

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №2
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Поток в сети

Студент гр. 8382

Щемель Д.А.

Преподаватель

Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2020

Задание

Найти максимальный поток в сети, а также фактическую величину потока, протекающего через каждое ребро, используя алгоритм Форда-Фалкерсона.

Сеть (ориентированный взвешенный граф) представляется в виде триплета из имён вершин и целого неотрицательного числа - пропускной способности (веса).

Входные данные:

N - количество ориентированных рёбер графа

v_0 - исток

v_n - сток

$v_i v_j w_{ij}$ - ребро графа

$v_i v_j w_{ij}$ - ребро графа

...

Выходные данные:

P_{max} - величина максимального потока

$v_i v_j w_{ij}$ - ребро графа с фактической величиной протекающего потока

$v_i v_j w_{ij}$ - ребро графа с фактической величиной протекающего потока ...

В ответе выходные рёбра отсортируйте в лексикографическом порядке по первой вершине, потом по второй (в ответе должны присутствовать все указанные входные рёбра, даже если поток в них равен 0).

Sample Input:

7

a

f

a b 7

a c 6

b d 6

c f 9

d e 3

d f 4

e c 2

Sample Output:

12

a b 6

a c 6

b d 6

c f 8

d e 2

d f 4

e c 2

Номер варианта: 1. Поиск в ширину. Поочерёдная обработка вершин текущего фронта, перебор вершин в алфавитном порядке.

Описание алгоритма

Алгоритм работает следующим образом: поиском в ширину (с добавлением вершин в алфавитном порядке от текущей) находится путь через вершины с не максимальным потоком в прямом направлении или с ненулевым потоком в противоположном направлении. Далее, в найденном пути находится минимальный поток и добавляется к тем дугам, которые были взяты в прямом направлении и вычитается для тех, которые были взяты в обратном направлении. Алгоритм завершают свою работу тогда, когда с вышеописанными ограничениями нельзя найти путь из истока (начальной вершины) в сток (конечной вершины).

Сложности алгоритма:

По памяти: $O(V + E)$, где V - количество вершин, а E - количество рёбер. Для хранения всех вершин и всех рёбер.

По количеству операций: $O(E * M)$, где E - количество рёбер. M - максимальный из потоков на рёбрах. Потому что в худшем случае придётся обойти все дуги. После каждого нахождения пути поток может изменить минимум на единицу. Тогда необходимо будет обходить дуги до тех пор, пока не заполнится поток с максимальным значением.

Описание функций и структур данных

Структуры данных

В программе используются следующие классы:

- *Graph* - для хранения словаря вершин (соответствие имя -> *Node*) и списка ссылок на рёбра *Edge*

Dictionary<char, Node> _nodes // Вершины

List<Edge> _edges // Рёбра

Node Source { get; set; } // Начальная вершина

Node Sink { get; set; } // Конечная вершина

- *Edge* - для хранения потока, ссылки на вершину, из которой это ребро выходит, ссылки на вершину, куда это ребро входит

FlowEntity Flow { get; set; } // Поток

Node From { get; set; } // Начальная вершина ребра

Node To { get; set; } // Конечная вершина ребра

bool IsFullFlow // Полон ли поток *bool IsEmptyFlow* // Пустой ли поток

- *Node* - для хранения названия вершины, списка рёбер к дочерним вершинам и списка рёбер от родительских вершин. А так же ребро, которое ведёт к этой вершине во процессе поиска пути (в том числе в обратном направлении)

char Name { get; set; } // Имя вершины

List<Edge> Children { get; } // Дочерние вершины

List<Edge> Parents { get; } // Родительские вершины

Edge CameFrom { get; set; } // Ребро, по которому мы пришли к вершине

Используемые функции (методы)

В программе используются следующие методы классов:

- `public void Graph.ReadGraph()` читает граф с консоли, сохраняя все необходимые данные

- `public int FindMaxFlow()` ищет максимальный поток в графе
- `private void PatchFlowInPath()` - изменяет поток в графе, после нахождения пути из истока в стока.

Тестирование

Тест 1:

Исходные данные:

7

a

f

a b 7

a c 6

b d 6

c f 9

d e 3

d f 4

e c 2

Выходные данные:

12

a b 6

a c 6

b d 6

c f 8

d e 2

d f 4

e c 2

Тест 2:

Исходные данные:

7

a

f

a b 3

a c 2

b d 13

c f 4

d e 2

d f 7

e c 2

Выходные данные:

5

a b 3 a c 2 b d 3 c f 2 d e 0 d f 3 e c 0

Тест 3:

Исходные данные:

8 a f a b 3 a c 4 b d 5 c f 4 d e 6 d f 7 e c 2 d b 7

Выходные данные:

7 a b 3 a c 4 b d 3 c f 4 d b 0 d e 0 d f 3 e c 0

Тест 4:

Исходные данные:

5 a e a b 10 a c 10 b d 6 c f 9 d e 8

Выходные данные:

Current node => a Current node => b Current node => c Current node => d Current
node => f Current node => e Start patch Min flow = 6 Flow from d to e = 6 (max = 8)
Flow from b to d = 6 (max = 6) Edge from b to d is full now Flow from a to b = 6 (max
= 10) Current node => a Current node => b Current node => c Current node => f 6 a b 6
a c 0 b d 6 c f 0 d e 6

Вывод

В результате выполнения лабораторной работы была написана программа для нахождения максимального потока в сети. А так же были получены практические навыки реализации алгоритма Форда-Фалкерсона.

Приложение А. Исходный код

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;

namespace lab3
{
    /// <summary>
    /// Class wrapper for printing
    /// </summary>
    public static class Logger
    {
        public enum LogLevel
        {
            Debug,
            Info
        }

        /// <summary>
        /// Log message with specify log level
        /// </summary>
        /// <param name="text"></param>
        /// <param name="level"></param>
        public static void Log(object text, LogLevel level = LogLevel.Info)
        {
            int logLevel;
            var hasVariable = int.TryParse(Environment.GetEnvironmentVariable("LAB3"), out logLevel);
            logLevel = hasVariable ? logLevel : (int)LogLevel.Info;

            if ((int) level >= logLevel)
            {
                Console.WriteLine(text.ToString());
            }
        }
    }
}
```

```
}
```

```
/// <summary>
```

```
/// Extensions for <see cref="Queue{T}"/>
```

```
/// </summary>
```

```
public static class QueueExtension
```

```
{
```

```
    /// <summary>
```

```
    /// Add element to Queue and return Queue
```

```
    /// </summary>
```

```
    /// <param name="queue"><see cref="Queue{T}"/></param>
```

```
    /// <param name="elem">First element to add</param>
```

```
    /// <typeparam name="T">Type in Queue</typeparam>
```

```
    /// <returns>New queue</returns>
```

```
    public static Queue<T> Add<T>(this Queue<T> queue, T elem)
```

```
    {
```

```
        queue.Enqueue(elem);
```

```
        return queue;
```

```
    }
```

```
}
```

```
/// <summary>
```

```
/// Class for storing start and end points of graph
```

```
/// </summary>
```

```
public class Graph
```

```
{
```

```
    /// <summary>
```

```
    /// Map of nodes in graph by their names
```

```
    /// </summary>
```

```
    private readonly Dictionary<char, Node> _nodes = new Dictionary<char, Node>
```

```
    private readonly List<Edge> _edges = new List<Edge>();
```

```
    /// <summary>
```

```
    /// Print all edges in graph as {From} {To} {Flow}
```

```

    /// </summary>
    public void PrintEdges()
    {
        _edges.OrderBy(x => x.From.Name)
                .ThenBy(x => x.To.Name)
                .ToList()
                .ForEach(x => Logger.Log($"{x.From.Name} {x.To.Name} {x.Flow.Current}"));
    }

    /// <summary>
    /// Read graph from stdin
    /// </summary>
    /// <returns>Graph</returns>
    public void ReadGraph()
    {
        var countEdges = int.Parse(Console.ReadLine()?.Split(' ').First());
        var start = Console.ReadLine().Split(' ').First().First();
        var end = Console.ReadLine().Split(' ').First().First();

        var sourceName = start;
        var sinkName = end;
        Source = new Node {Name = sourceName};
        Sink = new Node {Name = sinkName};
        _nodes.Add(sourceName, Source);
        _nodes.Add(sinkName, Sink);

        for (var i = 0; i < countEdges; i++)
        {
            var input = Console.ReadLine()?.Split(' ');

            var newNodeStart = new Node() {Name = input[0].First()};
            var newNodeEnd = new Node() {Name = input[1].First()};
            var maxFlowForNode = int.Parse(input[2]);

            Node fromNode = null;

```

```

        if (!_nodes.TryGetValue(newNodeStart.Name, out fromNode))
        {
            _nodes.Add(newNodeStart.Name, newNodeStart);
            fromNode = newNodeStart;
        }

        Node toNode = null;
        if (!_nodes.TryGetValue(newNodeEnd.Name, out toNode))
        {
            _nodes.Add(newNodeEnd.Name, newNodeEnd);
            toNode = newNodeEnd;
        }

        var edge = new Edge {From = fromNode, To = toNode, Flow = new Edge.
        fromNode.Children.Add(edge);
        toNode.Parents.Add(edge);
        _edges.Add(edge);
    }
}

/// <summary>
/// Find max flow in stream
/// </summary>
/// <returns>Value of flow</returns>
public int FindMaxFlow()
{
    var nodesToVisit = new Queue<Node>().Add(Source);
    var visitedNodes = new HashSet<Node>();

    while (nodesToVisit.Count != 0)
    {
        var tmp = nodesToVisit.First();

        Logger.Log($"Current node => {tmp.Name}", Logger.LogLevel.Debug);
    }
}

```

```

    if (tmp == Sink)
    {
        Logger.Log("Start patch", Logger.LogLevel.Debug);
        PatchFlowInPath();
        nodesToVisit = new Queue<Node>().Add(Source);
        visitedNodes.Clear();
        continue;
    }

    foreach (var edge in tmp.Children
        .OrderBy(x => x.To.Name)
        .Where(x => !x.IsFullFlow)
        .Concat(tmp.Parents
            .OrderBy(x => x.From.Name)
            .Where(x => !x.IsEmptyFlow))
    )
    {
        var from = edge.From;
        var to = edge.To;
        if (tmp == from && !visitedNodes.Contains(to))
        {
            to.CameFrom = edge;
            nodesToVisit.Enqueue(to);
        }
        else if (tmp == edge.To && !visitedNodes.Contains(from))
        {
            from.CameFrom = edge;
            nodesToVisit.Enqueue(from);
        }
    }

    visitedNodes.Add(tmp);
    nodesToVisit.Dequeue();
}

```

```

        return Sink.Parents.Sum(x => x.Flow.Current);
    }

    /// <summary>
    /// Find max available flow and fill path with it
    /// </summary>
    private void PatchFlowInPath()
    {
        var tmpNode = Sink;
        var tmpEdge = Sink.CameFrom;
        var minFlow = tmpEdge.Flow.Max;

        while (tmpNode != Source)
        {
            var isDirectWay = tmpEdge.To == tmpNode;
            var tmpFlow = isDirectWay ? tmpEdge.Flow.Max - tmpEdge.Flow.Current : tmpEdge.Flow.Current;
            if (tmpFlow < minFlow)
            {
                minFlow = tmpFlow;
            }

            tmpNode = isDirectWay ? tmpEdge.From : tmpEdge.To;
            tmpEdge = tmpNode.CameFrom;
        }

        Logger.Log($"Min flow = {minFlow}", Logger.LogLevel.Debug);

        tmpNode = Sink;
        tmpEdge = Sink.CameFrom;

        while (tmpNode != Source)
        {
            var isDirectWay = tmpEdge.To == tmpNode;
            if (isDirectWay)

```

```

        {
            tmpEdge.Flow.Current += minFlow;
        }
        else
        {
            tmpEdge.Flow.Current -= minFlow;
        }

        Logger.Log($"Flow from {tmpEdge.From.Name} to {tmpEdge.To.Name} = {

        if (tmpEdge.IsFullFlow)
        {
            Logger.Log($"Edge from {tmpEdge.From.Name} to {tmpEdge.To.Name}

        }

        tmpNode = isDirectWay ? tmpEdge.From : tmpEdge.To;
        tmpEdge = tmpNode.CameFrom;
    }
}

/// <summary>
/// Edge between two nodes
/// </summary>
private class Edge
{
    public class FlowEntity
    {
        /// <summary>
        /// Max flow
        /// </summary>
        public int Max { get; set; }

        /// <summary>
        /// Current flow
        /// </summary>

```

```

        public int Current { get; set; }
    }

    /// <summary>
    /// <see cref="Flow"/>
    /// </summary>
    public FlowEntity Flow { get; set; }

    /// <summary>
    /// Start <see cref="Node"/>
    /// </summary>
    public Node From { get; set; }

    /// <summary>
    /// Target <see cref="Node"/>
    /// </summary>
    public Node To { get; set; }

    /// <summary>
    /// Check that <see cref="FlowEntity"/> has max value
    /// </summary>
    public bool IsFullFlow
    {
        get { return Flow.Current == Flow.Max; }
    }

    /// <summary>
    /// Check that <see cref="FlowEntity"/> has zero value
    /// </summary>
    public bool IsEmptyFlow
    {
        get { return Flow.Current == 0; }
    }
}

```



```

/// <summary>
/// Node in graph
/// </summary>
private class Node
{
    /// <summary>
    /// Name of node
    /// </summary>
    public char Name { get; set; }

    /// <summary>
    /// Children to children nodes
    /// </summary>
    public List<Edge> Children { get; } = new List<Edge>();

    /// <summary>
    /// Parents of children nodes
    /// </summary>
    public List<Edge> Parents { get; } = new List<Edge>();

    /// <summary>
    /// <see cref="Node"/> parent node in path
    /// </summary>
    public Edge CameFrom { get; set; }
}

/// <summary>
/// Start point
/// </summary>
private Node Source { get; set; }

/// <summary>
/// End point
/// </summary>

```

```
        private Node Sink { get; set; }
    }

    class Program
    {
        static void Main(string[] args)
        {
            var graph = new Graph();
            graph.ReadGraph();
            Logger.Log(graph.FindMaxFlow());
            graph.PrintEdges();
        }
    }
}
```