

Ch. 簡單多項式圖形(1)

(適用 108 課綱)

許哲瑋 編纂

LineID/手機號碼：0975058607

線及二次函數

1. 線函數：

● Recall 國中：

線函數 $L(x) = y = 2x + 3$

這是_____ $\Leftrightarrow \deg(f(x)) =$ _____

線函數 $L(x) = y = 3$ ，

這是_____ $\Leftrightarrow \deg(f(x)) =$ _____

● 高中：

當線函數寫成 $y = mx + b$ 時，

m 稱作_____，代表著線的_____， b 是_____

(i) 當 $m > 0$ ，圖形：

(ii) 當 $m = 0$ ，圖形：

(iii) 當 $m < 0$ ，圖形：

(iv) 鉛直線，函數：_____

(我們不說他是 x 的函數，why?)

(v) 當兩條線平行，它們_____

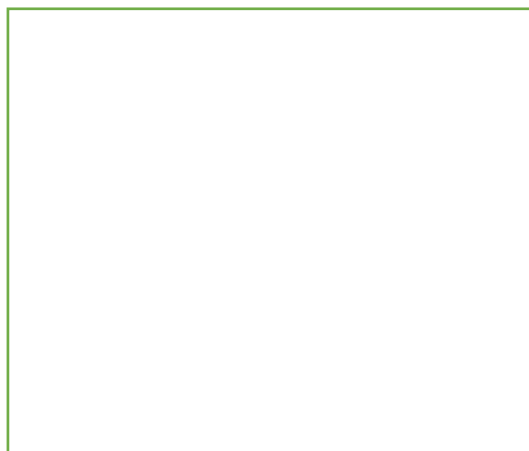
<兩點斜率(Slope)怎麼算?>

2. 二次函數：

● Recall 國中：

二次函數 $f(x) = y = ax^2 + bx + c = a(x - h)^2 + k$

a 稱作 _____， (h, k) 是 _____， c 代表 _____



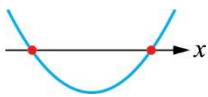
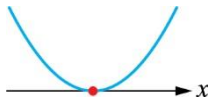
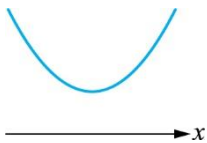
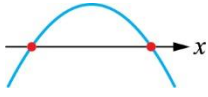
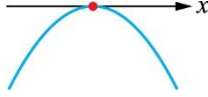

● 配方法 to 公式解：

(配方(國中)：將 $y = 2x^2 + 4x + 5$ 配方，得 _____)

對 $y = ax^2 + bx + c$ 配方，就得到公式解(也就是根)：

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

學會用公式解看下表，就不需要背：

	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
與 x 軸 相交情形	交於兩點 = 兩根	交於一點 = 一根	不相交 = 無實數根
$a > 0$			
$a < 0$			

3. 函數的假設：

- 題目要線 \Rightarrow 假設線 \Rightarrow 假設一次函數 \Rightarrow 設 $y = mx + b$
- 題目要二次函數 \Rightarrow 假設二次函數 \Rightarrow 設 $y = ax^2 + bx + c$
- 題目要二次函數 + 有頂點座標 \Rightarrow 假設二次函數 \Rightarrow 設 $y = a(x-h)^2 + k$

< 題型 >

3. 函數的平移：

- 函數的平移和圖形的變動呈_____關係 \Rightarrow 唱反調!!!

\Rightarrow 圖形向右移 a 格，函數 x 變成 $x - a$ ，向上移 b 格，函數 y 變成 $y - b$ 。

Ex:

(i)

$y = x + 3$ 的圖形向右移 2 格 \Rightarrow

$y = x + 3$ 的圖形向上移 2 格 \Rightarrow

$y = x + 3$ 的圖形向左移 2 格 \Rightarrow

$y = x + 3$ 的圖形向下移 2 格 \Rightarrow

(ii)

$y = 3x + 3$ 的圖形向左移 2 格 \Rightarrow

$2y = 3x + 3$ 的圖形向上移 2 格 \Rightarrow

$3x + 4y + 3 = 0$ 的圖形向上移 2 格 \Rightarrow

(iii)

$3x + 4y + 3 = 0$ 的圖形向上移 2 格後，向右移 4 格

\Rightarrow

$3x - 2y + 3 = 0$ 的圖形向上移 2 格後，向右移 4 格，再向下移 3 格

\Rightarrow

練習 1

設 $y = f(x)$ 為一線型函數，其圖形通過 $(3, -2)$ 及 $(-1, 4)$ 兩點，試求其斜率和 $f(x) = ?$

【解析】

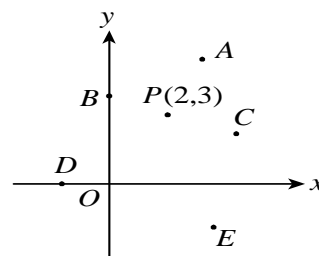
<法一>

<法二>

練習 2

() 設 m 為實數，且 P 點坐標為 $(2, 3)$ ；則在圖中哪一點的坐標代入 $y - 3 = m(x - 2)$ ，會使得 m 值為最小？

(1) A 點 (2) B 點 (3) C 點 (4) D 點 (5) E 點。



【解析】

練習 3

已知一線型函數的圖形通過 $A(-3, 4)$ 且斜率為 $-\frac{2}{3}$ ，試求此函數。

【解析】

@練習 4

() $f(x) = 2000x + 101$ ，則 $\frac{f(366) - f(356)}{100} = (1) \frac{1}{10} \quad (2) 10 \quad (3) 20 \quad (4) 101 \quad (5) 200$

【解析】

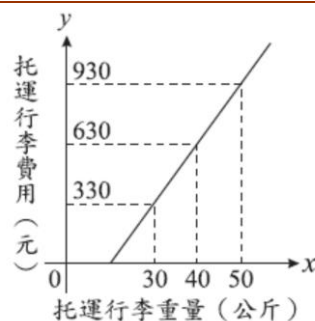
練習 5

某次測驗，班上同學最高分為 50 分，最低分為 20 分，經同學要求，希望調整分數，老師決定用一線型函數來調分，使 50 分變成 100 分，使 20 分變成 60 分，若甲生經調整後變為 76 分，則原來為_____分

【解析】

練習 6

如右圖，某航空公司托運行李的費用為線型函數，由圖中可知行李的重量只要不超過多少公斤就可以免費托運？



【解析】

練習 7

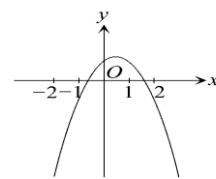
測量氣溫常用攝氏 (Celsius) 及華氏 (Fahrenheit) 兩種溫標，且二者成線型函數的關係。已知攝氏 0 度，華氏是 32 度；攝氏 100 度時，華氏是 212 度，今設攝氏 x 度時，華氏是 y 度，試求：(1)當氣溫是 113°F 時，攝氏是幾度？(2)當氣溫是 30°C 時，華氏是幾度？

【解析】

練習 8

拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形如右，請問下列各式之值何者為正？

- (A) ac (B) $a + b + c$ (C) $a - b + c$ (D) $b^2 - 4ac$ (E) $2a + b$ 。

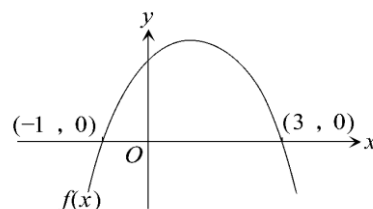


【解析】

練習 9

若函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形如下圖，則下列敘述何者正確？

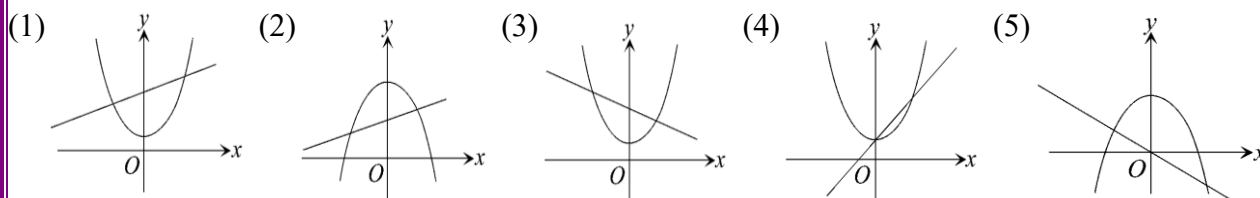
- (A) $a < 0$ (B) $b > 0$ (C) $c < 0$
(D) $b^2 - 4ac < 0$ (E) $9a + 4b + 2c > 0$ 。



【解析】

練習 10

() . 下列直線 $y = ax + b$ 與拋物線 $y = ax^2 + b$ 圖形，何者可能同時存在？



【解析】

練習 11

已知二次函數 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ，圖形以 $(2,3)$ 為頂點，又通過點 $(3,1)$ ，則數對 $(a,b,c)=?$

【解析】

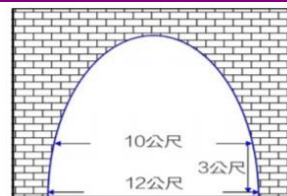
練習 12

若二次函數 $y = ax^2 + bx$ 在 $x = 1$ 時有最小值 $-\frac{1}{a}$ ，則 $3a + b$ 之值為_____。

【解析】

@練習 14

在只有皮尺沒有梯子的情形下，想要測出一拋物線形拱門的高度。已知此拋物線以過最高點的鉛垂線為對稱軸。現甲、乙兩人以皮尺測得拱門底部寬為 12 公尺，且距底部 3 公尺高處其寬為 10 公尺。利用這些數據可推算出拱門的高度為多少公尺？



【解析】

@練習 15

() 若二次函數 $f(x) = a(x - h)^2 + 5$ 滿足 $f(3 - t) = f(3 + t)$ ， $t \in \mathbf{R}$ ，則下列何者正確？ (1) $f(0) > 0$ (2) $f(0) \geq 0$ (3) $f(-1) \geq f(7)$ (4) $f(-1) \leq f(7)$ (5) $a > h$

【解析】

練習 16

已知拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形經水平左移 2 單位，鉛直上移 5 單位後的頂點為 $(-1, 6)$ ，且過點 $(5, 2)$ ，則 $2b + c$ 之值為_____。

【解析】

@範例 17

xy 平面上，有關圖形的敘述，何者正確？

- (A) $y = x^2$ 圖形對稱於 x 軸 (B) $y = x^2$ 對於 x 軸的對稱圖形為 $y = -x^2$
(C) $y = x^2 + 2$ 圖形係由 $y = x^2$ 向上平移 2 單位而得
(D) $y = (x + 1)^2 + 2$ 圖形係由 $y = x^2$ 向右平移 1 單位，再向上平移 2 單位而得
(E) $y = (2x + 1)^2 - 2$ 圖形的對稱軸為 $2x + 1 = 0$ 。

【解析】

練習 18

設二次函數 $y = ax^2 + bx + 6$ 在 $x = 2$ 時，有最小值 -2 ，且此函數的圖形與 x 軸交於 P, Q 兩點，與 y 軸交於 R 點，試求此 $\triangle PQR$ 的面積為_____。

【解析】

練習 19

設二次函數 $y = ax^2 + bx + 6$ 在 $x = 2$ 時，有最小值 -2 ，且此函數的圖形與 x 軸交於 P, Q 兩點，與 y 軸交於 R 點，試求此 $\triangle PQR$ 的面積為_____。