

除法原理 (絕對出多於 3 題，常出在填充)

5. $f(x)$ 除以 x^2-5x+4 的餘式為 $x+2$ ，除以 x^2-5x+6 的餘式為 $3x+4$ ，求：
- (a) $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為何?
 - (b) $f(3) = ?$
 - (c) $f(x)$ 除以 x^2-4x+3 的餘式為何?
 - (d) $f(x)$ 除以 x^2-6x+8 的餘式為何?
6. 設 $f(x)$ 除以 $3x-2$ 的商式為 $Q(x)$ ，餘式為 4 ，以下何者正確? (多選常出)
- (A) $f(x)$ 除以 $x - \frac{2}{3}$ 的商式為 $Q(x)$ ，餘式為 4
 - (B) $f(\frac{x}{3})$ 除以 $\frac{x}{2} - 1$ 的商式為 $2Q(\frac{x}{3})$ ，餘式為 4
 - (C) $f(2x)$ 除以 $3x-1$ 的商式為 $2Q(x)$ ，餘式為 8
 - (D) $xf(x)$ 除以 $3x-2$ 的商式為 $xQ(x)$ ，餘式為 $4x$
 - (E) $f(x^2)$ 除以 $3x^2-2$ 的商式為 $Q(x^2)$ ，餘式為 $4x$
7. 多項式 $f(x)$ 除以 x^2-2x-2 的餘式為 $6x-7$ ，則 $(x-1)f(x)$ 除以 x^2-2x-2 的餘式為何?

8. $11^4 - 13 \times 11^3 + 25 \times 11^2 - 37 \times 11 + 56 = ?$ (超級愛考)

(第 9、10 都會至少出一題，屢試不爽)

9. $f(x) = -2x^3 + 14x^2 - 29x + 18 = a(x-3)^3 + b(x-3)^2 + c(x-3) + d$

(1)求數對(a,b,c,d)

(2)求 x 在 3 附近的一次近似

(3)求 $f(2.98) = ?$ (四捨五入至小數點後 4 位)

10. 已知 $f(x) = (x-1)^3 + 2(x-1)^2 + 3(x-1) + 15 = a(x+2)^3 + b(x+2)^2 + c(x+2) + d$

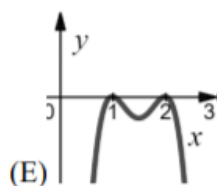
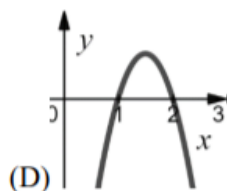
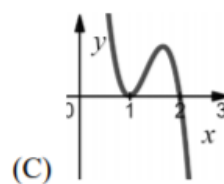
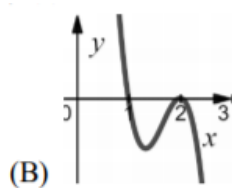
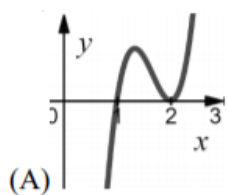
(1)求數對(a, b, c, d)

(2)求 x 在 1 附近的一次近似

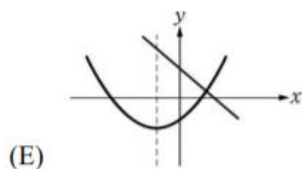
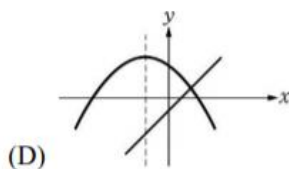
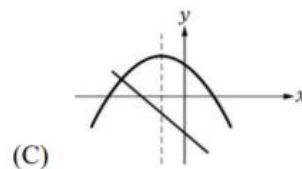
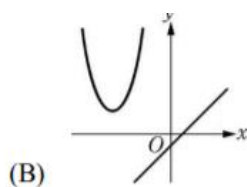
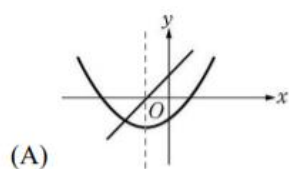
(3)求 $f(-2.01) = ?$ (四捨五入至小數點後 4 位)

多項式圖形 (看圖常出於選擇題，計算常出二次函數、平移)

1. 設 $f(x) = -2(x-1)(x-2)^2$ ，則 $y=f(x)$ 的圖形概貌為下列何者？

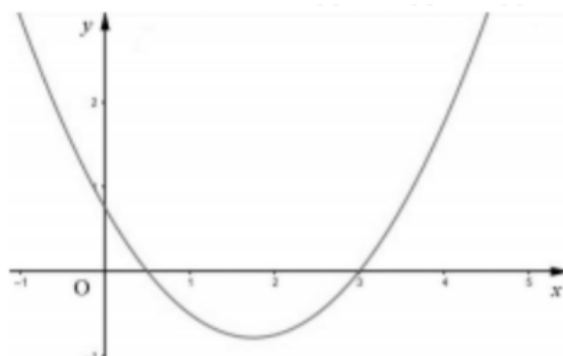


2. 函數 $y=ax+b$ ， $y=ax^2+bx+c$ 在同一坐標系中的圖形有可能是下列何者？



3. 已知二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形，如附圖，請選出正確的選項。

- (A) $a > 0$
- (B) $b > 0$
- (C) $c > 0$
- (D) $b^2 - 4ac < 0$
- (E) $9a - 3b + c = 0$



4. 設 $y = f(x) = ax^2 - 2ax + (1+a)$ 且 $a > 0$ 。(二次函數是國中範圍，是基本)
(1) 求 y 的最小值 (2) 若此二次函數圖形過 $(0,b)$ 、 $(2,c)$ 二點，求 $b-c$

5. 設 $f(x) = -2x^2 + 4x + 2019$ ，若 $f(a) = f(a + 4)$ ，則 $a = ?$

6. 若 $f(x) = 4x^3 - 36x^2 + 106x - 95 = \underline{4(x - h)^3 + p(x - h)} + k$ ，則數對 (p, h, k) 為何，又其對稱中心為何。

7. 已知三次函數 $y = f(x) = ax^3 - 3x^2 + bx + 2$ 的對稱中心為 $(1,-9)$ ，若整數 c 使得 $f(c) = -20$ ，求 $c = ?$

8. 三次函數 $f(x) = (x-3)(x-4)(x-5) + 6$ 的對稱中心坐標為?

9. 有一多項式 $f(x) = \underline{2x^3 - 3x}$ ，向右移 p 單位，向上移 q 單位，得到 $g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 5$ ，求 (p, q) ，又其對稱中心為?

10. 若 $f(x) = x^2 + ax + b$ 向下平移 3 單位，向右平移 2 單位後，與 x 軸交於 $(2,0)$ 和 $(4,0)$ ，求 (1)數對 (a, b) (2) $f(x)$ 的最小值

多項式不等式 (常出，多於 2 題在填充)

1. (1)不等式 $(x-2)^3 (x-1)^2 (2x^2 + 2x + 1) < 0$ 之解為?

(2)不等式 $\frac{(x^2-4)(x+2)}{x^2-1} \leq 0$ 之解為?

(3)不等式 $(x-1)^{80}(x^2+x+1)(x-2)(x-3)(x-4)^4 < 0$ 之解為?

2. 設 a, b 為二實數，且二次不等式 $ax^2 + bx - 2 > 0$ 之解為 $\frac{1}{3} < x < 2$ ，求 (a, b) 。

3. 已知有一多項式 $f(x) = ax^4 - 2x^3 + bx + 2 \leq 0$ 的解為 $-2 \leq x \leq 1$ ，求 (a, b) 。

4. 設 k 為實數，若對任意實數 x ，二次式 $kx^2 + 2x + k$ 的值恆正，求 k 的範圍

5. 若 k 為實數，且 $(2k-3)x^2 - 2kx + (k+2) < 0$ 無實數解，求 k 的範圍。

6. 若 $y = f(x) = (a+1)x^2 + ax + 7$ 的圖形恆在 $y = g(x) = -x+5$ 圖形之上，求實數 a 的範圍

7. m 為實數，若二次函數 $f(x) = mx^2 + x + 4$ 的圖形恆不在一次函數 $g(x) = 3x + 2$ 圖形的下方，求 m 值的範圍

8. 已知二次不等式 $f(t) < 0$ 的解為 $-2 < t < 3$ ，試求：

(a) $f(2x) < 0$ 的解為

(b) $f(x-2) < 0$ 的解為

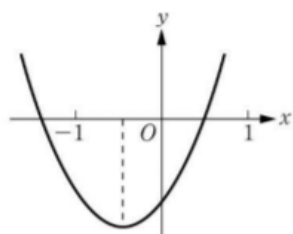
回家練習

1. 求 $9^4 - 10 \times 9^3 + 11 \times 9^2 - 15 \times 9 + 16$ 之值

2. 已知 $y = f(x) = a(x - 2)^3 + b(x - 2) + 4$ ，若 (α, β) 在 $y = f(x)$ 上，則下列哪些點也必在 $y = f(x)$ 的圖形上？

(A) $(0, 0)$ (B) $(-\alpha, -\beta)$ (C) $(4 - \alpha, 8 - \beta)$ (D) $(2, 4)$ (E) (β, α)

3. 已知二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形，如附圖，請選出正確的選項。



(A) $b > 0$

(B) $a - b + c > 0$

(C) $b^2 - 5ac > 0$

(D) $b - 2a > 0$

(E) $5a - b + 2c > 0$

4. 多項式 $f(x) = x^{108} + 99x - 5$ 除以 $x + 1$ 的餘式為何？

5. 若多項式 $f(x)$ 和 $g(x)$ 除以 $x-2$ 之餘式分別為 3 和 5，則 $2f(x)+g(x)$ 除以 $x-2$ 之餘式為？

6. 已知 $y = -2x^3 + 6x^2 - 8x + 8$ 可化為 $y = a(x+b)^3 + p(x+b) + k$ 的形式，試求
(1) 數對 $(a, b, p, k) =$ _____。 (2) 此函數圖形的對稱中心為_____

7. 設 $f(x)$ 為三次多項式且滿足 $f(1)=f(-2)=0$ ， $f(3)=90$ ， $f(0)=-6$ ，則三次不等式 $f(x) \geq 0$ 的解為？

8. 已知 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4x + 42$ ，試求：

(1) 若 $f(x) = a(x+2)^3 + b(x+2)^2 + c(x+2) + d$ ，則數對 $(a, b, c, d) = ?$

(2) 此函數在 $x = -2$ 附近的一次近似 = ? (看清楚題目問的是哪裡的近似)

(3) 此函數在 $x = -1.99$ 之近似值 = ? (四捨五入至小數點後第三位)

9. 已知 x 為實數，試求下列問題：

(1) $-x^2 + 2x - 5$ 的最大值為 。

(2) $f(x) = (-x^2 + 2x - 5)^2 + 2(-x^2 + 2x - 5) + 4$ 的最小值為。 (變數代換)

10. 對所有的實數 x ， $y = x^2 + (4 - 8m)x + 15m^2 - 2m - 4$ 恆在 $y = 2x + 3$ 的上方，則實數 m 之範圍為_____。

11. 求不等式 $(x-1)(x-3)(x-2)^2(x^2-x+5)$ (1) < 0 (2) ≤ 0

12. 有一多項式 $f(x) = 2x^3 - 3x$ ，向右移 p 單位，向上移 q 單位，得到 $g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 5$ ，求 (p, q) 和其對稱中心

13. 已知 a 是實數且不為 0 ， $y = ax^2 + 2ax$ 的圖形恆不在 $y = 2ax^2 + 4a$ 圖形的上方，求 a 的範圍為何？

14. 已知 $(x-1)f(x)$ 除以 $x^2 - 2x + 2$ 的餘式為 $3x + 4$ ，求 $f(x)$ 除以 $x^2 - 2x + 2$ 的餘式
(做完後去跟上課的第 7 題比較，兩種問法只是順序對調，解法卻不一樣)

15. 設二次實係數多項式函數 $f(x) = ax^2 - 4ax + b$ 在區間 $1 \leq x \leq 5$ 上的最大值為 12 、最小值為 -6 。已知 $a < 0$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(國中題)

16. 若 $f(x) = 2x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 9x + 2$ ，則 $f(x-3)$ 除以 $x-1$ 的餘式為何？