet af 2021 og fremadrettet vil skulle afsættes yderligere ressourcer til udvikling og opdatering af dette data fra Danmarks Statistik og data fra andre kilder.

Datagrundlaget for hovedmodellen består af nationalregnskabets input-output tabeller udvidet med GrønREFORM's brancher og produktstruktur samt tilsvarende detaljerede opdelinger af energiregnskaber, emissionsregnskaber, affaldsregnskaber og opgørelser og transportmiddelbestand pba. af motorregistreret.

I forhold til transport, landbrug og affald, er der hver for sig lavet brancheopdelinger af input-output tabellerne, som aktuelt anvendes i udviklingen af delmodellerne.

Beskrivelsen af energi anvendt til forskellige formål (varme, proces etc.) og med forskellige afgifter og tilskud er meget vigtig. For det første er det vigtigt, at modellen kan beskrive nuancerne i afgifts og støttereglerne så godt som muligt. For det andet kan de teknologiske reduktionsmuligheder være meget forskellige afhængigt af den konkrete anvendelse af en energitype. Der er imidlertid ikke et etableret konsistent datagrundlag for at beskrive fordelingen af energiforbrug og afgiftsbetalinger på formål eller afgiftsgrundlag. I samarbejde med

Danmarks Statistik er der blevet udviklet det nødvendige datagrundlag på et foreløbigt grundlag.

2.3 Virksomheders og husholdningers adfærd

Producentadfærd i modellen er i den aktuelle modelversion en lidt simplificeret version af MAKRO, men med den væsentlige forskel, at forbrug af materialer (varer og tjenester) i produktionen er opdelt i henholdsvis input af energi og materieforbrug.

I den aktuelle modelversion er husholdningernes adfærd beskrevet ganske simpelt. Husholdningernes dynamiske adfærd (forventningsdannelse) vil blive modelleret mere simpelt end i MAKRO af hensyn til at reducere modellens kompleksitet og beregningsmæssige omfang.

Husholdningernes adfærd er ikke afgørende for integrationen mellem den generelle ligevægtsmodel og delmodellerne. Modelleringen er i gang, men det er qua ovenstående ikke aktuelt et højt prioriteret udviklingsområde.

2.4 Den offentlige sektor

Den offentlige sektor i GrønREFORM vil følge MAKRO tæt, men med en mere detaljeret beskrivelse af energi- og miljørelaterede afgifter og subsidier, og en mindre detaljeret beskrivelse på mange andre områder.

Den offentlige sektor er ikke afgørende for integrationen mellem ligevægtsmodellen og delmodellerne. Modelleringen af den offentlige sektor er i gang, men det er qua ovenstående ikke aktuelt et højt prioriteret udviklingsområde.

2.5 Udledninger

GrønREFORM indeholder en detaljeret beskrivelse af udledninger af drivhusgasser samt en række andre kilder til luftforurening. Udledninger af følgende drivhusgasser er inkluderet i modellen:

- CO₂ (ekskl. og inkl. biomasse)
- CH₄
- N₂O
- SF₆
- PFC
- HFC

Desuden inkluderer vi for nuværende følgende andre typer af udledninger:

- SO₂
- NO_x
- CO
- NH₃
- NMVOC
- Partikelforurening (PM₁₀ og PM_{2.5})

2.6 Interaktion med udlandet

Som udgangspunkt modelleres udenrigshandel med en klassisk Armington-antagelse. Det indebærer, at dansk producerede varer opfattes som imperfekte substitutter til tilsvarende importerede varer. Modellens forudsigelser i forhold til effekter af ændret konkurrenceevne afhænger afgørende af det konkrete valg af parametre. I ét yderpunkt kan danske producenter overvælte udgifter til øgede afgifter eller lønninger i outputprisen uden at tage markedsandele til importerede alternativer eller på eksportmarkedet. Et andet yderpunkt er, at konkurrencen er så tæt, at outputprisen ikke kan afvige fra et givet udenlandsk prisniveau. Der kan være stor variation i, hvor imellem disse to yderpunkter markedsvilkårene er for de enkelte brancher og produkter. For mange af energi-varerne og for landbrugsprodukter findes etablerede verdensmarkedspriser, som det vil blive antaget, at de danske producenter følger tæt.

Regulering af danske udledninger af drivhusgasser kan have betydning for udledningen af drivhusgasser i andre lande. Dette fænomen kaldes ofte for *CO₂-lækage*. I mange tilfælde vil en strammere regulering af danske udledninger føre til en merudledning i udlandet. Den globale effekt på udledningen af drivhusgasser vil derfor være mindre end effekten på udledningerne fra dansk territorium.

GrønREFORM er som udgangspunkt model for den danske økonomi og de dertil hørende danske udledninger. Det betyder, at modellen ikke siger noget om størrelsen af CO₂-lækage og om de globale effekter af dansk klima- og miljøpolitik. Imidlertid er interessen for disse emner stor. Planen er derfor at tilføje en simpel eftermodel, der kan beregne den langsigtede lækageeffekt som konsekvens af en GrønREFORM-kørsel. Planen er, at eftermodellen tager udgangspunkt i eksterne beregninger af lækagens størrelsесorden fra forskellige dele af dansk økonomi, eksempelvis kunne beregningerne af lækage i De Økonomiske Råds Formandsskabs rapport Miljø og Økonomi 2019.

Modelleringen af udenrigshandel og lækage er ikke afgørende for integrationen mellem ligevægtsmodellen og delmodellerne. Derfor er det heller ikke aktuelt et højt prioriteret udviklingsområde.

3. Landbrug og arealanvendelse

Landbrugets produktion af animalske og vegetabiliske produkter giver anledning til over 20% af de samlede udledninger af drivhusgasser fra dansk territorium. Det er derfor væsentligt, at GrønREFORM beskriver landbrugets produktion på et relativt detaljeret niveau.

En anden kilde til udledninger af drivhusgasser er arealanvendelse. Arealanvendelse, som på engelsk ofte betegnes LULUCF (Land Use, Land Use Change and Forestry) giver anledning til omkring 6% af Danmarks udledninger. Landbrugets udledninger og udledninger fra arealanvendelse er tæt forbundet, da landbruget anvender omkring 2/3 af det samlede danske areal. Dog giver særligt modelleringen af nettoudledningerne fra de danske skove anledning til en række separate udfordringer.

Som en del af GrønREFORM-projektet udvikles der derfor et modul for landbrugets produktion og udledninger samt et modul for udledninger forbundet med arealanvendelse.

Modellerne udvikles af Cecilie Jørgensen og Simon Christiansen, Aarhus Universitet. Modelgruppen i DREAM bistår arbejdet med teknisk viden og med at integrere de to modeller i GrønREFORM-modellen.

I det følgende gives en generel introduktion til landbrugsmodulet.

3.1 Landbrugets produktionsstruktur

Formålet med landbrugsmodulet er at modellere landbrugsbedrifternes produktionsbeslutning og de deraf resulterende udledninger af drivhusgasser samt andre miljømæssige effekter såsom udvaskning af kvælstof og fosfor til vandmiljøet og udledning af ammoniak til luftmiljøet.

Der er tre overordnede udfordringer ved modelleringen af landbrugets udledninger. For det første er nationalregnskabets landbrugssektor ikke tilstrækkelig underopdelt i forskellige typer landbrugsproduktion til at kunne give et detaljeret billede af sektorens klima- og miljøefekter. For det andet adskiller landbrugets produktionsstruktur sig fra andre brancher i økonominien. For det tredje er en stor del af landbrugets udledninger ikke relateret til brændselsforbrug, men i stedet til dyrenes fordøjelse, håndtering og opbevaring af husdyrgødning samt udbringning af gødning på markerne.

Landbrugsmodulet løser disse tre udfordringer. Med inspiration fra den internationale litteratur, såvel som fra den eksisterende danske landbrugsøkonomiske model ESMERALDA konstrueres produktionsfunktioner for hhv. animalsk og vegetabilisk landbrugsproduktion, som afspejler landbrugets produktionsstruktur. I den vegetabiliske produktion indgår jord som et input i produktionen. Produktionsstrukturen gør det muligt at modellere landbrugets udledninger (ikke-energirelaterede såvel som energirelaterede) i direkte sammenhæng med de inputs, som giver anledning til udledningerne. Fx kan udledningerne fra udbringning af gødning på marken sættes i direkte forhold til de enkelte produktionsgrenes forbrug af husdyrgødning og kunstgødning.

Den vegetabiliske og animalske produktion opdeles yderligere til i alt 12 forskellige produktionsgrenene, som tilsammen svarer til nationalregnskabets landbrugssektor. Produktionsgrenene leverer landbrugsinputs til hinanden, og leverer desuden landbrugsvarer til resten af økonominien.

Arbejdet med landbrugsmodulet har i første omgang været styret af et fokus på at modelere landbrugets udledninger af drivhusgasser tilfredsstillende. Men det er planen, at modulet også skal kunne modellere en række andre miljøeffekter fra landbrugsproduktionen. Målet er, at modulet kan informere om landbrugets udledninger af:

- Drivhusgasser (metan, lattergas og CO₂)
- Partikelforurening
- Ammoniak
- Fosfor
- Kvælstof

3.2 Inddragelse af teknologiske virkemidler

I landbrugets produktionsfunktion er der indbygget en række muligheder for, at erhvervet kan reducere sine udledninger. Eksempelvis kan landbruget reducere sit forbrug af kvælstof-gødning, hvilket vil reducere udledningerne af drivhusgasser og kvælstof. I midlertid har landbruget også en række teknologiske virkemidler til rådighed, som ikke umiddelbart fanges af modellen af landbrugets produktionsfunktion. For at give et mere retvisende billede af landbrugets muligheder for at reducere sine miljøpåvirkninger inddrages teknisk data om landbrugets reduktionsmuligheder.

Til dette arbejde tages udgangspunkt i Energistyrelsens basisfremskrivning samt Dubgaard og Ståhls virkemiddelskatalog¹. Disse virkemidler bliver som udgangspunkt modelleret på samme måde som beskrevet under afsnittet ”teknologiske reduktionsmuligheder”. I visse tilfælde vil det være muligt med en mere detaljeret modellering.

3.3 Arealanvendelse

Arealanvendelsen har betydning for landbrugets produktion, men ikke alt areal bruges til landbrug. Andre dele af Danmarks areal bruges til boliger, erhvervsmæssig bebyggelse og infrastruktur; skove; græsarealer og vådområder. Der er forskellige udledninger forbundet med disse arealanvendelser samt med skift fra en anvendelse til en anden.

Som udgangspunkt antages det, at fordelingen af arealer mellem de forskellige typer er eksogen, dvs. kan bestemmes af regulering og planlægning. Modellen modellerer de udledninger fra arealanvendelse, som resulterer fra denne fordeling – og fra ændringer i fordelingen over tid.

Beregningen af udledningerne fra skove er kompliceret, idet levende træer i varierende omfang optager CO₂ fra atmosfæren, mens der friges CO₂ til atmosfæren ved forrådnelse af trærester i skovbunden. Størrelsen af nettooptaget af CO₂ afhænger af en række faktorer, herunder sammensætningen af træsorter og alderen på de enkelte træer. For at håndtere dette udvikles der en dynamisk model, som inddrager biologisk viden om træers CO₂-optag og relaterer dette til beholdningen af træer i Danmark. Det gør det muligt at beregne den årlige CO₂-effekt, hvis der fx udtages jord til yderligere skov.

¹ [https://ifro.ku.dk/english/staff/staffenvironment/?pure=en%2Fpublications%2Fomkostninger-ved-virkemidler-til-reduktion-af-landbrugets-drivhusgasemissioner\(c68823af-ba3a-4759-a809-751ebfe3819c\).html](https://ifro.ku.dk/english/staff/staffenvironment/?pure=en%2Fpublications%2Fomkostninger-ved-virkemidler-til-reduktion-af-landbrugets-drivhusgasemissioner(c68823af-ba3a-4759-a809-751ebfe3819c).html).

4. Energiforsyning

Energiforsyningsmodel beskriver produktion og prisdannelse for el og fjernvarme år for år og indenfor et enkelt år også opdelt i intervaller, der kan varieres og i principippet brydes ned til timeniveau. Modellen er kraftigt inspireret af eksisterende el- og varmemarkedsmodeller som Balmorel og RAMSES. Sidstnævnte er Energistyrelsens el- og varmemarkedsmodel.

Formålet med at have en fuldt integreret forsyningsmodel med beskrivelse af variation indenfor det enkelte år i GrønREFORM er i sammenhæng med resten af økonomien at kunne beskrive hvilke investeringer, der er nødvendige for en ambitiøs grøn omstilling af forsyningssektoren, og omkostningerne ved specifikke målsætninger for vedvarende energi, både i form af de nødvendige investeringer, og i form af svingende priser og evt. mindsket forsyningssikkerhed.

Energiforsyningsmodellen er den af projektets delmodeller, der aktuelt er mest udviklet. Allerede inden model-gruppen i DREAM blev etableret i oktober 2019, er der i regi af forskningsprojektet udviklet en fuldt funktionel simulationsmodel. Energistyrelsen har stillet data til rådighed for forskningsprojektet. Det er ambitionen, at GrønREFORM's forsyningsmodel i videst muligt omfang skal gøre brug af det data og de ekspertvurderinger, der også anvendes af Energistyrelsen i RAMSES.

Den aktuelle status for udviklingen og integrationen er, at der er etableret en fuld integration mellem forsyningsmodellen og den aktuelle version af den generelle ligevægtsmodel, og det er demonstreret, at der kan laves eksperimenter, hvor de to modeller interagerer med hinanden.

For projektet er det en vigtig milepæl, og et således integreret modelsystem er, så vidt vi ved, ikke set før. At det er lykkedes skyldes i høj grad udvikling af en række nye modelleffekter af de to phd-studerende, der er ansvarlige for udviklingen af forsyningsmodellen.

5. Transport

I dette afsnit beskrives udviklingen af GrønREFORMs delmodel for dansk luftfart, søfart og landtransport. I introduktionen beskrives modelkravene til delmodellen for transport og hvilke spørgsmål, delmodellen skal kunne besvare. I afgrænsningsafsnittet forklares hvilke fravælg, der er taget, med henblik på at beskrive hvad modellen ikke tager højde for og ikke kan besvare. I dataafsnittet beskrives hvilke datakilder delmodellen for dansk transport trækker på for at imødekomme modelkravene beskrevet i introduktionen.

Delmodellen for transport beskriver virksomhedernes og husholdningernes trafikarbejde og brændstofferbrug samt de heraf afledte udledninger af drivhusgasser og andre forurenende stoffer og de eksterne trængselseffekter. De overordnede modelkrav til transportmodellen er firdelt: For det første skal modellen kunne beskrive de væsentligste individuelle og kollektive transportformer og valget herimellem. For det andet skal modellen også kunne beskrive den gradvise overgang til elektriske køretøjer og anvendelsen af fornybare brændsler i transporten. I lyset af de to ovenstående modelkrav skal modellen endvidere kunne beskrive effekterne af ændringer i skatter på og subsider til de forskellige transportformer og køretøjs typer, heriblandt effekten på drivhusgasudledninger og andre forurenende stoffer fra brændstofferbruget. Endeligt skal modellen på stiliseret vis beskrive effekten af infrastrukturinvesteringer på trængslen og efterspørgslen efter alternative drivmidler som fx elektricitet.

5.1 Afgrænsning

I modelleringen af de eksterne effekter fra trafikarbejdet er der lagt et fokus på udledninger og trængsel. Det betyder, at afledte effekter som ulykker, støj og slitage på infrastruktur ikke er inkluderet i delmodellen. Hvor udledninger af drivhusgasser og andre forurenende stoffer stammer fra brændstofferbruget, så relaterer ulykker, støj, slitage og trængsel sig primært til kørsels omfang. Begrundelsen for at medtage trængsel og ikke de øvrige eksterne effekter fra kørselsomfanget skyldes, at husholdninger og virksomheder ikke blot skal betale en direkte monetær omkostning ved transport, men også den tidsomkostning, der er forbundet med transport. Dette er fx af betydning, når effekterne af grønne skattereformer skal analyseres, idet husholdningernes arbejdsudbud er tæt koblet til omfanget af pendling og tidforbruget hertil.

I relation til udledninger fra trafikarbejdet er der lagt fokus på de energirelaterede udledninger af drivhusgasser og andre forurenende stoffer fra trafikarbejdet. Det vil sige, at opstrømsudledninger fra selve produktionen af de forskellige køretøjer ikke modelleres eksplisit. Begrundelsen herfor er, at langt størstedelen af danske køretøjer er udenlandsproduceret, hvorfor udledninger fra produktionsprocessen ikke indgår i udledningerne fra dansk økonominisk aktivitet. De udvalgte energirelaterede emissioner er:

- Drivhusgasser (metan, lattergas og CO₂)
- Partikelforurening
- NOx
- Svooldioxid

Transit modelleres ikke, da der ikke foreligger et tilstrækkeligt datagrundlag til at sige noget om omfanget. Dog medtager delmodellen for transport også udledninger fra danskejet

transportaktivitet, der forekommer uden for landets grænser. Dette inkluderes, da en betydelig andel af udledningerne fra danskejede transportmidler sker uden for landets grænser i kraft af, at Danmark er en søfartsnation.

5.2 Datagrundlag

Modellen trækker på en række separate datakilder fra Danmarks Statistik, Energistyrelsen, Nationalt Center for Miljø og Energi og Landstrafikmodellen, hvor sidstnævnte huses af Danmarks Tekniske Universitet. Nedenfor beskrives først datagrundlaget til brancheopdelingen af transportmodellen, og hvordan dette imødekommer modelkrav ét. Herefter beskrives datagrundlagene til opdelingen af forskellige køretøjsteknologier. Hertil beskrives også datasættet, der angiver de fremtidige køretøjs- og drivmiddelteknologier, som husholdninger og virksomheder kan investerer i frem mod 2050. Dette dataafsnit afdækker blandt andet, hvordan modelkrav to og tre indarbejdes i delmodellen. Endelig gennemgås data fra Landstrafikmodellen, som hovedsagligt bruges til at fastlægge delmodellens basisfremskrivning og beskrivelsen af trængselseffekter.

5.3 Brancheopdeling

Som basis for opdelingen af de forskellige transportformer anvendes en detaljeret opsplitning af nationalregnskabets 117-branchekategori for transportsektoren. Dette betyder, at transportsektoren i modellen går fra de syv underbrancher i 117-branchekategoriens til 15 underbrancher. Opsplitningen er konstrueret med henblik på at lave en hensigtsmæssig opdeling af de væsentligste transportformer, og om der er tale om gods- eller passagertransport. Opdelingen er givet i tabellen nedenfor.

Tabel 1: Brancheopdeling af transportsektoren

Hovedkategori	Transportform	Underbranche(r)
Landtransport	Tog/metro	Godstransport med tog Passagertransport med regional- eller fjern-tog Passager transport med S-togstrafik, lokal-tog og metro
Landtransport	Bus	Passagertransport med bus (nær- og fjern-trafik)
Landtransport	Vejkøretøjer ekls. busser	Passagertransport med taxi Vejgodstransport Posttjenester omfattet af forsyningspligten Andre post- og kurertjenester
Søfart	Skib	Maritim godstransport Passagertransport med skib
Luftfart	Fly	Luftfragt Passagertransport med fly

5.4 Opdeling af køretøjs- og drivmiddelteknologier

I nationalregnskabet indgår kun et aggregat for virksomheders og husholdningernes kapital af transportmidler. For at beregne de miljø- og klimamæssige konsekvenser af at bruge dette transportkapitalapparat er det nødvendigt at klassificere hvilken køretøjsteknologi, der er tale om. Derfor opdeles det aggregerede transportkapitalapparat ved hjælp af en beholdningsoversigt fordelt på køretøjsteknologier stillet til rådighed af Danmarks Statistik. For et

at begrænse dimensionen af antallet af køretøjsteknologier skelnes der kun mellem den overordnede kategori som fx passagerbil, bus, lastbil og varebil og den dertilhørende drivmiddelstype som fx benzin, diesel og elektricitet. Det betyder også, at der ikke tages højde for fx køretøjets størrelse eller producent. Beholdningsoversigten fra Danmarks Statistik kobles herefter med emissionskoefficienter og brændstofeffektivitetskoefficienter, som stilles til rådighed af Nationalt Center for Miljø og Energi (DCE).

De fremtidige køretøjsteknologier, som husholdninger og virksomheder kan investere i baserer sig på Energistyrelsens Alternativ Drivmiddelmodel, som indeholder et teknologikatalog for repræsentative køretøjsteknologier frem mod 2050. Modellen indeholder ligeledes et teknologikatalog for værker, der producerer drivmidlet samt den infrastruktur, der er nødvendig for at drivmidlet når ud til slutbrugerne. Ved at anvende Alternativ Drivmiddelmodelens teknologikataloger skal delmodellen for transport derfor kunne tage højde for det teknologiske og økonomiske potentiale i hele værdikæden fra produktionen af drivmidlet til den endelige anvendelse af brændstoffet i de forskellige køretøjsteknologier.

5.5 Opdeling af transportformål og inklusion af trængselseffekter

Den sidste datakilde, der trækkes på i delmodellen for transport, er kørsler fra Landstrafikmodellen frem mod 2030. Anvendelsen af dette data sker med tre formål: Først og fremmest bruges kørslerne til at fastlægge basisfremskrivningen i delmodellen, således af GrønREFORM beskriver det forventede trafikarbejde frem mod 2030, som angivet af Landstrafikmodellen. Dertil anvendes data også til at opdele trafikarbejdet på formål som fx pendling og fritid. Endeligt skal GrønREFORM replikere effekten af infrastrukturinvesteringer på trængselstid, som forudsagt af Landstrafikmodellen. Da delmodellen for transport ikke har en spatial dimension, så vil estimerede relationer på LTM data indlægges eksogent i GrønREFORM og fastlægge effekten af investeringer i infrastruktur. Målet er dermed, at delmodellen på stiliseret vis skal kunne give et svar på effekten af en udbygning af infrastrukturen.

6. Affald

Modellen skal kunne beskrive affaldssektorens og forbrændingsanlæggenes rolle i energiformingen samt udledningerne herfra, da affaldssektoren leverer en stor mængde affald i energiudnyttelse. Da EU har et mål om 70 % genanvendelse af affald i 2035, og der ligeledes foreligger nationale målsætninger på dette område, skal delmodellen kunne beskrive selve omfanget af den reelle genanvendelse af affald i Danmark, således at den 'cirkulære økonomi' bliver beskrevet. Desuden skal modellen kunne beskrive affaldsbehandlingens effekt på udledningen af de vigtigste forurenende stoffer.

Sortering af dansk produceret affald afhænger i høj grad af kvaliteten af kildesorteringen, hvorfor modellen skal beskrive husholdningernes og virksomhedernes omkostninger ved sortering af deres affald samt effekten af reguleringsændringer på affaldssortering inkl. kildesortering, genanvendelsesprocenten og mængden af affald udnyttet til energiformål samt miljøeffekterne af disse ændringer.

6.1 Datagrundlag

Som basis for beskrivelse af affaldsstrømmene i dansk økonomi benyttes et datasæt udviklet til GrønREFORM af Danmarks Statistik med afsæt i Miljøstyrelsens affaldsstatisistik. Dette data beskriver tilgang og anvendelse og herunder import og eksport af affald mellem brancher, og behandling af affald fordelt på et stort antal affaldsfaktioner.

Affaldsstatisistikken følger kun affaldet indtil dets behandling. Der er derfor et behov for data for, hvad der sker med affaldet efter dets behandling. GrønREFORM samarbejder med DTU om brug af EASETECH-modellen, som kan bidrage med information om emissionskoefficienter ved affaldsbehandling, fremskrivning af affaldsgenereringer etc.

Modulet kræver desuden en detaljeret opsplitning af nationalregnskabets 117-branche for affaldssektoren. Denne opsplitning betyder, at der i delmodellen haves fem affaldsbrancher i stedet for én samlet branche. En sådan opsplitning giver information om samtlige aktiviteter foretaget imellem affaldsbrancherne og aktiviteter foretaget mellem affaldsbrancherne og de resterende brancher i nationalregnskabet.

6.2 Modellen

På nuværende tidspunkt er der udviklet en partiell statistisk model for affaldshåndtering og genanvendelse. Her følger en kort beskrivelse af modellen.

Med afsæt i en opsplitning af nationalregnskabsbranchen "383900 Renovation, genbrug og forureningsbekæmpelse" beskriver modellen produktionen i fem underbrancher:

- 383901 Indsamling af ikke-farligt og farligt affald
- 383902 Behandling og bortskaffelse af ikke-farligt og farligt affald
- 383903 Bortskaffelse af affald med energiproduktion
- 383904 Genbrug
- 383905 Rensning af jord og grundvand og anden form for forureningsbekæmpelse

Indsamlingsbranchen (383901) indsamler alt affald i økonomien, som kildesorteres hos virksomhederne og husholdningerne. Virksomhederne betaler i modellen en pris for at komme

af med affaldet til virksomheder i behandlingsbranchen (383902-383905). Selve indsamlingsprocessen giver negativ profit, da indsamlingsvirksomhederne skal betale en omkostning ved indsamle og aflevere affaldet til behandling. Men da virksomhederne arbejder under hvile-i-sig-selv princippet, så vil det offentlige sikre branchen nul profit igennem en lump-sum overførsel.

Alt affald sendes således til behandlingsbranchen (383902-383905). I behandlingsbranchen gælder også et hvile-i-sig-selv princip. Behandlingssektoren dækker over aktiviteterne beskrevet for nationalregnskabets underbrancher.

Det antages i modellen, at alt affald i principippet kan forbrændes, og at ikke alt affald kan genanvendes. Dermed produceres en mængde ”sekundært affald”, som enten går til forbrænding eller deponi. På nuværende tidspunkt er mængden af sekundært affald ukendt. Samarbejdet med DTU om EASETECH-modellen vil bidrage med data til at beskrive dette. Der er desuden ambitioner om at få tilføjet emissioner fra særligt genanvendelsesprocessen til modellen. Disse emissionskoefficenter er vigtige for modellens beskrivelse af udledninger ifm. affaltsbehandlingsprocessen, og vil senere blive tilføjet til modellen via samarbejdet med DTU.

7. Reduktion af emissioner fra andre sektorer

GrønREFORM skal have en detaljeret beskrivelse af forskellige muligheder for at nedbringe forurenningen gennem investering i konkrete teknologier. Hvor det er muligt, skal GrønREFORM gøre brug af eksisterende fremskrivninger og teknologikataloger, der beskriver konkrete teknologier. GrønREFORM skal endogent beskrive, hvordan nye, grønne teknologier kan fortrænge den eksisterende teknologi over tid, afhængigt af den førte politik.

I arbejdet med teknologiske reduktionsmuligheder bruger GrønREFORM den eksisterende viden om omkostninger og potentialer ved nye teknologier. Det er således ikke en del af projektet at indsamle ny viden om grønne teknologier og reduktionsmuligheder.

Fokusområdet "teknologiske reduktionsmuligheder" koncentrerer sig om den del af økonomien, som ikke er relateret til energiforsyningen, landbruget og transport. Det er således under dette fokusområde, at GrønREFORM detaljerer beskrivelsen af resten af økonomien. Der vil også blive inddraget teknologikataloger i arbejdet med de enkelte fokusområder, dvs. for landbrug, transport og energiforsyningen.

Som en del af udviklingsarbejdet med GrønREFORM bliver der fundet nye metoder til at integrere teknologikataloger i en generel ligevægtsmodel.

7.1 Modellering af teknologiske reduktionsmuligheder

Virksomheder har tre overordnede metoder til at reducere deres udledninger:

- **Outputreduktioner:** Hvis en virksomhed producerer mindre output, vil den typisk også reducere sit forbrug af de inputs af energi og materialer, som forårsager udledninger.
- **Inputsubstitution:** En virksomhed kan i visse tilfælde reducere sit forbrug af de inputs af energi og materialer, som forårsager udledninger ved fx at vælge at købe en maskine, som er mere energieffektiv eller omlægge sin produktionsproces, så den skal bruge mindre energi.
- **End-of-pipe teknologier:** I visse tilfælde er det muligt at reducere, hvor mange udledninger der er forbundet med en given produktion, uden at påvirke produktionsprocessen. Sådanne reduktioner kaldes typisk end-of-pipe reduktioner. Et eksempel kunne være et filter i skorstenen på et kraftværk, som reducerer partikelforurenningen – eller opsamler kulstof i røgen, så der udledes mindre CO₂.

En klassisk generel ligevægtsmodel vil have muligheder for outputreduktioner og inputsubstitution indbygget i sin struktur. GrønREFORM skal tilføje modellering af end-of-pipe teknologier. Håbet er desuden, at GrønREFORM kan detaljere modelleringen af inputsubstituerende teknologier i forhold til en klassisk generel ligevægtsmodel.

End-of-pipe teknologier er karakteriseret ved, at de kan reducere en andel af en virksomheds udledninger for en vis pris per enhed, hvormed emissionerne sænkes. I forbindelse med

GRØNREFORM MODELLEN
REDUKTION AF EMISSIONER FRA ANDRE SEKTORER

GrønREFORM-projektet er der blevet udviklet en ny metode til at integrere teknologier af denne type i generelle ligevægtsmodeller.

DREAM

Danish Research institute for
Economic Analysis and Modelling



Miniudgave af MAKRO

Grane H. Høegh

Baggrundsnotat
16. november 2020

www.dreamgruppen.dk

Miniudgave af MAKRO

Grane H. Høegh

November 2020

Indhold

1 Overblik over MAKRO	2
1.1 Kort beskrivelse af MAKRO	2
1.2 Opbygning af modellen	3
2 Virksomhederne	5
2.1 Miniudgave af virksomhederne	7
3 Husholdningerne	9
3.1 Miniudgave af husholdningerne	11
4 Arbejdsmarkedet	13
4.1 Miniudgave af arbejdsmarkedet	16
5 Den offentlige sektor	19
5.1 Miniudgave af den offentlige sektor	19
6 Eksporten	21
6.1 Miniudgave af eksporten	21
7 Import, produktion og IO-system	22
7.1 Miniudgave af IO-systemet	22
8 Lille komprimeret model	24
8.1 Model	24
8.2 Data	26
8.3 Kalibrering	27
8.4 Analyse - øget eksportmarkedsvækst	32

1 Overblik over MAKRO

MAKRO er en stor empirisk funderet makroøkonomisk model, som skal anvendes til fremskrivninger af dansk økonomi på mellem- og lang sigt, samt konsekvensvurderinger af økonomisk-politiske tiltag. Endvidere skal den på sigt integrere regeringens kortsigtede konjunkturprognose. Den strukturelle udvikling i økonomien indgår som en integreret del, og modellen skal benyttes i forbindelse med kortsigtsanalyser, holdbarhedsberegninger og til konsekvensvurderinger af strukturpolitiske tiltag.

Modellen har fire agenter: husholdningerne, virksomhederne, det offentlige og udlandet. Udgangspunktet er, at disse agenter er rationelle og optimerende med fremadskuende forventninger, hvilket resulterer i dynamisk adfærd. En detaljeret beskrivelse af deres objektivfunktioner, teknologi og budgetsæt er beskrevet i den detaljerede engelske dokumentation. Dette papir er beregnet til undervisningsbrug i faget Anvendt Økonomisk Modellering. Fokus i dette papir er at give et overblik over MAKRO og få opskrevet den i en miniudgave, hvor flere principielle mekanismer er bevaret.

MAKRO er opbygget på samme måde som de øvrige modeller, der kigges på i kurset Anvendt Økonomisk Modellering. Kapitel 1 giver en kort ikke-teknisk introduktion til modellen. Virksomhederne i MAKRO består af 8 private brancher, som hver har deres produktionsfunktion. Disse er beskrevet i kapitel 2. Husholdningerne er overlappende generationer i alderen 0-100 år. Deres forbrug- og opsparringsbeslutning er endogen for de 18-100-årige og beskrevet i kapitel 3. Beskæftigelsen bliver fastlagt på et søgearbejdsmarked med træge lønninger, hvilket beskrives i kapitel 4. Den offentlige sektor er meget omfattende modelleret i MAKRO. En kort beskrivelse af denne gives i kapitel 5. Eksportmodelleringen beskrives i kapitel 6, mens IO-systemet, som fastlægger import og produktion, beskrives i afsnit 7. I hver af kapitlerne 2-7 opstilles simple ligninger for relevante relationer i disse delområder. Disse relationer samles i afsnit 8 til en lille komprimeret model. Først i dette kapitel kommer en kort overordnet beskrivelse af modellen og dens opbygning.

1.1 Kort beskrivelse af MAKRO

MAKRO giver et modelteknisk bud på samfundsøkonomiske størrelser som BNP, udenrigshandel, forbrug, offentlige udgifter og skatteindtægter i dag og frem i tid. Desuden kan modellen beregne effekterne af specifikke politikindgreb. Både strukturelle indgreb: Hvad sker der på langt sigt, når fx pensionsalderen justeres i takt med udviklingen i levetiden? Og konjunkturelle indgreb: Hvordan vil fx fremrykkede offentlige investeringer eller midlertidige skatteændringer påvirke beskæftigelsen de nærmeste år?

Et vigtigt fokus for Finansministeriet som opdragsgiver er udviklingen i de offentlige finanser, og der er således lagt vægt på en detaljeret beskrivelse af den offentlige økonomi herunder den finanspolitiske holdbarhedsindikator. For at kunne give en god beskrivelse af udviklingen i de offentlige finanser (både på kort og langt sigt) har MAKRO en detaljeret modellering af arbejdsmarkedet, husholdningerne og virksomhederne såvel som den offentlige sektor. Dette inkluderer en detaljeret beskrivelse af de strukturelle faktorer, som har betydning for økonomiens udvikling: den aldrende befolkning, tilbagetrækning fra arbejdsmarkedet, udviklingen i uddannelsesniveauet, olie og gas i Nordsøen mv., såvel som en beskrivelse af de friktioner på bl.a. arbejdsmarkedet og hos virksomhederne, som giver

anledning til fx ufrivillig ledighed.

På langt sigt vil den økonomiske udvikling i høj grad være bestemt af udviklingen i befolkningens størrelse, teknologisk udvikling, uddannelsesniveau, erhvervsdeltagelse, pensionsopsparing osv. MAKRO benytter bl.a. Befolkningsregnskabet fra Finansministeriet og Pensionsmodellen fra DREAM til at fremskrive disse forhold. På kort sigt (2-3 år) vil fremskrivningen af MAKRO, når modellen er implementeret i Finansministeriet, være baseret på regeringens konjunkturprognoser.

Strukturelle forhold som aldersfordeling og uddannelsesniveau bestemmer den strukturelle beskæftigelse, mens konjunkturelle forhold påvirker den faktiske beskæftigelse. På kort sigt vil højere efterspørgsel give højere beskæftigelse, og lønnen vil tilpasse sig trægt. Dette giver anledning til en eksplisit vurdering af den offentlige saldo under påvirkning af konjunktur. Holdbarhedsindikatoren, som udtrykker om forventede fremtidige offentlige indtægter er tilstrækkelige til at dække forventede fremtidige offentligt udgifter, kan også i et vist omfang påvirkes af konjunkturen. Har staten i en midlertidig periode behov for ekstra låntagning vil de fremtidige renteudgifter kunne påvirke finanspolitikkens holdbarhed. Sådanne effekter på holdbarhedsindikatoren medregnes, sammen med de mere grundlæggende strukturelle forhold, i MAKRO.

1.2 Opbygning af modellen

MAKRO er grundlæggende set en strukturmodel udbygget med reale og nominelle friktioner. Den bygger på state-of-the-art økonomisk teori. Udgangspunktet er (mange) repræsentative mikrofundrede agenter med modelkonsistente forventninger. De vigtigste agenter er virksomhederne fordelt på brancher og husholdningerne fordelt på alder, hvor en vis andel er lånebegrensete.

Husholdningerne er modelleret ved en såkaldt overlappende generationsmodel. Det betyder, at hver årgang er specifikt modelleret, og således kommer ud på arbejdsmarkedet og får en strukturel arbejdsmarkedstilknytning i overensstemmelse med arbejdsmarksfremskrivningen. Den enkelte generation sparer op og forbruger ud fra deres formue, nuværende indkomst samt forventninger til fremtidig indkomst. Deres opsparing består af pension, aktier, obligationer og frie midler. Endvidere investerer de i bolig og optager realkreditlån. Husholdningernes arbejdsudbud afhænger af deres alder og fastsættes i en formodel på baggrund af aldersfordelt uddannelse, tilbagetrækningsregler mv., herunder hvis der fx er ændringer i marginalskat eller kompensationsgrad. Deres faktiske beskæftigelse afhænger dog også af konjunktursituationen, da den ufrivillige ledighed afhænger af efterspørgslen i samfundet.

Lønnen fastsættes ud fra forhandlinger på arbejdsmarkedet og kan på kort sigt ikke ændre sig fuldt i takt med arbejdskraftefterspørgslen, hvilket sammen med stød til økonomien, fx efterspørgelsfluktuationer, er den primære årsag til konjunkturudsving i ledigheden i modellen.

Virksomhederne producerer på baggrund af input af materialer, kapital og arbejdskraft. Deres efterspørgsel efter diverse input bestemmes på baggrund af de relative priser og produktionen, som igen fastsættes ud fra efterspørgslen på varemarkederne givet priserne. Træghed i løn og priser gør, at den faktiske ledighed kan afvige fra den strukturelle, og at virksomhederne kan øge arbejdskraftinput ved øget efterspørgsel. Investeringerne fastsætter virksomhederne ud fra forventet fremtidig vareefterspørgsel og relative priser herunder rente og beskatning. Kvadratiske installationsomkostnin-

ger på investeringer gør, at tilpasningerne bliver gradvise. Virksomhederne ejes gennem aktier af bl.a. husholdningerne, pensionsselskaberne og udlandet. Kursen på indenlandske aktier afhænger af virksomhedernes fremtidige indtjening.

Efterspørgslen består af materialeefterspørgsel, privat forbrug, offentligt forbrug, investeringer og eksport. Materialeefterspørgslen følger som nævnt produktionen. Det private forbrug afhænger af husholdningernes formue, indkomst, forventede fremtidig indkomst og forbrugstilbøjelighed. Forbrugstilbøjeligheden afhænger blandt andet af alder – således at demografiske ændringer vil påvirke forbruget. Endvidere afhænger det private forbrug af beskæftigelsen, da indkomsten i høj grad afhænger af beskæftigelsen. Dette giver en feed-back mekanisme mellem beskæftigelse og vareefterspørgsel. Investeringerne består af både boliginvesteringer, offentlige investeringer og virksomhedernes investeringer. Eksporten afhænger af den danske konkurrenceevne, produktionskapaciteten og den økonomiske situation i udlandet.

Effekten fra de kortsigtede trægheder er tilpasset, hvad der empirisk passer bedst til den observerede økonomiske udvikling efter stød til økonomien. Dette foregår ved at matche modellens reaktioner til udvalgte stød til empiriske estimerede reaktioner. Dette er afgørende for modellens kortsigtsegenskaber, hvor konjunkturelle forhold eller finanspolitiske tiltag typisk vil dominere udsving i økonomien.

2 Virksomhederne

Det antages, at alle virksomheder er aktieselskaber - noterede eller unoterede. Afkastet på indenlandske aktier købt i dag, $i_{t+1}^{aktie}V_t$, er lig dividendeudbetalinger i næste periode, Div_{t+1} , plus værditilvæksten i aktierne til næste periode, som er værditilvæksten, $V_{t+1} - V_t$, fratrukket næste periodes udstedelse af nye aktier:

$$i_{t+1}^{aktie}V_t = Div_{t+1} + (V_{t+1} - V_t - Udstedelser_{t+1})$$

Free Cash Flow to Equity, $FCFE_t$, er lig dividender fratrukket udstedelser. Hermed kan ovenstående relation skrives som:

$$i_{t+1}^{aktie} = \frac{FCFE_{t+1} + V_{t+1} - V_t}{V_t}$$

Virksomhedernes forventede afkast er givet ved:

$$E_t [i_{t+1}^{aktie}] = \frac{E_t [FCFE_{t+1}] + E_t [V_{t+1}] - V_t}{V_t}$$

hvor E_t er en forventningsoperator.

Virksomhederne har et afkastkrav. Hvis aktierne forventes, at give mindre afkast end afkastkravet, vil investorerne sælge aktier, og virksomhedens værdi vil falde, hvilket får det forventede afkast til at stige - og omvendt hvis aktierne forventes at give mere end afkastkravet. Hermed vil det forventede afkast blive lig virksomhedernes afkastkrav. Virksomhedernes afkastkrav er obligationsrenten, i_{t+1} , tillagt en risikopræmie, i_{t+1}^{prem} , altså fås $E_t [i_t^{aktie}] = i_{t+1} + i_{t+1}^{prem}$. Indsættes dette i relationen for det forventede afkast fås:

$$i_{t+1} + i_{t+1}^{prem} = \frac{E_t [FCFE_{t+1}] + E_t [V_{t+1}] - V_t}{V_t}$$

Den samlede værdi af indenlandske aktier er således givet ved:

$$V_t = \frac{1}{1 + i_{t+1} + i_{t+1}^{prem}} (E_t [FCFE_{t+1}] + E_t [V_{t+1}])$$

Udtrykket kan vækstkorrigeres. Her ganges alle mængder med $(1 + g)$ og priser med $(1 + \pi)$ pr. lead og alle værdier med begge, hvor g er steady-state-vækstraten og π er steady-state-inflationen. Da både V_t og $FCFE_t$ er værdier, skal de korrigeres med begge:

$$V_t = \frac{1}{1 + i_{t+1} + i_{t+1}^{prem}} ((1 + g)(1 + \pi)(E_t [FCFE_{t+1}] + E_t [V_{t+1}]))$$

Renten skal ikke korrigeres, da det hverken er en pris, mængde eller værdi, men vi kan definere et nyt begreb, som er den vækst- og inflationskorrigerede rente (eller vækst- og inflationskorrigerede afkastkrav til virksomhederne), r_{t+1} , og risikopræmie givet ud fra relationerne:

$$r_{t+1} = \frac{1 + i_{t+1}}{(1 + g)(1 + \pi)} - 1$$

$$r_{t+1}^{prem} = \frac{i_{t+1}^{prem}}{(1+g)(1+\pi)}$$

Hermed kan den vækst- og inflationskorrigerede defintion af virksomhedens værdi opskrives som:

$$V_t = \frac{1}{1+r_{t+1}+r_{t+1}^{prem}} (FCFE_{t+1} + V_{t+1}) + J_t^V$$

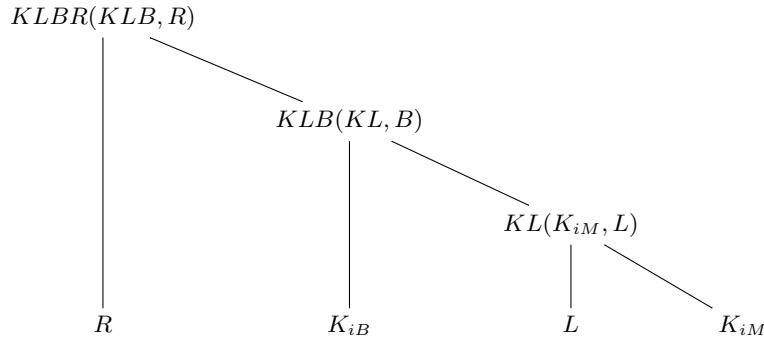
hvor $J_t^V \equiv (E_t [FCFE_{t+1}] + E_t [V_{t+1}] - FCFE_{t+1} - V_{t+1}) / (1 + r_{t+1} + r_{t+1}^{prem})$ er den tilbagediskonterede værdi af forventningsfejlen på næste periodes afkast.

Free Cash Flow to Equity er givet ved driftsoverskuddet fra de 8 private brancher:

$$FCFE_t = \sum_{s \in private} [P_{s,t}^Y Y_{s,t} - P_{s,t}^R R_{s,t} - P_{s,t}^L L_{s,t} - P_{s,t}^I I_{s,t}] + J_t^{FCFE}$$

hvor $Y_{s,t}$ er produktionen i branche s , $P_{s,t}^Y$ er den tilhørende pris, $R_{s,t}$ er materialeinputtet, $P_{s,t}^R$ er den tilhørende pris, $L_{s,t}$ er arbejdskraftinput i effektive enheder, $P_{s,t}^L$ er lønomkostningen pr. effektiv enhed arbejdskraft inkl. lønsumsafgifter, $I_{s,t}$ er investeringer, $P_{s,t}^I$ er den tilhørende pris. Endelig dækker J_t^{FCFE} over virksomhedernes nettorenteindtægter fra deres finansielle portefølje, ændringer i deres finansielle portefølje, produktions- og virksomhedsskatter og nettotransfereringer fra det offentlige, som alle er eksplisit modelleret i MAKRO.

Hver sektor i MAKRO har en nestet CES-produktionsfunktion med input af materialer, kapital og arbejdskraft. Nestningsstrukturen for de private brancher er vist nedenfor:



Produktionsfunktionen i det øverste nest er givet ved:

$$KLBR_{s,t} = \left(\frac{(\mu_{s,t}^R)^{1/\sigma_s^{KLBR}} R_{s,t}^{(\sigma_s^{KLBR}-1)/\sigma_s^{KLBR}}}{(\mu_{s,t}^{KLB})^{1/\sigma_s^{KLBR}} KLB_{s,t}^{(\sigma_s^{KLBR}-1)/\sigma_s^{KLBR}}} + \right)^{\sigma_s^{KLBR}/(\sigma_s^{KLBR}-1)}$$

hvor $KLBR_t$ er samlet bruttoproduktion, KLB_t er et aggregat af maskinkapital, arbejdskraft og bygningskapital, $\mu_{s,t}^R$ og $\mu_{s,t}^{KLB}$ er tekniske skalaparametre (som skal kalibreres), og σ_s^{KLBR} er substitutionselasticiteten mellem materialer og KLB-aggregatet. For at komme fra bruttoproduktionen til den observerede produktion trækkes omkostninger til kapitalinstallation og kapitaludnyttelse, $Cost_{s,t}^{Prod}$, fra:

$$Y_{s,t} = KLBR_{s,t} - Cost_{s,t}^{Prod}$$

En løsning til virksomhedernes problem giver anledning til efterspørgsel efter, arbejdskraft, materialer og kapital, som afhænger af de relative priser (usercost for kapital) og teknologiparametre. For eksempel er efterspørgslen efter materialer og KLB-aggregatet givet ved:

$$R_{s,t} = \mu_{s,t}^R \left(\frac{P_{s,t}^R}{P_{s,t}^{KLB}} \right)^{-\sigma_s^{KLB R}} KLBR_{s,t}$$

$$KLBR_{s,t} = \mu_{s,t}^{KLB} \left(\frac{P_{s,t}^{KLB}}{P_{s,t}^{KLB R}} \right)^{-\sigma_s^{KLB R}} KLBR_{s,t}$$

hvor $P_{s,t}^{KLB R}$ er givet ud fra nul-profit-betingelsen:

$$P_{s,t}^{KLB R} KLBR_{s,t} = P_{s,t}^R R_{s,t} + P_{s,t}^{KLB} KLBR_{s,t}$$

Man skal ikke lade sig narre af ordet nul-profit-betingelse. Det dækker over, at der ikke er profit i dette specifikke element - ikke at virksomhederne samlet set har nul-profit. I MAKRO opererer virksomhederne under monopolistisk konkurrence, hvilket betyder, at de (i fravær af trægheder) sætter lønnen som et mark-up over marginal-omkostningerne. Det antages dog også, at der er trægheder i lønfastsættelsen. I indefærende papir ses bort fra disse trægheder, da de ikke er af afgørende betydning for modellens kvalitative egenskaber, når der også inkluderes løntrægheder.

Investeringer i de private brancher (eksl. bolig) er givet ud fra efterspørgslen efter kapital. På grund af kvadratiske installationsomkostninger er der en vis træghed i kapitalbeholdningen.

To brancher er særbehandlet den ene er det offentlige, som beskrives nedenfor. Den anden er boligbranchen, som af tekniske årsager også er særbehandlet. Blandt andet har den ingen maskinkapital. Endvidere består den af kapital fra boligejere og fra boligudlejere, hvilket komplicerer modelleringen. I dette papir ses bort fra disse komplikationer.

2.1 Miniudgave af virksomhederne

Der foretages nu nogle indgreb for at få en meget simpel udgave af virksomhederne.

- Antallet af brancher reduceres nu til 2: En offentlig branche og en privat branche

$$FCFE_t = P_t^{YP} Y_t^P - P_t^{RP} R_t^P - P_t^{LP} L_t^P - P_t^{IP} I_t^P + J_t^{FCFE}$$

hvor toptegn P indikerer, at det er den private branche.

- Der ses bort fra kapitalinput
- Der ses bort fra materialeinput

$$\begin{aligned} FCFE_t &= P_t^{YP} Y_t^P - P_t^{LP} L_t^P + J_t^{FCFE} \\ (1 - a_t^v) L_t^P &= \mu_t^L Y_t^P \end{aligned}$$

hvor a_t^v er den andel af de beskæftigede som ikke producerer output, men koncentrerer sig om at få hyret nye medarbejdere. Dette vil blive uddybet i arbejdsmarkedssektionen.

- Virksomhederne har ingen finansiel portefølje
- Der er ingen skatter og transfereringer på virksomhederne

$$FCFE_t = P_t^{YP} Y_t^P - P_t^L L_t^P$$

hvor $P_t^{LP} = P_t^{LG} = P_t^L$, da eneste forskel på P_t^{LP} og P_t^{LG} er forskelle i lønsumsafgiften. (Toptegn G indikerer, at det er den offentlige branche.)

- Der antages perfekt konkurrence

$$FCFE_t = 0$$

$$P_t^{YP} Y_t^P = P_t^L L_t^P$$

- Der er ingen forventningsfejl på virksomhedens værdi

$$V_t = 0$$

De simple ligninger for de private virksomheder er givet ved:

$$(1 - a_t^v) L_t^P = \mu_t^L Y_t^P$$

$$P_t^{YP} Y_t^P = P_t^L L_t^P$$

3 Husholdningerne

Husholdningerne i MAKRO består af en række kohorter, som er alle personer i en given alder. De maksimerer deres livstidsnytte givet ved den tilbagediskonterede værdi af denne og alle fremtidige periode-nytter. Periode-nytterne, $U_{a,t}$, pr. person, $N_{a,t}$, er givet ved:

$$\frac{U_{a,t}}{N_{a,t}} = (1 - \Upsilon) \left(\frac{(C_{a,t}^R - \bar{C}_{a,t}^R)^{1-\eta}}{1-\eta} + U_{a,t}^B \right) + \Upsilon \frac{\left(Y_{a,t}^{Disp}/P_t^C \right)^{1-\eta}}{1-\eta}$$

hvor Υ er andelen af personer - som blot bruger deres indkomst, $Y_{a,t}^{Disp}$, hver periode - og herved opnår forbruget $Y_{a,t}^{Disp}/P_t^C$, hvor P_t^C er forbrugerprisen. η er en nytteparameter, $N_{a,t}$ er befolkningen og afspejler, at forbruget pr. person vægtes med befolkningen. $C_{a,t}^R$ er forbruget for den øvrige andel af befolkningen, og $\bar{C}_{a,t}^R$ er deres referenceforbrug, som afspejler, at de opnår meget stor disnytte, hvis de ikke som minimum opnår et forbrug givet ved:

$$\bar{C}_{a,t}^R = \lambda_a C_{a-1,t-1}^R$$

Forbrugerne betragter dette minimumsforbrug som eksogent. Bemærk, at ovenstående relation er vækstkorrigert, da man påregner en relativ stigning ift. sidste periode lig vækstraten. Baggrunden for henholdsvis forbrugere, som ukritisk forbruger hele deres indkomst, og forbrugere, som ikke ønsker at afvige for meget fra forbruget i sidste periode, er at leve op til empiriske kendsgerninger. Rent empirisk følger forbruget indkomsten i en grad, som ikke er konsistent med perfekte kreditmarkeder. Endvidere tilpasser forbruget sig kun trægt til permanente ændringer i indkomsten.

Husholdningerne lever ikke evigt. Hver periode dør en andel (1-s) af husholdningerne. Disse får ikke nytte af forbrug, men de kan få nytte af den arv de efterlader. Arven deles ud på aldersgrupper på baggrund af empirisk observerede andele. Husholdningerne kan også få en anden nyttegevinst af formue ved at være sikret mod at gå helt bankerot ved uforudsete omstændigheder. Leddet $U_{a,t}^B$ er husholdningernes nytte af formue enten fra arv eller fra andre faktorer.

Den marginale gevinst ved at forbruge 1 kr. i dag skal være lig den direkte marginale gevinst ved at spare 1 kr. op (en rar følelse af sikkerhed enten i forbindelse med arvinge eller en selv) plus den marginale nytte af at bruge den opsparede og forrentede krone til næste år givet man overlever:

$$\frac{\partial U_{a,t}}{\partial C_{a,t}^R} = \frac{1+i_{a,t}^H}{1+\theta_{a,t}} \frac{P_t^C}{(1+\pi) P_{t+1}^C} \frac{\partial U_{a+1,t+1}}{\partial C_{a+1,t+1}^R} s_{a,t} + \frac{\partial U_{a,t}^B}{\partial B_{a,t}^H}$$

Husholdningernes formue pr. person (ekskl. boliformue, pensionsformue og realkreditgæld), $B_{a,t}^H$, givet ved:

$$B_{a,t}^H = (1+i_{a,t}^H) \frac{B_{a-1,t-1}^H}{(1+g)(1+\pi)} + Y_{a,t}^{Disp} - P_t^C C_{a,t} + J_{a,t}^{BH}$$

hvor $J_{a,t}^{BH}$ består af arv modtaget fratrukket arv givet, overførsler mellem børn og voksne, boligomkostninger i form af skatter og vedligeholdelse samt boliginvesteringer. Alle disse led er eksplisit formuleret

i MAKRO. I dette papir ses bort fra boligejerskab og husholdningernes finansielle portefølje af aktier mv. Der defineres som for virksomhederne en vækst- og inflationskorrigert rente for husholdningerne:

$$r_{a,t}^H = \frac{1 + i_{a,t}^H}{(1 + g)(1 + \pi)} - 1$$

Dette kan indsættes i relationen for husholdningernes formue:

$$B_{a,t}^H = (1 + r_{a,t}^H) \frac{B_{a-1,t-1}^H}{(1 + g)(1 + \pi)} + Y_{a,t}^{disp} - P_t^C C_{a,t} + J_{a,t}^{BH}$$

Husholdningernes disponible indkomst pr. person er givet ved:

$$Y_{a,t}^{disp} = \frac{W_{a,t} N_{a,t}^L}{N_{a,t}} + TR_{a,t} + J_{a,t}^{Y disp}$$

hvor $W_{a,t}$ er årsłnnen for en beskæftiget med alderen a, $N_{a,t}^L$ er antal beskæftigede med alderen a, $TR_{a,t}$ er indkomstoverførsler, og $J_{a,t}^{Y disp}$ dækker over pensionsind- og udbetalinger, AM-bidrag, skatter inkl. kildeskat, vægtafgift, kirkeskat og medieskat. I MAKRO er elementerne i $J_{a,t}^{Y disp}$ eksplisit modelleret og en del af offentlige indtægter. Årsłnnen afhænger af, hvor mange timer kohorten arbejder i gennemsnit samt dens gennemsnitlige produktivitet, og er givet ved:

$$W_{a,t} = w_t \rho_{a,t}$$

hvor $\rho_{a,t}$ afspejler effektive arbejdskraftenheder pr. år udbudt af en gennemsnitlig beskæftiget med alderen a.

Husholdningerne i MAKRO efterspørger og ejer også bolig og optager realkreditlån i forbindelse med dette. Boliger produceres med blandt andet land som en ikke-reproducerbar produktionsfaktor. Hele denne del af MAKRO vil ikke blive beskrevet i dette papir. Forbruget af lejeboliger er eksogent givet. Det forbrug, som vi har kigget på indtil nu, er forbruget ekskl. bolig, hvilket dog i indefærende papir er det relevante forbrugsaggregat, da vi ikke kommer ind på boliger her. Det samlede forbrug (ekskl. bolig) er givet ved:

$$C_t^H = \sum_a \left[(1 - \Upsilon) C_{a,t}^R + \Upsilon \frac{Y_{a,t}^{Disp}}{P_t^C} \right]$$

Det samlede forbrug deles ud på underkomponenter via et nestet CES-efterspørgselssystem. Den øverste komponent i efterspørgselssystemet er fx givet ved:

$$C_{c,t}^H = \mu_{c,t} \left(\frac{P_{c,t}^C}{P_t^C} \right)^{-\sigma^C} C_t^H$$

hvor $C_{c,t}^H$ er forbruget af vare c (her forbrugsgruppen i det øverste nest), og $P_{c,t}^C$ er dens pris. Prisen for aggregatet P_t^C er givet ud fra en nul-profit-betingelse:

$$P_t^C C_t^H = \sum_c P_{c,t}^C C_{c,t}^H$$

modelleringen kompliceres i MAKRO af, at forbrugsgrupperne er inkl. turisters forbrug i Danmark, mens det samlede forbrug er ekskl. turisters forbrug i Danmark. Denne skelnen bliver dog ikke relevant i indeværende papir.

3.1 Miniudgave af husholdningerne

Der foretages nu nogle indgreb for at få en meget simpel udgave af husholdningerne.

- Alle aldersgrupper er ens
- Det antages, at alle boliger er lejeboliger
- $\eta = 1$

$$U_t = (1 - \Upsilon) \log (C_t^R - \bar{C}_t^R) + \Upsilon \log (\Upsilon \cdot Y_t^{disp} / P_t^C)$$

$$\bar{C}_t^R = \lambda C_{t-1}^R$$

- Husholdningerne har ingen finansiel portefølje, men kan alene købe (og udstede!) obligationer:

$$i_t^H = i_t$$

- Der spares op og efterlades arv, som svarer til evigt-levende husholdninger -> Ramsey

$$\frac{\partial U_t}{\partial C_t^R} = \frac{1 + i_{t+1}}{1 + \theta_{t+1}} \frac{P_t^C}{(1 + \pi) P_{t+1}^C} \frac{\partial U_{t+1}}{\partial C_{t+1}^R}$$

$$B_t^H = (1 + r_t) B_{t-1}^H + Y_t^{disp} - P_t^C C_t$$

$$C_t^R - \bar{C}_t^R = \left(\frac{1 + r_{t+1}}{1 + \theta_{t+1}} \frac{P_t^C}{P_{t+1}^C} \right)^{-1} (C_{t+1}^R - \bar{C}_{t+1}^R)$$

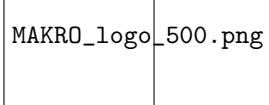
I terminalperioden kan ovenstående relation ikke benyttes. For $\theta_T > r_T$ er forbrugerne utålmodige. Hver periode vil de udnytte, at de kan låne til en fordelagtig rente. Den eneste mulige steady state er $C_t^R = 0$. For $\theta_T < r_T$ er situationen den modsatte. Forbrugerne vil spare mere og mere op, indtil de til sidst ejer så meget af verdens kapitalapparat, at de vil påvirke renten. Altså er denne situation ikke mulig. For $\theta_T = r_T$ fås:

$$C_T^R = C_{T-1}^R$$

- Der ses bort fra pension
- Der findes kun to skatter: En flad indkomstskat og en lump sum skat

$$Y_t^{disp} = (1 - t_t^w) (w_t \rho_t N_t^L + T R_t) - L S_t$$

hvor det udnyttes, at $W_t = w_t \rho_t$.



- Der er kun et forbrugsgode

$$C_t = C_t^R + \Upsilon \frac{Y_t^{Disp}}{P_t^C}$$

De simple ligninger for husholdningerne er givet ved:

$$C_t = C_t^R + \Upsilon \frac{Y_t^{Disp}}{P_t^C}$$

$$C_t^R - \bar{C}_t^R = \left(\frac{1 + r_{t+1}}{1 + \theta_{t+1}} \frac{P_{t+1}^C}{P_t^C} \right)^{-1} (C_{t+1}^R - \bar{C}_{t+1}^R)$$

$$\bar{C}_t^R = \lambda C_{t-1}^R$$

$$C_T^R = C_{T-1}^R$$

$$B_t^H = (1 + r_t) B_{t-1}^H + Y_t^{Disp} - P_t^C C_t$$

$$Y_t^{Disp} = (1 - t_t^w) (w_t \rho_t N_t^L + T R_t) - L S_t$$

4 Arbejdsmarkedet

Beskæftigelsen i **ADAM** er en ligevægt mellem arbejdsudbudet fra husholdningerne og arbejdskrafteterspørgslen fra virksomhederne. Lønnen giver som sædvanligt clearing på arbejdsmarkedet. Det grundlæggende set-up er, at husholdningerne søger efter arbejdskraft og bliver matchet med virksomhederne, som kommer med jobopslag. Husholdningerne har disnytte af at være aktive på arbejdsmarkedet, hvad enten det er i job eller som job-søgende, og virksomhederne har udgifter i forbindelse med jobopslag. Udbud og efterspørgsel bliver knyttet sammen via en matching teknologi.

En bestemt årgang øger sin søgerintensitet, indtil den marginale gevinst af at øge søgerintensiteten er lig den marginale omkostning. Den marginale gevinst består i, at husholdninger kan købe og forbruge flere vare - både i indeværende periode - og i næste periode, hvis jobbet fortsætter. Den marginale omkostning er en marginal disnytte, som stiger i søgerintensiteten. Søgerintensiteten, $s_{a,t}$, er blandt andet en funktion af den marginale kompensationsgrad, $b_{a,t}$:

$$s_{a,t} = s_{a,t}(b_{a,t})$$

Det samlede antal personer, som enten fastholder et job eller søger efter et nyt, er søgerintensiteten gange befolkningen i den alder: $s_{a,t}N_{a,t}$. Hver periode beholder en andel, $1 - \delta_{a,t}^L$, af dem, der var beskæftigede i sidste periode, $N_{a-1,t-1}$, deres job til næste periode. Herved er det antal, som søger job og ikke fastholder deres gamle job givet ved:

$$S_{a,t} = s_{a,t}N_{a,t} - (1 - \delta_{a,t}^L) N_{a-1,t-1}^L$$

Det samlede antal søgerende er givet ved:

$$S_t = \sum_a S_{a,t}$$

Beskæftigelsen er givet ud fra hvor stor en andel af søgerende, der finder job, x_t , og hvor mange, der beholder deres job fra sidste periode:

$$N_{a,t}^L = x_t S_{a,t} + (1 - \delta_{a,t}^L) N_{a-1,t-1}^L$$

Den samlede beskæftigelse er summen af den aldersfordelte:

$$N_t^L = \sum_a N_{a,t}^L$$

Andelen af søgerende, der finder job, er givet ud fra matchingfunktionen:

$$x_t = \frac{v_t/S_t}{1 + v_t/S_t}$$

hvor v_t er antallet af jobopslag. Bemærk, at når der er mange opslag ift. søgerende, finder næsten alle jobs, og når der er meget få opslag ift. søgerende, finder næsten ingen jobs.

Virksomhederne slår jobs op, indtil den marginale gevinst ved et jobopslag er lig den marginale omkostning. Den marginale gevinst ved et jobopslag er sandsynligheden for at få et match på et opslag gange værdien af et match. Sandsynligheden for at få et match på et opslag er $x_t S_t / v_t$. Værdien af et match, V_t^{match} , er givet ved forskellen på marginalprodukt af arbejdskraft, MPL_t , og løn pr. effektiv arbejdskrafthenhed, w_t , gange antallet af arbejdskraftheneder udbudt pr. match, ρ_t , i denne periode plus den tilbagediskonterede værdi af det i de kommende perioder, hvor matchet fastholdes:

$$V_t^{match} = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - t_{t+n}^c) \rho_{t+n} (MPL_{t+n} - w_{t+n}) \prod_{m=1}^n \frac{1 - \delta_{t+m-1}^L}{1 + r_{t+m}}$$

hvilket kan omskrives til en Bellman-ligning:

$$V_t^{match} = (1 - t_t^c) \rho_t (MPL_t - w_t) + \frac{1 - \delta_t^L}{1 + r_{t+1}} V_{t+1}^{match}$$

Førsteordensbetingelsen til virksomhedens optimale opslagsomkostninger siger, at marginal gevinst er lig marginal omkostning og kan opskrives som:

$$V_t^{match} \frac{x_t S_t}{v_t} = (1 - t_t^c) \rho_t w_t \kappa_t$$

hvor højresiden er omkostningen til HR-medarbejdere i forbindelse med at slå et job op. HR-medarbejderne får lønnen w_t pr. effektiv arbejdskrafthened og bruger $\rho_t \kappa_t$ effektive enheder arbejdskraft på at slå et job op. Omkostninger til HR-medarbejdere kan trækkes fra i skat - derfor ganges $(1 - t_t^c)$ på. Denne ligning kan omskrives til:

$$m_t^{NPV} x_t S_t = \kappa_t v_t$$

hvor m_t^{NPV} er værdien af et match målt i efter-skat-udgiften til en HR-medarbejder og er givet ved:

$$m_t^{NPV} = \frac{MPL_t - w_t}{w_t} + \beta_t^L m_{t+1}^{NPV}$$

Det samlede effektive arbejdskraftinput til produktion og jobopslag er givet ved:

$$\sum_s L_{s,t} = L_t = \sum_a \rho_{a,t} N_{a,t}^L$$

hvor $\rho_{a,t}$ er antallet af effektive arbejdskraftheneder udbudt pr. beskæftiget.

En del af de effektive arbejdskraftheneder bruges på produktion og en del bruges på at lave jobopslag. Andelen af effektive arbejdskraftheneder brugt på jobopslag er givet ved:

$$a_t^v = \frac{\rho_t \kappa_t v_t + \bar{c}_t}{L_t}$$

hvor \bar{c}_t er de faste omkostninger, som i princippet kan være negative.

Arbejdsudbuddet er ikke specielt volatilt og afhænger af kompensationsgraden. Der er en del træghed via bibeholdte jobs. Arbejdskraftefterspørgslen afhænger af forholdet mellem lønnen og marginalproduktet af arbejdskraft. Lønnen er givet ved en forhandling mellem lønmodtagere og arbejdsgivere. Hvis de kan blive enige om en løn kan de dele overskuddet. Det samlede overskud, for hver periode

kontrakten gælder, er marginalproduktet af arbejdskraft, MPL_t gange samlet mængde af effektive enheder arbejdskraft, L_t , efter skat. Lønmodtagerne får andelen, $1 - \omega$, af overskuddet udbetalt i løn, mens virksomheden beholder den resterende del. Det antages, at der er træghed i lønkontrakterne. Kun en andel, $1 - \gamma$, af dem genforhandles næste år. Hermed er værdien af en kontrakt den tilbage-diskonterede værdi af marginalprodukterne af arbejdskraft gange sandsynligheden for, at kontrakten stadig gælder - kaldet MPL_t^{NPV} . Lønmodtagerne får den tilbagediskonterede værdi af den fastsatte løn for deres arbejdskraft - givet ved w_t^{NPV} - efter skat. Hermed er lønnen givet ved:

$$w_t^{NPV} = (1 - \omega) MPL_t^{NPV}$$

hvor det tilbagediskonterede marginalprodukt af arbejdskraft er givet ved:

$$MPL_t^{NPV} = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - t_{t+n}^c) MPL_{t+n} L_{t+n} \prod_{m=1}^n \frac{\gamma}{1 + r_{t+m}}$$

hvilket kan omskrives til en Bellman-ligning:

$$MPL_t^{NPV} = (1 - t_t^c) MPL_t L_t + \gamma \frac{1}{1 + r_{t+1}} MPL_{t+1}^{NPV}$$

Den tilbagediskonterede værdi af aflønningen af arbejdskraft er givet ved:

$$w_t^{NPV} = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - t_{t+n}^c) w_t L_{t+n} \prod_{m=1}^n \frac{\gamma}{1 + r_{t+m}}$$

Dette kan omskrives til:

$$w_t^{NPV} = w_t L_t^{NPV}$$

hvor L_t^{NPV} også kan omskrives til en Bellman-ligning:

$$L_t^{NPV} = (1 - t_t^c) L_t + \gamma \frac{1}{1 + r_{t+1}} L_{t+1}^{NPV}$$

Lønnen bestemmes hermed som:

$$w_t = (1 - \gamma) (1 - \omega) \frac{MPL_t^{NPV}}{L_t^{NPV}} + \gamma w_{t-1}$$

Den fulde models ligninger er givet ved:

$$s_{a,t} = s_{a,t} (b_{a,t})$$

$$S_{a,t} = s_{a,t} N_{a,t} - (1 - \delta_{a,t}^L) N_{a-1,t-1}^L$$

$$S_t = \sum_a S_{a,t}$$

$$N_{a,t}^L = x_t S_{a,t} + (1 - \delta_{a,t}^L) N_{a-1,t-1}^L$$



$$N_t^L = \sum_a N_{a,t}^L$$

$$x_t = \frac{v_t/S_t}{1+v_t/S_t}$$

$$m_t^{NPV} x_t S_t = \kappa_t v_t$$

$$\sum_s L_{s,t} = L_t = \sum_a \rho_{a,t} N_{a,t}^L$$

$$a_t^v = \frac{\rho_t \kappa_t v_t + \bar{c}_t}{L_t}$$

$$m_t^{NPV} = \frac{MPL_t - w_t}{w_t} + \beta_t^L m_{t+1}^{NPV}$$

$$w_t = (1-\gamma)(1-\omega) \frac{MPL_t^{NPV}}{L_t^{NPV}} + \gamma w_{t-1}$$

$$MPL_t^{NPV} = (1-t_t^c) MPL_t L_t + \gamma \frac{1}{1+r_{t+1}} MPL_{t+1}^{NPV}$$

$$L_t^{NPV} = (1-t_t^c) L_t + \gamma \frac{1}{1+r_{t+1}} L_{t+1}^{NPV}$$

4.1 Miniudgave af arbejdsmarkedet

Der foretages nu nogle indgreb for at få en meget simpel udgave af arbejdsmarkedet.

- Søgeadfærdens s_t eksogeniseres
- Alle aldersgrupper antages at have ens adfærd

$$S_t = s_t N_t - (1 - \delta_t^L) N_{t-1}^L$$

$$N_t^L = x_t S_t + (1 - \delta_{t-1}^L) N_{t-1}^L$$

- Der antages fuld separation $\delta_t^L = 1$

$$S_t = s_t N_t$$

$$N_t^L = x_t S_t = x_t s_t N_t$$

- Det kan ud fra definitionen af β_t^L vises, at fuld separation medfører $\beta_t^L = 1$

$$m_t^{NPV} = \frac{MPL_t - w_t}{w_t}$$

Indsættes for førsteordensbetingelsen $m_t^{NPV} x_t S_t = \kappa_t v_t$ i relationen $x_t = \frac{v_t/S_t}{1+v_t/S_t}$ fås:

$$x_t = 1 - \frac{\kappa_t}{m_t^{NPV}}$$

Indsættes i relationen for N_t^L fås:

$$N_t^L = \left(1 - \frac{\kappa_t}{m_t^{NPV}}\right) s_t N_t$$

- Antallet af brancher er reduceret til 2: En offentlig branche og en privat branche

$$L_t^P + L_t^G = L_t = \rho_t N_t^L$$

- Den faste omkostning til at hyre folk sættes lig nul: $\bar{c}_t = 0$

Indsættes i relationen for a_t^v , at $m_t^{NPV} x_t S_t = \kappa_t v_t$ og for $L_t = \rho_t N_t^L = \rho_t x_t S_t$ fås:

$$a_t^v = m_t^{NPV}$$

- Der beregnes også en strukturel beskæftigelse her gælder, at der ikke er nogen løntræghed:

$$w_t^* = (1 - \omega) MPL_t^*$$

$$x_t^* = 1 - \frac{w_t^* \kappa_t}{MPL_t^* - w_t^*} = 1 - \frac{1 - \omega}{\omega} \kappa_t$$

$$N_t^{L*} = x_t^* S_t = \left(1 - \frac{1 - \omega}{\omega} \kappa_t\right) s_t N_t$$

Den strukturelle beskæftigelse afhænger af opslagsomkostningerne og den relative forhandlingsstyrke. Jo større forhandlingsstyrke virksomhederne har jo større andel af jobsøgende finder beskæftigelse, hvis de har hele forhandlingsstyrken, så finder alle jobsøgende job, da lønnen her vil være nul, og der vil være uendeligt mange jobopslag. Det er antaget, at søgeandelen er upåvirket af lønnen. Dette holder nok ikke, når lønnen bliver nul. Er opslagsomkostningerne nul, så vil der også være uendelig mange opslag, og alle jobsøgende finder job.

- Ingen selskabsskat:

$$MPL_t^{NPV} = MPL_t (L_t^P + L_t^G) + \gamma_t \frac{1}{1 + r_{t+1}} MPL_{t+1}^{NPV}$$

$$L_t^{NPV} = (L_t^P + L_t^G) + \gamma_t \frac{1}{1+r_{t+1}} L_{t+1}^{NPV}$$

Den simple models ligninger er givet ved:

$$N_t^L = \left(1 - \frac{\kappa_t}{m_t^{NPV}}\right) s_t N_t$$

$$L_t^P + L_t^G = \rho_t N_t^L$$

$$a_t^v = m_t^{NPV}$$

$$m_t^{NPV} = \frac{MPL_t - w_t}{w_t}$$

$$w_t = (1 - \gamma)(1 - \omega) \frac{MPL_t^{NPV}}{L_t^{NPV}} + \gamma w_{t-1}$$

$$MPL_t^{NPV} = MPL_t (L_t^P + L_t^G) + \gamma \frac{1}{1+r_{t+1}} MPL_{t+1}^{NPV}$$

$$L_t^{NPV} = (L_t^P + L_t^G) + \gamma \frac{1}{1+r_{t+1}} L_{t+1}^{NPV}$$

$$N_t^{L^*} = \left(1 - \frac{1-\omega}{\omega} \kappa_t\right) s_t N_t$$

5 Den offentlige sektor

Den offentlige sektor i MAKRO producerer med input af materialer, kapital og arbejdskraft - ligesom de private brancher. Produktionen er opgjort ved input-metoden, hvilket betyder, at mængden af produktion ikke måles, men defineres som aggregatet af materialeinput, arbejdskraftinput og afskrivninger af kapital. Afskrivninger af kapital er givet på baggrund af investeringerne, som på kort sigt er eksogene og på langt sigt fastlagt for at give et fast forhold mellem kapital og arbejdskraft. Resten af produktionen sikres ved proportionalt at øge materielinput og arbejdskraft. Offentlig produktion er som produktionen i alle andre brancher givet ud fra efterspørgslen. Langt den største efterspørgselskomponent er offentligt forbrug. Langt størstedelen af offentligt forbrug kommer fra offentlig produktion, men der er input fra fx praktiserende læger, som er private tjenester, som indgår i offentligt forbrug. Privat forbrug af tjenester inkluderer brugerbetaling til børnehaver. Hermed vil private tjenester trække på offentlig produktion. Den private efterspørgsel efter offentlig produktion er eksogeniseret i MAKRO. Hermed stiger offentlig produktion og beskæftigelse alene som følge af ændringer i offentligt forbrug. Offentligt forbrug ekskl. afskrivninger følger lønnen og demografien. Det betyder, at øgede offentlige investeringer og hermed kapital og afskrivninger giver et løft i offentligt forbrug, som svarer til løftet i produktionen.

De offentlige indtægter og udgifter er meget detaljeret formuleret i MAKRO. Dette giver en detaljeret beskrivelse af den offentlige saldo. Der er også defineret en strukturel saldo baseret på beregninger af strukturel BVT og beskæftigelse. I lighed med virksomhederne og husholdningerne har den offentlige sektor også en finansiel portefølje af aktier, obligationer og bankindeståender. Det antages dog, at den udelukkende udsteder obligationer.

5.1 Miniudgave af den offentlige sektor

Der foretages nu nogle indgreb for at få en meget simpel udgave af den offentlige sektor.

- Det antages, at offentligt forbrug alene har input fra offentlig produktion, og offentlig produktion alene leverer til offentligt forbrug

$$Y_t^G = G_t$$

- I fravær af kapital og materialer er beskæftigelsen eneste produktionsinput

$$(1 - \alpha_t^v) L_t^G = \mu_t^G Y_t^G$$

$$P_t^G G_t = w_t L_t^G$$

- Det offentlige forbrug er eksogent fastlagt
- Den offentlige sektor har ingen finansiel portefølje, men har alene udenlandske obligationer og udsteder statsobligationer - og dette til samme rente som virksomhederne

$$B_t^G = (1 + r_t) B_{t-1}^G + S_t$$

- Offentlige indtægter antages alene at komme fra indkomstskat (m. satsen t_t^w), afgifter på det private forbrug (m. satsen t_t^{CY}) samt lump sum transfereringer, LS_t , alle pålagt husholdningerne samt told. Offentlige udgifter antages alene at bestå i indkomstoverførsler og lønudgifter til offentligt forbrug. Dette giver den samlede saldo:

$$\begin{aligned} S_t = & t_t^w (w_t \rho_t N_t^L + TR_t) + t_t^{CY} P_t^{YP} C_t^Y \\ & + t_t^{CM} P_t^M C_t^M + LS_t - TR_t - w_t L_t^G \end{aligned}$$

De offentlige indkomstoverførsler til husholdningerne antages at følge lønnen og befolkningen:

$$TR_t = \gamma_t^{TR} w_t N_t$$

Ovenstående giver de simple ligninger for den offentlige sektor.

6 Eksporten

Eksporten i MAKRO, $X_{x,t}$, er opdelt i to: Eksport fra indenlandske brancher, $X_{x,t}^Y$, og import til reeksport, $X_{x,t}^M$. Eksport til reeksport er eksogent givet og eksport fra indenlandske brancher er givet ved en standard Armington-modellering:

$$X_{x,t}^Y = \phi_{x,t} \left(\frac{P_{x,t}^{XY}}{P_{x,t}^F} \right)^{-\sigma^X}$$

hvor $X_{x,t}$ er eksporten af varetype x, $P_{x,t}^X$ er den tilhørende eksportpris, $P_{x,t}^F$ er den udenlandske eksportkonkurrerende pris for en tilsvarende vare, σ^X er eksportpriselasticiteten, og $\phi_{x,t}$ er en kalibreret parameter, som bl.a. afspejler eksportmarkedets størrelse. Et problem ved Armington-formuleringen er, at hvis et lands økonomi vokser som følge af øget arbejdsstyrke, så vil det kræve øget import til investeringer og forbrug. Hermed skal eksporten også stige, hvilket kun kan forekomme, hvis de indenlandske eksportpriser falder. Der er i MAKRO indført en skalaparameter, som trægt følger den private produktion, således at eksporten på sigt vil stige med arbejdsudbuddet. Dette ser vi dog bort fra her.

6.1 Miniudgave af eksporten

Der foretages nu nogle indgreb for at få en meget simpel udgave af eksporten.

- Der er ingen import til reeksport:

$$\begin{aligned} X_{x,t} &= X_{x,t}^Y \\ P_{x,t}^X &= P_{x,t}^{XY} \end{aligned}$$

- Det antages, at der kun er et eksportgode, som kommer fra privat produktion

$$X_t = \phi_t \left(\frac{P_t^{YP}}{P_t^F} \right)^{-\sigma^X}$$

Ovenstående er den simple ligning for eksporten.

7 Import, produktion og IO-system

Alle efterspørgselskomponenter (materialer, privat forbrug, offentlig forbrug, investeringer og eksport) kan få input fra alle brancher. Andelene, der kommer fra de forskellige brancher, er eksogent givet. Leverancen fra branche s af underkomponent d er givet ved:

$$D_{d,s,t} = \mu_{d,s,t}^{IO} D_{d,t}$$

hvor $D_{d,t} = [R_{r,t}, C_{c,t}, G_t, I_{i,t}, X_{x,t}]$ og $\mu_{d,s,t}^{IO}$ er en fordelingsparameter. Prisen på efterspørgselskomponenter er givet ved nul-profit-betingelserne:

$$P_{d,t}^D D_{d,t} = \sum_s P_{d,s,t}^D D_{d,s,t}$$

De forskellige leverancer kan enten komme fra indenlandsk produktion, $D_{d,s,t}^Y$, eller import, $D_{d,s,t}^M$. Det antages, at $D_{d,s,t}$ er et CES-aggregat af $D_{d,s,t}^Y$ og $D_{d,s,t}^M$, som herved er givet ved:

$$D_{d,s,t}^Y = \mu_{r,s,t}^{IO-y} \left(\frac{\left(1 + t_{d,s,t}^{DY}\right) P_{s,t}^Y}{P_{d,s,t}^D} \right)^{-\sigma_d^{IO}} D_{d,s,t}$$

$$D_{d,s,t}^M = \mu_{r,s,t}^{IO-m} \left(\frac{\left(1 + t_{d,s,t}^{DM}\right) P_{s,t}^M}{P_{d,s,t}^D} \right)^{-\sigma_d^{IO}} D_{d,s,t}$$

hvor $\mu_{r,s,t}^{IO-y}$ og $\mu_{r,s,t}^{IO-m}$ er kalibrerede skalaparametre, $t_{d,s,t}^{DY}$ er afgiften på indenlandske input fra branchen s til efterspørgselskomponent d, og $t_{d,s,t}^{DM}$ er afgiften på tilsvarende import dvs. inkl. told, σ_d^{IO} er importpriselasticiteten, og $P_{d,s,t}^D$ er prisen på aggregatet af import og egenproduktion og er givet ved nul-profitbettingelsen:

$$P_{d,s,t}^D D_{d,s,t} = (1 + t_{d,s,t}^{DY}) P_{s,t}^Y D_{d,s,t}^Y + (1 + t_{d,s,t}^{DM}) P_{s,t}^M D_{d,s,t}^M$$

7.1 Miniudgave af IO-systemet

Der foretages nu nogle indgreb for at få en meget simpel udgave af IO-systemet. Nogle af antagelser er allerede opskrevet tidligere.

- Antallet af brancher er reduceret til 2: En offentlig branche og en privat branche
- Offentligt forbrug har alene input fra offentlig produktion, og offentlig produktion leverer alene til offentligt forbrug
- Der ses bort fra materiale- og kapitalinput -> Der er ingen investeringer, og der er alene importindhold i privat forbrug

$$D_{d,t} = [C_t, G_t, X_t]$$

- Prisen på import fra udlandet er lig prisen på eksportkonkurrerende produkter

$$P_t^M = P_t^F$$

$$Y_t^P = C_t^Y + X_t$$

$$C_t^Y = \mu_t^{C-y} \left(\frac{(1+t_t^{CY}) P_t^{YP}}{P_t^C} \right)^{-\sigma^{IO}} C_t$$

$$C_t^M = \mu_t^{C-m} \left(\frac{(1+t_t^{CM}) P_t^F}{P_t^C} \right)^{-\sigma^{IO}} C_t$$

$$P_t^C C_t = (1+t_t^{CY}) P_t^{YP} C_t^Y + (1+t_t^{CM}) P_t^F C_t^M$$

8 Lille komprimeret model

Nu har vi opstillet og udledt en lille simpel udgave af MAKRO. Den er tænkt som en dynamisk udgave af modellen fra Anvendt Økonomisk Modellerings om den offentlige sektor i en lille åben økonomi udvidet med løn- og forbrugstrægheder.

8.1 Model

De samlede ligninger for modellen er givet ved:

Efterspørgselssystem for den private sektor:

$$L_t^P = \frac{\mu_t^L}{(1 - m_t^{NPV})} Y_t^P$$

$$P_t^{YP} Y_t^P = w_t L_t^P$$

Efterspørgselssystem for den offentlige sektor:

$$L_t^G = \mu_t^G G_t$$

$$P_t^G G_t = w_t L_t^G$$

De offentlige finanser:

$$B_t^G = (1 + r_t) B_{t-1}^G + S_t$$

$$\begin{aligned} S_t &= t_t^w (w_t \rho_t N_t^L + TR_t) + t_t^{CY} P_t^{YP} C_t^Y \\ &\quad + t_t^{CM} P_t^M C_t^M + LS_t - TR_t - w_t L_t^G \\ TR_t &= \gamma_t^{TR} w_t N_t \end{aligned}$$

Ligevægt på arbejdsmarked:

$$L_t^P + L_t^G = \rho_t N_t^L$$

$$\begin{aligned} N_t^L &= \left(1 - \frac{\kappa_t}{m_t^{NPV}}\right) s_t N_t \\ m_t^{NPV} &= \frac{MPL_t - w_t}{w_t} \end{aligned}$$

Lønnen:

$$w_t = (1 - \gamma) (1 - \omega) \frac{MPL_t^{NPV}}{L_t^{NPV}} + \gamma w_t$$

$$MPL_t^{NPV} = MPL_t (L_t^P + L_t^G) + \gamma \frac{1}{1 + r_{t+1}} MPL_{t+1}^{NPV}$$

$$L_t^{NPV} = (L_t^P + L_t^G) + \gamma \frac{1}{1+r_{t+1}} L_{t+1}^{NPV}$$

Strukturel beskæftigelse:

$$N_t^{L^*} = \left(1 - \frac{1-\omega}{\omega} \kappa_t\right) s_t N_t$$

Husholdningernes disponible indkomst og formue:

$$\begin{aligned} Y_t^{disp} &= (1-t_t^w) (w_t \rho_t N_t^L + TR_t) - LS_t \\ B_t^H &= (1+r_t) B_{t-1}^H + Y_t^{disp} - P_t^C C_t \end{aligned}$$

Forbrugernes efterspørgselssystem:

$$\begin{aligned} C_t &= C_t^R + \Upsilon \frac{Y_t^{Disp}}{P_t^C} \\ C_t^R - \bar{C}_t^R &= \left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\theta_{t+1}} \frac{P_t^C}{P_{t+1}^C} \right)^{-1} (C_{t+1}^R - \bar{C}_{t+1}^R) \\ \bar{C}_t^R &= \lambda C_{t-1}^R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_T^R &= C_{T-1}^R \\ C_t^Y &= \mu_t^{C-y} \left(\frac{(1+t_t^{CY}) P_t^{YP}}{P_t^C} \right)^{-\sigma^{YO}} C_t \\ C_t^M &= \mu_t^{C-m} \left(\frac{(1+t_t^{CM}) P_t^F}{P_t^C} \right)^{-\sigma^{FO}} C_t \end{aligned}$$

$$P_t^C C_t = (1+t_t^{CY}) P_t^{YP} C_t^Y + (1+t_t^{CM}) P_t^F C_t^M$$

Armington lukning:

$$X_t = \phi_t \left(\frac{P_t^{YP}}{P_t^F} \right)^{-\sigma^X}$$

Varemarkedsligevægten:

$$Y_t^P = C_t^Y + X_t$$

For hver tidsperiode er der 24 endogene variable ($MPL_t, P_t^{YP}, L_t^G, P_t^G, B_t^G, S_t, TR_t, L_t^P, N_t^L, m_t^{NPV}, w_t, MPL_t^{NPV}, L_t^{NPV}, N_t^{L^*}, Y_t^{disp}, B_t^H, C_t, C_t^R, \bar{C}_t^R, C_t^Y, C_t^M, P_t^C, X_t, Y_t^P$) og 24 ligninger.

Ovenstående modelligninger kan sammenlinges med modellen for en offentlig sektor i en lille åben økonomi fra side 31-32 i noten 'Anvendte generelle ligevægtsmodeller'. Den grundlæggende struktur

er ens, men der er nogle forskelle. Den nuværende model kan reduceres til en model med samme egenskaber som den i noten, hvis man 1) endogeniserer LS_t samt sætter $S_t = 0$ og $B_0^G = 0$, 2) sætter $B_0^H = 0$ og $\Upsilon = 1$, og 3) sætter $\gamma_t = 0$.

Der antages ikke budgetbalance - dvs. det offentlige kan have overskud eller underskud på saldoen. Dette giver en offentlig formue/gæld. I denne model er der intet, som sikrer, at den offentlige formue opfører sig pænt på sigt. I MAKRO sikres en uændret finanspolitisk holdbarhed gennem øgede indkomstskatter. Dette ville svare til at have endogen t_t^w , en relation for holdbarhedsindikator (HBI) og en eksogen HBI. Senere i kurset gennemgås HBI. En endogen mekanisme, som sikrer en fornuftig udvikling i den offentlige formue, kaldes en finanspolitisk reaktionsfunktion. Den nuværende version køres altså uden finanspolitisk reaktionsfunktion.

Husholdningerne er ikke alle hand-to-mouth-forbrugere, som evt. pga. en høj diskonteringsfaktor og ingen lånemuligheder bruger hele deres indkomst hver periode. En del af forbrugerne kan låne eller spare op i udenlandske værdipapirer til den gældende rente. Dette vil give en mere glat udvikling i forbruget, da forbrugerne kun gradvist ændrer deres forbrug. Endelig vil traigheden i lønnen gøre, at beskæftigelsen i modellen ikke alene afhænger af udbuddet, men også af efterspørgslen. Det betyder, at der beskæftigelsen vil bevæge sig ved stød til økonomien. I de fleste tilfælde vil den midlertidigt stige (ved øget efterspørgsel) eller falde (ved mindsket efterspørgsel) og derefter bevæge sig tilbage mod sit steady state niveau i takt med, at lønnen finder sit nye leje.

Idet både husholdninger og det offentlige kan låne og spare op i udlandet behøver handelsbalancen ikke være i ligevægt. Betalingsbalancen skal ifølge Walras' lov gælde:

$$C_t^M - X_t = S_t + (Y_t^{disp} - P_t^C C_t)$$

Hvis husholdningerne eller det offentlige bruger mere end de tjener (ekskl. renter), så skal importere mere fra udlandet end de eksporterer.

8.2 Data

Antag, at vi har et nationalregnskab for økonomien givet ved:

	Privat Sektor	Offentlig sektor	Privat forbrug	Off. forbrug	Eksport	Ialt
Privat sektor			500		200	700
Off. sektor				300		300
Import + told			200 + 20			220
Afgifter			70			70
Lønsum	700	300				1000
Ialt	700	300	790	300	200	

Herudover antages yderligere

- Afgifter på told er 20 mia. kr.
- Afgifter udover told har samme sats for indenlandsk og udenlandsk forbrug
- Provenuet fra indkomstskat er 300 mia. kr.

- De samlede transfereringer er 100 mia. kr.
- Beskæftigelsen er 2,5 mio. personer
- Befolkningen er 5 mio. personer, hvilket antages uændret fremover
- Den vækstkorrigerede realrente er på 1 pct., hvilket antages uændret fremover
- Husholdningernes formue er 1000 mia. kr. (både primo og ultimo)
- Det offentliges formue er -1000 mia. kr. (både primo og ultimo)
- Den offentlige primære saldo er 10 mia. kr.

I MAKRO benyttes Danmarks Statistikks tal for løn og priser. Alternativt kan man normere dem til 1, hvilket gøres i det følgende. Vi har altså i kalibreringsåret databelagt følgende eksogene variable: G_t , r_t , N_t og P_t^F og følgende endogene variable: P_t^{YP} , L_t^G , P_t^G , B_t^G , S_t , TR_t , L_t^P , N_t^L , w_t , Y_t^{disp} , B_t^H , C_t^Y , C_t^M , P_t^C , X_t , Y_t^P . Følgende endogene variable er ikke identificeret i data: MPL_t^{NPV} , L_t^{NPV} , $N_t^{L^*}$, C_t^R , \bar{C}_t^R , hvilket skyldes, at disse variable er syntetiske og ikke direkte observerbare størrelser - defineret ud fra vores ligninger.

8.3 Kalibrering

Følgende parametre skal kalibreres eller eksogent fastsættes: μ_t^G , ρ_t , γ_t^{TR} , t_t^w , t_t^{CY} , t_t^{CM} , μ_t^{C-y} , μ_t^{C-m} , ϕ_t , θ_t , κ_t , μ_t^L , s_t , LS_t , r_t , N_t , P_t^F samt ω , γ , Υ , λ , σ^{IO} og σ^X . Nogle af disse er dybe parametre, som sættes på baggrund af estimationer foretaget udenfor modellen:

$$\omega = 0,01$$

$$\gamma = 0,505$$

$$\Upsilon = 0,5$$

$$\lambda = 0,5$$

$$\sigma^{IO} = 0,5$$

$$\sigma^X = 5$$

Andre af de eksogene variable er direkte (eller indirekte) givet ud fra data:

$$G_t = 300$$

$$r_t = 0,01$$

$$N_t = 2500$$

Den udenlandske pris normaliseres gennem hele perioden. Fortolkningen er, at alle priser og værdier er inflationskorrigered i forhold til udviklingen i udenlandske priser:

$$P_t^F = 1$$

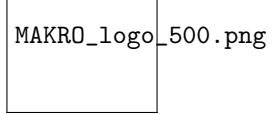
Tilbage er at skulle kalibrere 14 eksogene variable ($\mu_t^G, \rho_t, \gamma_t^{TR}, t_t^w, t_t^{CY}, t_t^{CM}, \mu_t^{C,y}, \mu_t^{C,m}, \phi_t, \theta_t, \kappa_t, \mu_t^L, s_t, LS_t$) og fastlægge 6 endogene variable ($m_t^{NPV}, MPL_t^{NPV}, L_t^{NPV}, N_t^{L*}, C_t^R, \bar{C}_t^R$) ud fra 24 ligninger. Da vi har flere ligninger end ubekendte variable er systemet overidentificeret. Det skyldes, at nogle af vores relationer fx $Y_t^P = C_t^Y + X_t$ er overflødige i kalibreringen, da vi rent datamæssigt kender alle tre, og relationen er overholdt i data. Ligningssystemet er dog endnu mere overidentificeret, da vi i principippet har givet ekstra information i forbindelse med data: 1) De samlede afgifter er 70 mia. kr., 2) toldafgften er 20 mia. kr., 3) afgifter udover told har samme sats for indenlandsk og udenlandsk forbrug, og 4) provenuet fra indkomstskat er 300 mia. kr.. Dette giver os relationerne:

$$\begin{aligned} T_t^{CY} &= t_t^{CY} (P_t^{YP} C_t^Y + P_t^F C_t^M) \\ T_t^{CM} &= (t_t^{CM} - t_t^{CY}) P_t^F C_t^M \\ T_t^w &= t_t^w (w_t \rho_t N_t^L + TR_t) \end{aligned}$$

hvor T_t^{CY} er de samlede afgifter, T_t^{CM} er det samlede toldprovenu, og T_t^w er de samlede indkomstskatter. Disse ligninger indgår alene i kalibreringen til bestemmelse af t_t^{CM}, t_t^{CY} og t_t^w . De kan løses udenfor modellen, hvilket betyder, at t_t^{CM}, t_t^{CY} og t_t^w er direkte datadækket og ikke skal kalibreres, eller de kan inkluderes som såkaldte kalibreringsligninger, hvilket der er nogle stykker af i MAKRO. Vi vælger at inkludere dem her som kalibreringsligninger. Hermed får vi 3 ekstra ligninger i stedet for 3 færre endogene variable - resultatet er det samme for forskellen på antal ligninger i forhold til ubekendte, hvor der nu er 7 ligninger flere end ubekendte.

I GAMS er det ikke hensigtsmæssigt at have et overidentificeret system. I principippet kan den løse det, da den smider overflødige relationer ud, men hvis der er en afrundning, så relationen ikke gælder på 10. decimal, giver den en inkonsistensfejl. Den bedste løsning er at eksakt identificere systemet og beregne 8 af de variable, som er bestemt af data, og tjekke, at man får det samme. Det er dog ikke ligegyldigt, hvilke der bestemmes endogent. For at hjælpe med at holde styr på tælleriet tildeler vi en endogen variabel til en ligning, både når modellen løses normalt og i kalibreringen. Den normale model er opskrevet, så vi altid tænker i, at relationen bestemmer variablen længst til venstre fx tænker vi i, at P_t^{YP} bestemmes i relationen $P_t^{YP} Y_t^P = w_t L_t^P$. Dette er lidt arbitraert, men hjælper til at holde overblik. (Der er dog den enkelte undtagelse, at MPL bestemmes i relationen for arbejdsmarkedsclearing $L_t^P + L_t^G = \rho_t N_t^L$). Når der kalibreres er det nye variable, der bestemmes af de samme relationer. Hvis man tildeler disse 15 relationer til de variable/parametre, som skal kalibreres, samt 6 til de ikke datadækede ubekendte, så får man 7 relationer til overs, som endogent bestemmer datadækkede variable:

$$\mu_t^L : L_t^P = \frac{\mu_t^L}{(1 - m_t^{NPV})} Y_t^P$$



$$Y_t^P : P_t^{YP} Y_t^P = w_t L_t^P$$

$$\mu_t^G : L_t^G = \mu_t^G G_t$$

$$G_t : P_t^G G_t = w_t L_t^G$$

$$B_t^G : B_t^G = (1 + r_t) B_{t-1}^G + S_t$$

$$\begin{aligned} LS_t : \quad S_t &= t_t^w (w_t \rho_t N_t^L + TR_t) + t_t^{CY} P_t^{YP} C_t^Y \\ &\quad + t_t^{CM} P_t^M C_t^M + LS_t - TR_t - w_t L_t^G \\ \gamma_t^{TR} : TR_t &= \gamma_t^{TR} w_t N_t \end{aligned}$$

$$\rho_t : L_t^P + L_t^G = \rho_t N_t^L$$

$$\begin{aligned} \kappa_t \text{ eller } s_t : N_t^L &= \left(1 - \frac{\kappa_t}{m_t^{NPV}} \right) s_t N_t \\ m_t^{NPV} : m_t^{NPV} &= \frac{MPL_t - w_t}{w_t} \end{aligned}$$

$$MPL_t^{NPV} : w_t = (1 - \gamma) (1 - \omega) \frac{MPL_t^{NPV}}{L_t^{NPV}} + \gamma w_t$$

$$MPL_t : MPL_t^{NPV} = MPL_t (L_t^P + L_t^G) + \gamma \frac{1}{1 + r_{t+1}} MPL_{t+1}^{NPV}$$

$$L_t^{NPV} : L_t^{NPV} = (L_t^P + L_t^G) + \gamma \frac{1}{1 + r_{t+1}} L_{t+1}^{NPV}$$

$$N_t^{L^*} : N_t^{L^*} = \left(1 - \frac{1 - \omega}{\omega} \kappa_t \right) s_t N_t$$

$$Y_t^{disp} : Y_t^{disp} = (1 - t_t^w) (w_t \rho_t N_t^L + TR_t) - LS_t$$

$$B_t^H : B_t^H = (1 + r_t) B_{t-1}^H + Y_t^{disp} - P_t^C C_t$$

$$C_t^R : C_t = C_t^R + \Upsilon \frac{Y_t^{Disp}}{P_t^C}$$

$$\theta_{t+1} : C_t^R - \bar{C}_t^R = \left(\frac{1 + r_{t+1}}{1 + \theta_{t+1}} \frac{P_t^C}{P_{t+1}^C} \right)^{-1} (C_{t+1}^R - \bar{C}_{t+1}^R)$$

$$C_T^R : C_T^R = C_{T-1}^R$$

$$\bar{C}_t^R : \bar{C}_t^R = \lambda C_{t-1}^R$$

$$\begin{aligned}\mu_t^{C-y} : C_t^Y &= \mu_t^{C-y} \left(\frac{(1+t_t^{CY}) P_t^{YP}}{P_t^C} \right)^{-\sigma^{IO}} C_t \\ \mu_t^{C-m} : C_t^M &= \mu_t^{C-m} \left(\frac{(1+t_t^{CM}) P_t^F}{P_t^C} \right)^{-\sigma^{IO}} C_t\end{aligned}$$

$$C_t : P_t^C C_t = (1+t_t^{CY}) P_t^{YP} C_t^Y + (1+t_t^{CM}) P_t^F C_t^M$$

$$X_t : X_t = \phi_t \left(\frac{P_t^{YP}}{P_t^F} \right)^{-\sigma^X}$$

$$\begin{aligned}C_t^Y : Y_t^P &= C_t^Y + X_t \\ t_t^{CY} : T_t^{CY} &= t_t^{CY} (P_t^{YP} C_t^Y + P_t^F C_t^M) \\ t_t^{CM} : T_t^{CM} &= (t_t^{CM} - t_t^{CY}) P_t^F C_t^M \\ t_t^w : T_t^w &= t_t^w (w_t \rho_t N_t^L + TR_t)\end{aligned}$$

Ud fra ovenstående ligninger kan vi se, at vi ikke kan identificere både s_t og κ_t . De er med til at bestemme beskæftigelsen fra henholdsvis udbudssiden og efterspørgselssiden. Selvom uendelig mange kombinationer giver en løsning, er det ikke ligegyldigt for modellens egenskaber, hvilken der vælges. Det bør afgøres ud fra empiriske kriterier. Her i noten sættes $\kappa_t = 0,01$, hvilket svarer til, at det tager en procent af en fuldtidsansat persons arbejdsindsats, at lave et jobopslag (inkl. jobsamtaler mv.).

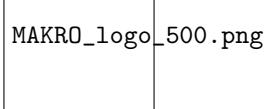
Det er i ovenstående ligninger valgt, at Y_t^P , B_t^G , Y_t^{disp} , B_t^H , C_t , X_t og C_t^Y bestemmes endogent. Således er løn og priser normeret til 1: $P_t^{YP} = P_t^G = P_t^C = w_t = 1$, og følgende variable er givet ud fra data (betinget på normeret løn og priser): $L_t^G = 300$, $S_t = 10$, $TR_t = 100$, $L_t^P = 700$, $N_t^L = 2500$, $C_t^M = 200$.

De fleste parametre fastsættes ved såkaldt statisk kalibrering. Det betyder, at de kan fastsættes ved alene at løse modellen i kalibreringsåret. Grundlæggende kan relationer med leads ikke løses statisk, så θ_{t+1} samt MPL_t og L_t^{NPV} kan kun bestemmes ved dynamisk kalibrering. Fastlæggelse af MPL_t er nødvendig for at få kalibreret μ_t^L og fastlægge m_t^{NPV} , og fastlæggelse af m_t^{NPV} er nødvendig for at kalibreret s_t . Bortset fra θ_t , μ_t^L og s_t kan de resterende parametre løses ved statisk kalibrering. Disse løses lettest i GAMS, men kan som udgangspunkt løses i hånden:

$$P_t^{YP} Y_t^P = w_t L_t^P = 700 \rightarrow Y_t^P = L_t^P = 700$$

$$P_t^G G_t = w_t L_t^G = 300 \rightarrow G_t = L_t^G = 300$$

$$L_t^G = \mu_t^G G_t \rightarrow \mu_t^G = 1$$



$$B_t^G = (1 + r_t) B_{t-1}^G + S_t = 1,01 \cdot (-1000) + 10 = -1000$$

$$\begin{aligned} S_t &= t_t^w (w_t \rho_t N_t^L + TR_t) + t_t^{CY} P_t^{YP} C_t^Y \\ &\quad + t_t^{CM} P_t^M C_t^M + LS_t - TR_t - w_t L_t^G = 10 \rightarrow \\ LS_t &= 10 + 300 + 100 - 300 - 70 - 20 = 20 \\ TR_t &= \gamma_t^{TR} w_t N_t = 100 \rightarrow \gamma_t^{TR} = \frac{100}{5000} = 0,02 \end{aligned}$$

$$L_t^P + L_t^G = \rho_t N_t^L = 1000 \rightarrow \rho_t = \frac{1000}{2500} = 0,4$$

$$T_t^w = t_t^w (w_t \rho_t N_t^L + TR_t) = 300 \rightarrow t_t^w = \frac{300}{1 \cdot 0,4 \cdot 2500 + 100} = \frac{3}{11}$$

$$\begin{aligned} T_t^{CY} &= t_t^{CY} (P_t^{YP} C_t^Y + P_t^M C_t^M) = 70 \rightarrow t_t^{CY} = \frac{70}{500 + 200} = 0,1 \\ T_t^{CM} &= (t_t^{CM} - t_t^{CY}) P_t^M C_t^M = 20 \rightarrow t_t^{CM} = 0,1 + \frac{20}{200} = 0,2 \\ Y_t^{disp} &= (1 - t_t^w) (w_t \rho_t N_t^L + TR_t) - LS_t \rightarrow \end{aligned}$$

$$Y_t^{disp} = \left(1 - \frac{3}{11}\right) (0,4 \cdot 2500 + 100) - 20 = 780$$

$$\begin{aligned} Y_t^P &= C_t^Y + X_t \rightarrow C_t^Y = 700 - 200 = 500 \\ P_t^C C_t &= (1 + t_t^{CY}) P_t^{YP} C_t^Y + (1 + t_t^{CM}) P_t^F C_t^M \rightarrow \\ C_t &= 1,1 \cdot 500 + 1,2 \cdot 200 = 790 \\ B_t^H &= (1 + r_t) B_{t-1}^H + Y_t^{disp} - P_t^C C_t = 1,01 \cdot 1000 + 780 - 790 = 1000 \end{aligned}$$

$$C_t = C_t^R + \Upsilon \frac{Y_t^{Disp}}{P_t^C} = 790 \rightarrow$$

$$C_t^R = 790 - 0,5 \cdot 780 = 400$$

$$\bar{C}_t^R = \lambda C_{t-1}^R = 0,5 \cdot 400 = 200$$

$$\begin{aligned} C_t^Y &= \mu_t^{C-y} \left(\frac{(1 + t_t^{CY}) P_t^Y}{P_t^C} \right)^{-\sigma^{IO}} C_t = 500 \rightarrow \\ \mu_t^{C-y} &= \frac{500}{790} \left(\frac{1,1}{1} \right)^{0,5} = 0,6638 \end{aligned}$$

$$C_t^M = \mu_t^{C_m} \left(\frac{(1 + t_t^{CM}) P_t^F}{P_t^C} \right)^{-\sigma_C^{TO}} C_t = 200 \rightarrow$$

$$\mu_t^{C_m} = \frac{200}{790} \left(\frac{1,2}{1} \right)^{0,5} = 0,2773$$

$$X_t = \phi_t \left(\frac{P_t^{YP}}{P_t^F} \right)^{-\sigma^X} = 200 \rightarrow \phi_t = 200$$

Tilbage er at kalibrere μ_t^L , s_t og θ_t ved dynamisk kalibrering. Det kan ses, at vi initialt er i en steady state:

$$\theta_{t+1} = 0,01$$

$$L_t^{NPV} = 2000$$

$$MPL_t^{NPV} = 2020,202$$

$$MPL_t = 1,010101$$

$$m_t^{NPV} = 0,010101$$

$$\mu_t^L = 0,989899$$

$$s_t = 50$$

$$N_t^{L^*} = 2500$$

8.4 Analyse - øget eksportmarkedsvækst

Der kigges nu på et stød hvor eksportmarkedsvæksten, ϕ_t , permanent øges med 1 pct. Denne indgår kun i relationen $X_t = \phi_t \left(\frac{P_t^{YP}}{P_t^F} \right)^{-\sigma^X}$, hvor den giver et opad på eksporten. Eksporten giver ifølge relationen $Y_t^P = C_t^Y + X_t$ et øget pres på indenlandsk produktion, hvilket ifølge $L_t^P = \frac{\mu_t^L}{(1-m_t^{NPV})} Y_t^P$ giver en øget efterspørgsel efter arbejdskraft og øget beskæftigelse. Øget beskæftigelse kræver flere jobopslag, hvilket betyder øget krav til virksomhedens nutidsværdi af et match m_t^{NPV} . Flere resurser brugt på jobopslag giver altså øget m_t^{NPV} , hvilket kræver endnu flere private ansatte (ifølge $L_t^P = \frac{\mu_t^L}{(1-m_t^{NPV})} Y_t^P$) til gengæld giver det øget beskæftigelse (ifølge $N_t^L = \left(1 - \frac{\kappa_t}{m_t^{NPV}} \right) s_t N_t$). Bemærk, at opslagsomkostningerne betyder, at der er faldende skalaafkast til arbejdskraft i virksomheden, da en øget del af de ansatte bliver brugt til at hyre folk. Det betyder, at virksomheden er nødt til at sætte prisen op for at dække sine øgede omkostninger (ifølge $P_t^{YP} Y_t^P = w_t L_t^P$). Dette bliver forstærket af, at det øgede krav til marginalproduktet af arbejdskraft (ifølge $m_t^{NPV} = \frac{MPL_t - w_t}{w_t}$) giver et opadgående

pres på lønnen (ifølge $MPL_t^{NPV} = MPL_t (L_t^P + L_t^G) + \gamma \frac{1}{1+r_{t+1}} MPL_{t+1}^{NPV}$ og $w_t = (1 - \omega) \frac{MPL_t^{NPV}}{L_t^{NPV}}$). Den højere løn presser yderligere virksomhedens omkostninger og hermed priserne op.

De øgede priser virker afdæmpende på eksportstigningen ($X_t = \phi_t \left(\frac{P_t^{YP}}{P_t^F} \right)^{-\sigma^X}$). Endvidere øger de forbruget af importerede varer og mindske forbruget af indenlandske producerede varer. Sidstnævnte lepper presset på indenlandske produktion og beskæftigelse. Om reallønnen stiger eller falder afhænger af løntrægheden i forhold til importandelen og substitutionselasticiteten for import. Højere løntræghed mindske stigningen i lønnen, mens højere substitutionselasticitet og importandel for import gør det muligt at substituere over til udenlandske varer, hvilket mindske stigningerne i priserne. Uagtet om reallønnen stiger eller falder, så stiger husholdningernes disponibele indkomst, da stigningen i beskæftigelsen mere end modvirker et evt. fald i reallønnen. Jo mindre lønningerne er steget, jo mere er beskæftigelsen steget. Den højere disponibele indkomst trækker forbruget op - dog med lidt forsinkelse, da en andel af forbrugerne ikke ønsker store skift i forbruget. Trægheden i lønnen gør, at marginalproduktet af arbejdskraft på kort sigt stiger mere end lønnen, hvilket øger beskæftigelsen. På sigt stiger lønnen gradvist og beskæftigelsen vender tilbage til sit strukturelle niveau. Privatforbruget og importen er permanent højere, og de indenlandske priser og lønninger er steget. Produktionen og beskæftigelsen er uændret. Om eksporten er steget eller faldet afhænger af modellens parametre.