



Tecnológico de Monterrey

Métodos numéricos en ingeniería

Dr. Adolfo Centeno Téllez

Entrega proyecto 2do parcial

Crecimiento bacteriano

Equipo #2

María Fernanda Gutiérrez Ornelas	A01234243
Alfonso Iván Morales Valverde	A01562011
Ana Sofia Miranda Jimenez	A01631272
Anahi Esquivel Valenzuela	A01235160
Sergio Eduardo Trejo Olivas	A012422091
Marcela Landero Barraza	A01187873

02/11/2021

Resumen

Se realizó la solución de distintos métodos numéricos vistos en clase, tanto de ecuaciones lineales como de ecuación no lineal, por medio de la aplicación de Matlab y excel, esto para problemáticas basadas en el crecimiento bacteriano, en donde en cada uno de los métodos se plantearon diferentes problemas para su resolución.

Introducción

Una ecuación lineal es una igualdad matemática entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen elementos conocidos y desconocidos (denominados variables), y que involucra solamente sumas y restas de una variable a la primera potencia (ecuación lineal, s.f.). Dicho lo anterior se puede aplicar las ecuaciones lineales a distintas áreas, en este proyecto se adaptará al tema de crecimiento bacteriano, el cual se define como el incremento en el número de bacterias, existen varios factores que pueden influir en dicho crecimiento, como: los nutrientes, humedad, temperatura, entre otros, por lo que se utilizarán distintos métodos y teoremas para resolver problemas de crecimiento bacteriano. Así mismo aplicaremos un método de sistemas de ecuaciones no lineales.

Objetivos

General:

-Aplicar los métodos vistos en clase en un tema relacionado a la carrera de ingeniería en biotecnología.

Específicos:

-Aplicar un sistema de ecuaciones lineales como: Cramer, Jacobi, Seidel, eliminación, Gauss Jordan, seleccionando 3 métodos de estos, para la resolución de un problema de crecimiento bacteriano.

-Aplicar un sistema de ecuaciones NO lineales como Newton Raphson, para la resolución de un problema de crecimiento bacteriano.

Desarrollo (Métodos y teoremas)

Sistema de ecuaciones NO lineales:

Newton Raphson: El método de Newton-Raphson es un método iterativo para poder encontrar raíces de funciones. Este método en teoría puede hallar raíces de funciones lineales y no lineales (Dominic & Castro, 2017).

Problema: La concentración de bacterias en un lago disminuye de acuerdo con la siguiente ecuación: $c = 75e^{-1.5t} + 2000e^{-0.075t}$, Determinar el tiempo requerido para que la concentración de bacterias se reduzca a 15 (Alejandra, H., 2020).

Excel:

Metodo Newton Raphson	
Ejemplo 1	$f(x) = 75e^{-1.5x} + 2075e^{-0.075x}$
	$f' = -112.5e^{-(1.5x)} - 155.625e^{-(0.075x)}$

-2.679385	454.099649
-2.479385	420.203840
-2.279385	386.308031
-2.079385	352.412222
-1.879385	318.516413
-1.679385	284.620605
-1.479385	250.724796
-1.279385	216.828987
-1.079385	182.933178
-0.879385	149.037370
-0.679385	115.141561
-0.479385	81.245752
-0.279385	47.349943
-0.079385	13.454135
0.120615	-20.441874
0.320615	-54.337483
0.520615	-88.233292
0.720615	-122.129101
0.920615	-156.024909
1.120615	-189.920718
1.320615	-223.816527

p_0	-0.079385	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$		Donde f' denota la derivada de f .					
n	Pn-1	f(Pn-1)	f' (Pn-1)	Pn	f(Pn)	E	Validacion 1	Validacion 2	
1	-0.07938524	13.45413457	-0.45740539	29.33464187	27823.64525826	0.00010000	fracaso	fracaso	
2	29.33464187	27823.64525826	2757.57149172	19.24473292	8237.55361989	0.00010000	fracaso	fracaso	
3	19.24473292	8237.55361989	1226.54763345	12.52868424	2436.50540152	0.00010000	fracaso	fracaso	
4	12.52868424	2436.50540152	546.07589174	8.06684031	719.16259937	0.00010000	fracaso	fracaso	
5	8.06684031	719.16259937	243.62277972	5.11488894	211.30244534	0.00010000	fracaso	fracaso	
6	5.11488894	211.30244534	109.17560015	3.17945240	61.46757500	0.00010000	fracaso	fracaso	
7	3.17945240	61.46757500	49.40346714	1.93525683	17.48361767	0.00010000	fracaso	fracaso	
8	1.93525683	17.48361767	22.84719799	1.17001561	4.70848670	0.00010000	fracaso	fracaso	
9	1.17001561	4.70848670	11.12690326	0.74685325	1.08995641	0.00010000	fracaso	fracaso	
10	0.74685325	1.08995641	6.15448879	0.56975382	0.15881141	0.00010000	fracaso	fracaso	
11	0.56975382	0.15881141	4.39238119	0.53359771	0.00610898	0.00010000	fracaso	fracaso	
12	0.53359771	0.00610898	4.05576585	0.53209147	0.00001043	0.00010000	fracaso	exito	
13	0.53209147	0.00001043	4.04191280	0.53208889	0.00000000	0.00010000	exito	exito	
14	0.53208889	0.00000000	4.04188907	0.53208889	0.00000000	0.00010000	exito	exito	
15	0.53208889	0.00000000	4.04188907	0.53208889	0.00000000	0.00010000	exito	exito	

Matlab:

%1.- Encontrar a y b

clear, clc, close all

C=15;

syms t real

f=75*exp(-1.5*t)+20*exp(-0.075*t)-15;

fplot(f,[3,6], 'color', 'b')

grid on

a=3.8; b=4.0;

Es=0.005;

fd=diff(t);

x(1)=a;

%Fórmula interactiva

for i=2:10000

%Método de Newton Raphson

% x(i+1)=xi-f(xi)/f'(xi)

x(i)=x(i-1)-subs(f,x(i-1))/subs(fd,x(i-1));

%Criterio de error absoluto

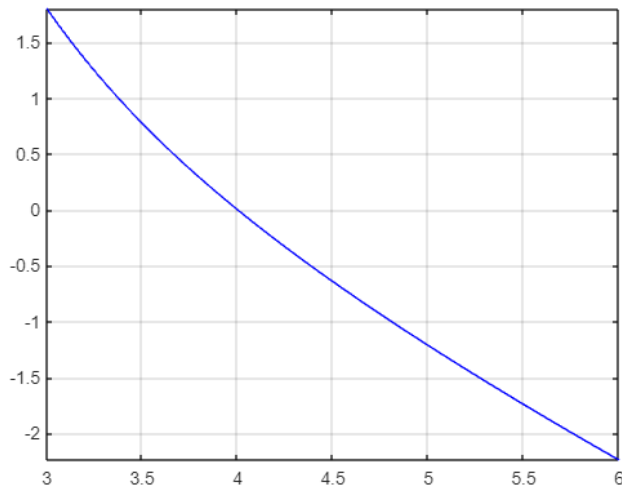
E=abs(x(i)-x(i-1));

```

if E<Es
    break
end
end
%Mostrar resultados
fprintf('El tiempo requerido para la disminución de concentración de bacterias es de
%0.3f',x(i))

```

Gráfica 1. Newton Raphson, crecimiento bacteriano.



Conclusión:

En conclusión se pudo utilizar el método de Newton Raphson en un problema de crecimiento bacteriano, obteniendo como resultado que el tiempo requerido para la disminución de concentración de bacterias es de 4.002 y la gráfica mostrada anteriormente, así mismo se pudo realizar el procedimiento en excel.

Regla de Cramer

Problema:

Tres especies bacterianas diferentes se cultivan en un plato y se alimentan de tres nutrientes. Cada individuo de la especie I consume una unidad de cada uno de los primeros y segundos nutrientes y 2 unidades del tercer nutriente. Cada individuo de la especie II consume 2 unidades del primer nutriente y 2 del tercer nutriente. Cada individuo de la especie III consume 2 unidades del primer nutriente, 3 unidades del segundo nutriente y 5 unidades del tercer nutriente. Si al cultivo se le dan 5300 unidades del primer nutriente, 6900 unidades del segundo nutriente y 12,200 unidades del tercer nutriente, ¿Cuánto crecimiento bacteriano de cada especie se pueden mantener para que se consuman todos los nutrientes?

Excel:

Ecuaciones				Ds		0			
X+2Y+2Z = 5300									
X+3Z = 6900									
2X+2Y+5Z=12200									
X	Y	Z	=						
1	2	2	5300						
1	0	3	6900						
2	2	5	12200						

ans =

0

ans =

4.3577e-12

ans =

0

ans =

0

>>

Conclusión:

Al realizar una comparación uno a uno entre la resolución del problema con dos diferentes métodos de resolución (Excel/ Matlab), se obtienen los resultados en 0 correspondientes a las variables X,Y,Z. De igual manera, al realizar el despeje correspondiente a las variables se obtienen los resultados del crecimiento bacteriano correspondiente a las unidades de sustrato bacteriológico usado.

Método Jacobi

El método de Jacobi es un método iterativo, usado para resolver sistemas de ecuaciones lineales; consiste en construir una sucesión convergente definida interactivamente, donde el límite es la solución del problema.

Problema: Una fábrica de quesos desea someter a pruebas sus cultivos de *Penicillium roqueforti* con el objetivo de reducir el tiempo de incubación del cultivo para introducirlo al queso con mayor rapidez; en busca de un cultivo con el menor tiempo duplicación y mayor crecimiento exponencial para sus quesos se cultiva *in vitro* en tres placas petri con diferentes tratamientos, la misma cepa hasta llegar a una concentración de $1 \cdot 10^9$ UFC/gr: el tratamiento 1 consiste en 3 dosis del f.c. A (factor de crecimiento), 1 dosis del f.c. B y 2 dosis del f.c. C; el tratamiento 2 consiste en 2 dosis del f.c. A (factor de crecimiento), 3 dosis del f.c. B y 2 dosis del f.c. C y el tratamiento 3 consiste en 1 dosis del f.c. A (factor de crecimiento), 2 dosis del f.c. B y 3 dosis del f.c. C. A las 24 horas de incubación se hizo un conteo celular de los tratamientos y se obtuvieron 370 UFC en la placa con tratamiento 1, 420 UFC en la plaza con tratamiento 2 y 290 UFC en placa con tratamiento 3, ¿Qué factor de crecimiento tiene mayor influencia en el crecimiento bacteriano de *P. roqueforti*?

[illegible]

```
clear
clc
A = input('A = ');
b = input('b = ');
x = input('x = ');
n=size(x,1);
normVal=Inf;
%%
% * _Tolerance for method* _
tol=1e-5; itr=0;
%% Algorithm: Jacobi Method
%%
while normVal>tol
xold=x;
for i=1:n
sigma=0;
for j=1:n
if j~=i
sigma=sigma+A(i,j)*x(j);
end
end
x(i)=(1/A(i,i))*(b(i)-sigma);
```

```

end
itr=itr+1;
normVal=abs(xold-x);
end
%%
fprintf('Solution of the system is : \n%f\n%f\n%f\n%f in %diterations',x,itr);

```

The screenshot shows the MATLAB environment. On the left, the 'Workspace' pane is visible. The main editor window displays a script named 'Jacobi.m' with the following code:

```

14 clear
15 clc
16
17 A = input('A = ');
18 b = input('b = ');
19 x = input('x = ');
20 n=size(x,1);
21 normVal=Inf;
22 %%
23 % * _Tolerance for method*_
24 tol=1e-5; itr=0;
25 %% Algorithm: Jacobi Method
26 %%
27 while normVal>tol
28     xold=x;
29
30     for i=1:n
31         sigma=0;
32
33         for j=1:n
34
35             if j~=i
36                 sigma=sigma+A(i,j)*x(j);
37             end
38
39         end
40
41         x(i)=(1/A(i,i))*(b(i)-sigma);
42     end
43
44     itr=itr+1;
45     normVal=abs(xold-x);
46 end

```

On the right, the 'Command Window' shows the execution results:

```

A =
[3 1 2; 2 5 2; 1 2 4]
b =
[370; 420; 290]
x =
[0; 0; 0]
Solution of the system is :
90.000001
35.000003
32.499998
11.000000 in
>> |

```

Conclusión:

En conclusión es posible observar la congruencia entre ambas herramientas utilizadas para resolver el problema por el método de Jacobi, ambas coinciden que el factor de crecimiento con mayor inferencia en el crecimiento bacteriano es el f.c. a que corresponde a la variable x; en ambos modelos hay congruencia con el método empleado ya que la matriz corresponde a una matriz diagonal dominante.

Metodo Gauss-jordan

Es un algoritmo que se usa para determinar la inversa de una matriz y las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales.¹ Un sistema de ecuaciones se resuelve por el método de Gauss cuando se obtienen sus soluciones mediante la reducción del sistema dado a otro equivalente en el que cada ecuación tiene una incógnita menos que la anterior. El método de Gauss transforma la matriz de coeficientes en una matriz triangular superior.

Problema: Una fábrica de quesos desea someter a pruebas sus cultivos de *Penicillium roqueforti* con el objetivo de reducir el tiempo de incubación del cultivo para introducirlo al queso con mayor rapidez; en busca de un cultivo con el menor tiempo duplicación y mayor crecimiento exponencial

para sus quesos se cultiva *in vitro* en tres placas petri con diferentes tratamientos, la misma cepa hasta llegar a una concentración de $1 \cdot 10^9$ UFC/gr: el tratamiento 1 consiste en 3 dosis del f.c. A (factor de crecimiento), 1 dosis del f.c. B y 2 dosis del f.c. C; el tratamiento 2 consiste en 2 dosis del f.c. A (factor de crecimiento), 3 dosis del f.c. B y 2 dosis del f.c. C y el tratamiento 3 consiste en 1 dosis del f.c. A (factor de crecimiento), 2 dosis del f.c. B y 3 dosis del f.c. C. A las 24 horas de incubación se hizo un conteo celular de los tratamientos y se obtuvieron 370 UFC en la placa con tratamiento 1, 420 UFC en la placa con tratamiento 2 y 290 UFC en placa con tratamiento 3, ¿Qué factor de crecimiento tiene mayor influencia en el crecimiento bacteriano de *P. roqueforti*?

Excel:

	x	y	b				
F1	3	1	370				
F2	2	5	420				
Iteracion 1							
	x	y					
F1	-13	0	-1430	-15	-5	-1850	
F2	6	5	-2	2	5	420	
F3				-13	0	-1430	
Iteracion 2							
	x	y					
F1	-13	0	-1430	-9	-3	-1110	
F2	0	2	-690	2	5	420	
				-7	2	-690	
DIVIDIMOS							
	x	y					
F1	3.25	0	357.5	3.25	0	357.5	x
F2	0	1	-345	0	1	-345	y

MATLAB:

```
fi=input('Ingresa la cantidad de filas: ');
co=input('Ingresa la cantidad de columnas: ');

for i=1:co
    for j=1:fi
        fprintf('Fila: %x\n', j)
        fprintf('Columna: %x', i)
        r= input ('Numero de fila y columna: ');
        a(j,i)=r;
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end
a
pause
for i=1:co-1
    a(i,:)=a(i,+)/a(i,i);
    for j=i+1:fi
        a(j,:)=a(j,)-a(i,)*a(j,i);
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end
a
pause

end
for i=fi:-1:2
    for j=i-1:-1:1
        a(j,:)=a(j,)-a(i,)*a(j,i);
        j=j-1;
    end
end
a
pause
```

```

end
for i=fi:-1:2
    for j=i-1:-1:1
        a(j,:)=a(j,:)-a(i,:)*a(j,i);
        j=j-1;
        a
        pause
    end
    i=i-1;
    a
    pause
end
fprintf('resultado\n');

```

Conclusión:

Este método, no nos permite determinar de manera eficiente el crecimiento bacteriano, ya que su objetivo principal es calcular matrices inversas para llegar a una matriz diagonal, esto lo podemos corroborar mediante el cotejamiento de los resultados obtenidos tanto en excel como en matlab y que nos demuestre lo discordante que son.

Referencias

Ecuación lineal. (s.f.). Recuperado de Ecuación lineal - MiProfe.com

Penicillium roqueforti. (2018). Quesos artesanos: Al Queso. Recuperado de:
<https://www.alqueso.es/es/hacer-queso/257-comprar-penicillium-roqueforti.html>