



UNIVERSIDAD DE CÁDIZ

FACULTAD DE CIENCIAS

GRADO EN MATEMÁTICAS

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DE ONDA.

Trabajo de fin de grado presentado por

Ana Cuevas de Cózar

Tutor: Dr.José Rafael Rodríguez Galvan

Firma de la alumna

Firma del tutor

Puerto Real, Cádiz, Junio de 2.022

Abstract

Five years ago, a first volume of open problems in Mathematical Systems and Control Theory appeared.

Some of the 53 problems that were published in this volume attracted considerable attention in the research community. The book in front of you contains a new collection of 63 open problems. The contents of both volumes show the evolution of the field in the half decade since the publication of the first volume. One noticeable feature is the shift toward a wider class of questions and more emphasis on issues driven by physical modeling.

Early versions of some of the problems in this book have been presented at the Open Problem sessions of the Oberwolfach Tagung on Regelungstheorie, on February 27, 2002, and of the Conference on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS) in Notre Dame, Indiana, on August 12, 2002. The editors thank the organizers of these meetings for their willingness to provide the problems this welcome exposure. Since the appearance of the first volume, open problems have continued to meet with large interest in the mathematical community. Undoubtedly, the most spectacular event in this arena was the announcement by the Clay Mathematics Institute of the Millennium Prize Problems whose solution will be rewarded by one million U.S. dollars each. Modesty and modesty of means have prevented the editors of the present volume from offering similar rewards toward the solution of the problems in this book. However, we trust that, notwithstanding this absence of a financial incentive, the intellectual challenge will stimulate many readers to attack the problems. The editors thank in the first place the researchers who have submitted the problems. We are also very thankful to the Princeton University Press, and in particular Vickie Kearn, for their willingness to publish this volume. The full text of the problems, together with comments, additions,

and solutions, will be posted on the book website at Princeton University Press (link available from <http://pup.princeton.edu/math/>) and on <http://www.inma.ucl.ac.be/?blondel/op/>.

Readers are encouraged to submit contributions by following the instructions given on these websites.

The editors, Louvain-la-Neuve, March 15, 2003.

A mis padres.

Resumen

Se ha hecho una investigación sobre la resolución de las ecuaciones de onda.

Agradecimientos

Por mi excelencia y formación profesional, gracias a su cariño, guía y apoyo. Este presente simboliza mi gratitud por toda la responsabilidad e inestimable ayuda que siempre me han proporcionado. Porque gracias a su apoyo y consejos, he llegado a realizar una de mis grandes metas lo cual constituye la herencia más valiosa que pudiera recibir.

Con un testimonio de eterno agradecimiento por el apoyo moral que desde siempre me brindaron y con el cual he logrado terminar mi carrera profesional, que es para mí la mejor de las herencias. Gracias por ayudarme cada día a cruzar con firmeza el camino de la superación, por que con su apoyo y aliento hoy he logrado uno de mis más grandes anhelos.

Por el cariño y apoyo moral que siempre he recibido de ustedes y con el cual he logrado culminar mi esfuerzo, terminando así mi carrera profesional, que es para mí la mejor de las herencias.

Al término de esta etapa de mi vida, quiero expresar un profundo agradecimiento a quienes con su ayuda, apoyo y comprensión me alentaron a lograr esta hermosa realidad. Como un testimonio de eterno agradecimiento por el gran amor y la confianza que siempre me brindaron, gracias por darme la fuerza para irme superando. Sabiendo que jamás encontraré la forma de agradecer su constante apoyo y confianza, sólo espero que comprendan que mis ideales, esfuerzos y logros han sido también suyos e inspirados en ustedes. Por que gracias a su cariño, apoyo y confianza he llegado a realizar dos de mis más grandes metas en la vida. La culminación de mi carrera profesional y el hacerlos sentirse orgullosos de esta persona que tanto los ama.

A quien jamás encontraré la forma de agradecer el que me haya brindado su mano en las derrotas y logros de mi vida, haciendo de este triunfo más suyo que mío por la forma en la que guió mi vida con amor y energía.

Agradezco de todo corazón a dios y a mis padres por que a través de ellos me concedió la vida en este mundo, así como a mis abuelos, tíos, hermanos, suegros, esposa e hijos y a todas las personas que directa o indirectamente han tenido a bien ayudarme en forma moral y económica para mi formación como ser humano y profesional, en respuesta a esto, cuenten con un gran amigo.

A quien jamás encontraré la forma de agradecer su apoyo, comprensión y confianza esperando que comprendas que mis logros son también tuyos e inspirados en tí, hago de este un triunfo y quiero compartirlo por siempre contigo.

A quienes jamás encontraré la forma de agradecer el cariño, comprensión y apoyo brindado en los momentos buenos y malos de mi vida, hago este triunfo compartido, sólo esperando que comprendan que mis ideales y esfuerzos son inspirados en cada uno de ustedes.

Sabiendo que no existirá forma alguna de agradecer una vida de sacrificios, esfuerzos y amor, quiero que sientan que el objetivo alcanzado también es de ustedes y que la fuerza que me ayudo a conseguirlos fue su gran apoyo.

A dios que me ha heredado el tesoro más valioso que puede dársele a un hijo "sus padres". A mis padres quienes sin escatimar esfuerzo alguno sacrificaron gran parte de su vida para educarme. A mis hermanos quienes la ilusión de su vida ha sido verme convertido en un hombre de provecho. Y a todas aquellas personas que comparten conmigo este triunfo.

Con la mayor gratitud por los esfuerzos realizados para que yo lograra terminar mi carrera profesional siendo para mi la mejor herencia. A mi madre que es el ser más maravilloso de todo el mundo. Gracias por el apoyo moral, tu cariño y comprensión que desde niño me has brindado, por guiar mi camino y estar junto a mi en los momentos más difíciles. A mi padre porque desde pequeño ha sido para mi un gran hombre maravilloso al que siempre he admirado. Gracias por guiar mi vida con energía, esto ha hecho que sea lo que soy.

Con amor, admiración y respeto.

Pepito Pérez

noviembre 2022

Índice general

1	Introduction	1
2	Definición de la ecuación de onda	3
3	Tipos de soluciones	5
3.1	Sus tipos	5
3.2	Método de los volúmenes finitos	5
4	Primera cosa	7
4.1	Lo primero	7
4.2	Lo segundo	8
4.2.1	Lo que va con lo segundo	8
5	Segunda cosa	9
5.1	Lo siguiente	9
5.2	Otra cosa más	10
5.2.1	Una subcosa	10
6	Conclusiones	11
	Bibliografía	13

*Hay a quien le gusta comenzar cada
capítulo con una cita...*

Mulachenski

CAPITULO

1

Introduction

El porque de los usos de los métodos numéricos, porque elegimos la ecuacion de ondas, nos parece una forma chula y de hecho practica de unir las matemáticas con la música se podría ampliar el estudio y hacer música escrita como ecuaciones.

pero en ocasiones hay ecuaciones en las que no se puede, o es muy complicado, obtener soluciones exactas y por ello aplicamos métodos numéricos.

Definición de la ecuación de onda

!!!Explicar porque modela una onda

Comenzaremos dando una definición general de la ecuación de ondas en \mathbb{R}^n , con $n \geq 1$

$$u_{tt} - c^2 \Delta u = f, x \in \mathbb{R}^n, t \in \mathbb{R} \quad (2.1)$$

Con f es una función de valores reales, $c > 0$ constante de propagación y el operador

$$\Delta u = \sum_{j=1}^N \frac{\delta^2 u}{\delta x_j^2} \quad (2.2)$$

que es conocida como el Laplaciano. En este tipo de ecuaciones la variable t denota el tiempo transcurrido y las variables $x_i, i = 1, \dots, n$ denotan la posición de la onda en cada direcciones del espacio \mathbb{R}^n .

Podemos observar que son lineales y siempre que $f \neq 0$ la ecuación será no homogénea, es decir tendrá termino independiente.

Comenzaremos hablando de las ecuación de onda de una dimensión puesto que esas son las mas sencillas de trabajar, luego intentaremos generalizar los resultados obtenidos. La ecuación se definirá entonces de la forma:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} \quad (2.3)$$

2. DEFINICIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA

Para poder tratar con este tipo de ecuaciones de manera mas sencilla usualmente las clasificamos, en elípticas, hiperbólicas y parabólicas, para ellos tendremos que ponerla en forma estándar. Aunque se pueden clasificar y estandarizar siempre nosotros por simplicidad lo haremos solo para el segundo orden.

Una ecuación de segundo orden en forma estándar sería como sigue:

$$Au_{tt} + Bu_{tx} + Cu_{xx} + Du_t + Eu_x + Fu = G \quad (2.4)$$

donde, A, B, C, D, E, F, G son constantes o funciones de variables t y x .

Clasificaremos dependiendo de las ecuaciones características relativas a la EDP:

DEFINICIÓN 2.0.1: Clasificación de las EDP de segundo orden

Si en todos los puntos (x, y) de una región $W \in \mathbb{R}^2$ se cumple que:

- $B^2(x, y) - 4A(x, y)C(x, y) > 0$, entonces la EDP (n^*) se dice hiperbólica.
- $B^2(x, y) - 4A(x, y)C(x, y) = 0$, entonces la EDP (n^*) se dice parabólica.
- $B^2(x, y) - 4A(x, y)C(x, y) < 0$, entonces la EDP (n^*) se dice elíptica.

Pongamos ahora nuestra ecuación de esa forma:

Vemos que $A = 1, C = -c^2, G = f$ y cada una de las demás variables es 0. Ahora tenemos $B^2 - 4AC = 4c^2 > 0$ y por lo tanto nuestra ecuación es hiperbólica.

Este tipo de clasificación de las ecuaciones se usa para separar los distintos métodos numéricos que se pueden usar, ya que estos suelen diferir dependiendo de la misma.

Tipos de soluciones

3.1 Sus tipos

Las ecuaciones hiperbólicas en general no se pueden resolver con métodos tradicionales exactos de resolución, (ejemplos de métodos). Para que se pudiesen resolver de manera exacta tendrían que cumplir unas condiciones muy concretas y en la practica no nos resultarían muy útiles, al no modelar la realidad. Esto nos lleva a la creación de métodos numéricos que consiguen resolverlas de una manera no exacta. En la actualidad para las ecuaciones hiperbólicas el método mas usado es el de los volúmenes finitos, y por ello comenzaremos por el mismo.

3.2 Método de los volúmenes finitos

El método de los volúmenes finitos

Primera cosa

4.1 Lo primero

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut ultrices egestas nunc, venenatis rhoncus elit fermentum non. Pellentesque gravida nulla vitae ipsum lobortis ullamcorper. Ut adipiscing, tellus in egestas mattis, enim metus pretium erat, ac tempor dolor neque placerat nulla. Nullam nec ligula eu ipsum pharetra semper a in magna. Integer ut tortor quis nisi fringilla euismod eu ac ipsum. Pellentesque sodales consectetur erat eget rutrum. Proin ornare dolor ut arcu aliquet vestibulum. Pellentesque laoreet tincidunt sem eget semper.

Integer interdum mattis magna ullamcorper tristique. Nullam commodo nulla eget ipsum vulputate tincidunt auctor leo aliquet. Fusce euismod sagittis ante, eu vulputate eros dictum at. Cras non euismod nunc. Nullam velit diam, consectetur sed eleifend vitae, blandit at arcu. Maecenas ut urna nec turpis lobortis commodo. Aliquam aliquet turpis id massa viverra id sollicitudin est cursus. Sed a tortor non mauris cursus imperdiet.

Integer fermentum rutrum urna at vestibulum. Vivamus ullamcorper erat in sapien dignissim pellentesque. Integer convallis fringilla dictum. In bibendum lectus eu nulla pretium volutpat. Morbi hendrerit fringilla tortor, sed gravida neque lacinia a. In risus magna, hendrerit vitae cursus ac, vehicula at eros. Aenean quis ipsum sit amet leo vestibulum cursus.

4. PRIMERA COSA

4.2 Lo segundo

Cras placerat mattis dui quis vehicula. Nulla sit amet metus nibh, at auctor enim. Quisque congue ultricies sapien in suscipit. Fusce vitae placerat ante. Praesent aliquet urna ac elit consequat nec mattis augue faucibus. Nunc et sapien vel felis mollis sodales. Aenean molestie nulla vestibulum nisi fringilla vel euismod dolor tristique. Aenean fermentum, dolor eget tincidunt faucibus, risus lorem feugiat elit, sagittis malesuada eros ligula in odio. Pellentesque ac libero lobortis justo bibendum laoreet. Cras egestas lorem eget ligula dignissim sollicitudin. Vestibulum sit amet augue ultrices erat faucibus vestibulum. Aenean tincidunt faucibus leo, nec auctor diam bibendum a. Sed varius, mauris in pellentesque scelerisque, nisl ligula viverra erat, in eleifend tellus enim ac magna. Pellentesque quis est risus. Cras mollis feugiat auctor. Proin ac eros vitae nulla gravida varius.

4.2.1 Lo que va con lo segundo

Morbi at augue sapien. Duis tempus quam vitae velit interdum ultricies. Vivamus laoreet lacinia elit sit amet vehicula. Ut congue diam ac magna hendrerit sed fermentum justo lacinia. Curabitur vel odio neque, quis consequat mi. Proin lobortis justo quis enim fermentum accumsan sagittis ipsum imperdiet. Proin sem felis, laoreet placerat egestas id, fringilla id mauris. Pellentesque a nisi sit amet leo consectetur gravida nec et dui. Curabitur quis hendrerit augue. Etiam sed dui nec tortor convallis fringilla. Proin tempor mattis diam nec egestas. Quisque condimentum elementum lacus ac porta. Vivamus congue, odio eu ullamcorper elementum, leo turpis tempus sem, at condimentum dolor quam eu nunc. Pellentesque eget risus ac velit aliquam sollicitudin sed et ipsum.

Segunda cosa

5.1 Lo siguiente

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut ultrices egestas nunc, venenatis rhoncus elit fermentum non. Pellentesque gravida nulla vitae ipsum lobortis ullamcorper. Ut adipiscing, tellus in egestas mattis, enim metus pretium erat, ac tempor dolor neque placerat nulla. Nullam nec ligula eu ipsum pharetra semper a in magna. Integer ut tortor quis nisi fringilla euismod eu ac ipsum. Pellentesque sodales consectetur erat eget rutrum. Proin ornare dolor ut arcu aliquet vestibulum. Pellentesque laoreet tincidunt sem eget semper.

Integer interdum mattis magna ullamcorper tristique. Nullam commodo nulla eget ipsum vulputate tincidunt auctor leo aliquet. Fusce euismod sagittis ante, eu vulputate eros dictum at. Cras non euismod nunc. Nullam velit diam, consectetur sed eleifend vitae, blandit at arcu. Maecenas ut urna nec turpis lobortis commodo. Aliquam aliquet turpis id massa viverra id sollicitudin est cursus. Sed a tortor non mauris cursus imperdiet.

Integer fermentum rutrum urna at vestibulum. Vivamus ullamcorper erat in sapien dignissim pellentesque. Integer convallis fringilla dictum. In bibendum lectus eu nulla pretium volutpat. Morbi hendrerit fringilla tortor, sed gravida neque lacinia a. In risus magna, hendrerit vitae cursus ac, vehicula at eros. Aenean quis ipsum sit amet leo vestibulum cursus.

5. SEGUNDA COSA

5.2 Otra cosa más

Cras placerat mattis dui quis vehicula. Nulla sit amet metus nibh, at auctor enim. Quisque congue ultricies sapien in suscipit. Fusce vitae placerat ante. Praesent aliquet urna ac elit consequat nec mattis augue faucibus. Nunc et sapien vel felis mollis sodales. Aenean molestie nulla vestibulum nisi fringilla vel euismod dolor tristique. Aenean fermentum, dolor eget tincidunt faucibus, risus lorem feugiat elit, sagittis malesuada eros ligula in odio. Pellentesque ac libero lobortis justo bibendum laoreet. Cras egestas lorem eget ligula dignissim sollicitudin. Vestibulum sit amet augue ultrices erat faucibus vestibulum. Aenean tincidunt faucibus leo, nec auctor diam bibendum a. Sed varius, mauris in pellentesque scelerisque, nisl ligula viverra erat, in eleifend tellus enim ac magna. Pellentesque quis est risus. Cras mollis feugiat auctor. Proin ac eros vitae nulla gravida varius.

5.2.1 Una subcosa

Morbi at augue sapien. Duis tempus quam vitae velit interdum ultricies. Vivamus laoreet lacinia elit sit amet vehicula. Ut congue diam ac magna hendrerit sed fermentum justo lacinia. Curabitur vel odio neque, quis consequat mi. Proin lobortis justo quis enim fermentum accumsan sagittis ipsum imperdiet. Proin sem felis, laoreet placerat egestas id, fringilla id mauris. Pellentesque a nisi sit amet leo consectetur gravida nec et dui. Curabitur quis hendrerit augue. Etiam sed dui nec tortor convallis fringilla. Proin tempor mattis diam nec egestas. Quisque condimentum elementum lacus ac porta. Vivamus congue, odio eu ullamcorper elementum, leo turpis tempus sem, at condimentum dolor quam eu nunc. Pellentesque eget risus ac velit aliquam sollicitudin sed et ipsum.

Conclusiones

A lo largo del trabajo se han presentado numerosos modelos que utilizan la SVM como herramienta para clasificar un conjunto de datos en dos clases, así mismo, se ha puesto especial énfasis tanto en la construcción de modelos que reduzcan en número de atributos seleccionados como en el desarrollo de procedimientos que permitan resolver dichos modelos de forma eficiente. Se ha visto que los modelos presentados son bastante efectivos a la hora de clasificar, llegándose a obtener una ACC y una AUC por encima del 90 % en muchos casos, al mismo tiempo que se reducían considerablemente el número de atributos a valorar. La reducción de características proporciona numerosas ventajas, por ejemplo, al analizar datos médicos, especificar cuáles son los atributos más influyentes en la clasificación y que permiten a los especialistas centrarse en determinados parámetros, tanto para la prevención de la enfermedad estudiada, como en la investigación médica. Esto mismo es aplicable a otros campos, como en estudios de clientes bancarios, en modelos sociales, etcétera.

En vista de los resultados obtenidos en el Capítulo ??, sería bastante interesante seguir depurando la cota de M , lo que permitiría resolver los modelos de Ramp Loss en muestras de tamaño superior. Así mismo, sería interesante adaptar las nuevas estrategias de resolución expuestas para los modelos de Ramp Loss a los modelos Hard Margin Loss.

Por otra parte, aunque durante todo el trabajo se han utilizado la SVM para división del conjunto de datos en dos clases, esta puede ser utilizada para dividir los datos en N clases, ejecutándolas de manera repetitiva. Así mismo, en la literatura podemos encontrar

6. CONCLUSIONES

técnicas que evitan repetir el procedimiento N veces, dando lugar a la (M-SVM), es decir, a la máquina de vectores soporte multicategoría, ver [?]. Una línea de investigación interesante sería estudiar los modelos presentados para la (M-SVM) e incluir las herramientas de selección de características vistas a lo largo del trabajo.

Bibliografía

- [1] A.M. Turing. Computing machinery and intelligence. *Mind*, 59(236):433–460, 1950.
- [2] Stuart Bennett. *A history of control engineering, 1800-1930*. IET, 1986.
- [3] Benjamin Graham and David Dodd. *Security Analysis*. McGraw-Hill, 1934.