Estructuras de datos

Universidad Veracruzana

Grafos: Conceptos Básicos

Yesenia Zavaleta

yzavaleta@uv.mx

Grafos: Historia

El tema de Teoría de Grafos apareció referenciado por primera vez en 1736 cuando el gran matemático suizo Leonard Euler (1707-1783) publicó un artículo dandole solución.

Grafos: Historia

El tema de Teoría de Grafos apareció referenciado por primera vez en 1736 cuando el gran matemático suizo Leonard Euler (1707-1783) publicó un artículo dandole solución.

Grafos: El *problema*

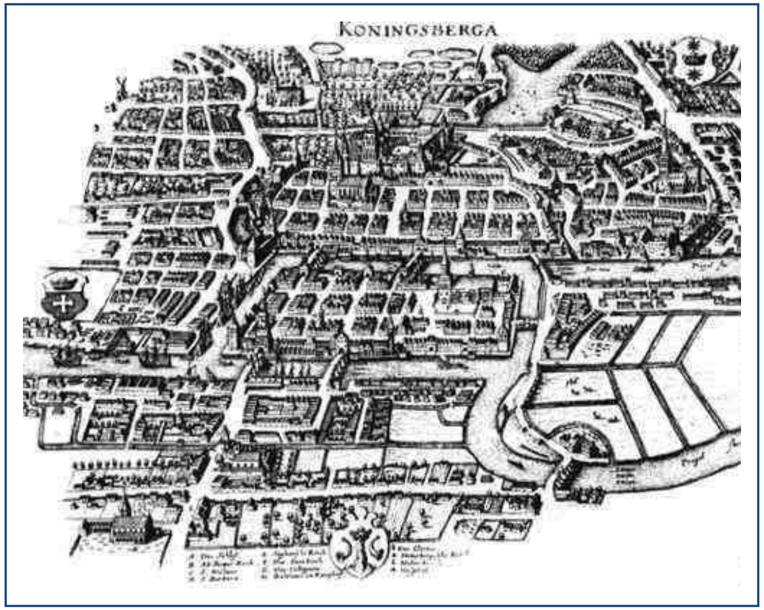


Figura : Un grabado antiguo de la ciudad.

El problema resuelto y referido por Euler es una especie de *acertijo*; en la antigua ciudad de Konisberg de la Prusia del siglo XVIII

Grafos: El *problema*

Figura : Un puente peatonal hoy en día.

El problema resuelto y referido por Euler es una especie de *acertijo*; en la antigua ciudad de Konisberg de la Prusia del siglo XVIII el problema consistia en recorrer los puentes peatonales que están en el centro de la ciudad de forma tal que

Grafos: El *problema*

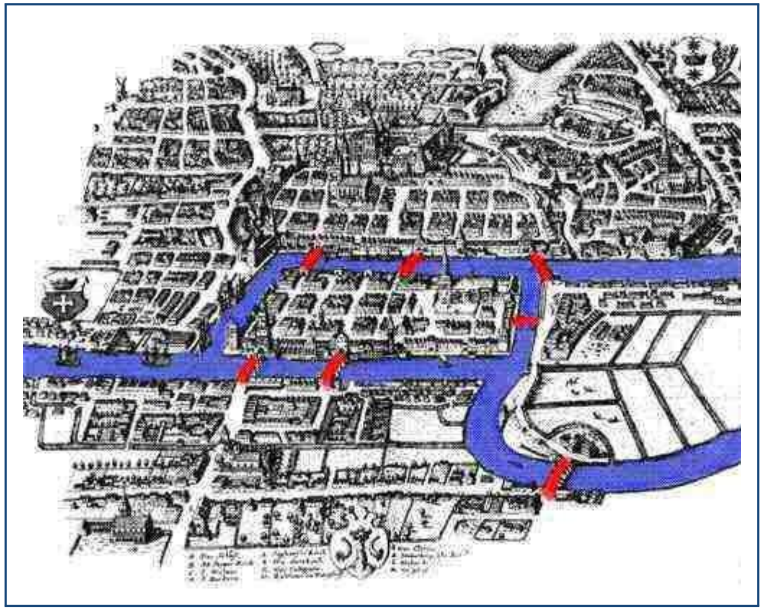


Figura: El grabado con los puentes resaltados.

El problema resuelto y referido por Euler es una especie de *acertijo*; en la antigua ciudad de Konisberg de la Prusia del siglo XVIII el problema consistia en recorrer los puentes peatonales que están en el centro de la ciudad de forma tal que habrá que recorrerlos todos exactamente una vez y regresar al mismo sitio de inicio.

Grafos: El *problema*

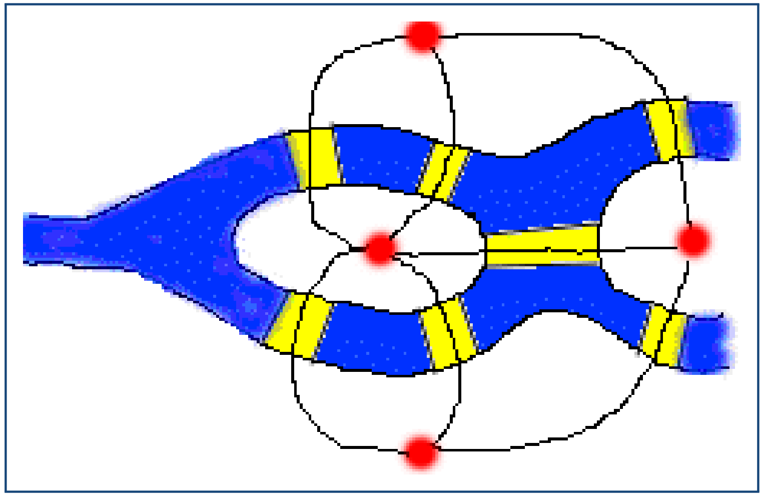


Figura: Un modelo de la *situación*.

El problema resuelto y referido por Euler es una especie de *acertijo*; en la antigua ciudad de Konisberg de la Prusia del siglo XVIII el problema consistia en recorrer los puentes peatonales que están en el centro de la ciudad de forma tal que habrá que recorrerlos todos exactamente una vez y regresar al mismo sitio de inicio.

Grafos: Aplicación actual

Imagine un compañía que adquiere seis computadoras diferentes. Para armar una *red* de computadoras no es requerido conectar cada computadora a todas las restantes, más bien un consejo técnico se reune y decide por situaciones técnicas y de seguridad establecer las siguientes conexiones:

Que la computadora **A** esté conectada a las computadoras: **B**, **C**, **D**, y **E**;

Que la computadora **B** esté conectada a las computadoras: **A**, y **C**;

Que la computadora **C** esté conectada a las computadoras: **A**, **B**, **D**, y **E**;

Que la computadora **D** esté conectada a las computadoras: **A** y **C**;

Que la computadora **E** esté conectada a las computadoras: **A** y **C**;

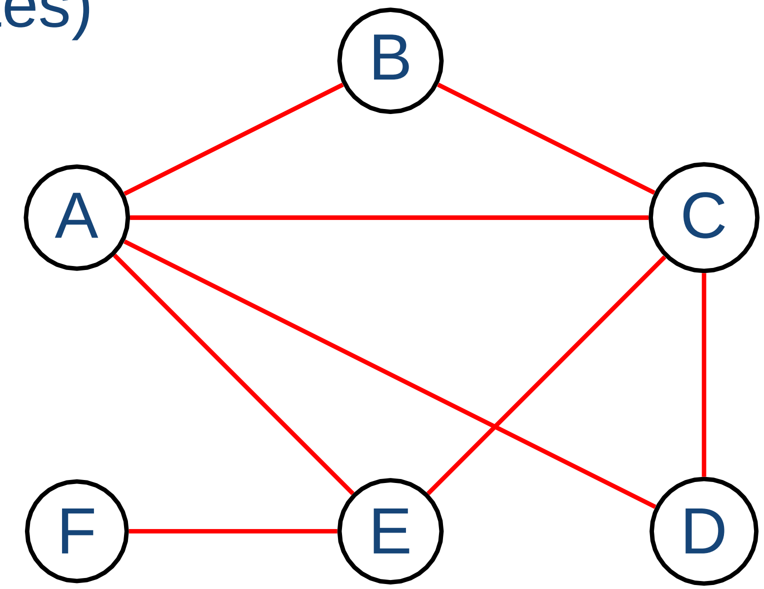
Que la computadora **F** esté conectada a la computadora: **E**.

Lo anterior podría representarse por medio de un grafo.

Lo anterior podría representarse por medio de un grafo. Cada computadora se representará por medio de un nodo o vértice (círculo o punto)

Lo anterior podría representarse por medio de un grafo. Cada computadora se representará por medio de un nodo o vértice (círculo o punto) y cada conexión entre computadoras se representará por medio de una arista o lado (línea, no necesariamente, recta uniendo los nodos correspondientes)

Lo anterior podría representarse por medio de un grafo. Cada computadora se representará por medio de un nodo o vértice (círculo o punto) y cada conexión entre computadoras se representará por medio de una arista o lado (línea, no necesariamente, recta uniendo los nodos correspondientes)



Grafos: Formalización

Un Grafo G consiste de dos conjuntos finitos:

.

Grafos: Formalización

Un Grafo G consiste de dos conjuntos finitos: Un conjunto V llamado de vértices o nodos

.

Grafos: Formalización

Un Grafo G consiste de dos conjuntos finitos: Un conjunto V llamado de vértices o nodos y de otro conjunto E llamado de aristas o lados.

Grafos: Formalización

Un Grafo G consiste de dos conjuntos finitos: Un conjunto V llamado de vértices o nodos y de otro conjunto E llamado de aristas o lados. Asociado a cada elemento de E existe un conjunto de uno o dos vértices que se llamarán extremos del lado.

Grafos: Formalización

Un Grafo G consiste de dos conjuntos finitos: Un conjunto V llamado de vértices o nodos y de otro conjunto E llamado de aristas o lados. Asociado a cada elemento de E existe un conjunto de uno o dos vértices que se llamarán extremos del lado. La correspondencia entre lados y extremos del lado se llamará función lado-extremos.

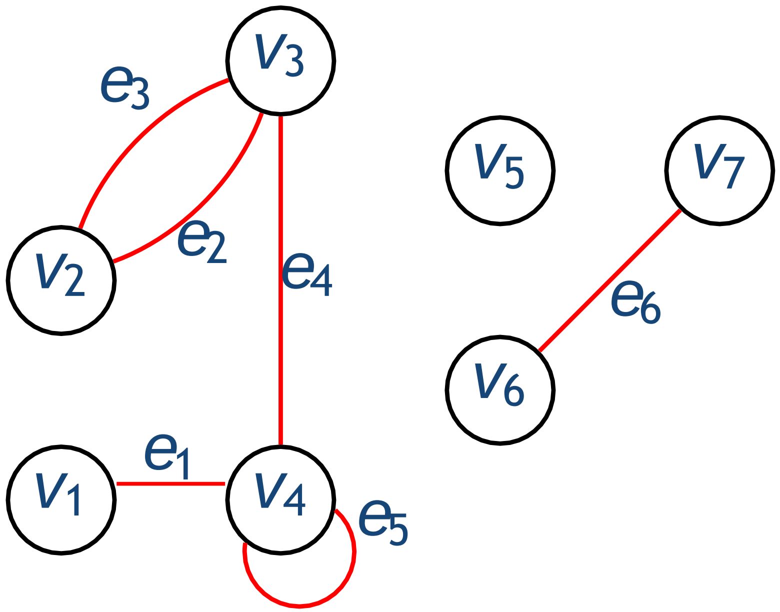
Grafos: Formalización

Un Grafo G consiste de dos conjuntos finitos: Un conjunto V llamado de vértices o nodos y de otro conjunto E llamado de aristas o lados. Asociado a cada elemento de E existe un conjunto de uno o dos vértices que se llamarán extremos del lado. La correspondencia entre lados y extremos del lado se llamará función lado-extremos. Un lado que sólo tiene un vértice asociado en el conjunto de vértices extremos se dice ciclo o loop.

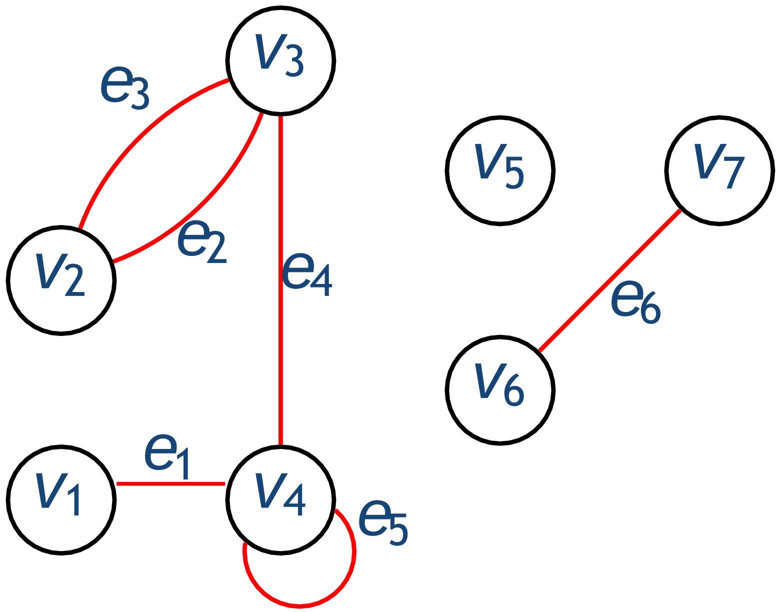
Grafos: Formalización

Un Grafo G consiste de dos conjuntos finitos: Un conjunto V llamado de vértices o nodos y de otro conjunto E llamado de aristas o lados. Asociado a cada elemento de E existe un conjunto de uno o dos vértices que se llamarán extremos del lado. La correspondencia entre lados y extremos del lado se llamará función lado-extremos. Un lado que sólo tiene un vértice asociado en el conjunto de vértices extremos se dice ciclo o loop. Dos lados que tiene el mismo conjunto de vértices extremos se dicen lados paralelos.

Grafos: Conceptos

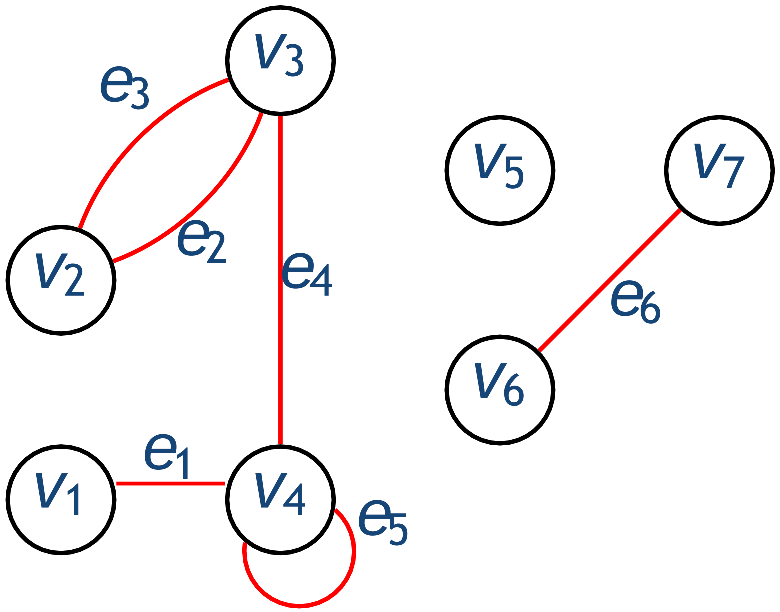


Grafos: Conceptos



Conjunto de vértices: $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$

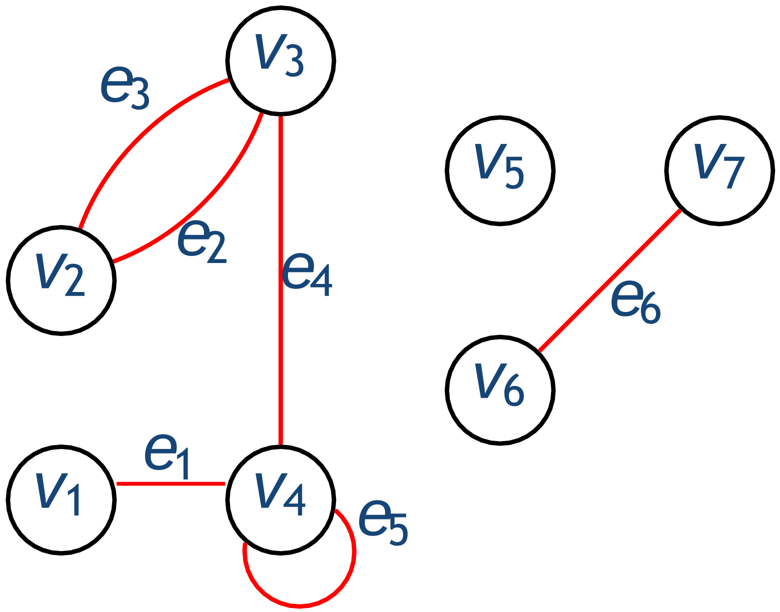
Grafos: Conceptos



Conjunto de vértices: $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$

Conjunto de lados: $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

Grafos: Conceptos

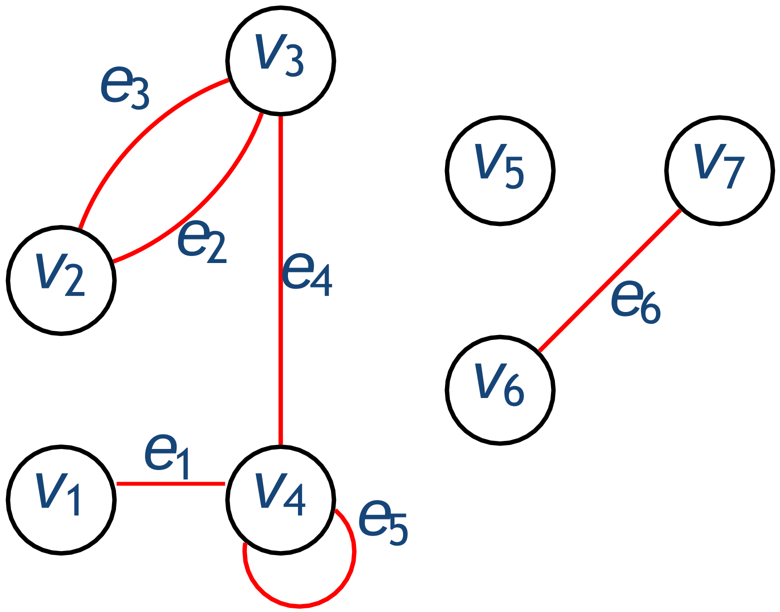


Conjunto de vértices: $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$

Conjunto de lados: $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

Lados Paralelos: e_2 y e_3

Grafos: Conceptos



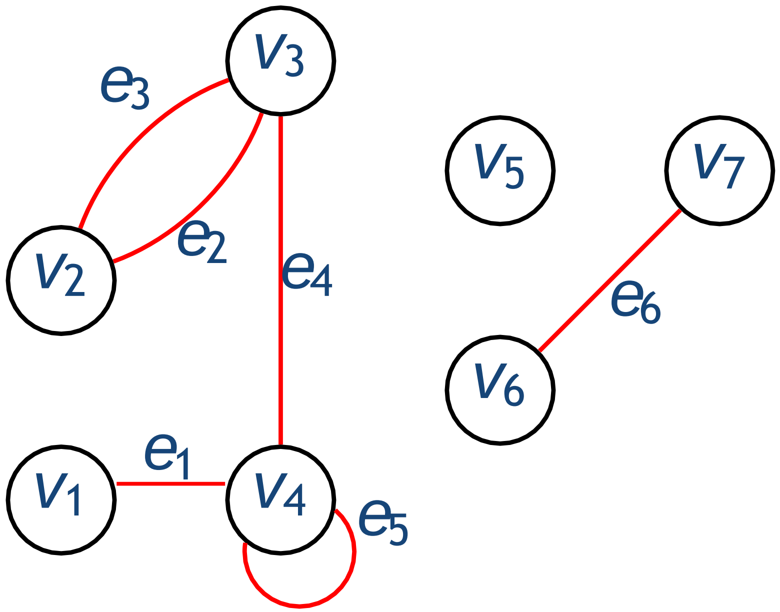
Conjunto de vértices: $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$

Conjunto de lados: $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

Lados Paralelos: e_2 y e_3

Lazos o Cíclos: e_5

Grafos: Conceptos



Conjunto de vértices: $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$

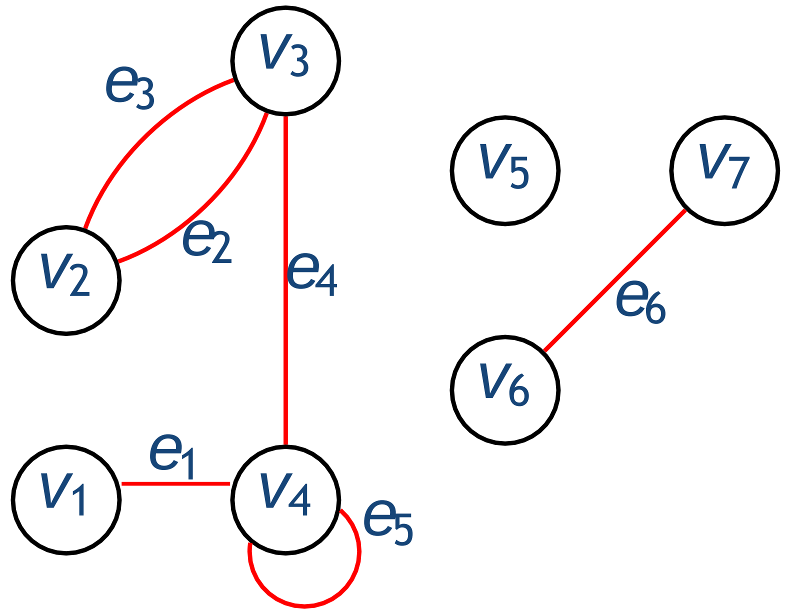
Conjunto de lados: $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

Lados Paralelos: e_2 y e_3

Lazos o Cíclos: e_5

Vértices aislados: v_5

Grafos: Conceptos



Conjunto de vértices: $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$

Conjunto de lados: $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

Lados Paralelos: e_2 y e_3

Lazos o Cíclos: e_5

Vértices aislados: v_5

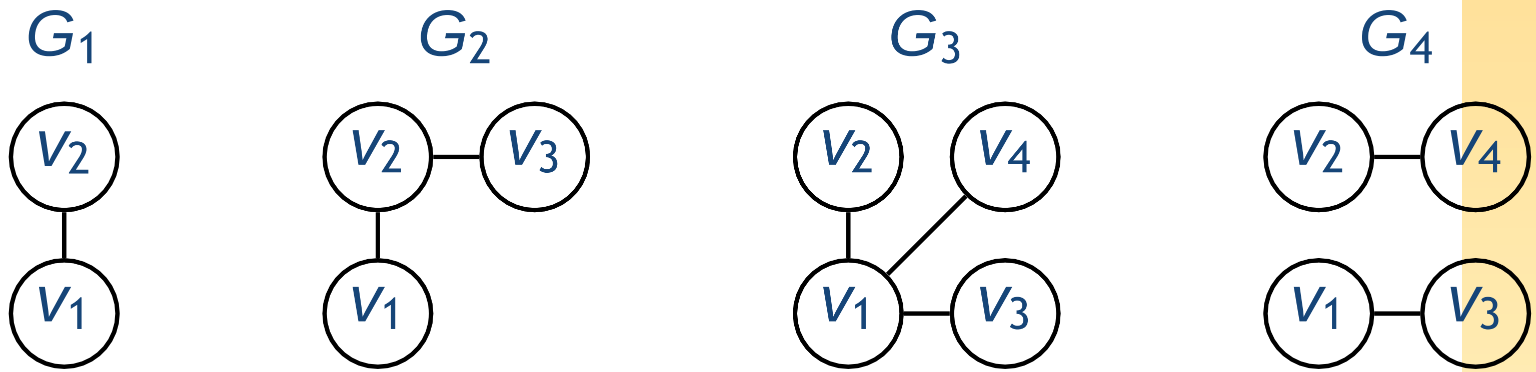
Vértices adyacentes: v_1 y v_4, v_2 y v_3, v_3 y v_4, v_6 y v_7, y v_4 es adyacente con él mismo.

Grafo Simple

Definición:

Un Grafo Simple es un grafo que no tiene ciclos ni lados paralelos.

Ejemplos



Grafo Completo con n vértices: $\mathbf{K}_n$

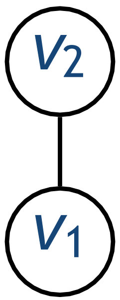
Historia
El problema
Aplicacio´n
Formalización
Conceptos
Grafo Simple
$\mathbf{K}_n$
$\mathbf{K}_{n,m}$
deg(v)
Resultados

Definición:

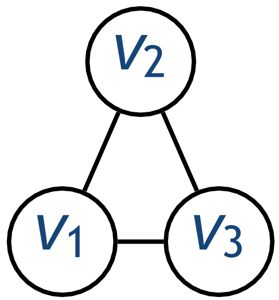
Sea n un entero positivo. Un Grafo Completo con n vértices es un grafo simple donde todos los vértices están conectados por un lado: $\mathbf{K}_n$.

Ejemplos

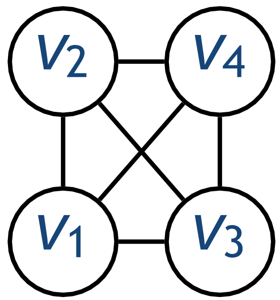
$\mathbf{K}_1$



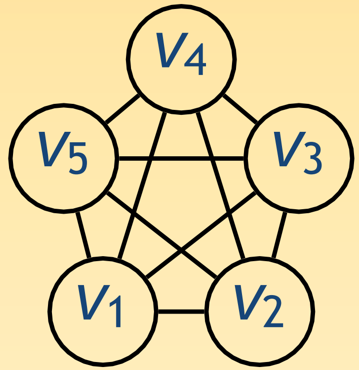
$\mathbf{K}_2$



$\mathbf{K}_3$



$\mathbf{K}_4$



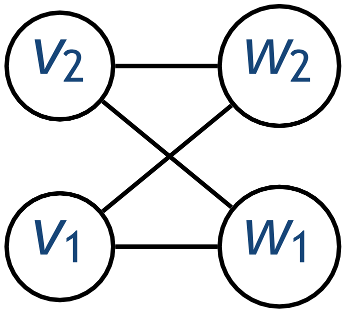
$\mathbf{K}_5$

Grafo Completo Bipartita: $\mathbf{K}_{n,m}$

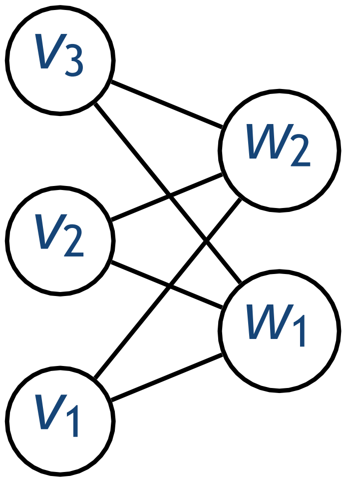
Definición:

Sean n y m dos enteros positivos (iguales o diferentes). Un Grafo Completo Bipartita en (n, m) vértices es un grafo simple con vértices $v_1, v_2, \ldots, v_n, w_1, w_2, \ldots, w_m$ tal que los únicos lados son los lados que conectan todos los vértices v_i con todos los vértices w_j : $\mathbf{K}_{n,m}$.

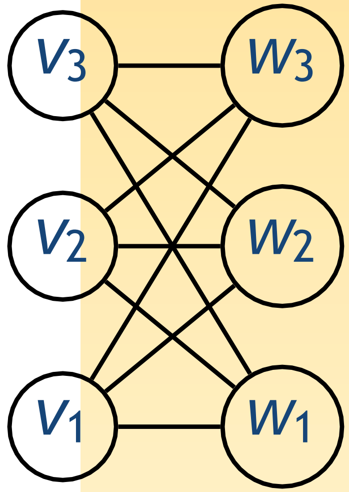
Ejemplos



$\mathbf{K}_{2,2}$



$\mathbf{K}_{3,2}$



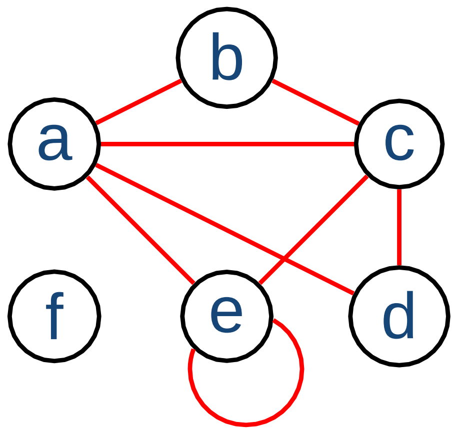
$\mathbf{K}_{3,3}$

El grado de un vértice

Definición:

Sea *G* un grafo y *v* un vértice de *G*. El grado de *v* es el número de lados que indicen en *v* (Los ciclos cuentan doble). Se simboliza por deg(*v*). El grado total de *G* es la suma de los grados de todos los vértices de *G*. Se simboliza por deg(*G*).

Ejemplo En el grafo *G*:



Se tiene deg(*a*) = 4, deg(*b*) = 2, deg(*c*) = 4, deg(*d*) = 2, deg(*e*) = 4, deg(*f*) = 0, y deg(*G*) = 16

Referencias

- Cairó, O., y Guardati, S. (2006). Estructuras de datos. Mc Graw Hill Interamericana.
- Bel, W. (2020). Algoritmos y estructuras de datos en Python: un enfoque ágil y estructurado / Walter Bel. - 1a ed. - Paraná: Editorial Uader.