

## Задание

Найти максимальный поток в сети, а также фактическую величину потока, протекающего через каждое ребро, используя алгоритм Форда-Фалкерсона.

Сеть (ориентированный взвешенный граф) представляется в виде триплета из имён вершин и целого неотрицательного числа - пропускной способности (веса).

Входные данные:

$N$  - количество ориентированных рёбер графа

$v_0$  - исток

$v_n$  - сток

$v_i v_j w_{ij}$  - ребро графа

$v_i v_j w_{ij}$  - ребро графа

...

Выходные данные:

$P_{max}$  - величина максимального потока

$v_i v_j w_{ij}$  - ребро графа с фактической величиной протекающего потока

$v_i v_j w_{ij}$  - ребро графа с фактической величиной протекающего потока ...

В ответе выходные рёбра отсортируйте в лексикографическом порядке по первой вершине, потом по второй (в ответе должны присутствовать все указанные входные рёбра, даже если поток в них равен 0).

Sample Input:

7

a

f

a b 7

a c 6

b d 6

c f 9

d e 3

d f 4

e c 2

Sample Output:

12

a b 6

a c 6

b d 6

c f 8

d e 2

d f 4

e c 2

Номер варианта: 1. Поиск в ширину. Поочерёдная обработка вершин текущего фронта, перебор вершин в алфавитном порядке.

## **Описание алгоритма**

Алгоритм работает следующим образом: поиском в ширину (с добавлением вершин в алфавитном порядке от текущей) находится путь через вершины с не максимальным потоком в прямом направлении или с ненулевым потоком в противоположном направлении. Далее, в найденном пути находится минимальный поток и добавляется к тем дугам, которые были взяты в прямом направлении и вычитается для тех, которые были взяты в обратном направлении. Алгоритм завершают свою работу тогда, когда с вышеописанными ограничениями нельзя найти путь из истока (начальной вершины) в сток (конечной вершины).

### **Сложности алгоритма:**

По памяти:  $O(V + E)$ , где  $V$  - количество вершин, а  $E$  - количество рёбер.

По количеству операций:  $O(E + M)$ , где  $E$  - количество рёбер.  $M$  - максимальный из потоков на рёбрах.

# Описание функций и структур данных

## Структуры данных

В программе используются следующие классы:

- *Graph* - для хранения словаря вершин (соответствие имя -> *Node*) и списка ссылок на рёбра *Edge*
- *Edge* - для хранения потока, ссылки на вершину, из которой это ребро выходит, ссылки на вершину, куда это ребро входит
- *Node* - для хранения названия вершины, списка рёбер к дочерним вершинам и списка рёбер от родительских вершин. А так же ребро, которое ведёт к этой вершине во процессе поиска пути (в том числе в обратном направлении)

## Используемые функции (методы)

В программе используются следующие методы классов:

- `public void Graph.ReadGraph()` читает граф с консоли, сохраняя все необходимые данные
- `public int FindMaxFlow()` ищет максимальный поток в графе
- `private void PatchFlowInPath()` - изменяет поток в графе, после нахождения пути из истока в стока.

## Тестирование

Input	Output
7 a f a b 7 a c 6 b d 6 c f 9 d e 3 d f 4 e c 2	12 a b 6 a c 6 b d 6 c f 8 d e 2 d f 4 e c 2
7 a f a b 3 a c 2 b d 13 c f 4 d e 2 d f 7 e c 2	5 a b 3 a c 2 b d 3 c f 2 d e 0 d f 3 e c 0

Input	Output
8	7
a	a b 3
f	a c 4
a b 3	b d 3
a c 4	c f 4
b d 5	d b 0
c f 4	d e 0
d e 6	d f 3
d f 7	e c 0
e c 2	
d b 7	
5	Current node => a
a	Current node => b
e	Current node => c
a b 10	Current node => d
a c 10	Current node => f
b d 6	Current node => e
c f 9	Start patch
d e 8	Min flow = 6
	Flow from d to e = 6 (max = 8)
	Flow from b to d = 6 (max = 6)
	Edge from b to d is full now
	Flow from a to b = 6 (max = 10)
	Current node => a
	Current node => b
	Current node => c
	Current node => f
	6
	a b 6
	a c 0
	b d 6
	c f 0
	d e 6

## **Вывод**

В результате выполнения лабораторной работы была получена программа для нахождения максимального потока в сети. А так же были получены практические навыки реализации алгоритма Форда-Фалкерсона.

## Приложение А. Исходный код

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;

namespace lab3
{
    /// <summary>
    /// Class wrapper for printing
    /// </summary>
    public static class Logger
    {
        public enum LogLevel
        {
            Debug,
            Info
        }

        /// <summary>
        /// Log message with specify log level
        /// </summary>
        /// <param name="text"></param>
        /// <param name="level"></param>
        public static void Log(object text, LogLevel level = LogLevel.Info)
        {
            int logLevel;
            var hasVariable = int.TryParse(Environment.GetEnvironmentVariable("LAB3"), out logLevel);
            logLevel = hasVariable ? logLevel : (int)LogLevel.Info;

            if ((int) level >= logLevel)
            {
                Console.WriteLine(text.ToString());
            }
        }
    }
}
```

```
}
```

```
/// <summary>
```

```
/// Extensions for <see cref="Queue{T}"/>
```

```
/// </summary>
```

```
public static class QueueExtension
```

```
{
```

```
    /// <summary>
```

```
    /// Add element to Queue and return Queue
```

```
    /// </summary>
```

```
    /// <param name="queue"><see cref="Queue{T}"/></param>
```

```
    /// <param name="elem">First element to add</param>
```

```
    /// <typeparam name="T">Type in Queue</typeparam>
```

```
    /// <returns>New queue</returns>
```

```
    public static Queue<T> Add<T>(this Queue<T> queue, T elem)
```

```
    {
```

```
        queue.Enqueue(elem);
```

```
        return queue;
```

```
    }
```

```
}
```

```
/// <summary>
```

```
/// Class for storing start and end points of graph
```

```
/// </summary>
```

```
public class Graph
```

```
{
```

```
    /// <summary>
```

```
    /// Map of nodes in graph by their names
```

```
    /// </summary>
```

```
    private readonly Dictionary<char, Node> _nodes = new Dictionary<char, Node>
```

```
    private readonly List<Edge> _edges = new List<Edge>();
```

```
    /// <summary>
```

```
    /// Print all edges in graph as {From} {To} {Flow}
```



```

    /// </summary>
    public void PrintEdges()
    {
        _edges.OrderBy(x => x.From.Name)
                .ThenBy(x => x.To.Name)
                .ToList()
                .ForEach(x => Logger.Log($"{x.From.Name} {x.To.Name} {x.Flow.Current}"));
    }

    /// <summary>
    /// Read graph from stdin
    /// </summary>
    /// <returns>Graph</returns>
    public void ReadGraph()
    {
        var countEdges = int.Parse(Console.ReadLine()?.Split(' ').First());
        var start = Console.ReadLine().Split(' ').First().First();
        var end = Console.ReadLine().Split(' ').First().First();

        var sourceName = start;
        var sinkName = end;
        Source = new Node {Name = sourceName};
        Sink = new Node {Name = sinkName};
        _nodes.Add(sourceName, Source);
        _nodes.Add(sinkName, Sink);

        for (var i = 0; i < countEdges; i++)
        {
            var input = Console.ReadLine()?.Split(' ');

            var newNodeStart = new Node() {Name = input[0].First()};
            var newNodeEnd = new Node() {Name = input[1].First()};
            var maxFlowForNode = int.Parse(input[2]);

            Node fromNode = null;

```

```

        if (!_nodes.TryGetValue(newNodeStart.Name, out fromNode))
        {
            _nodes.Add(newNodeStart.Name, newNodeStart);
            fromNode = newNodeStart;
        }

        Node toNode = null;
        if (!_nodes.TryGetValue(newNodeEnd.Name, out toNode))
        {
            _nodes.Add(newNodeEnd.Name, newNodeEnd);
            toNode = newNodeEnd;
        }

        var edge = new Edge {From = fromNode, To = toNode, Flow = new Edge.
        fromNode.Children.Add(edge);
        toNode.Parents.Add(edge);
        _edges.Add(edge);
    }
}

/// <summary>
/// Find max flow in stream
/// </summary>
/// <returns>Value of flow</returns>
public int FindMaxFlow()
{
    var nodesToVisit = new Queue<Node>().Add(Source);
    var visitedNodes = new HashSet<Node>();

    while (nodesToVisit.Count != 0)
    {
        var tmp = nodesToVisit.First();

        Logger.Log($"Current node => {tmp.Name}", Logger.LogLevel.Debug);
    }
}

```

```

    if (tmp == Sink)
    {
        Logger.Log("Start patch", Logger.LogLevel.Debug);
        PatchFlowInPath();
        nodesToVisit = new Queue<Node>().Add(Source);
        visitedNodes.Clear();
        continue;
    }

    foreach (var edge in tmp.Children
        .OrderBy(x => x.To.Name)
        .Where(x => !x.IsFullFlow)
        .Concat(tmp.Parents
            .OrderBy(x => x.From.Name)
            .Where(x => !x.IsEmptyFlow))
        )
    {
        var from = edge.From;
        var to = edge.To;
        if (tmp == from && !visitedNodes.Contains(to))
        {
            to.CameFrom = edge;
            nodesToVisit.Enqueue(to);
        }
        else if (tmp == edge.To && !visitedNodes.Contains(from))
        {
            from.CameFrom = edge;
            nodesToVisit.Enqueue(from);
        }
    }

    visitedNodes.Add(tmp);
    nodesToVisit.Dequeue();
}

```

```

        return Sink.Parents.Sum(x => x.Flow.Current);
    }

    /// <summary>
    /// Find max available flow and fill path with it
    /// </summary>
    private void PatchFlowInPath()
    {
        var tmpNode = Sink;
        var tmpEdge = Sink.CameFrom;
        var minFlow = tmpEdge.Flow.Max;

        while (tmpNode != Source)
        {
            var isDirectWay = tmpEdge.To == tmpNode;
            var tmpFlow = isDirectWay ? tmpEdge.Flow.Max - tmpEdge.Flow.Current : tmpEdge.Flow.Current;
            if (tmpFlow < minFlow)
            {
                minFlow = tmpFlow;
            }

            tmpNode = isDirectWay ? tmpEdge.From : tmpEdge.To;
            tmpEdge = tmpNode.CameFrom;
        }

        Logger.Log($"Min flow = {minFlow}", Logger.LogLevel.Debug);

        tmpNode = Sink;
        tmpEdge = Sink.CameFrom;

        while (tmpNode != Source)
        {
            var isDirectWay = tmpEdge.To == tmpNode;
            if (isDirectWay)

```

```

        {
            tmpEdge.Flow.Current += minFlow;
        }
        else
        {
            tmpEdge.Flow.Current -= minFlow;
        }

        Logger.Log($"Flow from {tmpEdge.From.Name} to {tmpEdge.To.Name} = {

        if (tmpEdge.IsFullFlow)
        {
            Logger.Log($"Edge from {tmpEdge.From.Name} to {tmpEdge.To.Name}

        }

        tmpNode = isDirectWay ? tmpEdge.From : tmpEdge.To;
        tmpEdge = tmpNode.CameFrom;
    }
}

/// <summary>
/// Edge between two nodes
/// </summary>
private class Edge
{
    public class FlowEntity
    {
        /// <summary>
        /// Max flow
        /// </summary>
        public int Max { get; set; }

        /// <summary>
        /// Current flow
        /// </summary>

```

```

        public int Current { get; set; }
    }

    /// <summary>
    /// <see cref="Flow"/>
    /// </summary>
    public FlowEntity Flow { get; set; }

    /// <summary>
    /// Start <see cref="Node"/>
    /// </summary>
    public Node From { get; set; }

    /// <summary>
    /// Target <see cref="Node"/>
    /// </summary>
    public Node To { get; set; }

    /// <summary>
    /// Check that <see cref="FlowEntity"/> has max value
    /// </summary>
    public bool IsFullFlow
    {
        get { return Flow.Current == Flow.Max; }
    }

    /// <summary>
    /// Check that <see cref="FlowEntity"/> has zero value
    /// </summary>
    public bool IsEmptyFlow
    {
        get { return Flow.Current == 0; }
    }
}

```

```

/// <summary>
/// Node in graph
/// </summary>
private class Node
{
    /// <summary>
    /// Name of node
    /// </summary>
    public char Name { get; set; }

    /// <summary>
    /// Children to children nodes
    /// </summary>
    public List<Edge> Children { get; } = new List<Edge>();

    /// <summary>
    /// Parents of children nodes
    /// </summary>
    public List<Edge> Parents { get; } = new List<Edge>();

    /// <summary>
    /// <see cref="Node"/> parent node in path
    /// </summary>
    public Edge CameFrom { get; set; }
}

/// <summary>
/// Start point
/// </summary>
private Node Source { get; set; }

/// <summary>
/// End point
/// </summary>

```

```
        private Node Sink { get; set; }
    }

    class Program
    {
        static void Main(string[] args)
        {
            var graph = new Graph();
            graph.ReadGraph();
            Logger.Log(graph.FindMaxFlow());
            graph.PrintEdges();
        }
    }
}
```