

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

درس سیستم‌های کنترل خطی

پاسخ تمرین سری ششم

نام و نام خانوادگی	آنایس گل بوداغیانس
شماره دانشجویی	۴۰۱۲۲۱۱۳
تاریخ	بهمن ماه ۱۴۰۳



فهرست مطالب

۱	سوال اول: حامل‌های خودهدایت	۲
۲	سوال دوم: طراحی کنترلر با پاسخ فرکانسی داده شده	۵
۱.۲	بخش الف	۵
۲.۲	بخش ب	۵
۳	سوال سوم: طراحی کنترلر با تابع تبدیل داده شده	۶
۴	سوال چهارم: سیستم جست‌وجوگر خورشید	۸
۱.۴	طراحی	۸
۲.۴	نتایج طراحی در متلب	۹
۵	سوال پنجم: سیستم کنترل سطح مخزن	۱۲
۱.۵	بخش الف	۱۲
۲.۵	بخش ب	۱۵



۱ سوال اول: حامل‌های خودهدایت

برای آن‌که خطای ماندگار سیستم را به مقدار زیادی بهبود دهیم، باید از سیستم پس‌فاز استفاده کنیم. اما این سیستم عیبی که دارد این است که ممکن است تاخیر زمانی در رفتار گذرای سیستم ایجاد کند؛ برای بهبود این تاخیر، می‌توانیم یک سیستم پیش‌فاز نیز به جبران‌ساز اضافه کنیم. فرم کلی جبران‌ساز پس‌فاز و پیش‌فاز:

$$C(s) = \frac{K_c(\alpha T s + 1)}{T s + 1}$$

برای پس‌فاز آلفا کوچک‌تر از یک و برای پیش‌فاز آلفا بزرگ‌تر از یک است.

ابتدا به دیاگرام سیستم توجه می‌کنیم. یک سیستم حلقه‌بسته نیز داخل حلقه‌ی بزرگ‌تر وجود دارد که باید تابع تبدیل آن را محاسبه کنیم.

$$G_{smallerloop}(s) = \frac{\frac{5}{s(s+2)}}{\frac{5}{s(s+2)} + 1} = \frac{5}{s^2 + 2s + 5}$$

حال تابع حلقه‌باز را در حالت کلی به‌دست می‌آوریم.

$$L(s) = k \times G_{smallerloop}(s) \times \frac{1}{s(s+3)}$$

به‌ازای $k = 2$ داریم:

$$= 2 \times \frac{5}{s^2 + 2s + 5} \times \frac{1}{s(s+3)}$$

اکنون باید ببینیم به‌ازای چه ورودی‌ای خطای غیرصفر و غیر بی‌نهایت خواهیم داشت.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = \infty$$

پس سیستم تیپ صفر نیست.

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s) = 2 \times \frac{5}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = 1.5$$

حال خطای سیستم ایده‌آل‌مان را به‌دست می‌آوریم:

$$e_{ss2} = 1.5 \times \frac{1}{30} = \frac{1}{20} = 0.05$$

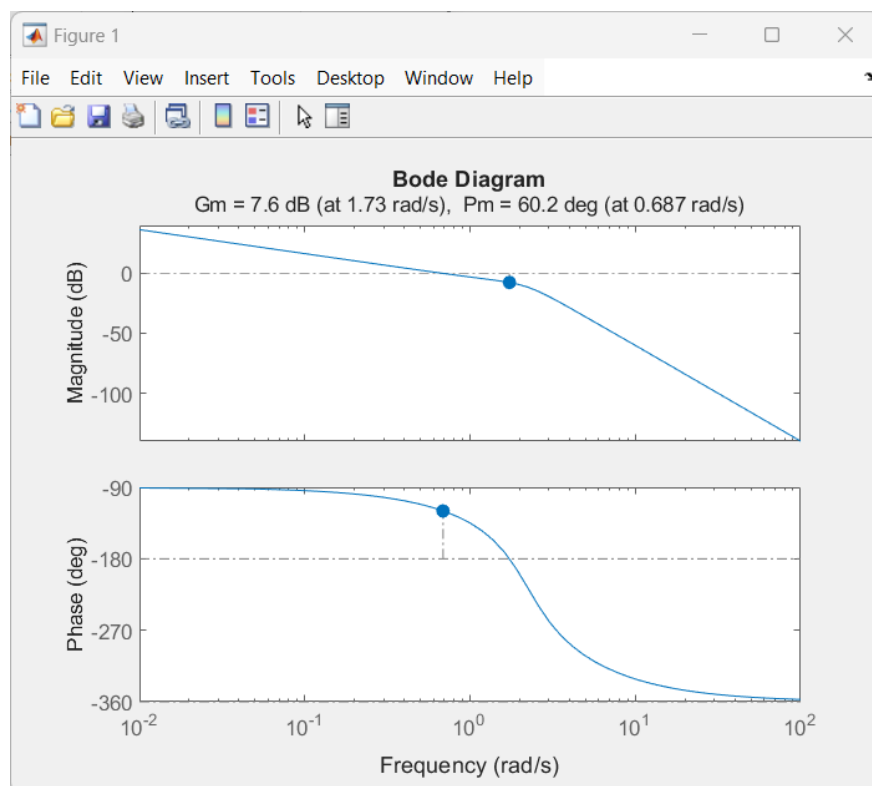
اکنون مقادیر به‌دست آمده را جایگذاری می‌کنیم. ابتدا از جبران‌ساز پس‌فاز استفاده می‌کنیم.

$$K_c = 30$$

$$\alpha = \frac{1}{K_c}$$

$$\epsilon = 0.05$$

$$K_1 = K_c - 1 = 29$$



$$\rightarrow T = \frac{1}{\omega_c} \sqrt{\left(\frac{K_1}{\epsilon}\right)^2 - 1}$$

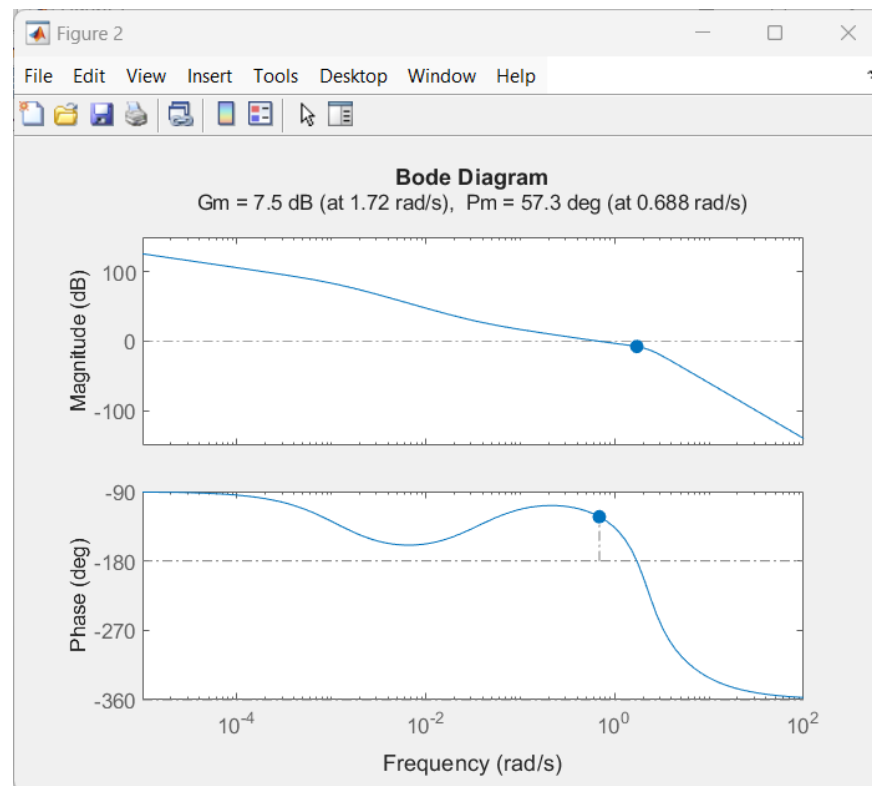
برای تکمیل عبارت بالا نیاز داریم تا فرکانس گذر بهره را پیدا کنیم. با رسم نمودار بودی:

$$\omega_c = 0.687 \rightarrow T = 844.25$$

در نتیجه داریم:

$$C(s) = 30 \frac{28.14s + 1}{844.25s + 1}$$

حال تغییرات حاشیه‌ها و ضرورت استفاده از جبران‌ساز پیش‌فاز را بررسی می‌کنیم.



حاشیه‌ها چندان جابه‌جا نشدند و استفاده از جبران‌ساز دیگری ضروری نیست.

```
1 clc;clear;close all hidden
2 num = 10;
3 den = conv([1 2 5],[1 0]);
4 den2 = conv(den,[1 3]);
5 L = tf(num,den2);
6 figure
7 margin(L);
8 num3 = [28.14*30 30];
9 den3 = [844.25 1];
10 C = tf(num3,den3);
11 figure
12 margin(L*C);
```

Code 1: Q1 code



۲ سوال دوم: طراحی کنترلر با پاسخ فرکانسی داده شده

از آن جایی که خطای ماندگار به ورودی پله صفر است، پس سیستم تیپ یک یا تیپ دو است. حال اگر به نمودار بودی پاسخ فرکانسی توجه کنیم، می بینیم که گین در فرکانس کم، از مقدار زیادی شروع و به تدریج کاهش می یابد و در همان فرکانس فاز -90 داریم که نشان دهنده وجود قطب در مبدا است پس سیستم تیپ یک می باشد و خطای ماندگار آن به ورودی پله صفر می شود.

۱.۲ بخش الف

به جبران سازی نیاز داریم که سرعت (فرکانس گذر بهره) و پهنای باند را افزایش دهد پس سیستم پیش فاز را انتخاب می کنیم.

۲.۲ بخش ب

$$20 \log k = 40.2 \text{ dB}$$

$$\rightarrow k = 102.32 \rightarrow K_c = 102.32$$

در فرکانس 10 rad/s فاز برابر -168 درجه می باشد.

$$180 - 168 = 12$$

این حاشیه فاز کافی نیست؛ باید مقداری بزرگ تر از 20 درجه به آن اضافه کنیم مثلاً $\phi_m = 20.5$ بزرگ تر از 32 درجه شود.

$$\alpha = \frac{1 + \sin(\phi_m)}{1 - \sin(\phi_m)} = \frac{1 + \sin(20.5)}{1 - \sin(20.5)} = 2.078$$

$$T = \frac{1}{\omega \sqrt{\alpha}} = \frac{1}{10 \sqrt{2.078}} = 0.069$$

جبران ساز نهایی:

$$C(S) = \frac{K_c(\alpha T s + 1)}{\sqrt{\alpha}(T s + 1)} = 70.98 \left(\frac{0.143s + 1}{0.069s + 1} \right)$$



۳ سوال سوم: طراحی کنترلر با تابع تبدیل داده شده

تابع تبدیل حلقه باز به صورت زیر می باشد:

$$G(s) = \frac{e^{-0.4s}}{s(0.2s + 1)}$$

برای به دست آوردن فراجش مورد نظر داریم:

$$0.1 = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\ln(0.1) = -2.302$$

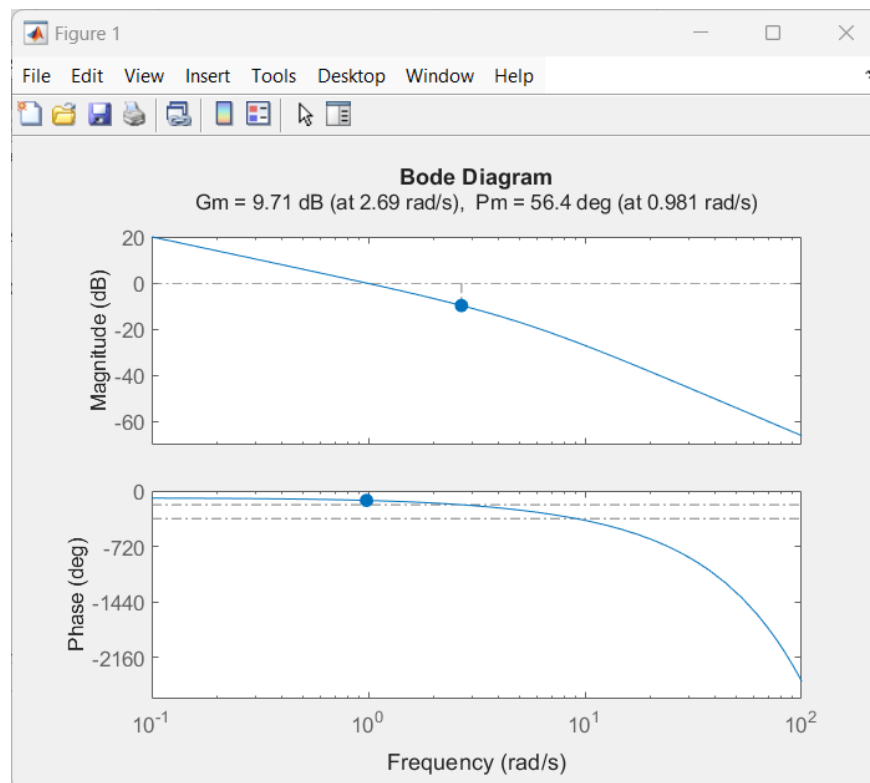
$$\rightarrow 0.5369 = \frac{\zeta^2}{1 - \zeta^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \phi_m = 100\zeta = 59$$

کنترلر داده شده، کنترلر PI است که می توان به فرم زیر هم آن را نوشت.

$$G_c(s) = \frac{K_i(\frac{K_P}{K_I}s + 1)}{s}$$

برای به دست آوردن فرکانس گذر بهره و حاشیه فاز، لازم داریم نمودار بودی $\frac{1}{s}G(s)$ را رسم کنیم.



فرکانس مورد نظر که حاشیه فاز در آن 59 است

$$\omega_c = 0.981 \rightarrow Pm = 56.4$$



می‌خواهیم مقدار فراجاهش کم‌تر از ده درصد باشد پس مقداری باید به اختلاف فاز این دو اضافه کرد.

$$\phi_m = 59 - 56.4 = 2.6 = 3$$

$$T = \frac{K_P}{K_I} = \frac{\tan(\phi)}{\omega_c} = 0.053$$

$$20 \log K_I = 0.799 \rightarrow K_I = 1.04 \rightarrow K_P = 0.55$$

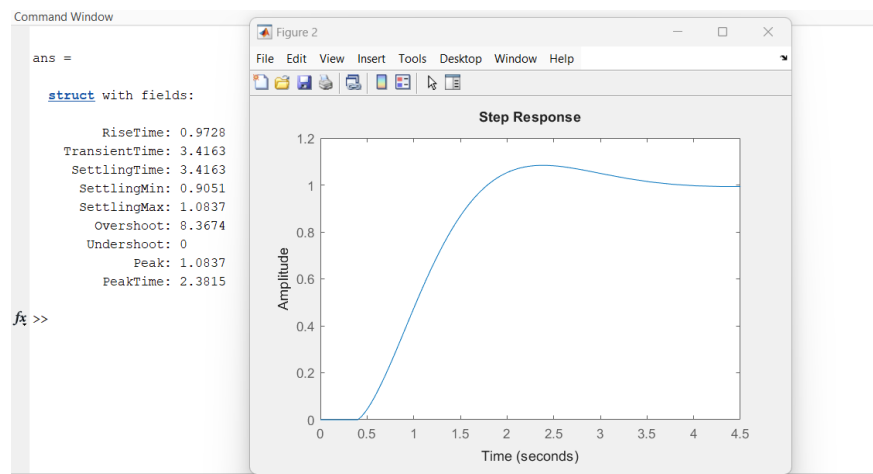
مقادیر به‌دست آمده را در کنترلر ارائه‌شده قرار می‌دهیم.

$$G_c(s) = 0.055 + \frac{1.04}{s}$$

زمان نشست تقریبی:

$$t_s = \frac{4}{\omega_c} = 4.077$$

زمان نشست واقعی را با نرم‌افزار متلب به‌دست می‌آوریم.



```
1 clc; clear; close all hidden
2
3 s = tf('s');
4 G = exp(-0.4*s)/((0.2*s)+1);
5 figure
6 margin((1/s)*G);
7
8 G_c = 0.055 + (1.04/s);
9 figure
10 gl = (G*G_c)/(1+(G*G_c));
11 step(gl)
```




12 stepinfo(gl)

Code 2: Q1 code

۴ سوال چهارم: سیستم جست‌وجوگر خورشید

۱.۴ طراحی

از جایی که خطای ورودی پله صفر است و خطای ورودی شیب خواسته شده، سیستم تیپ یک است. جبران‌ساز مورد نظر نباید در مبدا صفر داشته باشد تا تیپ سیستم تغییر پیدا نکند. و چون می‌خواهیم خطای سیستم را به مقدار زیادی کاهش دهیم، کنترلر پس‌فاز مناسب است. ابتدا بهره دی‌سی سیستم را به دست می‌آوریم و خطای ماندگار مورد نظر را قرار می‌دهیم.

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s)$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{\frac{2500k}{0+25}} < 0.01 \rightarrow k > 1$$

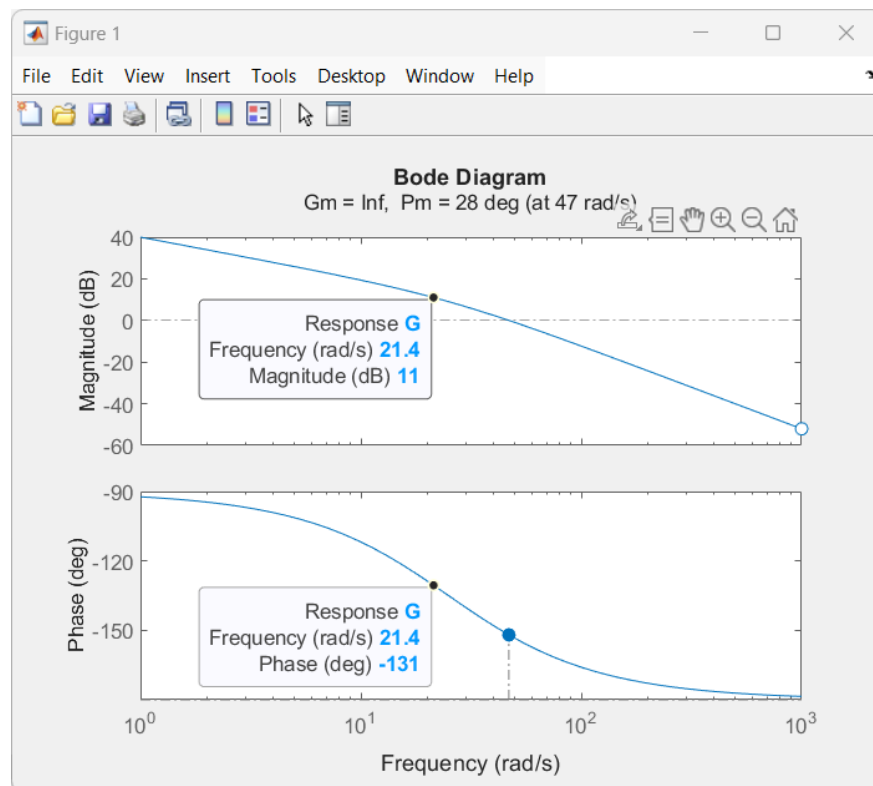
برای رسیدن به خطا ماندگار مورد نظر بهره را به مقدار زیر انتخاب می‌کنیم.

$$K_c = 1.01$$

لازم داریم سایر پارامترهای کنترلر به فرم زیر را پیدا کنیم.

$$C(s) = \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}, |\alpha| < 1$$

حال لازم داریم مقدار فرکانس گذر بهره با توجه به حاشیه فاز گفته شده به دست بیاوریم. حاشیه فاز را ۵۰ درجه در نظر می‌گیریم.



$$\omega_c = 21.4$$

$$20 \log(\alpha) + 20 \log(G(j\omega_c)) = 0$$

$$20 \log(\alpha) = -11 \rightarrow \alpha = 0.281$$

$$\frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_c}{10} \rightarrow T = 1.777$$

$$C(s) = 1.01 \frac{0.499s + 1}{1.777s + 1}$$

۲.۴ نتایج طراحی در متلب

```

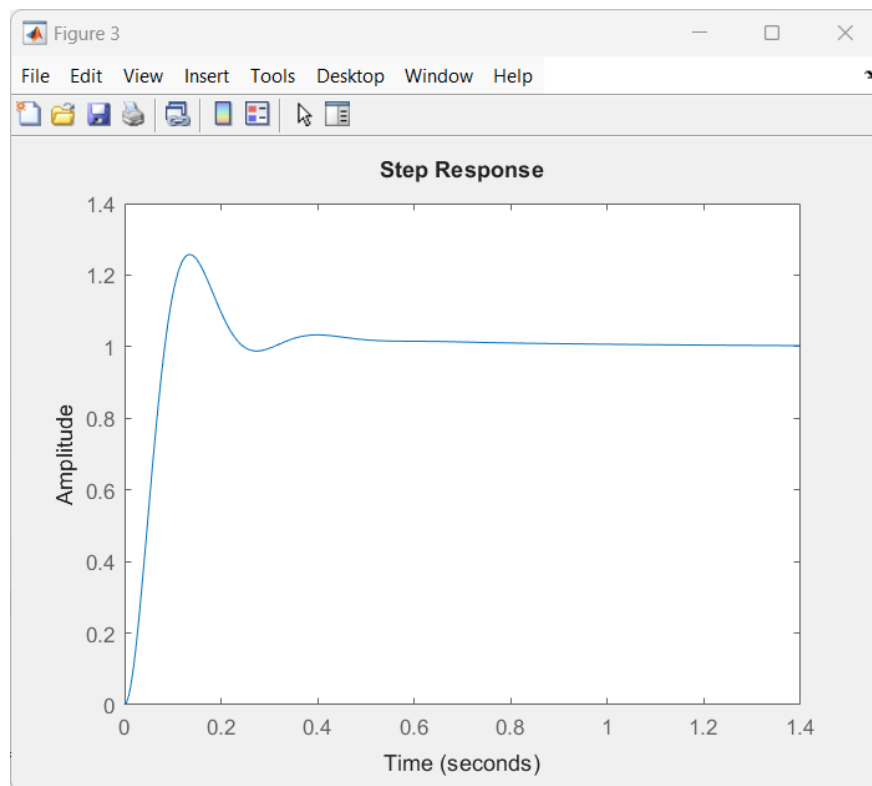
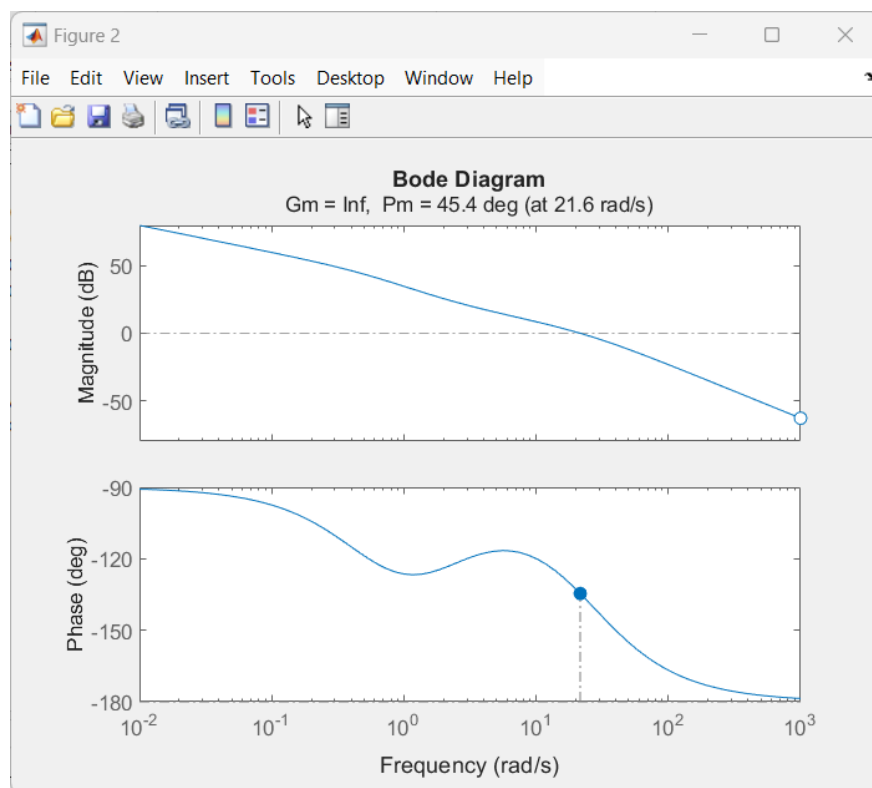
1 clear;clc;close all hidden
2 s=tf('s');
3 G=2500/(s*(s+25));
4 C=1.01*(0.499*s+1)/(1.777*s+1);
5 GC = G*C;

```



```
6 margin(G)
7 figure
8 margin(GC)
9 figure
10 step(GC/(GC+1))
11 stepinfo(GC/(GC+1))
```

Code 3: Q3





```
RiseTime: 0.0566
TransientTime: 0.4936
SettlingTime: 0.4936
SettlingMin: 0.9464
SettlingMax: 1.2574
Overshoot: 25.7382
Undershoot: 0
Peak: 1.2574
PeakTime: 0.1335
```

۵ سوال پنجم: سیستم کنترل سطح مخزن

۱.۵ بخش الف

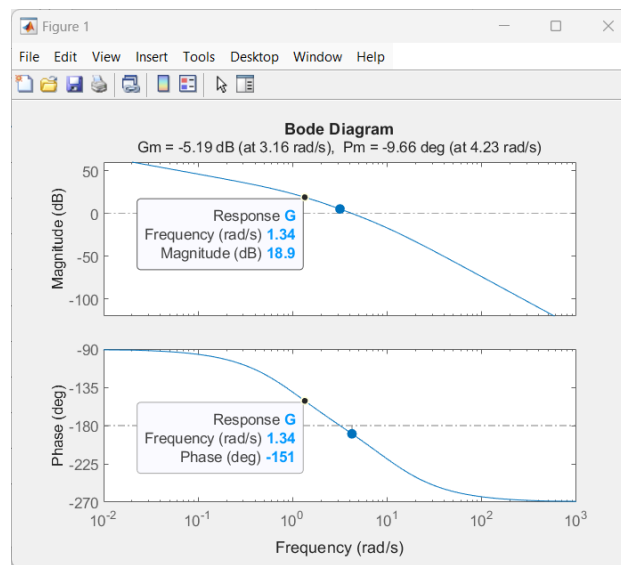
فرم کلی کنترلر PD به صورت زیر است:

$$C(s) = \frac{K_c}{((\omega_{cd}T)^2 + 1)^{1/2}}(Ts + 1)$$

با توجه به داده‌های مسئله، پارامترهای کنترلر را محاسبه می‌کنیم.

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega} = 3$$

$$NoOvershoot \rightarrow \zeta = 1 \Rightarrow \omega_{cd} = 1.333$$



به ازای فرکانس 1.34 داریم:

$$20 \log(K_c) = -18.9 \rightarrow K_c = 0.113$$

$$\phi_{cd} = \phi_d - 29 = 100\zeta - 29 = 100 - 29 = 71 \rightarrow 75$$

$$T = \frac{1}{\omega_{cd}} \tan(\phi_{cd}) = 2.785$$

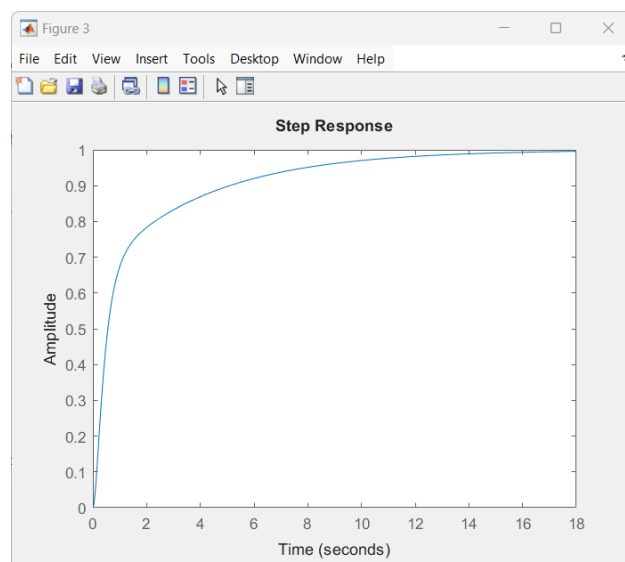
$$\rightarrow C(s) = \frac{0.113}{((1.34 \times 2.785)^2 + 1)^{1/2}} (2.785s + 1) = 0.029(2.785s + 1)$$

پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی پله را رسم می کنیم. با جابه جایی فرکانس عبور بهره می توانستیم سرعت سیستم را بیشتر کنیم.



```
1 clear;close all hidden; clc
2 s=tf('s');
3 G=200/(s*(s+1)*(s+10));
4 margin(G)
5 C=0.029*(2.785*s+1);
6 GC=G*C;
7 figure
8 margin(GC)
9 figure
10 step(GC/(1+GC))
```

Code 4: Q5 part A





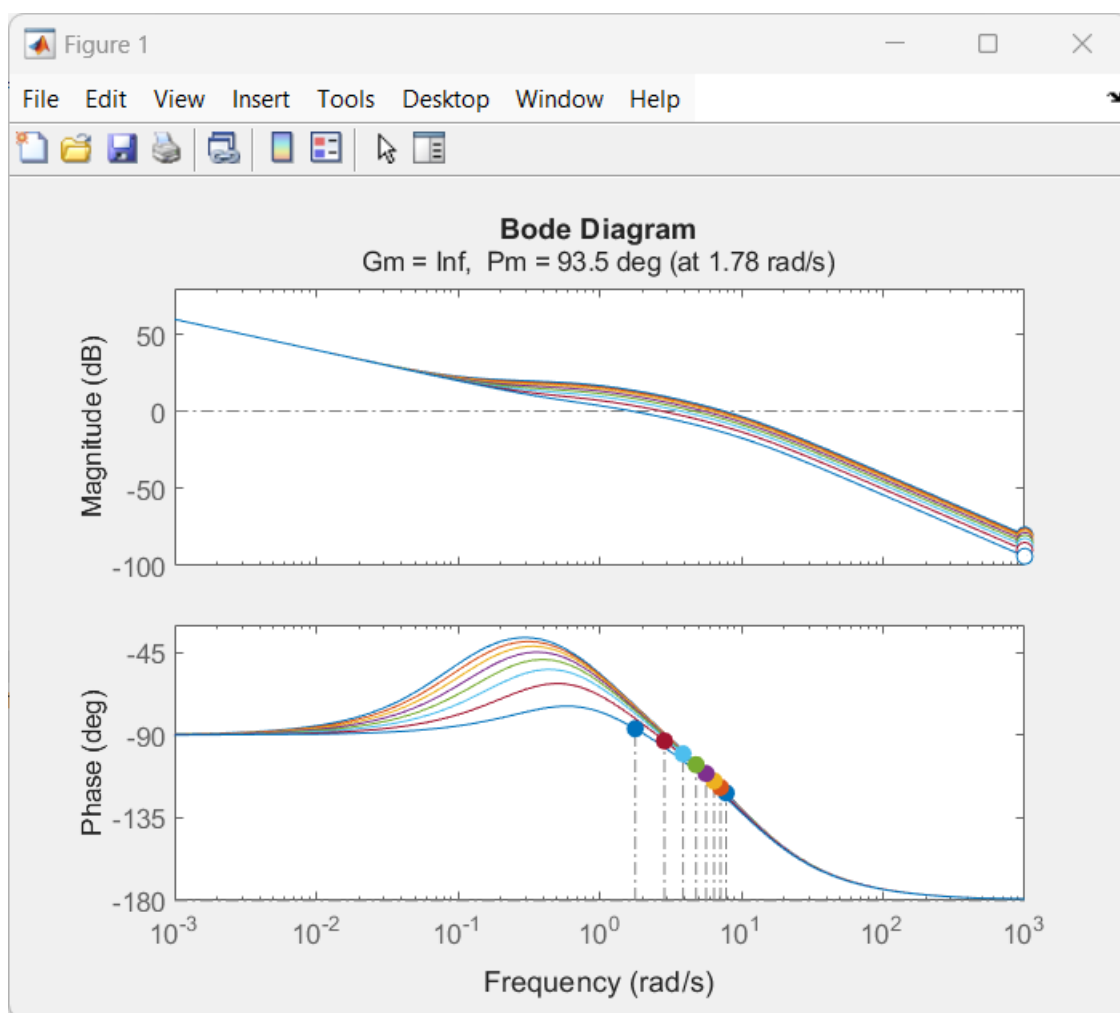
۲.۵ بخش ب

$$\lim_{s \rightarrow 0} sL(s) = K_v = 1$$
$$K_v = \frac{200}{10}(k_P) = 1 \rightarrow k_P = \frac{1}{20}$$

به ازای مقادیر مختلف نمودار بودی اش را رسم می‌کنیم تا حاشیه فاز به دست آید. به ازای $k_D = 0.1$ حداکثر حاشیه فاز را مشاهده کردیم. کم‌تر از این مقدار حاشیه فاز مجدداً نزولی می‌شد.

```
1 clear;close all hidden;clc
2 s=tf('s');
3 G=200/(s*(s+1)*(s+10));
4 k_D =linspace(0.5,0.1,8);
5 k_P = 1/20;
6 for i=1:length(k_D)
7     C(i) = k_P+(k_D(i)*s);
8     margin(G*C(i));
9     pause(1.5)
10    hold on
11 end
```

Code 5: Q5 part B



پهنای باند برابر 2.61 و حاشیه بهره بی‌نهایت است.

