

"به نام خداوند بخشنده و مهربان"



پردازش سیگنال‌های دیجیتال

**Computer Assignment #1**

استاد:

دکتر مریم محبی

پاییز 1403



## بخش اول: شبیه‌سازی بلوک‌های پردازش سیگنال

هدف از این بخش، شبیه‌سازی برخی بلوک‌های پردازش سیگنال است. لازم به ذکر است که در هیچکدام از قسمت‌های این بخش، از توابع آماده مانند `fft`، `fftshift`، `freqz` یا کدهای آماده دیگر نمی‌توانید استفاده کنید. همچنین با توجه به اینکه سیگنال‌های آنالوگ را نمی‌توان در متلب شبیه‌سازی کرد، در صورت نیاز به شبیه‌سازی سیگنال پیوسته زمان  $x(t)$ ، با یک فرکانس نمونه‌برداری به اندازه کافی بزرگ، از آن نمونه‌برداری کنید و از تقریب رابطه (1) استفاده کنید. هرچه فرکانس نمونه‌برداری بیشتر باشد، دقت این تقریب دقیق‌تر است.

$$x(t) \cong x(nT) \quad (1)$$

سوال (1) طبق مطالب آموخته شده، تبدیل فوریه سیگنال گسسته زمان  $x[n]$  طبق تعریف به صورت رابطه (2) بدست می‌آید:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n} \quad (2)$$

تابعی به نام DTFT بنویسید که سیگنال  $x[n]$  را در بازه  $[n_1, n_2]$  به عنوان ورودی دریافت کند و خروجی  $X(e^{j\omega})$  را در بازه  $[-\pi, \pi]$  به عنوان خروجی بازگرداند. با استفاده از این تابع، تبدیل فوریه سیگنال‌های گسسته  $x_1[n]$  و  $x_2[n]$  که در رابطه (3) و (4) تعریف شده‌اند را بدست آورده و اندازه و فاز آن را در بازه  $[-\pi, \pi]$  رسم کنید.

$$x_1[n] = (0.8)^n; -10 \leq n \leq 20 \quad (3)$$

$$x_2[n] = 1; 0 \leq n \leq 40 \quad (4)$$

به عنوان تمرین امتیازی، یکی از سوالات بخش اول که در ادامه آورده می‌شوند را انتخاب کرده و پاسخ دهید.

سوال (2) بلوک فشرده‌ساز با ضریب  $M$  را در قالب یک تابع به نام Compressor شبیه‌سازی کنید. ورودی این تابع  $x[n]$  و خروجی آن  $y[n]$  است به طوری که رابطه (5) برقرار باشد.

$$y[n] = x[nM] \quad (5)$$

سیگنال پیوسته  $x_c(t) = \text{sinc}^2(t)$  را در بازه  $-4 \text{ sec}$  تا  $4 \text{ sec}$  با فرکانس  $10 \text{ Hz}$  نمونه‌برداری کنید تا سیگنال گسسته  $x_d[n]$  حاصل شود. سپس  $x_d[n]$  را به ازای  $M \in \{2, 4\}$  به کمک تابع Compressor فشرده کنید و با



استفاده از تابع DTFT پاسخ فرکانسی سیگنال خروجی را به ازای هر  $M \in \{2, 4\}$  به همراه پاسخ فرکانسی سیگنال  $x_d[n]$  را در یک نمودار رسم کنید و نتایج را در حوزه فرکانس تحلیل کنید.

سوال 3) بلوک بازکننده با ضریب  $L$  را که رابطه ورودی  $x[n]$  و خروجی  $y[n]$  آن به صورت (6) است را در قالب یک تابع به نام Expander شبیه‌سازی کنید.

$$y[n] = x\left[\frac{n}{L}\right]; n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \quad (6)$$

سیگنال پیوسته  $x_c(t) = \text{sinc}^2(t)$  را در بازه  $-4 \text{ sec}$  تا  $4 \text{ sec}$  با فرکانس  $10 \text{ Hz}$  نمونه‌برداری کنید تا سیگنال گسسته  $x_d[n]$  حاصل شود. سپس  $x_d[n]$  را به ازای  $L \in \{2, 4\}$  به کمک تابع Expander فشرده کنید و با استفاده از تابع DTFT پاسخ فرکانسی سیگنال خروجی را به ازای هر  $L \in \{2, 4\}$  به همراه پاسخ فرکانسی سیگنال  $x_d[n]$  را در یک نمودار رسم کنید و نتایج را در حوزه فرکانس تحلیل کنید.

### بخش دوم: سیستم تغییردهنده نرخ نمونه‌برداری

یک فایل موسیقی که در حوزه زمان با  $x_c(t)$  نشان داده می‌شود، با استفاده از یک مبدل آنالوگ به دیجیتال A/D با فرکانس  $F_s$  نمونه‌برداری می‌شود. ابتدا یک فایل موسیقی دلخواه را انتخاب کرده، پس از باز کردن آن در محیط متلب و شناسایی نرخ نمونه‌برداری، این نرخ را ابتدا دو برابر و یک بار نصف کنید.

در هر مرحله، سیگنال صوتی چه تغییراتی کرده است؟

فایل‌های صوتی extract شده در متلب به همراه گزارش باید در سامانه آپلود شود.



## بخش سوم: شناسایی فاز

یک باور عمومی وجود دارد که گوش انسان قادر به شنیدن فاز نیست. یعنی دو سیگنال با فاز متفاوت را نمی‌تواند از هم تشخیص دهد. به منظور آزمایش این فرضیه، یک سیستم LTI طراحی می‌کنیم که اندازه ورودی را تغییر ندهد اما در فاز تغییر ایجاد کند. به صورت کلی چنین سیستمی را سیستم تمام‌گذر می‌گویند.

سیستم تمام‌گذر زیر را در نظر بگیرید (7):

$$H(z) = \left( \frac{1+2z^{-1}+3z^{-2}+4z^{-3}}{4+3z^{-1}+2z^{-2}+z^{-3}} \right)^N \quad (7)$$

سوال (1) به ازای  $N = 1$  اندازه و فاز این سیستم را در دو نمودار مجزا رسم کنید. سپس به کمک تابع `zplane` صفر و قطب‌های سیستم را نمایش دهید. برای رسم اندازه و فاز شما نیاز دارید پاسخ فرکانسی سیستم را بدست آورید. برای این کار می‌توانید از تابع `freqz` کمک بگیرید.

سوال (2) با توجه به نمودار اندازه و فاز خواهید دید این سیستم اندازه را تغییر نمی‌دهد. اما چون فازی غیر صفر دارد فاز را تغییر می‌دهد. حال با کمک تابع `filter`، خروجی این سیستم را به ازای ورودی سیگنال صوتی دلخواه (می‌توانید از بخشی از فایل موسیقی‌ای که در بخش دوم از آن استفاده کردید، استفاده کنید یا یک فایل صوتی دلخواه انتخاب کنید) بیابید و آن را در یک فایل صوتی به نام `output1.wav` ذخیره کنید. به فایل ورودی و خروجی گوش دهید. آیا تفاوت شنیداری احساس می‌کنید؟ درباره علت این موضوع بحث کنید.

سوال (3) حال می‌خواهیم فاز ورودی را بیشتر تغییر دهیم. به این منظور موارد بالا (نمودار اندازه، فاز، رسم قطب و صفر) را به ازای  $N = 15$  انجام دهید. آیا نمودار صفر و قطب رسم شده توسط متلب برای سیستم جدید صحیح است؟ توضیح دهید؟

سوال (4) مجدداً برای سیستم جدید خروجی را به ازای ورودی قبل، بدست آورده و آن را در یک فایل صوتی به نام `output2.wav` ذخیره کنید و مجدداً به ورودی و خروجی گوش دهید و تفاوت یا عدم تفاوت آنها را بیان کنید. با توجه به نتایج بدست آمده تا اینجا، آیا گوش انسان قادر به شنیدن فاز هست یا خیر؟



سوال 5) این بار به ازای  $N = 50$  نمودارهای فاز و اندازه و صفر و قطب را رسم کنید. همچنین مجدداً خروجی را به ازای همان ورودی بدست آورده و فقط گوش کنید (نیازی به ذخیره نیست). آیا این بار تفاوتی مشاهده می‌کنید؟ این موضوع را با توجه به نمودارهای رسم شده توجیه کنید.

(راهنمایی: برای به توان رساندن می‌توانید از تابع `conv` استفاده کنید. تعیین صحیح بودن یا نبودن مدار صفر و قطب به شما در بیان علت کمک خواهد کرد).

### بخش چهارم: حل معادله تفاضلی

معادله تفاضلی زیر را در نظر بگیرید.

$$y[n] = 0.45y[n-2] + 0.4y[n-1] + 0.45x[n] + 0.4x[n-1] - x[n-2]$$

$$x[-2] = x[-1] = 2, y[-2] = 3, y[-1] = 0$$

پاسخ کامل این معادله را به ازای ورودی  $((\frac{1}{2})^n + 2)u[n]$  و به کمک توابع `conv`، `residuez` و `filter` به ازای  $n \geq 0$  محاسبه کرده و 100 نمونه اول آن را رسم کنید. یک بار هم با استفاده از توابع `filter` و `filter` پاسخ کامل را برای  $n \geq 0$  محاسبه کرده و 100 نمونه اول آن را رسم کنید و نتایج دو مرحله را مقایسه کنید.



## نکات کلی درباره تمرین کامپیوتری

1. برای تمرین‌های کامپیوتری، هر دانشجو موظف به نگارش یک گزارش است که در آن تصاویر کدها و توضیحات مرحله به مرحله انجام تمرین آمده باشد. همچنین تمامی نتایج باید در فایل گزارش آورده شود.
2. در سؤالاتی که نیاز به استفاده از یک فایل صوتی دلخواه است، فایل انتخاب شده به همراه تمامی فایل‌های صوتی استخراج شده از متلب باید در پوشه zip. تمرین تحویلی قرار داده شود.
3. مشورت کردن، کمک کردن به یکدیگر و همفکری بسیار درست و سازنده است؛ به شرطی که منجر به یادگیری شود.
4. در صورت بروز هرگونه ابهام با اکانت TA در ارتباط باشید.

موفق باشید