



# RooFit

Aula 06

Eliza Melo

Rio de Janeiro, 21 de Setembro de 2021

## Esboço

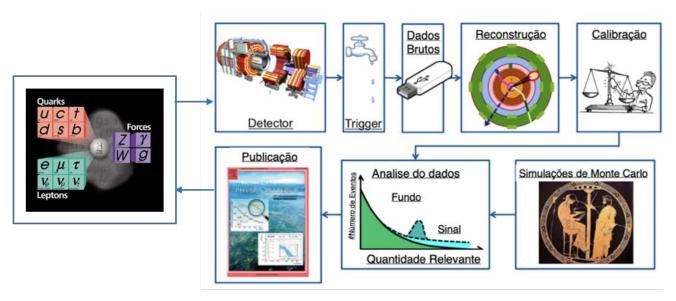
- Introdução ao RooFit
  - -Funcionalidades básicas
  - –Construindo modelos usando "workspace"
  - –Modelos Compostos
- Exercício com o RooFit:
  - construindo e ajustando modelos

#### Créditos

Material baseado em:

• slides do <u>W. Verkerke</u> (autor do RooFit)

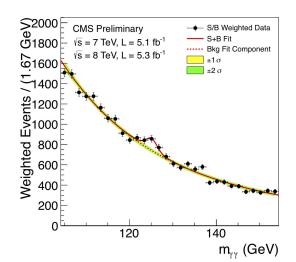
### A jornada para a medida...



- Além da detecção e lermos os dados brutos, temos as fases de:
  - calibração;
  - reconstrução;
  - busca por sinal de física
    - Extrair os observáveis de interesse com certa precisão.
- publicação da análise estatística final.

## O que é Ajuste (Fitting) ?

- Estimar parâmetros de um uma distribuição hipotética a partir de dados observados
  - y = f (x | θ) é a função de modelo de ajuste de dados
- Encontre a melhor estimativa do parâmetro  $\theta$  assumindo f ( x |  $\theta$  )
- Os ajustes Likelihood e Chi2 são suportados no ROOT



### Exemplo

Higgs → yy espectro Podemos ajustar para:

- o número esperado de eventos de Higgs
- massa do Higgs

### Estimativa de Parâmetros

- Dado um modelo para os nossos dados observados (*Probability Density Function-PDF*), nós queremos estimar o parâmetro do nosso modelo.
- O modelo dos dados observados é expresso usando a Função Densidade de Probabilidade(PDF)
  - –A PDF é uma probabilidade diferencial  $f(\vec{x}, \theta)$
  - ex.: a probabilidade de observar um evento em um bin de um  $P_{bin}=\int_{bin}f(\vec{x},\theta)d\vec{x}$  histograma —A PDF é normalizada a 1 quando integrada em todo o espaço da amostra  $\Omega$   $\int_{\Omega}f(\vec{x},\theta)d\vec{x}=1$
- Para estimar os parâmetros usamos **Likelihood Function**  $L(\vec{x}_1,..,\vec{x}_N|\theta) = \prod f(\vec{x}_i,\theta)$
- Por conveniência usamos o log da likelihood-function
- Usando o negativo log-likelihood function encontramos o minimum global

$$-\log L(\vec{x}_1, ..., \vec{x}_N | \theta) = -\sum_i \log f(\vec{x}_i, | \theta)$$

Extended Likelihood

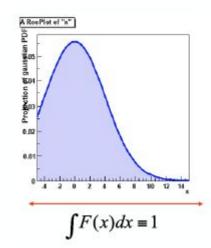
$$\log L(x|\theta) = \sum_{hin} \log e^{-\nu} \frac{\nu^N}{N!} f(x|\theta)$$

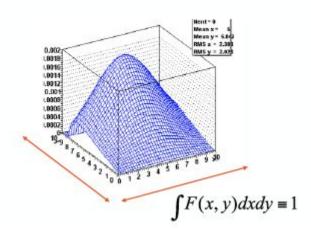
## O que é o RooFit ?

É um pacote de ferramentas distribuído com o ROOT para modelagem de dados.

- É usado para modelar distribuições que são usadas para ajustes e análise estatística de dados.
  - distribuição do modelo da observável x em termos do parâmetro p
- Função Densidade de Probabilidade (P.D.F.): P(x;p)
- PDF são normalizada sobre o intervalo permitido de observáveis x em relação aos parâmetros p

$$\int_{\Omega} P(\vec{x}; \vec{p}) d\vec{x} = 1$$





## Por que o RooFit?

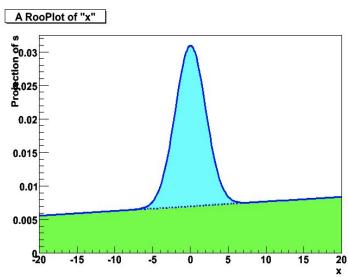
- ROOT pode lidar com funções complicadas, porém pode exigir a escrita de uma grande quantidade de código
  - Normalização de PDF nem sempre trivial
  - RooFit faz isso automaticamente
- -Em ajuste complexo, o desempenho de computação é importante
  - necessidade de otimizar o código para um desempenho aceitável
  - otimização integrada disponível no RooFit
    - -avaliação de partes do modelo apenas quando necessário
- Ajuste simultâneo para diferentes amostras de dados
- -Fornece uma descrição completa do modelo para uso posterior

### **RooFit**

- RooFit fornece funcionalidades para construir as PDFs
  - -construção de modelo complexo a partir de componente padrão
  - -composição com produto de adição e convolução
- Todos os modelos fornecem a funcionalidade para:
  - -ajuste maximum likelihood
  - -gerador de toy MC
  - -visualização

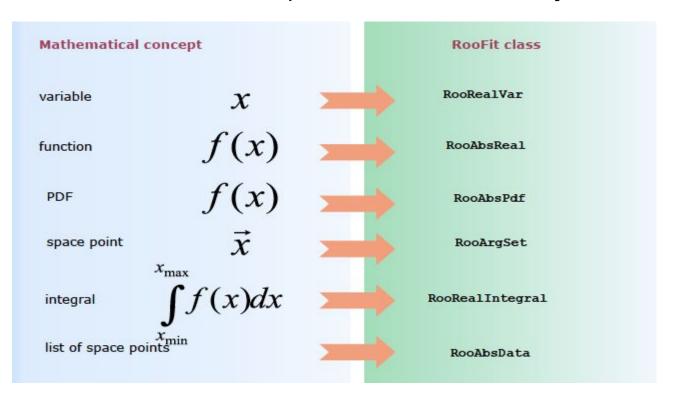
## Funções vs Funções Densidades de Probabilidades

- Por que usar PDFs em vez de funções "simples" para modelar os dados?
  - -Fácil de interpretar os modelos.
  - -Se tivermos a garantia que as pdfs em Azul e em Verde sejam normalizadas a 1
  - -Então as frações de Azul e Verde podem claramente ser interpretadas como #eventos
  - -Muitas técnicas estatísticas só funcionam corretamente com p.d.f. (ex.: maximum likelihood fits).
  - O que é difícil com p.d.f?
    - -A normalização pode ser difícil de calcular (ex.: isso pode ser diferente para cada conjunto de valores de parametro p)
    - Para dimensões >1 a integração é difícil
  - –O RooFit visa simplificar essas tarefas



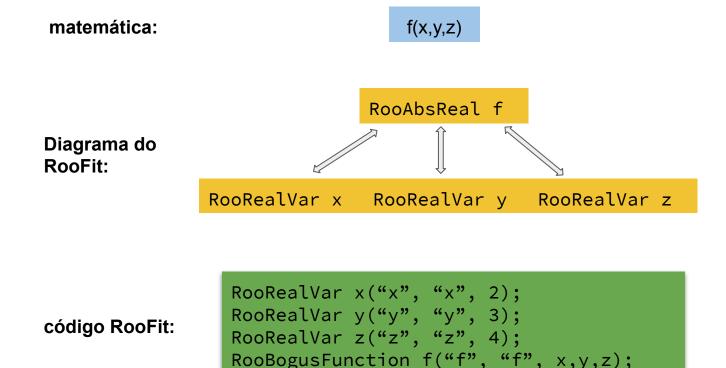
## Filosofia de design central do RooFit

Conceitos matemáticos são representados como objetos em C++



## Filosofia de design central do RooFit

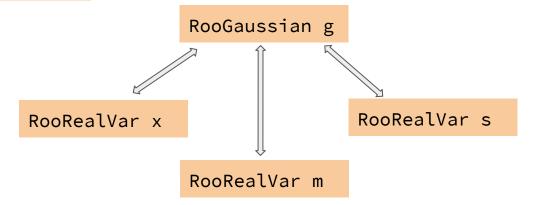
Relações entre variáveis e funções como links de clientes/servidores entre objetos



## Modelagem com o RooFit

Exemplo: pdf Gaussianna

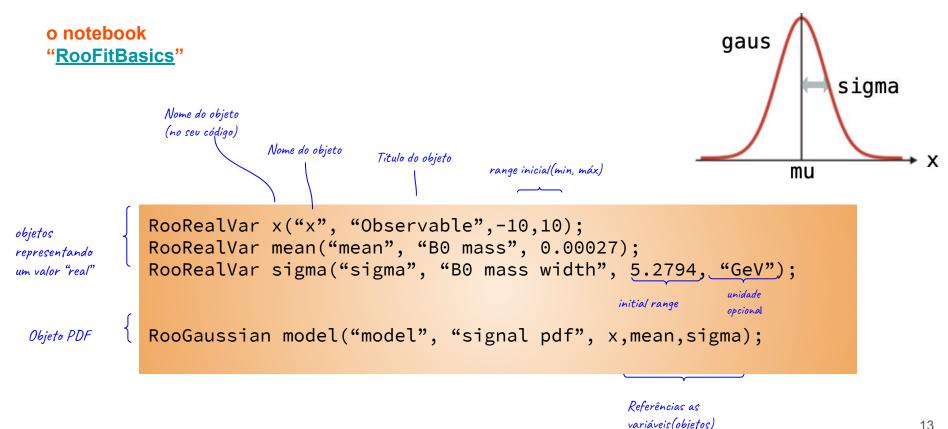
Gaus(x,m,s)



#### RooFit code:

```
RooRealVar x("x", "x", 2,-10,10);
RooRealVar s("s", "s", 3);
RooRealVar m("m", "m", 0);
RooGaussian g("g", "g", x,m,s);
```

# O exemplo mais simples possível (PDF Gaussiana)

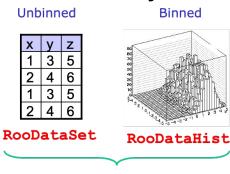


## Gerando eventos com toy MC

Gera 10000 eventos a partir de uma p.d.f Gaussiana e mostra a distribuição

```
// Generate an unbinned toy MC set
RooDataSet* toyData = gauss.generate(x,10000);

// Generate an binned toy MC set
RooDataHist* toyData = gauss.generateBinned(x,10000);
```



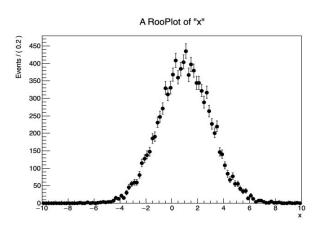
RooAbsData

Pode-se gerar ambos, binned and unbinned datasets

### Visualização dos dados

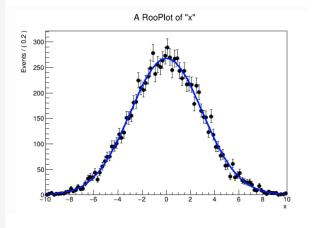
// Plot PDF
RooPlot \* xframe = x->frame();
toyData->plotOn(xframe);
xframe->Draw();

o notebook
"RooFitBasics"



## Gerando eventos com toy MC

```
// generate unbnined dataset of 10k events
RooDataSet* toyData = q.qenerate(x,10000);
// Perform unbinned ML fit to toy data
q.fitTo(*toyData);
// Plot toy data and pdf in observable x
RooPlot* frame = x.frame();
toyData->plotOn(frame);
g.plotOn(frame);
frame->Draw() ;
```



PDF automaticamente normalizada ao dataset

## Importando dados

Importar dados unbinned de ROOT TTrees

```
// Import unbinned data
RooDataSet data("data", "data", x, Import(*myTree));
```

- Importa o TTree branch chamado "x".
- Tipos possíveis:Double\_t, Float\_t, Int\_t or UInt\_t.
- Todo dado é convertido internamente em Double t
- Especifique um RooArgSet de vários observáveis para importar múltiplos observáveis
- Importar dados de histogramas ROOT THX

```
// Import binned data
RooDataHist data("data", "data", x, Import(*myTH1));
```

- Importa valores, define binning e erros (se definido)
- Especifica uma lista de observáveis RooArgList quando importa um TH2/3.

**Binned** RooDataSet

RooAbsData

Unbinned

## Importando dados

```
RooRealVar x("x", "x", -10.0, 10.0);
RooRealVar c("c", "c", 0.0, 30.0);
// Import unbinned data
RooDataSet data("data","data",Import(*myTree),RooArgSet(x,c));
```

Remoção automática de entradas fora do intervalo da variável.

```
// Importando um arquivo ASCII
RooDataSet* data = RooDataSet::read("ascii.file",RooArglist(x,c));
```

- Uma linha por entrada; ordem de variável dada pela lista de argumentos.

o notebook "exemplo3"

## Expressões genéricas de PDFs

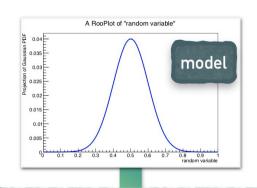
#### Se a sua PDF favorita não estiver lá:

usar o RooGenericPdf

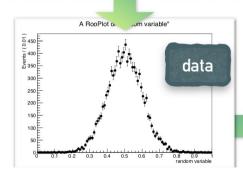
```
// PDF variables
RooRealVar x("x","x",-10.,10.);
RooRealVar y("y","y",0,5);
RooRealVar a("a","a",3.0);
RooRealVar b("b","b",-2.0);
// Generic PDF
RooGenericPdf model("model","Generic PDF",
"exp(x*y+a)-b*x",RooArgSet(x,y,a,b));
```

o notebook "exemplo2"

## Geração e Ajuste



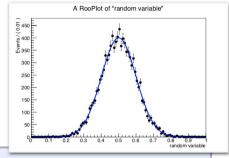
model.generate(x,10000);



# o notebook "exemplo4"

```
RooPlot* fm = x.frame();
data->plotOn(fm);
model.plotOn(fm);
fm->Draw();
```

sigma



7.05314e-04

```
COVARIANCE MATRIX CALCULATED SUCCESSFULLY
FCN=-8863.01 FROM HESSE STATUS=OK 10 CALLS 34 TOTAL
EDM=1.57332e-06 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR
1 mu 5.00665e-01 9.97372e-04
```

9.97366e-02

```
RooFitResult *res = model.fitTo(*data, ...);
```

## Geração e Ajuste

Algumas opções úteis podem ser adicionadas para "gerar" e "ajustar" à parte "...":

```
RooDataSet* data = model.generate(x, ...);
```

Extended(flag)	O número real de eventos gerados será mostrado a partir de uma distribuição de Poisson com μ = Nevt.	

### RooFitResult\* res = model.fitTo(\*data, ...);

Save(flag)	Se o RooFitResult é produzido
Extended(flag)	Adiciona o termo de likelihood estendida

### Trabalhando com o RooFit

### Exercício 1

- Crie uma p.d.f Crystall Ball, gere um toy data e fit
- Extra:
  - -Brinque com outra p.d.f
  - ex.: Exponencial
- ou outra p.d.f do seu interesse.
- Você pode encontrar diversas pdfs em RooFit no link abaixo:
  - -https://root.cern/download/doc/RooFit Users Manual 2.91-33.pdf
  - -(todas os nomes das classes em RooFit começa com "Roo")

https://github.com/sandrofonseca/rootFitTutorial/blob/master/roofitUERJ/GausModelRooFit.ipynb

## **RooFit Workspace**

- A classe RooWorkspace: container para todos os objetos criados:
  - -configuração completa do modelo
    - descrição dos parâmetros/observáveis e PDF
    - incertezas
  - -(múltiplos) conjuntos de dados
- Mantém uma completa descrição de todo o modelo
  - -possibilidade de salvar o modelo por completo em um ROOT file
  - -toda informação está disponível para uma análise aprofundada
- Combinação dos resultados juntando workspaces em um só
  - -formato comum para combinar e compartilhar resultados de física

```
RooWorkspace workspace("w");
workspace.import(*data);
workspace.import(*pdf);
workspace.writeToFile("myWorkspace.root");
```

## **RooFit Factory**

```
RooRealVar x("x","x",2,-10,10)
RooRealVar s("s","s",3);
RooRealVar m("m","m",0);
RooGaussian g("g","g",x,m,s)
```

Fornece uma "fábrica(*factory*)" para geração automática de objetos de uma linguagem semelhante à matemática

```
RooWorkspace w;
w.factory("Gaussian::g(x[2,-10,10],m[0],s[3])")
```

Trabalharemos com exemplos usando o workspace factory para construir modelos

## Usando o workspace

- Workspace
  - Um classe de contêiner genérica para todos os objetos RooFit do seu projeto
  - Ajuda a organizar projetos de análise
- Criação de um workspace

```
RooWorkspace w("w");
```

- Colocando as variáveis e funções em um workspace
- Ao importar uma função, todas as suas componentes(variáveis) também são importadas automaticamente

```
RooRealVar x("x","x",-10,10);
RooRealVar mean("mean","mean",5);
RooRealVar sigma("sigma","sigma",3);
RooGaussian f("f","f",x,mean,sigma);
// imports f,x,mean and sigma
w.import(f);
```

## Usando o workspace

• Dentro de um workspace

```
w.Print();
variables
-----
(mean,sigma,x)
p.d.f.s
-----
RooGaussian::f[ x=x mean=mean sigma=sigma ] =
0.249352
```

Acessando variáveis e funções fora de um workspace

```
//Variety of accessories available
RooPlot* frame = w.var("x")->frame();
w.pdf("f")->plotOn(frame);
```

## Usando o workspace

O Workspace pode ser gravado em um arquivo com todo o seu conteúdo
 Escrever o workspace e o conteúdo no arquivo:

```
w.writeToFile("wspace.root");
```

Organizando seu código – Separa a construção e o uso de modelos

```
void driver() {
RooWorkspace w("w");
makeModel(w) ;
useModel(w) ;
void makeModel(RooWorkspace& w) {
// Construct model here
void useModel(RooWorkspace& w) {
// Make fit, plots etc here
```

## **Factoring Syntax**

Regra #1 – Crie uma variável

```
x[-10,10] // Create variable with given range
x[5,-10,10] // Create variable with initial value and range
x[5] // Created initially constant variable
```

Regra #2 – Crie uma função ou o object pdf

```
ClassName::Objectname(arg1,[arg2],...)
```

- O 'Roo' no nome da classe pode ser omitido
- Argumentos são nomes de objetos que já existem em um workspace
- Os objetos nomeados devem ser do tipo correto, se não a factory imprime erro
- Os argumentos definidos e listados podem ser construídos entre chaves {}

```
Gaussian::g(x,mean,sigma)
// equivalent to RooGaussian("g","g",x,mean,sigma)
Polynomial::p(x,{a0,a1})
// equivalent to RooPolynomial("p","p",x",RooArgList(a0,a1));
```

## **Factoring Syntax**

- Regra #3 Cada expressão criada retorna o nome do objeto criado
- Permite criar argumentos de entrada para funções "no local" em vez de antecipadamente

```
Gaussian::g(x[-10,10],mean[-10,10],sigma[3])
//--> x[-10,10]
// mean[-10,10]
// sigma[3]
// Gaussian::g(x,mean,sigma)
```

- Pontos diversos
  - Você pode sempre usar valores numéricos onde funções ou valores são esperados

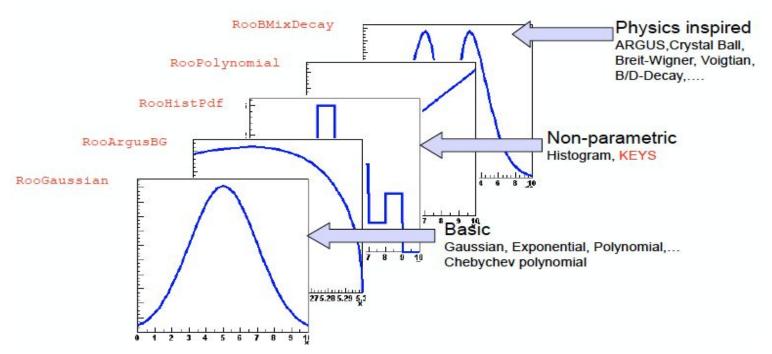
```
Gaussian::g(x[-10,10],0,3)
```

– Não é necessário dar um nome aos objetos da componente :

```
SUM::model(0.5*Gaussian(x[-10,10],0,3),Uniform(x));
```

### **Construindo Modelos**

RooFit fornece uma coleção de classes de PDF



É fácil estender a biblioteca: cada p.d.f. é uma classe C++ separada

## (Re)usando componentes padrões

Lista das pdfs mais usadas e suas Factories

```
Gaussian Gaussian::g(x,mean,sigma)
Breit-Wigner BreitWigner::bw(x,mean,gamma)
Landau Landau::l(x,mean,sigma)
Exponential Exponential::e(x,alpha)
Polynomial Polynomial::p(x, \{a0, a1, a2\})
Chebychev Chebychev::p(x, \{a0, a1, a2\})
Kernel Estimation KeysPdf::k(x,dataSet)
Poisson Poisson::p(x,mu)
Voigtian Voigtian::v(x,mean,gamma,sigma)
```

## Factory syntax - usando expressões

PDF customizada a partir de expressões interpretadas

```
w.factory("EXPR::mypdf('sqrt(a*x)+b',x,a,b)");
```

re-parametrização de variáveis (fazendo funções)

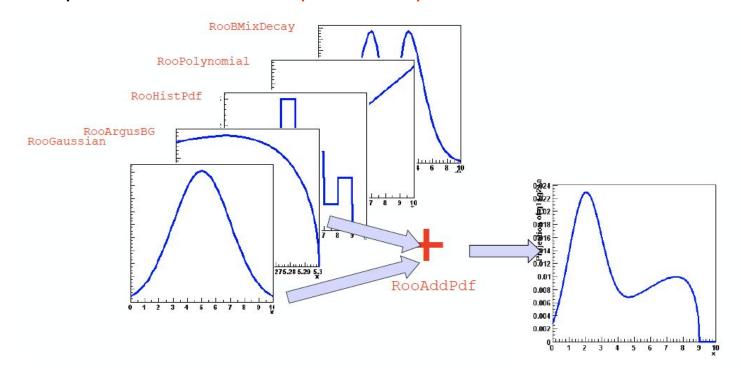
```
w.factory("expr::w('(1-D)/2',D[0,1])");
```

 nota: usando expr (cria-se uma função, uma RooAbsReal) usando EXPR (cria-se uma PDF, uma RooAbsPdf)

O uso de maiúscula e minúscula também se aplica a outros comandos da factory (SUM, PROD,....)

## Construindo Modelo - (Re)usando componentes padrões

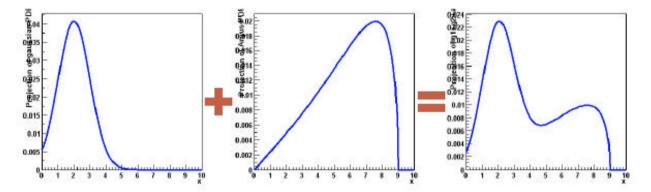
- Os modelos mais realistas são construídos como a soma de uma ou mais p.d.f.s (ex.: sinal e fundo (background))
- Facilitado por meio de classes operador p.d.f RooAddPdf



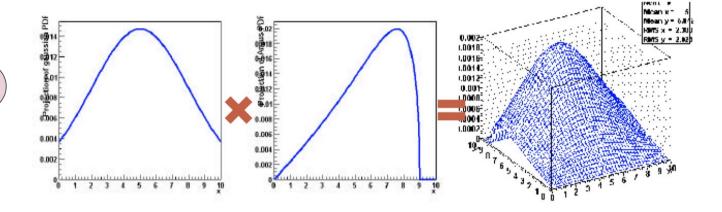
## Construindo Modelo - (Re)usando componentes padrões

RooAddPdf

o notebook "exemploAddPdf"



RooProdPdf



## Adicionando p.d.f.s - Factory syntax

Adições criadas através de uma expressão SUM usando frações

```
SUM::name(frac1*PDF1,PDFN) S(x) = fF(x) + (1-f)G(x) SUM::name(frac1*PDF1,frac2*PDF2,\dots,PDFN)
```

- -Observe que a última PDF não tem uma fração associada no caso de normalização geral flutuante.
  - quando a normalização é ajustada a partir dos eventos observados
- Exemplo completo:

```
w.factory("Gaussian::gauss1(x[0,10],mean1[2],sigma[1]");
w.factory("Gaussian::gauss2(x,mean2[3],sigma)");
w.factory("ArgusBG::argus(x,k[-1],9.0)");
w.factory("SUM::sum(g1frac[0.5]*gauss1, g2frac[0.1]*gauss2,argus)");
```

## Plotando as Componentes de uma p.d.f

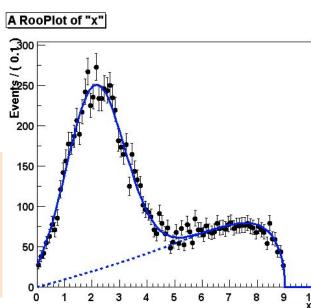
• Plotando, geração de eventos toy e aplicando o ajuste funciona identicamente para p.d.f.s compostas.

Diversas otimizações aplicadas nos bastidores que são específicas para modelos compostos

(ex.: delegar geração de eventos as componentes)

- Funcionalidade extra específica para plotar p.d.f.s compostas
- Plotando a componente

```
// Plot only argus components
w::sum.plotOn(frame, Components("argus"), LineStyle(kDashed));
// Wildcards allowed
w::sum.plotOn(frame, Components("gauss*"), LineStyle(kDashed));
```

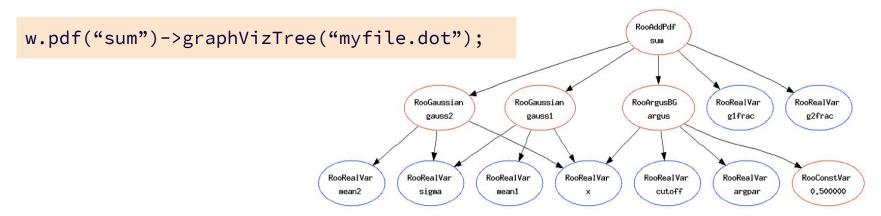


## Operações específicas para pdfs compostas

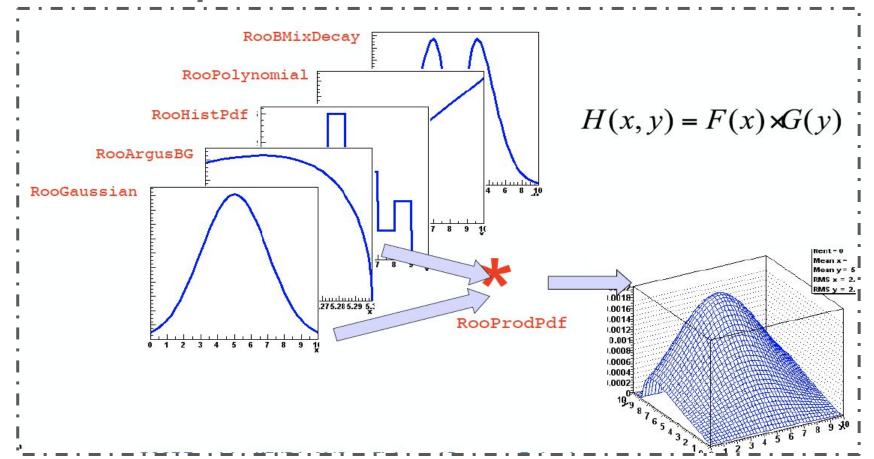
• O modo de impressão em árvore do workspace revela a estrutura da componente

```
w.pdf("sum")->Print("t");
RooAddPdf::sum[ g1frac * g1 + g2frac * g2 + [%] * argus ] = 0.0687785
RooGaussian::g1[ x=x mean=mean1 sigma=sigma ] = 0.135335
RooGaussian::g2[ x=x mean=mean2 sigma=sigma ] = 0.011109
RooArgusBG::argus[ m=x m0=k c=9 p=0.5 ] = 0
```

Pode-se também criar um arquivo de entrada para visualização - GraphViz



## Produtos de p.d.f.s não correlacionadas



#### Produtos não correlacionados - Matemática e Construtores

$$H(x,y) = F(x) \times G(y) \qquad H(x^{\{i\}}) = \prod_{i}^{nD} F^{\{i\}}(x^{\{i\}})$$

- Nenhuma normalização explicita necessária → Se as p.d.f.s de entrada são normalizadas à unidade, o produto também é normalizado à unidade
- A integração parcial e a geração de toy MC usam automaticamente as propriedades de fatoração, ex.:  $\int H(x,y)dx \equiv G(y)$  é deduzida da estrutura.
- O operador correspondente na factory é o PROD

```
w.factory("Gaussian::gx(x[-5,5],mx[2],sx[1])");
w.factory("Gaussian::gy(y[-5,5],my[-2],sy[3])");
w.factory("PROD::gxy(gx,gy)");
```

## Construindo p.d.f.s conjuntas (RooSimultaneous)

- O operador class SIMUL constrói modelos conjuntos no nível pdf
  - precisa de um observável discreto (categoria) para rotular os canais

```
// Pdfs for channels 'A' and 'B'
w.factory("Gaussian::pdfA(x[-10,10],mean[-10,10],sigma[3])");
w.factory("Uniform::pdfB(x)");
// Create discrete observable to label channels
w.factory("index[A,B]");
// Create joint pdf (RooSimultaneous)
w.factory("SIMUL::joint(index,A=pdfA,B=pdfB)");
```

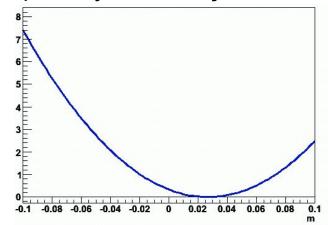
- Construir conjuntos de dados
  - contém observáveis ("x") e categoria ("index")

#### Construindo a likelihood

- Até agora o foco foi na construção de pdfs e no uso básico de ajuste e geração de eventos de toy MC
  - Quando é feito o pdf->fitTo(\*data), construímos um objeto que representa -log(L) da likelihood que é minimizada usando um algoritmo (ex.: MINUIT)

- Pode-se também construir explicitamente a função likelihood
  - Pode usar (plotar, integrar) likelihood como qualquer objeto de função RooFit

```
RooAbsReal* nll = pdf->createNLL(data) ;
RooPlot* frame = parameter->frame() ;
nll->plotOn(frame,ShiftToZero()) ;
```



#### Construindo a likelihood

- Exemplo MINIMIZAÇÃO manual usando MINUIT
- O resultado da minimização é imediatamente propagada para variável de objetos RooFit (valores e erros)

```
// Create likelihood (calculation parallelized on 8 cores)
RooAbsReal* nll = w::model.createNLL(data,NumCPU(8));
RooMinimizer m(*nll); // create Minimizer class
m.minimize("Minuit2","Migrad"); // minimize using Minuit2
m.hesse(); // Call HESSE
m.minos(w::param); // Call MINOS for 'param'
RooFitResult* r = m.save(); // Save status (cov matrix etc)
```

- Outros minimizadores suportados (Minuit, GSL, etc)
- obs.: Minimizador diferente pode ser usado com RooAbsPdf::fitTo

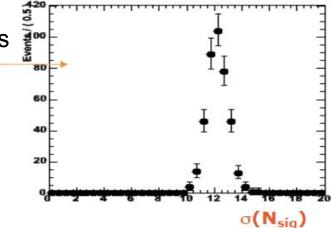
```
//fit a pdf to a data set using Minuit2 as minimizer
pdf.fitTo(*data, RooFit::Minimizer("Minuit2","Migrad"));
```

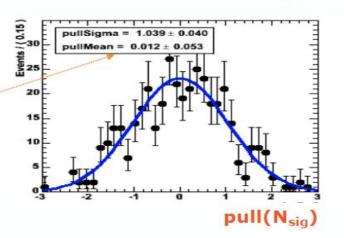
## Estudo de Validação do Ajuste - A distribuição pull

- E quanto à validade do erro?
  - Distribuição de erro de experimentos simulados é difícil de interpretar
  - –Não temos o equivalente de N<sub>siq</sub>(gerado) para o erro
- Solução: verificar a pull distribution

Definição: 
$$pull(N_{sig}) = rac{N_{sig}^{fit} - N_{sig}^{true}}{\sigma_N^{fit}}$$

- Propriedades da pull: frame->makePullHist();
  - Mean é 0 se não há bias
  - Width é 1 se o erro está correto
- Nesse exemplo: sem bias, erro correto dentro da precisão estatística de estudo





### Exercício 2

- •Construa uma PDF para as ressonâncias J/ $\psi$  and  $\psi$ (2S) + background
- $\circ$ J/ $\psi$  com uma função Crystal Ball
- $\circ \psi$ (2S) com uma similar(spoiler!) Crystal Ball
- oBackground com uma polinomial
- •obs.: A  $\psi(2S)$  envolverá uma pequena quantidade de eventos de sinal
- ●Fit, plot e salve

O arquivo de entrada está aqui:

https://cernbox.cern.ch/index.php/s/DInqlmV9W52WPvY

#### Sumário sobre o RooFit

#### Overview das funcionalidades do RooFit

- -nem tudo foi coberto
- –não foi discutido como isso funciona internamente (optimização, dedução analitica,etc..)

#### Capaz de lidar com modelos complexos

- -scale para modelos com grande número de parâmetros
- -sendo usado em muitas análises do LHC

#### • Workspace:

- -fácil de criar modelos usando a sintaxe factory
- -ferramenta para armazenar e compartilhar modelos (combinação de análise)

## Documentação do RooFit

- –ponto inicial: <a href="http://root.cern.ch/drupal/content/roofit">http://root.cern.ch/drupal/content/roofit</a>
- -Users manual (134 pages ~ 1 year old)
- –Quick Start Guide (20 pages, recent)
- –Link to 84 tutorial macros (also in \$ROOTSYS/tutorials/roofit)
- -More than 200 slides from W. Verkerke documenting all features are available at the French School of Statistics 2008
  - http://indico.in2p3.fr/getFile.py/access?contribId=15&resId=0&materialId

#### =slides&confld=750

- Pull: http://physics.rockefeller.edu/luc/technical\_reports/cdf5776\_pulls.pdf

https://github.com/sandrofonseca/rootFitTutorial/tree/master/roofitUERJ

# Backup

## Composition of p.d.f.s

RooFit pdf building blocks do not require variables as input, just real-valued functions

Can substitute any variable with a function expression in parameters and/or observables

$$f(x;p) \Rightarrow f(x,p(y,q)) = f(x,y;q)$$

Example: Gaussian with shifting mean

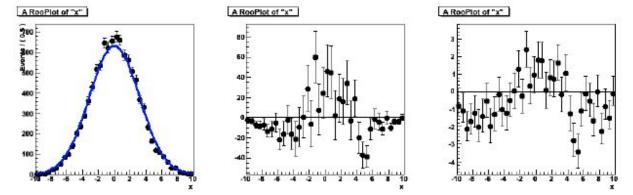
```
w.factory("expr::mean('a*y+b',y[-10,10],a[0.7],b[0.3])");
w.factory("Gaussian::g(x[-10,10],mean,sigma[3])");
```

 No assumption made in function on a,b,x,y being observables or parameters, any combination will work

## How do you know if your fit was "good"?

- Goodness-of-fit broad issue in statistics (we will see maybe later)
- For one-dimensional fits, a  $\chi^2$  is usually the right thing to do
  - –Some tools implemented in RooPlot to be able to calculate  $\chi^2$ /ndf of curve w.r.t data

```
double chi2 = frame->chisquare(nFloatParam);
```



–Also tools exists to plot residual and pull distributions from curve and histogram in a RooPlot

```
frame->makePullHist();
frame->makeResidHist();
```

# Fitting os dados

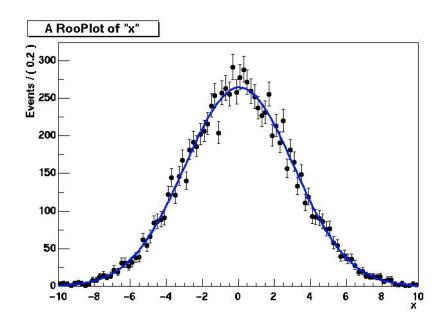
Ajuste do modelo aos dados

 ex.: unbinned maximum likelihood fit

```
pdf = pdf->fitTo(data);
```

visualização dos dados e pdf após o fit

```
RooPlot * xframe = x->frame();
data->plotOn(xframe);
pdf->plotOn(xframe);
xframe->Draw();
```



PDF automaticamente normalizada ao dataset